

## Las Matemáticas de la realidad y la diversificación en Secundaria

Luis Berenguer Cruz

[luisberenguer@telefonica.net](mailto:luisberenguer@telefonica.net)

El texto de la conferencia pretende exponer una serie de apreciaciones personales acerca de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que he vivido durante los 40 años de mi tarea docente y hacer unas cuantas reflexiones sobre la situación actual para poder tomar decisiones que mejoren el aprendizaje de los alumnos y alumnas. También propondré algunos ejemplos prácticos.

### Esquema de la presentación

- 1 Observaciones iniciales
- 2 Realidad en las aulas
- 3 Práctica docente
- 4 Ejemplos prácticos
- 5 Reflexiones finales

### Observaciones iniciales

Los docentes nos enfrentamos todos los días a situaciones que nos advierten de la diversidad de estudiantes con los que tenemos que trabajar y nos damos cuenta de que el estudiante normal no existe, por lo que nos encontramos ante una clase en la que todos son diferentes entre sí y la diversidad de alumnos y alumnas es una realidad que no podemos negar, y así es como se configuran diversos modelos educativos de atención a la diversidad, destacando en la actualidad el modelo inclusivo en el que todos los estudiantes son diferentes y tienen diferentes necesidades educativas, pero iguales derechos, por lo que no se pueden tratar igual, tenemos que desarrollar prácticas docentes que atiendan esta diversidad, superando los enfoques homogéneos intentando que toda la clase aprenda junta, independientemente de sus condiciones particulares, dando lugar a lo que en la actualidad se llama escuela inclusiva, planteando la primera reflexión: ¿los docentes de la enseñanza obligatoria estamos preparados para pasar al modelo inclusivo?, parece que esto nos llevaría a conseguir una enseñanza de calidad, desarrollando estrategias y recursos que nos ayuden a abordar con éxito este cambio, en el que la meta a conseguir sería una educación para todos y con todos.

### **Realidad de la enseñanza de las matemáticas.**

Cada clase es un mundo, pero en general hay algunas situaciones comunes a todas, la realidad que nos encontramos todos los días es una serie de alumnos que los podemos agrupar así independientemente de que todos son diferentes entre sí:

- **Están motivados para el aprendizaje.**
- No tienen problemas de comprensión.
- Trabajan.
- Atienden.
- Preguntan.
- Sus notas suelen ser de sobresaliente y notable.

- Hay cierta competitividad entre ellos.
- ...
- **Alumnos con capacidad** diciendo constantemente que las matemáticas "no se les da bien".
- No se esfuerzan.
- Hacen lo mínimo para conseguir aprobar, ya que se lo exigen en la familia.
- ...
- **Niños normales.**
- Trabajan.
- Se esfuerzan por conseguir los objetivos.
- Hacen cosas bien y mal.
- No preguntan mucho.
- Van saliendo adelante.
- A veces les cuesta comprender las explicaciones.
- ...
- **Niños con problemas de aprendizaje**, pero sin problemas de comportamiento.
- Trabajan.
- Hacen lo que pueden.
- No siguen el ritmo de la clase.
- Les es difícil conseguir los objetivos.
- Se muestran inseguros en la realización de actividades
- ...
- **Niños normales en cuanto a inteligencia, pero con problemas de conducta.**
- Los objetores escolares.
- El grupo más o menos numeroso con el que creo todos nos encontramos y que más problemas nos da.
- No trabajan ni en clase ni en casa.
- Odian las matemáticas y todo lo que representa el Colegio.
- Como no hacen nada, tratan de llamar la atención de los demás compañeros y del docente.
- Siempre incordiando. Ni hacen ni dejan hacer.
- Generalmente su ambiente familiar no es muy agradable, aunque hay sus excepciones.
- No se les puede ni reprender, te contestan mal o vienen los padres a decirnos que estamos marginando a su hijo/a.
- El ambiente general es de apatía y no resulta agradable estar allí.
- Son agresivos con sus compañeros y con los profesores.
- Constantemente se saltan todas las normas de clase, hacen ruidos, se levantan, interrumpen las explicaciones,
- ...

- **Los alumnos de integración**, que aunque tengan la misma edad de sus compañeros, distan mucho de poder seguir los aprendizajes correspondientes al grupo clase en el que se encuentran.
- Normalmente su actitud es correcta, pero no participan mucho en las actividades de clase.
- **Alumnos con algún tipo de discapacidad.**
- **Alumnos emigrantes**
- **Los alumnos con altas capacidades.** Que muchas veces lo que hacen es aburrirse en clase e incordiar, porque no les damos lo que ellos necesitan.
- 

Ya no hay clases homogéneas, las clases son cada día más heterogéneas. Si queremos tener éxito en nuestra labor diaria, debemos saber cómo atender a esta diversidad, ser creativos y utilizar metodologías adecuadas para captar la atención del alumnado. No son los alumnos los que tienen que adaptarse a la enseñanza, sino la enseñanza a los alumnos.

Hay que ofrecer respuestas homogéneas a la diversidad de alumnos que tenemos en clase.

Una educación que asuma la realidad de las aulas, donde todos los niños aprenden juntos será una educación que no discrimina al alumnado y una fuente de enriquecimiento para el aprendizaje escolar.

Pero también hay diversidad de docentes:

- Malhumorado todos los días.
- Siempre regañando, tiene un gran fanatismo por gritar nunca se cansa.
- Quiere que todos aprendan todo, no pueden hablar, les hace trabajar toda la hora.
- Se agobia porque le falta tiempo para dar los contenidos y porque los alumnos del grupo podrían conseguir mejores resultados.
- A veces pasa de todo.
- Tenso.
- Solo le preocupa transmitir los contenidos del libro.
- Es muy exigente
- ...
- Se lo toma con tranquilidad.
- Trata de que el máximo de alumnos trabajen por lo que busca atraerlos dando la clase lo más sencilla posible en un ambiente relajado.
- Se esfuerza por buscar actividades para motivar y para atraerse a sus alumnos.
- Suele aplicar nuevas metodologías.
- Presenta contenidos nuevos y concede gran importancia al diálogo en el aula.
- ...
- Llega, explica, pone ejercicios, corrige y se va.
- Sus clases son aburridas sin que nadie participe.
- Es el protagonista de la clase.

- Transmite contenidos, pero olvida la dimensión humana de sus alumnos.
- Se ciñe siempre al libro de texto.
- Cuando le preguntan alguna duda suele decir que traten de aclararla en el libro.
- ...
- Es un martirio para él cada vez que entra a clase.
- Se le escapa la clase de las manos.
- Los niños se suelen hasta reírse de él.
- Se ve impotente y sin recursos para intentar que los alumnos cambien.
- Pueden llegar a estados depresivos.
- Los sermonea constantemente.
- Son buenas personas, no hacen mucho en clase, las pruebas de evaluación son fáciles, por lo que aprueban la mayor parte de los alumnos, y si alguno suspende le pone inmediatamente una prueba de recuperación.
- ...

Por otro lado están los profesores que, no son simpáticos en clase ni sus clases divertidas, pero son profesores que te explican mucho la materia y con los que se suele aprobar con facilidad.

Estas son las principales clases de docentes que he visto, aunque cada uno tiene sus matices y a veces la misma persona la encuadramos en varios tipos a la vez, pero siempre nos vamos a encontrar con docentes que los estudiantes ni aprenden ni se divierten y otros con los que aprenden divirtiéndose.

En todas las aulas nos encontramos con personas que tienen distinto estilo de aprendizaje, si nuestra forma de enseñar coincide con la forma de aprender de ellas el aprendizaje les será más fácil.

*Pero todos tenemos una cosa en común, querer desarrollar nuestro trabajo lo mejor posible de acuerdo con nuestra forma de ser.*

Por otra parte, en la realidad del aula, también utilizamos las mismas palabras diariamente:

¿De qué te ríes? Cuéntanos el chiste para que nos podamos reír todos.

¿Lo has entendido? ¿En qué idioma hablo yo?

Pepe, estás en las estrellas.

Si no te interesa lo que estoy explicando, la puerta está abierta.

¡Queréis callaros los de atrás!

¿Escribes en la mesa de tu casa? no... bueno aquí tampoco.

Suena el timbre. No he dicho que podéis levantaros, la clase no ha terminado.

¿Quién es el que silba?

Aquí se viene a estudiar, no a calentar el asiento.

Después en junio vienen las lamentaciones.

Lo voy a explicar las veces que sea necesario.

¿Habéis terminado? ¿Puedo borrar? ¡NOOOOOO!.

Señores, la pizarra está aquí adelante.

Y la realidad es que nos encontramos con alumnos con dificultades, profesores que no saben cómo atajar el problema y padres que no saben qué hacer con sus hijos.

Y otra reflexión:

¿Por **qué** los estudiantes aprenden más de algunos profesores **que** de otros?...

## Práctica docente

La mayoría de los docentes que nos dedicamos a la enseñanza de las matemáticas solemos presentar los contenidos de una misma forma sin modificarla a través de los años. Son pocos los cambios que hacemos.

Los libros sí cambian, por lo menos en la presentación de las actividades, aunque el modelo de solución es el mismo ►

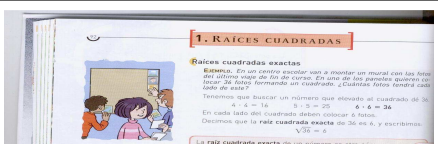
1899

6.º.—Con 1.600 soldados se quiere hacer una formación en cuadro.  
¿Cuántos habrá que poner en cada fila?  
Solución.—  $\sqrt{1600}=40$  en cada fila.

80 años después

35. Se tienen 5684 arbolitos que se quieren plantar en filas, de modo que el número de plantas de cada fila sea igual al número de filas. ¿Cuántos arbolitos habrá por fila y cuántos sobran?

2008



The image shows a page from a math textbook. The title is '1. RAICES CUADRADAS'. Below the title, there is a section 'Raíces cuadradas exactas'. The text reads: 'Ejemplo. En un centro escolar van a montar un mural con las fotos que todos topan de día de clases. En una de las paredes quieren colgar 36 fotos formando un cuadrado. ¿Cuántas fotos tendrá cada lado de esta?' Below this, there are three examples: '4 · 4 = 16', '5 · 5 = 25', and '6 · 6 = 36'. The text continues: 'Tenemos que buscar un número que elevado al cuadrado de 36. En cada lado del cuadrado deben colgar 6 fotos. Decimos que la raíz cuadrada exacta de 36 es 6, y escribimos:  $\sqrt{36}=6$ '.

No nos atrevemos a cuestionar nuestra forma de enseñanza, que en la mayoría de las veces se limita a hacerlo de la misma manera que nos la enseñaron a nosotros. Está universalmente aceptado que las Matemáticas son una asignatura complicada y abstracta que está sólo al alcance de unos privilegiados con unas mentes extraordinarias.

Una de las razones que favorecen esta idea es la forma en que se enseñan en muchas clases.

Su enseñanza se ha basado y se sigue basando en una metodología expositiva, y en la tiza y la pizarra como recursos primordiales.

En la década de los setenta se planteó una nueva ley de educación, las Matemáticas alcanzaron un nivel de abstracción tal que realmente se requería una profunda base de conocimientos, las metodologías que imperaban eran la enseñanza individualizada.

Las palabras que más se oían eran fichas de enseñanza individualizada.

Ya en la época de los ochenta, la proliferación de sociedades de profesores y el hecho de que algunas editoriales tomaran interés en una nueva línea de materiales, permitieron que comenzaran a aparecer multitud de materiales y recursos.

La palabra que más se pronunciaba era interdisciplinariedad.

A finales de esa misma época, comenzaron a aparecer grupos de profesores que pretendían trabajar en otra línea de enseñanza-aprendizaje más acorde con los tiempos.

En las Jornadas o Encuentros siempre es posible encontrar aspectos de las Matemáticas Recreativas que permiten divulgar esa materia entre todas las personas, escolares o no, sin necesidad de que posean una base muy potente de conocimientos.

Durante los 40 años que he estado enseñando matemáticas y sobre todo en los últimos 15 años he estado haciendo equilibrios entre las prisas de los compañeros por acabar con los contenidos de los libros y la motivación de mis alumnos.

En el aula es necesario estimular constantemente a los alumnos planificando las actividades a realizar a lo largo del curso para conseguir que puedan aprender y disfrutar con las matemáticas, se necesita dedicación y preparación de lo que "se quiere enseñar" y "como enseñar". Aunque hay veces que nos encontramos con un grupo en que los niños no llevan nada a clase, y cuando lo tienen ni abren el libro, ante esto, es muy difícil motivarles, el cómo hacerlo es una tarea difícil, sobre todo en las clases que contamos con un alto porcentaje de alumnos que pasan de ella, para ello, creo que es fundamental los manipulables, con el objetivo de que ellos mismos se den cuenta de que pueden hacerlo.

Con la Ley de Calidad, en muchos centros lo que está ocurriendo es que los docentes se quejan de mucho papeleo, por lo que dedican el mayor tiempo a "cortar y pegar" de varias editoriales, con el propósito de tener una buena programación, (que no la llevan a la práctica), para entregarla al inspector de turno cuando llegue. El cual debería asesorar al docente en todos los temas que le pida ayuda, darle soluciones en las cosas que no están bien hechas, proponerles actividades motivadoras, etc.

La palabra que más se escucha ahora es competencias.

Las matemáticas es la asignatura más aburrida del currículo siempre que nos dediquemos a ir a clase, coger la tiza, llenar la pizarra de demostraciones y fórmulas y preguntarle a los alumnos: ¿Habéis entendido?, todos se callan, no entienden nada, y la mayoría de las cosas la aprenden de memoria. Está claro que muchos de los fracasos de nuestros estudiantes es debido a la presentación que hacemos los docentes de los diferentes contenidos. La motivación es fundamental para conseguir que los alumnos disfruten en la clase de matemáticas, no creo que la culpa de que no les gusta la asignatura sea de los estudiantes, algo tenemos que ver nosotros en ello, cuando muchas veces nosotros mismos no estamos motivados con nuestra asignatura, ¿Cómo vamos a motivar a los estudiantes para que tengan ganas de aprender? El arte de enseñar matemáticas de cada uno hace que cuando son mayores nos digan:

- A mí no se me daban bien las matemáticas, tenía un maestro que no me las explicaba bien, no las entendía.
- A mí me gustaban las matemáticas, el maestro me las explicaba muy bien y las entendía.

Los alumnos pueden disfrutar de las matemáticas si los docentes utilizan manipulables, hacen que las comprendan, hemos de pasar de decir que quiero que los niños aprendan a que quiero que los niños comprendan, cuando descubren que pueden resolver los problemas se sienten satisfechos y ellos mismos se motivan y buscan ellos mismos la alegría de pensar.

Es fundamental la motivación de todos, de los estudiantes y de los docentes, esto no quiere decir que el fracaso o el éxito de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas sea solo un problema de motivación. Debemos conseguir que los alumnos lleguen a clase con ganas, que se sientan cómodos en clase, que nos digan: se me ha pasado muy rápido el tiempo, que quieran aprender cosas nuevas, que quieran aplicar las que

ya conocen, en resumen, hay que provocar las ganas de aprender y gozar con el aprendizaje.

Mucha gente piensa que las matemáticas, cuanto antes se aprueben, mejor, pero nosotros debemos conseguir enfocar las matemáticas desde otro punto de vista y que no sean un suplicio para los estudiantes, para ello es necesario lo que quieres enseñar y cómo puedes enseñarlo.

El profesorado debe conocer que además de la tiza y la pizarra hay otros recursos que ayudan a la enseñanza, con el objetivo de desterrar una enseñanza aburrida y desmotivadora, huir de las clases magistrales, los protagonistas de la clase son los alumnos, no los docentes.

Existe hoy día una preocupación por rentabilizar el esfuerzo del aula, ya que muchas veces el profesorado cree que está perdiendo el tiempo, es un cambio que afecta a su estilo de enseñanza, en el que lo principal ha sido la transmisión de conocimientos a través de clases magistrales y contestar siempre con autoridad a las preguntas de los estudiantes, dominando la situación, aunque a veces, por mucho que repitan la explicación, no lo entienden, por lo que en realidad, lo que está afectando es a su metodología, como consecuencia de las pruebas de diagnóstico, los docentes están cambiando su forma de enseñar, sin que nadie se lo exija, ya se oyen voces diciendo, le han puesto tal o cual cosa, y yo me he hartado de enseñarles operaciones, monomios, polinomios, ... por lo que se produce un cierto desconcierto, cuestionando su estilo de enseñanza y no sabiendo que camino coger.

Cuando enseñamos matemáticas, utilizamos aspectos que hacen que bastantes alumnos no lleguen a comprenderlas, por lo que surgen bloqueos y animadversión hacia la asignatura y hace que la rehuyan y le tengan pánico a la clase de matemáticas, se hace necesario crear contextos que favorezcan que los alumnos se acerquen y se sientan atraídos por las matemáticas.

¿Qué podemos hacer para que los estudiantes se sientan a gusto y disfruten en la clase de matemáticas?

Cada docente tenemos un arte para enseñar matemáticas, si conseguimos que este arte esté impregnado de un conocimiento de las técnicas de enseñanza que permitan aprender haciendo y disfrutando, del manejo de materiales y confianza en ellos, habremos empezado por suscitar a los alumnos el deseo de aprender, de lo contrario, no habrá aprendizaje significativo. Debemos tener confianza en lo que hacemos en clase.

Y unas preguntas:

El que el estudiante disfrute con las matemáticas, ¿depende del docente que imparte la asignatura?

¿Existe relación entre los alumnos que dicen que las matemáticas son bonitas y las notas que sacan?

¿Todo lo que aparece en los libros tenemos que darlo?

Veamos algunos ejemplos de lo que se suele hacer en clase y de lo que podemos hacer utilizando recursos que no son ni la tiza ni la pizarra:

Resta de números enteros.



### Resta de números enteros

Podemos representar una resta en la recta numérica. Desde el 0 marcamos el primer número, y a partir de ahí, el opuesto del segundo.

**Ejemplo.** Calcula  $3 - 9$ .

El resultado es:  $3 - 9 = -6 = 3 + [-9]$

**Ejemplo.** Calcula  $(-2) - (-6)$ .

El resultado es:  $(-2) - (-6) = +4 = -2 + 6$

**Ejemplo.** Calcula  $5 - (-3)$ .

El resultado es:  $5 - (-3) = +8 = 5 + 3$

En los tres ejemplos, la resta se ha convertido en una suma.

Para restar dos números enteros...

**RECUERDA**

Con cada resta hay asociada una suma y otra resta.

$$12 - 7 = 5$$

$$12 = 5 + 7 \quad 12 - 5 = 7$$

Si les decimos a los estudiantes que lean esto, o se lo explicamos de una forma más o menos parecida, según nuestro arte de enseñar, la verdad es que ni lo van a entender y se van a aburrir, esto no quiere decir que no sean capaces de resolver sumas o restas de números enteros bien, seguro que lo aprenden, pero ¿lo entienden?

Si en vez de esto, le damos unas cuantas fichas de dos colores diferentes, y si además disponemos de una pizarra digital, la clase cambia, y la atención de los niños la tenemos asegurada:

Explicaciones previas:

Las fichas rojas representan unidades negativas

Las fichas verdes representan unidades positivas

Una ficha roja y una verde se anulan.

...

Área de polígonos regulares

Halla el área de un decágono regular de 5 centímetros de lado y 9 centímetros de apotema.

¿Cuál es el área de un pentágono regular de 8 centímetros de lado y 5 centímetros de radio?

¿Existe un pentágono regular que tenga 8 cm de lado y 5 cm de radio?



Algunas propiedades de los triángulos

Comprueba cuáles de los siguientes triángulos son rectángulos.

- a) 3 cm, 4 cm, 5 cm      c) 12 cm, 13 cm, 5 cm  
b) 2 cm, 8 cm, 6 cm      d) 7 cm, 1 cm, 9 cm

Repartir bolsas con tiras de mecano. Unas podrán formar triángulos, otras, no.

Decir que construyan un triángulo

¿Por qué con algunas tiras no se puede formar el triángulo?

¿Puede un triángulo tener de lados 2, 8 y 6 cm?

...

### Reflexiones finales

Pero enseñar Matemáticas no es amenazar constantemente a los estudiantes diciéndoles que son muy complicadas, ni repetir lo que viene en los libros, sin tener en cuenta las capacidades de los alumnos, ni explicar vagamente los contenidos, no es quejarse de que los alumnos no entienden, no es decir que no están preparados,

Enseñar Matemáticas es comunicarse con los alumnos, los protagonistas de la clase son ellos, no los docentes, es enseñar a pensar, enseñar a aprender, motivar a los alumnos, animarlos, ayudarles, utilizar manipulables, proponer actividades significativas innovadoras que le ayuden a comprender.

De lo que se trata es de ser feliz, Ser feliz en el sentido de no ir a sufrir cuando entramos a clase, pero no solamente es que yo sea feliz, hay que conseguir que todos seamos felices.

No debemos confundir la enseñanza activa con dejar que los alumnos vayan a su aire, que hagan lo que quieran, y finalmente no hacen nada.

Los estudiantes en general si no tienen problemas de algún tipo no se interesan por su aprendizaje. Hemos de tratar de conseguir en los estudiantes un comportamiento productivo, que los estudiantes se interesen por las matemáticas. Debemos exigirles un esfuerzo intelectual serio pero está claro que ese esfuerzo no lo hacen porque sí, nada más que porque nosotros se lo digamos, porque sino los suspendemos. Les debe valer la pena de hacer el esfuerzo, y si no le vale la pena, no hace el esfuerzo, y para que realmente le valga la pena, debemos conseguir que se encuentren a gusto en clase....