



**UNIVERSIDAD
DE BURGOS**

Facultad de Educación

***LA GEOMETRÍA ESPACIAL DE 2º ESO Y SU
CONTEXTUALIZACIÓN A TRAVÉS DEL ENFOQUE STEAM Y
EL DISEÑO DE POLIEDROS***

Autor/a: Jaime Moreno Redondo

Especialidad: Matemáticas

Director/a: Andrés González Santa Olalla

ÍNDICE

RESUMEN:	
PALABRAS CLAVE:	
ABSTRACT:	
KEYWORDS:	
1. JUSTIFICACIÓN	 1
2. MARCO TEÓRICO	 3
2.1. De STEM a STEAM: Evolución y definición	 3
2.2. La cultura STEAM	 5
2.3. Barreras e inconvenientes del enfoque STEAM	 5
2.4. Aprendizaje basado en proyectos (ABP) y colaborativo	 6
2.5. Aprendizaje manipulativo	 9
2.6. El formato KIKS	 10
2.7. La etnomatemática y los Himmelis	 11
3. OBJETIVOS	 12
3.1. Objetivo general	 12
3.2. Objetivos específicos	 12
4. METODOLOGÍA	 13
4.1. Enfoque metodológico y estrategias pedagógicas	 13
4.2. Desarrollo de la propuesta y labor docente	 13
5. DESARROLLO DE LA PROPUESTA	 15
5.1. Objetivos de la situación de aprendizaje	 15
5.2. Marco legal y concreción curricular	 16
5.2.1. Contenidos incorporados en la propuesta	 16
5.2.2. Competencias incorporadas en la propuesta	 17
5.3. Consideraciones Metodológicas para el Desarrollo de las Sesiones	 18

5.4.	<i>Desarrollo secuenciado de las sesiones de la Unidad Didáctica</i>	19
5.4.1.	<i>Primera parte: Bloque teórico inicial.....</i>	19
5.4.2.	<i>Segunda parte: Situación de Aprendizaje.....</i>	24
5.5.	<i>Recursos y organización de la propuesta: espacios y materiales.....</i>	36
5.5.1.	<i>Gestión de espacios</i>	36
5.5.2.	<i>Materiales y herramientas utilizados en la propuesta</i>	36
5.5.3.	<i>Gestión de riesgos y seguridad durante la realización de la situación de aprendizaje</i>	37
5.6.	<i>Atención a la diversidad</i>	37
5.7.	<i>Proceso de evaluación y calificación de la situación de aprendizaje</i>	39
6.	<i>RESULTADOS Y CONCLUSIONES</i>	41
6.1.	<i>Análisis DAFO de la propuesta didáctica</i>	41
6.2.	<i>Conclusiones pedagógicas y consecución de objetivos</i>	43
7.	<i>REFERENCIAS</i>	44
ANEXOS:	<i>.....</i>	49

ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1 Representación conceptual de la instalación del jardín vertical colectivo</i>	25
<i>Figura 2 Modelo tridimensional y cálculo de dimensiones del Himmeli</i>	28
<i>Figura 3 Elementos de un poliedro.....</i>	72
<i>Figura 4 Representación de un dodecaedro</i>	73
<i>Figura 5 Representación de un prisma octogonal.....</i>	73
<i>Figura 6 Representación de una pirámide cuadrada</i>	74
<i>Figura 7 Representación de un poliedro cóncavo.....</i>	75
<i>Figura 8 Representación de los poliedros regulares y su desarrollo</i>	76
<i>Figura 9 Ejercicio de fórmula de Euler y poliedros regulares</i>	77
<i>Figura 10 Ejercicio de elementos de un poliedro.....</i>	78
<i>Figura 11 Solución al ejercicio 3 planteado en clase</i>	78

<i>Figura 12 Prisma pentagonal y sus elementos</i>	79
<i>Figura 13 Ejercicio 4. Área y volumen de prisma pentagonal</i>	80
<i>Figura 14 Ejercicio 5. Área y volumen de prisma rectangular</i>	81
<i>Figura 15 Ejercicio 6. Área y volumen de prisma triangular</i>	82
<i>Figura 16 Ejercicio 6. Altura del triángulo del prisma triangular</i>	82
<i>Figura 17 Elementos de una pirámide</i>	84
<i>Figura 18 Área y volumen de una pirámide en función de la altura y la altura de la cara lateral</i>	85
<i>Figura 19 Área y volumen de una pirámide en función de la arista lateral</i>	86
<i>Figura 20 Ejercicio 8</i>	86
<i>Figura 21 Ejercicio 9</i>	87
<i>Figura 22 Ejercicio 10</i>	88
<i>Figura 23 Pantalla inicial de la interfaz web de Geogebra Graficadora 3D</i>	90
<i>Figura 24 Representación de puntos en la interfaz web de Geogebra Graficadora 3D</i>	92
<i>Figura 25 Cuadro de diálogo para la definición de vértices en un polígono regular en GeoGebra 3D</i>	93
<i>Figura 26 Modelado tridimensional de cuerpos poliédricos (prisma hexagonal y pirámide triangular) en GeoGebra 3D</i>	94
<i>Figura 27 Desarrollo plano y registro de magnitudes métricas de un prisma hexagonal recto en GeoGebra 3D</i>	96
<i>Figura 28 Modelado tridimensional y desarrollo plano de una pirámide rectangular (Ejercicio 9) en GeoGebra 3D</i>	97
<i>Figura 29 Modelado tridimensional y desarrollo plano de un prisma triangular recto (Ejercicio 6) en GeoGebra 3D</i>	98
<i>Figura 30 Modelado tridimensional de la maqueta con forma de casa en GeoGebra (Ejercicio 13)</i>	101
<i>Figura 31 Modelado tridimensional de la viga con forma de T invertida en GeoGebra (Ejercicio 14)</i>	102
<i>Figura 32 Configuración de los seis vértices principales del octaedro en GeoGebra 3D</i>	104
<i>Figura 33 Configuración de todos los vértices del octaedro en GeoGebra 3D</i>	105
<i>Figura 34 Modelado de las aristas de la pirámide superior del octaedro en GeoGebra 3D</i> ..	106

<i>Figura 35 Modelado de las aristas de las pirámides centrales del octaedro en GeoGebra 3D</i>	108
<i>Figura 36 Estructura completa del octaedro regular en GeoGebra 3D.....</i>	109
<i>Figura 37 Asignación de código de colores a las aristas del octaedro en GeoGebra 3D</i>	109
<i>Figura 38 Materiales y herramientas requeridas para la construcción de la estructura Himmeli</i>	111
<i>Figura 39 Ensamblaje y tensado de las cuatro aristas de la base cuadrada.....</i>	112
<i>Figura 40 Proceso de triangulación y extensión de las caras de la pirámide.....</i>	113
<i>Figura 41 Cierre de la pirámide y preparación del material complementario</i>	114
<i>Figura 42 Conjunto de las seis pirámides cuadradas independientes terminadas</i>	115
<i>Figura 43 Ensamblaje inicial de tres módulos piramidales a través de un nexo central.....</i>	116
<i>Figura 44 Progreso del ensamblaje modular del armazón Himmeli</i>	117
<i>Figura 45 Colocación y nivelación de la bandeja de soporte en el núcleo de la estructura ...</i>	118
<i>Figura 46 Resultado final de la estructura geométrica del Himmeli.....</i>	119

ÍNDICE DE TABLAS

<i>Tabla 1 Ponderación de los instrumentos de calificación de la Situación de Aprendizaje</i>	41
<i>Tabla 2 Matriz DAFO de la propuesta didáctica</i>	42
<i>Tabla 3 Diseño de una situación de aprendizaje</i>	52
<i>Tabla 4 Solución al ejercicio 1 planteado en clase.....</i>	76
<i>Tabla 5 Solución al ejercicio 2 planteado en clase.....</i>	77

ÍNDICE DE ANEXOS

<i>ANEXO 0 ANEXO DE SOSTENIBILIZACIÓN CURRICULAR</i>	49
<i>ANEXO 1 TABLA DE DISEÑO DE UNA SITUACIÓN DE APRENDIZAJE</i>	52
<i>ANEXO 2 RÚBRICAS</i>	63
<i>ANEXO 3 SECUENCIACIÓN DE ACTIVIDADES</i>	71
<i>ANEXO 4 MANUAL DE MODELADO TRIDIMENSIONAL Y CONSTRUCCIÓN FÍSICA DE ESTRUCTURAS HIMMELI.....</i>	103
<i>ANEXO 5 PRESENTACIÓN DEL PROYECTO EN CLASE.....</i>	120

RESUMEN:

El presente Trabajo de Fin de Máster expone el diseño y fundamentación teórica de una propuesta didáctica innovadora orientada al bloque de geometría espacial en la asignatura de matemáticas para el curso de 2º de Educación Secundaria Obligatoria. La secuencia de aprendizaje se vertebra bajo el enfoque STEAM como marco principal, implementando el aprendizaje manipulativo, el aprendizaje colaborativo y el Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP). La intervención conecta el modelado geométrico digital en GeoGebra 3D con la construcción manual de estructuras modulares inspiradas en la artesanía de la cultura finlandesa: los Himmelis, cuya combinación formará un jardín vertical sostenible en los pasillos del centro escolar. A partir de la diversificación de productos evaluables, como diseños virtuales, maquetas físicas y vídeos explicativos, se fomenta un rol activo y creativo mediante el trabajo en equipo. Finalmente, se destaca la viabilidad de la propuesta por su alineación directa con el desarrollo de las competencias clave y por su facilidad para ser replicada en otros centros, concluyendo con futuras líneas de investigación orientadas a aprovechar su interdisciplinariedad para afectar directamente a otras materias y ampliando su diseño mediante la inclusión de cuerpos de revolución.

PALABRAS CLAVE:

Geometría espacial, Enfoque STEAM, aprendizaje manipulativo, aprendizaje colaborativo, aprendizaje basado en proyectos.

ABSTRACT:

This Master's thesis sets out the design and theoretical basis of an innovative teaching approach focused on the spatial geometry module within the mathematics curriculum for the second year of Secondary Education (ESO). The learning sequence is structured around the STEAM approach as its main framework, incorporating hands-on learning, collaborative learning and Project-Based Learning (PBL). The intervention links digital geometric modelling in GeoGebra 3D with the manual construction of modular structures inspired by traditional Finnish craftsmanship: Himmelis, the combination of which will form a sustainable vertical garden in the school corridors. Through the diversification of assessable products, such as

virtual designs, physical models and explanatory videos, an active and creative role is fostered through teamwork. Finally, the feasibility of the proposal is highlighted due to its direct alignment with the development of key competences and its ease of replication in other schools, concluding with future lines of research aimed at leveraging its interdisciplinary nature to directly impact other subjects and expanding its design through the inclusion of solids of revolution.

KEYWORDS:

Spatial geometry, STEAM approach, hands-on learning, collaborative learning, project-based learning.

1. JUSTIFICACIÓN

La enseñanza de las matemáticas en la Educación Secundaria Obligatoria atraviesa una crisis de resultados vinculada a la persistencia de métodos centrados en la instrucción directa, donde el alumnado actúa como un receptor pasivo que se limita a copiar y mecanizar algoritmos sin comprender su utilidad real. Investigaciones contemporáneas (Berrocal Ordaya y Palomino Rivera, 2022; Queiruga-Dios et al., 2021) demuestran que las estrategias basadas únicamente en la repetición o la explicación de ejercicios aislados frente a la pizarra influyen de manera negativa en el rendimiento, ya que impiden que el estudiante asimile los nuevos conocimientos de forma profunda. Esta pasividad metodológica restringe el desarrollo del pensamiento crítico y la capacidad de resolver problemas, puesto que bloquea el razonamiento necesario para que los estudiantes interpreten situaciones cotidianas o diseñen sus propias estrategias ante desafíos abiertos (Diego-Mantecón et al., 2021b). Ante este escenario, es necesario que el profesorado adopte una actitud reflexiva y autocrítica respecto a su práctica docente, rompiendo con la rutina tradicional para pasar hacia una mejora gradual de la enseñanza que priorice el desarrollo cognitivo, el interés del alumnado y el trabajo cooperativo y competencial.

A este problema con los métodos de enseñanza se suma una problemática de desapego y ansiedad hacia la disciplina, la cual suele agravarse durante los primeros cursos de la etapa de secundaria. Lo que descubrieron en su estudio Stelzer et al. (2023) resulta fundamental en este punto al identificar que el «gusto por las matemáticas» y la «confianza que tienen en sus propias habilidades» son las variables que más influyen en el éxito académico, llegando a explicar de forma directa gran parte de la varianza en el desempeño de los adolescentes. Ignorar la dimensión afectiva y emocional constituye, por tanto, un error del modelo tradicional. En este sentido, la literatura científica actual avala que el uso de proyectos dinámicos bajo el enfoque interdisciplinar STEAM aumenta el interés por las disciplinas científico-tecnológicas y mejora sustancialmente la seguridad en sí mismo del alumnado (Diego-Mantecón et al., 2021a; Queiruga-Dios et al., 2021). Asimismo, se ha demostrado que las actividades fundamentadas en el diseño práctico y el uso de materiales sostenibles provocan un aumento estadísticamente significativo en las actitudes favorables de los

estudiantes, al conseguir cohesionar los procesos cognitivos con aspectos estéticos, creativos y atractivos (Karakuyu y Karafil, 2026).

Este cambio en la actitud y en la forma de enseñar resulta especialmente urgente en bloques de contenido específicos como la geometría espacial, donde se observa un fracaso recurrente en la asimilación tridimensional cuando el aprendizaje se limita al plano estático y bidimensional del papel. El éxito de un enfoque práctico frente al currículo estándar sobre papel ha sido evidenciado por estudios cuasi-experimentales como el de Dertli y Yildiz (2024), quienes demuestran que las metodologías basadas en el diseño de ingeniería y la construcción de prototipos físicos incrementan el rendimiento académico de forma mucho más notable que la resolución de problemas impresos. Para superar las limitaciones de trabajar solo con objetos físicos, autores como Muñoz Pinto y Guillén Ruíz (2025) justifican la necesidad de introducir software de geometría dinámica como GeoGebra 3D, el cual actúa como un soporte pedagógico ideal que expande la experiencia táctil al permitir visualizaciones dinámicas en tiempo real. Esta sinergia se completa en el aula mediante la creación de modelos tridimensionales que vinculan los elementos geométricos abstractos con la creación artística y el trabajo manual, permitiendo un aprendizaje significativo conectado con la experiencia práctica del estudiante (Piila, 2022).

Finalmente, cualquier intento de innovación interdisciplinar o basado en proyectos choca inevitablemente con la rigidez estructural de los centros educativos y la resistencia de un alumnado habituado a la pasividad del modelo tradicional. La literatura especializada advierte que implementar programas entre distintas disciplinas genera severas dificultades logísticas, dificultades en la gestión de los tiempos y problemas para realizar repartos de tareas equitativos dentro del aula real de secundaria (Gazzola et al., 2020). Además, factores como la complejidad de evaluar el progreso individual dentro de tareas colectivas o el diseño de instrumentos competenciales adecuados suelen frenar estos cambios en los departamentos didácticos (Diego-Mantecón et al., 2021b). Por consiguiente, se justifica la necesidad de diseñar propuestas de intervención que presenten una secuencia temporal y de espacios extremadamente rigurosa, pautada y coordinada. Solo mediante un diseño instruccional de calidad, que organice milimétricamente las sesiones y defina con claridad los roles de los

docentes y estudiantes, se puede garantizar que el proyecto se pueda llevar a cabo de forma real en el centro y asegurar que la colaboración conduzca a un aprendizaje significativo.

2. MARCO TEÓRICO

2.1. De STEM a STEAM: Evolución y definición

El contexto histórico de la metodología STEM (ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas en inglés: Science, Technology, Engineering, and Mathematics) comienza durante la época de la carrera espacial, más concretamente, se remonta al lanzamiento del Sputnik en 1957. En ese momento se señaló la necesidad de inversión en tecnología e innovación (Gonzalez y Kuenzi, 2012; Sanders, 2009, como se citó en Pokropek, 2024). Este acontecimiento provocó un cambio en las prioridades educativas a nivel mundial, constituyendo la ciencia, la tecnología, la ingeniería y las matemáticas materias prioritarias para ese liderato científico mundial.

Inicialmente fue propuesto el término SMET por la National Science Foundation (NSF) en Estados Unidos durante la década de 1990 para integrar todas las disciplinas. Sin embargo, para evitar la similitud fonética con el término “smut” (obsenidad en inglés), se decidió finalmente utilizar el acrónimo STEM (Sanders, 2009; Rimes y León de la Barra, 2014, como se citó en Pokropek, 2024).

Podría decirse que el enfoque STEM se creó para potenciar habilidades como la creatividad, la colaboración, el pensamiento crítico y la comunicación (Chung y Li, 2021). Con la introducción de STEM se incrementaron rápidamente las inversiones en los centros educativos en dispositivos electrónicos, programas extraescolares de STEM, programas de robótica...

El enfoque STEM se define como la integración de cuatro disciplinas fundamentales que interactúan de forma sinérgica para abordar problemas complejos. La ciencia (S) actúa como el pilar teórico, aportando el estudio sistemático de las leyes naturales, mientras que la tecnología (T) representa la aplicación práctica de dicho conocimiento mediante herramientas y sistemas que optimizan la interacción humana con el entorno. Por su parte, la ingeniería (E) funciona como el puente entre lo conceptual y lo material, empleando principios científicos y modelos matemáticos para diseñar soluciones tangibles que satisfagan necesidades sociales.

Finalmente, las matemáticas (M) se constituyen como el lenguaje transversal del modelo, proporcionando la estructura lógica y la capacidad de cuantificación necesarias para el análisis de datos y la validación de diseños en las demás áreas (Pokropek, 2024). A primera vista, la relación entre estos elementos es simbiótica, ya que cada disciplina contribuye y refuerza a las demás. La ciencia ofrece la base teórica, la tecnología traduce la teoría en aplicaciones prácticas, la ingeniería proporciona las metodologías para crear dichas aplicaciones y las matemáticas ofrecen las herramientas para el análisis y el diseño. Sin embargo, en la práctica, la realidad resulta ser más compleja.

El nombre actual STEAM, fue ideado en el año 2006 por Georgette Yakman y se escribía de una forma ligeramente diferente: STΣ@M. La propuesta de Yakman era crear un currículo que fusionara los campos integrados en STEM con las artes y que como consecuencia esta metodología estuviera más integrada en la educación (Yakman, 2008; Yakman y Lee, 2012, como se citó en Pokropek, 2024). La incorporación del arte a la educación STEM fue a su vez promovida por parte de la National Art Education Association (NAEA) que incluyó cuatro principales motivos para esta decisión: valorar por igual todas las disciplinas enmarcadas dentro de la metodología STEAM, implementar una amplia variedad de enfoques, fomentar la creatividad y la innovación y reconocer el rigor de las artes visuales (Hunter-Doniger, 2018, como se citó en Chung y Li, 2021). Esta adición de la A de arte, permite ofrecer una visión más humanista, más completa en términos de cultura, música y humanidades, ya que esta inclusión también abarca otros elementos como la ética, la retórica y la estética. De esta forma se consigue formar a futuros científicos más inteligentes y creativos (Queiruga-Dios et al., 2021).

En la actualidad se define a STEAM como un enfoque educativo de carácter interdisciplinar que motiva la integración de la ciencia, la tecnología, la ingeniería, el arte y las matemáticas centrándose en el estudiante al que ofrece una educación holística y atractiva, y donde la enseñanza es dinámica, involucrando actividades científicas y artísticas dentro de un ambiente colaborativo y reflexivo. Este enfoque permite a su vez el desarrollo de habilidades necesarias para el siglo XXI, algo necesario en la formación de ciudadanos en un mundo cada vez más diverso y complejo (Martínez Hernández y Pascuas Rengifo, 2025).

Para que este enfoque holístico de STEAM sea funcional es necesario cierto nivel de integración disciplinar. Mientras que un modelo multidisciplinar aborda las materias de forma aislada bajo un tema común, y el interdisciplinar establece conexiones explícitas entre ellas, el enfoque transdisciplinar desafía la división del conocimiento en disciplinas separadas para aplicarlo de forma integrada en situaciones del mundo real. Alcanzar este último nivel es fundamental para que el alumnado perciba las matemáticas no como un compartimento estanco, sino como una herramienta viva y necesaria para resolver retos complejos en su entorno (Pokropek, 2024).

2.2. La cultura STEAM

El enfoque STEAM permite también desarrollar las habilidades digitales necesarias para la adaptación de los estudiantes al siglo XXI, siempre que dicha evolución se fundamente en un aprendizaje activo. Este dinamismo tiene como objetivo conseguir que el aprendizaje sea más atractivo generando un aumento en el compromiso de los estudiantes (Martínez Hernández y Pascuas Rengifo, 2025). La posibilidad de utilizar herramientas tecnológicas y fomentar la creatividad a través de la expresión artística también contribuyen a un mayor encanto.

Bajo este prisma, la inclusión de las artes actúa como un motor para contextualizar problemas matemáticos, permitiendo que el estudiante traduzca e interprete enunciados complejos de forma innovadora (Marques et al., 2023). Esta integración rompe la dicotomía entre ciencia y creatividad, uniendo procesos cognitivos con aspectos estéticos que favorecen la implicación en la resolución de problemas. Al trabajar en este entorno, el alumnado no solo adquiere conocimientos técnicos, sino que mejora su capacidad de reflexión y argumentación (Queiruga-Dios et al., 2021).

2.3. Barreras e inconvenientes del enfoque STEAM

Los desafíos iniciales a los que se enfrenta la metodología STEAM suelen ser de carácter institucional. Las investigaciones más recientes señalan que un 75% de las investigaciones en STEM provienen de Estados Unidos y que existe una notable falta de evidencia en la Unión Europea. Además, casi la mitad de las publicaciones existentes no son artículos de investigación, sino debates o resúmenes que no contribuyen sustancialmente al conocimiento científico en este campo (Pokropek, 2024). Esta situación deriva en una falta evidente de

pautas sobre la forma de implementar la metodología para enseñar las distintas materias de una forma integrada.

En clave de centros educativos, el enfoque integrado supone un desafío considerable, ya que precisa de una exhaustiva planificación y diseño previa a su implementación. Además, esta metodología confronta obstáculos estructurales como la rigidez horaria de los centros, los recursos y costes que precisa, con una gran demanda de materiales tanto tecnológicos como manipulativos que contrasta con las realidades de los centros (Martínez Hernández y Pascuas Rengifo, 2025). Quizás, la dificultad más acuciante es la de encontrar un equilibrio en la inclusión de las distintas disciplinas. Es complejo conseguir realizar un proyecto que englobe a las cinco disciplinas y que permita traducir el trabajo realizado a las diferentes materias por igual, evitando que los contenidos matemáticos se diluyan en favor de la parte artística o se reduzcan a cálculos meramente utilitarios (Diego-Mantecón et al., 2021b).

Estos factores tienen como consecuencia otros desafíos igualmente complejos, como la necesidad de formación específica en enfoques interdisciplinares para el profesorado, quien a menudo manifiesta falta de confianza para abordar contenidos fuera de su especialidad técnica (Diego-Mantecón et al., 2021a). Finalmente destaca la dificultad para evaluar esta metodología dentro de un sistema competencial que permanece desglosado en distintas materias, representando un reto el diseño de instrumentos evaluativos que tengan la capacidad de diferenciar el desempeño grupal del progreso individual de cada estudiante (Diego-Mantecón et al., 2021b).

2.4. Aprendizaje basado en proyectos (ABP) y colaborativo

Una de las opciones disponibles para promover la educación STEAM es el aprendizaje basado en proyectos (ABP), debido a sus características que potencialmente facilitan las habilidades del siglo XXI. Se considera que un enfoque más claro sobre cómo el ABP STEAM se materializa en el aula diaria es clave para comprender cómo los docentes establecen y comparten expectativas, toman decisiones sobre las actividades y encuentran formas de evaluación o estrategias para desarrollar los contenidos. Por lo tanto, se entienden los diseños instruccionales del ABP STEAM como el conjunto completo de recursos establecidos en las

unidades didácticas dentro del marco pedagógico del ABP que sirven para adquirir competencias STEAM (Pérez Torres et al., 2024).

Esto se puede corroborar con lo expresado por Martínez Hernández y Pascuas Rengifo (2025), quienes destacan que el ABP es la estrategia educativa predilecta por los investigadores para potenciar la enseñanza STEAM, estando presente en un 32% de los casos revisados. Entre los motivos que sustentan esta preferencia se señala que permite al alumnado abordar la ciencia desde un ángulo interdisciplinario, ejercitando la curiosidad, el trabajo colaborativo y el pensamiento crítico en contextos prácticos y trascendentes para sus vidas. Esta sinergia colaborativa entre el arte y la ciencia no solo enriquece el aprendizaje, sino que apoya una comprensión más amplia y representativa de la sociedad actual.

Para Portillo-Blanco et al. (2024) el enfoque de Aprendizaje Basado en Proyectos implica ir más allá del marco tradicional de cada disciplina y adoptar una estructura curricular orientada a proyectos para reintegrar y reorganizar el conocimiento de las materias STEM relacionadas según el tema elegido. Su propuesta se articula en una secuencia de enseñanza y aprendizaje que consta de seis pasos principales: (1) crear un contexto relacionado con el fenómeno o modelo que se desea analizar durante el proyecto. Este contexto o problema debe ser interesante y familiar para los estudiantes, pero no debe tener una solución única y obvia. (2) Después de la presentación, se debe permitir a los estudiantes expresar sus ideas e hipótesis iniciales sobre el proyecto presentado mediante gráficos, dibujos y argumentación escrita. Así, sobre esta base, comienza el proceso de adquisición de conocimiento. (3) Durante el proceso, se debe priorizar la evidencia mediante la planificación, evaluación o desarrollo de un diseño que puede ser cerrado, estructurado, guiado o abierto. La decisión depende de la experiencia y las habilidades que los estudiantes tengan en ABP. (4) Para aportar realismo al proyecto, es recomendable analizar datos reales o hipotéticos que permitan representar, evaluar y relacionar los resultados. (5) De esta forma, los estudiantes pueden confirmar o refutar sus ideas iniciales utilizando los datos analizados y (6) resolver el proyecto de acuerdo con su aprendizaje. Estas conclusiones deben comunicarse mientras los estudiantes toman conciencia de lo que han aprendido, cómo y qué aplicación tuvo. Estos pasos no constituyen un algoritmo rígido, sino una guía práctica flexible que puede variar según el tipo de proyecto. En esta misma línea, Pérez Torres et al. (2024) fundamentan el diseño instruccional de calidad

en seis pasos a seguir: (1) comenzar con una pregunta impulsora con un problema implícito, (2) centrarse en objetivos de aprendizaje clave, (3) participar en prácticas científicas para responder a la pregunta impulsora, (4) participar en actividades colaborativas, (5) usar tecnologías de aprendizaje para dar soporte a las prácticas científicas, y (6) crear un producto tangible como representación externa del aprendizaje de la clase. Como se evidencia en ambos casos el proceso a seguir es muy similar y, por lo tanto, ambos marcos han de ser utilizados como una guía práctica y moldeable de cara a futuras consideraciones. El éxito de estos diseños reside en el equilibrio entre la acción práctica y la profundidad de los objetivos curriculares trascendentes para la vida del alumno.

Al igual que ocurre con el Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP), el Aprendizaje Colaborativo es una forma muy utilizada en las propuestas relacionadas con un enfoque STEAM. El Aprendizaje Colaborativo se puede definir como “estudiantes que trabajan juntos para un propósito común”. En estas situaciones esta técnica ayuda a los estudiantes a examinar fenómenos y a relacionar nuevos conocimientos con los ya existentes. También brinda oportunidades para generar debates, resolver conflictos y comunicarse abiertamente, permitiendo estimular las habilidades de pensamiento divergente entre los alumnos, así como generar diferentes enfoques y estrategias de solución (Diego-Mantecón et al., 2021b).

Más allá de sus beneficios en el desarrollo del pensamiento divergente, es preciso distinguir el aprendizaje colaborativo de otras formas de trabajo grupal como la cooperación. Según la literatura especializada, esta diferenciación se consolidó hacia finales de la década de los 90, estableciendo que mientras la cooperación se basa en una división fragmentada del trabajo donde cada individuo es responsable de una parte aislada, la colaboración exige un compromiso mutuo y un esfuerzo coordinado para resolver el problema de manera unitaria (Dillenbourg et al., 1996, citado en Leng et al., 2021). En el marco de un proyecto STEAM, esta distinción resulta fundamental, ya que la colaboración se articula a través de cuatro dimensiones diferenciadoras: la resolución conjunta de tareas abiertas en lugar de asignaciones separadas, la persecución de un objetivo común compartido, el fortalecimiento de los vínculos interpersonales para lograr una comprensión colectiva del proyecto y, finalmente, la creación de un contexto común que favorezca un lenguaje y entendimiento mutuo (Edmondson y Nembhard, 2009; Nissen et al., 2014, citados en Leng et al., 2021). De

este modo, la colaboración no se limita a una simple técnica organizativa, sino que constituye el entorno social necesario para que el alumnado integre con éxito los principios científicos, tecnológicos y creativos propios de la metodología implementada.

2.5. Aprendizaje manipulativo

El empleo estructurado de materiales manipulativos en la etapa de Educación Secundaria es reconocido por la investigación actual como una estrategia de "alto impacto" para mejorar el aprendizaje de las matemáticas (Hodgen et al., 2024), constituyendo a su vez el soporte empírico indispensable sobre el que se asienta el enfoque interdisciplinar STEAM. En este sentido, la transición entre el pilar teórico de la ciencia (S) y el diseño material propio de la ingeniería (E) y las artes (A) se viabiliza mediante la acción directa sobre elementos tangibles. Estas herramientas se consideran fundamentales para dar soporte a los denominados conceptos umbral, que son aquellos conocimientos básicos que transforman drásticamente la manera en que el alumnado percibe y desarrolla la asignatura (Hodgen et al., 2024). Desde una perspectiva teórica, estos materiales permiten al estudiante ilustrar y descubrir conceptos mediante la interacción directa, facilitando la construcción de modelos cognitivos propios que progresan desde un nivel concreto hacia la abstracción total (Odum, 2022).

Para que el uso de estos recursos resulte efectivo en el aula, la labor docente es crítica: no basta con la mera manipulación, sino que el profesor debe mostrar y enseñar explícitamente qué es lo que estas herramientas van a representar, transformando los objetos en un lenguaje común para comunicar modelos internos (Hodgen et al., 2024). Sin embargo, se advierte que el alumnado de secundaria puede mostrar una resistencia inicial hacia estas estrategias si no está familiarizado con ellas, lo que exige varias fases de implementación por parte del docente para alcanzar los beneficios esperados en los estudiantes (Hodgen et al., 2024).

Finalmente, otras investigaciones destacan que los materiales tangibles presentan limitaciones intrínsecas para representar transformaciones espaciales complejas o fenómenos dinámicos (Muñoz Pinto y Guillén Ruíz, 2025). Es en este escenario donde las herramientas tecnológicas, como GeoGebra, actúan como un soporte pedagógico que complementa y expande la experiencia manipulativa física. Esta integración permite una visualización dinámica en tiempo

real que afianza los aprendizajes al permitir la exploración de objetos que no siempre son físicamente posibles de construir (Muñoz Pinto y Guillén Ruíz, 2025).

2.6. El formato KIKS

El acrónimo KIKS (Kids Inspire Kids for STEAM) se traduce al español como “Chico/as que Motivan a Chico/as en las STEAM y se trata de un proyecto que ha sido financiado por el programa Erasmus + y el programa H2020 de la Comisión Europea. Una de las motivaciones de este proyecto fue encontrar a alumnos e incluso familias que no disfrutaban de las matemáticas en especial ni de las disciplinas STEM en general llegando a presentar casos de ansiedad o fobia hacia las matemáticas o a la tecnología, y se han abandonado esas materias en cuanto han podido. Otra de las metas principales fue la idea de trabajar globalmente las competencias clave, surgiendo así iniciativas europeas como KIKS y STEMforYouth, que combinan el uso del aprendizaje basado en proyectos con el uso del formato KIKS formando una combinación muy completa que provoca la realización de proyectos con el desarrollo de todas las competencias clave (Diego-Mantecón et al., 2021a). El trabajo en pequeños grupos, la investigación, la experimentación, el “learn by doing”, la comunicación científica y la colaboración internacional son sus aspectos más destacables.

La implementación del ABP STEAM bajo el formato KIKS se rige por un protocolo de elaboración estructurado donde el alumnado asume un rol protagonista y colaborativo, mientras el docente actúa como un facilitador que supervisa y promueve la autonomía en la toma de decisiones. Estos proyectos, que a menudo se desarrollan en una lengua extranjera para fomentar la competencia plurilingüe, pueden originarse a partir de inquietudes propias de los estudiantes o de repositorios especializados. El proceso exige que cada participante se involucre de manera transversal en todas las fases: desde la planificación y resolución de problemas hasta la investigación y el diseño final. Como resultado tangible, cada equipo debe producir una memoria técnica de carácter analítico y un producto audiovisual que documente la dimensión práctica y constructiva del producto. Finalmente, la metodología culmina con la difusión de los hallazgos en distintos foros, permitiendo una fase de evaluación externa y refinamiento del proyecto basada en la interacción con audiencias diversas (Diego-Mantecón et al., 2021a).

2.7. La etnomatemática y los Himmelis

La etnomatemática se define, en un sentido amplio, como el estudio de las capacidades humanas para observar, clasificar, ordenar, medir, cuantificar e inferir, con el objetivo de comprender y explicar los fenómenos de la realidad (D'Ambrosio, 2020). Este programa busca recuperar el carácter humanista, social y cultural de las matemáticas, reconociéndolas como una manifestación de la inteligencia humana presente en todas las culturas y no solo como una herramienta de utilidad técnica (D'Ambrosio, 2020).

Desde una perspectiva pedagógica, la etnomatemática plantea al docente el reto de transitar desde las prácticas culturales hacia la práctica pedagógica, integrando elementos del contexto cotidiano y artesanal en el diseño de actividades para el aula (Acosta et al., 2024). Al introducir el componente artístico en las materias técnicas (evolucionando de STEM a STEAM), se fomenta una pedagogía viva y dinámica que estimula la curiosidad, la imaginación y la creatividad del alumnado (Acosta et al., 2024; D'Ambrosio, 2020).

El himmeli es un móvil decorativo tradicional de Finlandia que consiste en una estructura tridimensional compleja y simétrica. Su nombre proviene de la palabra sueca y alemana *himmel*, que significa cielo o paraíso (Härkönen et al., 2018). Tradicionalmente, estas figuras se elaboraban con paja de centeno y se colgaban sobre la mesa durante el festival de la cosecha y en Navidad como un augurio de prosperidad; existía la creencia de que cuanto más elaborado fuera el himmeli, más abundante sería la cosecha del año siguiente (Koskiahde e Itkonen, 2016; Koski, 2018).

En cuanto a su geometría, si bien la estructura base del himmeli tradicional suele ser el octaedro, actualmente existen múltiples variantes con una gran diversidad de formas y materiales que exploran la complejidad de los poliedros y los sólidos platónicos (Koski, 2018; Piila, 2022).

En el ámbito educativo, los himmelis son herramientas idóneas para el estudio de la geometría espacial a través de una metodología altamente manipulativa. Al construir estas figuras con materiales sencillos como pajitas y cordeles, el alumnado deja de ser un espectador pasivo

para convertirse en un creador activo de su propio conocimiento (Piila, 2022; Arantes Sad y Araujo Lorenzoni, 2020).

Este enfoque permite la visualización directa de aristas y vértices, facilitando la comprensión de la estructura interna de los poliedros de una manera que los modelos sólidos tradicionales no permiten (Piila, 2022). A través de este proceso constructivo, los estudiantes pueden, mediante la experimentación y el ensayo-error, descubrir conceptos geométricos fundamentales y transformar fórmulas abstractas en realidades tangibles (Piila, 2022). Finalmente, esta práctica potencia el desarrollo de la visión espacial y la conciencia estética, humanizando el currículo de matemáticas al conectar el rigor científico con el patrimonio cultural (D'Ambrosio, 2020; Piila, 2022).

3. OBJETIVOS

3.1. Objetivo general

Diseñar, fundamentar y evaluar una propuesta didáctica innovadora para 2º de ESO bajo el enfoque STEAM y el trabajo colaborativo, que muestre la utilidad del aprendizaje manipulativo para la comprensión de la geometría espacial en matemáticas.

3.2. Objetivos específicos

Con el fin de alcanzar el objetivo general se establecen los siguientes objetivos específicos:

- Aplicar el marco competencial y multidisciplinar del enfoque STEAM para fundamentar teóricamente la propuesta de intervención.
- Desarrollar una propuesta didáctica orientada a la comprensión de la geometría espacial, articulando de forma sinérgica las herramientas TIC y la experimentación manipulativa.
- Estructurar un proyecto abierto y variado que potencie el desarrollo de la creatividad y las dinámicas colaborativas a través del diseño y la construcción física.
- Evaluar la viabilidad de la intervención y valorar el impacto de utilizar recursos físicos y sostenibles en el aprendizaje del alumnado.

4. METODOLOGÍA

El diseño metodológico de esta propuesta busca transformar el aprendizaje de la geometría espacial en una experiencia activa y contextualizada, integrando el rigor matemático con la experimentación física. Se opta por un modelo híbrido que combina una fase de fundamentación teórica inicial con una propuesta basada en el diseño y la creación.

4.1. Enfoque metodológico y estrategias pedagógicas

La propuesta se vertebra sobre los siguientes pilares pedagógicos:

- **Enfoque STEAM:** Integra las Matemáticas con la Ingeniería (estructuras), la Tecnología (GeoGebra y edición de vídeo), el Arte (diseño estético) y la Ciencia con la conciencia ecológica. Este enfoque permite que el alumnado perciba las matemáticas como una herramienta viva para resolver retos reales.
- **Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP):** El alumnado trabaja de forma motivadora hacia un producto final tangible: el diseño de un jardín vertical colectivo mediante la construcción de Himmelis.
- **Aprendizaje Colaborativo:** Se organiza el aula en grupos heterogéneos de tres alumnos. Se fomenta un trabajo en equipo donde la responsabilidad es compartida, exigiendo un compromiso mutuo para resolver el proyecto.
- **Aprendizaje Manipulativo:** El paso del modelo digital a la construcción física con pajitas de cartón permite ayudar al alumno en la comprensión de los conceptos más fundamentales, transformando fórmulas abstractas en realidades tangibles.
- **Etnomatemática de la cultura finlandesa:** A través del formato KIKS (Kids Inspire Kids in STEAM), el proyecto recupera el carácter humanista y cultural de las matemáticas al utilizar el Himmeli como vehículo para explorar la geometría tridimensional.

4.2. Desarrollo de la propuesta y labor docente

La secuencia didáctica de 14 sesiones se divide en dos fases donde el rol del profesor evoluciona de instructor a facilitador.

Fase 1: Fundamentación Teórica y Digital (Sesiones 1-5)

- **Sesiones 1, 2, 3 y 5 (Aprendizaje Tradicional Teórico-Práctico):** Se asientan los conceptos de poliedros, áreas y volúmenes mediante ejercicios progresivos.

- Labor docente: Actúa como experto y guía, apoyándose en la pizarra y la pizarra digital interactiva (PDI) para explicar la teoría y supervisar la resolución de problemas.
- Sesión 4: Introducción al modelizado tridimensional: uso básico de GeoGebra Gráficas 3D y verificación geométrica: Los alumnos aprenden a usar el software para modelar cuerpos y verificar los ejercicios realizados previamente en papel.
 - Labor docente: Actúa como asistente en el manejo del software, enseñando las herramientas básicas de GeoGebra 3D y guiando la autoevaluación de las soluciones por parte del alumno.

Fase 2: Proyecto "El jardín de los Himmelis" (Sesiones 6-14)

- Sesión 6: Lanzamiento del proyecto: El jardín geométrico vertical y sostenible: la belleza de los Himmelis: Presentación del reto y formación de grupos colaborativos.
 - Labor docente: Actúa como motivador y organizador, explicando el proyecto a realizar, presentando los objetivos del enfoque KIKS y realizando el sorteo de temáticas matemáticas.
- Sesiones 7 y 8: Modelado digital del Himmeli y cálculo de sus dimensiones: Prototipado en GeoGebra 3D para validar la viabilidad del diseño.
 - Labor docente: Actúa como asistente técnico y supervisor, realizando un seguimiento por las mesas para validar que los diseños sean geométricamente correctos antes de la construcción.
- Sesiones 9, 10 y 11: Construcción física del Himmeli: Montaje artesanal de la estructura utilizando materiales sostenibles.
 - Labor docente: Actúa como consejero y supervisor, guiando el razonamiento de los estudiantes ante dificultades de resistencia mecánica o nivelación, asegurando la seguridad en el aula.
- Sesión 12: Producción del video explicativo del proyecto: Grabación de la defensa técnica y cultural en inglés.
 - Labor docente: Actúa como asistente técnico de producción, gestionando los espacios de rodaje y supervisando el uso de dispositivos, delegando la responsabilidad lingüística en el alumnado.
- Sesiones 13 y 14: Exposición, evaluación y montaje del jardín vertical colectivo: Defensa oral frente a la clase e instalación final del producto compartido.

- Labor docente: Actúa como moderador y evaluador, gestionando los tiempos de exposición, registrando las rúbricas de evaluación y supervisando el colgado seguro del jardín vertical.

5. DESARROLLO DE LA PROPUESTA

La presente propuesta se integra dentro de la Unidad Didáctica dedicada al bloque de Poliedros para el alumnado de la asignatura de Matemáticas de 2º de ESO. Esta unidad se ha diseñado para implementarse íntegramente durante el mes de mayo con un marco temporal estructurado en un total de 14 sesiones lectivas. Aunque un bloque estándar de cuatro semanas en Educación Secundaria suele disponer de 16 horas de clase, la programación se ha ajustado de manera realista previendo una horquilla de 14 sesiones con el fin de absorber las contingencias habituales del calendario escolar en este periodo del curso (festividades como el puente de inicio de mayo, actividades complementarias del centro o la realización de pruebas de evaluación de unidades previas).

La secuenciación de la unidad se divide en dos fases claramente diferenciadas y consecutivas:

- Fase de Fundamentación Teórica (Sesiones 1 a 5): Bloque de corte más tradicional orientado al asentamiento de los contenidos conceptuales e indispensables sobre poliedros, áreas y volúmenes, con una sesión dedicada al aprendizaje digital.
- Situación de Aprendizaje (Sesiones 6 a 14): Compuesta por las 9 últimas sesiones, donde se despliega propiamente la Situación de Aprendizaje "El jardín geométrico vertical y sostenible: la belleza de los Himmelis".

5.1. Objetivos de la situación de aprendizaje

Para asegurar la coherencia curricular de la propuesta, se definen las metas que el alumnado habrá alcanzado una vez concluidas todas las sesiones, concretadas en los siguientes objetivos de la presente situación de aprendizaje:

- Analizar y clasificar cuerpos geométricos tridimensionales, identificando de forma práctica las propiedades de poliedros, prismas y pirámides, así como las relaciones espaciales entre sus elementos (vértices, aristas y caras).

- Utilizar el software GeoGebra mediante la apariencia de Gráficos 3D como herramienta de modelado geométrico, diseñando y testando virtualmente los modelos de Himmelis mediante el ensayo y error de diferentes formas antes de su fabricación.
- Aplicar el Sistema Métrico Decimal para la medición directa, estimación y corte de precisión de las longitudes de los materiales utilizados en el modelado.
- Resolver problemas métricos en el espacio mediante herramientas geométricas, aplicando de manera práctica relaciones de proporcionalidad y cálculo de longitudes para asegurar la estabilidad física de la estructura al introducir la planta.
- Desarrollar destrezas socioafectivas a través del trabajo colaborativo, organizándose de forma autónoma en tríos heterogéneos, gestionando los plazos de entrega y regulando las emociones ante las dificultades del montaje físico.
- Fomentar el compromiso con la sostenibilidad en el entorno escolar, mediante el uso selectivo de materiales reciclados y la creación de una zona verde colectiva integrada dentro del propio edificio del instituto.

5.2. Marco legal y concreción curricular

El diseño y la estructura pedagógica de la presente propuesta didáctica se fundamentan en el marco normativo vigente. A nivel estatal, la propuesta se ampara en la Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación, [LOMLOE], así como en su desarrollo a través del Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria (Real Decreto 217/2022). Para su aplicación en el aula, se siguen las directrices del Decreto 39/2022, de 29 de septiembre, por el que se establece la ordenación y el currículo de la educación secundaria obligatoria en la Comunidad de Castilla y León (Decreto 39/2022). Esta base legal prescribe la articulación de la materia de Matemáticas a través de enfoques prácticos y competenciales, los cuales se concretan a continuación.

5.2.1. Contenidos incorporados en la propuesta

La ordenación curricular de la Comunidad de Castilla y León establece que los contenidos del segundo curso de la ESO deben organizarse en torno a áreas de conocimiento práctico. En este sentido, la propuesta se encuadra inicialmente en los contenidos disciplinares compartidos con cualquier unidad didáctica ordinaria de la materia:

- **Contenidos de Geometría Espacial:** Orientados al estudio de las formas de dos y tres dimensiones. El alumnado trabaja de manera directa las propiedades de los poliedros, pirámides y prismas, analizando las relaciones espaciales entre sus elementos (vértices, aristas y caras) y la visualización de desarrollos planos.
- **Contenidos de Medida y Relaciones Geométricas:** Centrados en la medición directa de magnitudes utilizando de manera sistemática el de la medida a través del Sistema Métrico Decimal, así como en la aplicación geométrica de herramientas esenciales como el Teorema de Pitágoras y el Teorema de Tales.

Sin embargo, al articularse esta unidad bajo el formato de una Situación de Aprendizaje, los contenidos se expanden con respecto a otras prácticas, requiriendo la incorporación de los denominados Contenidos del Sentido Socioafectivo. En el Decreto 39/2022 se prescribe de forma explícita la necesidad de desarrollar destrezas emocionales y relacionales en el aprendizaje matemático. En esta propuesta, dicho bloque se materializa a través de la organización del aula en grupos cooperativos heterogéneos de tres personas.

Debido a la obligatoriedad de cumplir con los objetivos constructivos en unos plazos temporales, el alumnado debe regularse emocionalmente, así como aprender a gestionar el error ante los imprevistos técnicos propios del montaje físico (como la rotura de un hilo, el destensado de la estructura o un corte impreciso en el cartón rígido). Asimismo, la necesidad de unificar criterios de diseño en tríos obliga a trabajar la comunicación, el consenso en la toma de decisiones y la distribución equitativa de tareas, promoviendo una responsabilidad conjunta tanto en el éxito del producto final.

5.2.2. Competencias incorporadas en la propuesta

A través de esta Situación de Aprendizaje se trabajan las 8 Competencias Clave que exige la ley para el final de la etapa de la ESO, estas son:

1. Competencia en Comunicación Lingüística (CCL).
2. Competencia Plurilingüe (CP).
3. Competencia Matemática y Competencia en Ciencia, Tecnología e Ingeniería (STEM)
4. Competencia Digital (CD).
5. Competencia Personal, Social y de Aprender a Aprender (CPSAA).

6. Competencia Ciudadana (CC).
7. Competencia Emprendedora (CE).
8. Competencia en Conciencia y Expresión Culturales (CCEC).

5.3. Consideraciones Metodológicas para el Desarrollo de las Sesiones

Para articular la transición de la teoría tradicional a esta propuesta, el docente actúa como un facilitador a través de dos intervenciones críticas:

- Asistencia digital con GeoGebra 3D (Sesiones de modelado): El uso del software de geometría dinámica es fundamental para visualizar las propiedades de los poliedros antes de su construcción física, así como para conocer las dimensiones de cada arista y del material necesario en cada parte del Himmeli, por eso se ha creado un manual para el diseño del poliedro (véase Anexo 4: Manual de modelado tridimensional y construcción física de estructuras Himmeli). Asumiendo que el nivel de familiaridad del alumnado con la herramienta puede ser heterogéneo (pudiendo haber tenido solo contactos iniciales y superficiales en unidades anteriores), el docente, además realizará una sesión de introducción al modelado en 3D para lo que se ayudará de la pizarra digital interactiva (PDI) durante la sesión 4 (véase Anexo 3: Sesión 4), explicando los conceptos principales para usar este software. En estas sesiones se explicarán funciones del modelado muy simples y concretas, asegurando que el software sea un elemento inclusivo y no una barrera cognitiva.
- Instrucción artesanal durante la fase manipulativa: En el paso del modelado digital a la fase artesanal del Himmeli, para ello se ha realizado un manual explicando los pasos a seguir en la construcción del poliedro (véase Anexo 4: Manual de modelado tridimensional y construcción física de estructuras Himmeli). En esta guía se explicará técnicamente cómo enhebrar la cuerda de cáñamo a través de las pajitas de cartón reciclado y cómo ejecutar los nudos para que la estructura mantenga la tensión. Esta instrucción es clave para garantizar la limpieza estética de la estructura y, sobre todo, para conferirle la rigidez mecánica necesaria que la estructura pueda soportar en su conjunto el peso de una planta pequeña, garantizando así la viabilidad del jardín vertical final.

5.4. Desarrollo secuenciado de las sesiones de la Unidad Didáctica

Con el fin de ofrecer una visión operativa y transparente de la práctica docente, a continuación, se desglosa la secuencia didáctica de las 14 sesiones planificadas para esta unidad. La descripción combina la síntesis de los bloques teóricos iniciales con la exposición detallada del diseño de la Situación de Aprendizaje.

5.4.1. Primera parte: Bloque teórico inicial

Sesión 1: Introducción a los Poliedros, Fórmula de Euler y Sólidos Platónicos

En esta primera sesión teórica se introduce al alumnado en la geometría del espacio empezando por la definición básica de lo que es un poliedro. A continuación, se describen con detalle y de forma ordenada los distintos elementos que lo componen para que los estudiantes aprendan a identificarlos correctamente sobre el papel y en modelos reales: las caras, los vértices, las aristas, el ángulo diedro, el plano diagonal, el ángulo poliedro, la diagonal de una cara y la diagonal interna del poliedro.

Seguidamente, se pasa a nombrar a los poliedros existiendo tres tipos diferentes: poliedros regulares, prismas y pirámides y se clasifican según su ángulo diedro (distinguiendo entre poliedros convexos o cóncavos).

Una vez aclarados los elementos del cuerpo geométrico, se presenta la Fórmula de Euler $C + V = A + 2$, explicando claramente el significado de cada una de sus variables (C para el número de caras, V para el de vértices y A para el de aristas), dedicando un tiempo a realizar un ejemplo práctico en la pizarra para comprobar que la relación se cumple.

Para cerrar el bloque teórico de la jornada, se introduce el concepto de poliedro regular o Sólido Platónico. Se definen sus condiciones normativas y se nombran las cinco únicas estructuras existentes en la naturaleza: tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro. La sesión finaliza destinando el tiempo restante a la realización individual y guiada de ejercicios prácticos relativos a todos los contenidos explicados durante la clase.

El desarrollo detallado de las explicaciones teóricas y la secuencia de ejercicios previstos para esta clase pueden consultarse en el Anexo 3: Sesión 1.

Sesión 2: Estudio de los Prismas: propiedades, desarrollos y cálculo de su área y volumen.

Esta segunda sesión teórico-práctica se centra de manera exclusiva en el estudio de los prismas, comenzando la jornada directamente con la explicación conceptual de este cuerpo geométrico. A continuación, se describen de forma ordenada los diferentes elementos que se incluyen y distinguen en él, como son las bases, las caras laterales, las aristas de la base, las aristas laterales y la altura, asegurando así su correcta identificación espacial por parte del alumnado. Seguidamente, se introduce el bloque analítico de la sesión, donde se muestra de manera estructurada el procedimiento para realizar el cálculo del área y el volumen de un prisma. En esta parte se detalla la deducción del área total a partir de la suma del área lateral y el área de las dos bases, así como la expresión matemática para obtener el volumen mediante el producto del área de la base por la altura del cuerpo.

Para cerrar la sesión y consolidar de forma práctica todos los contenidos explicados, se destina el tiempo restante a la realización de cuatro ejercicios específicos, ordenados de forma estratégica según su finalidad didáctica. El primer ejercicio sirve como una toma de contacto inicial de carácter introductorio en el que los estudiantes deben calcular el área y el volumen de un prisma pentagonal conociendo el lado, la apotema y la altura, aplicando las fórmulas de manera directa. El segundo ejercicio plantea el cálculo del área y el volumen de un prisma rectangular a partir de los lados del rectángulo de la base y su altura, teniendo como objetivo explícito mostrar de forma visual y analítica la diferencia de área que existe entre las distintas caras laterales. El tercer ejercicio requiere calcular el área y el volumen de un prisma triangular equilátero conociendo un lado de la base y su altura, una actividad fundamental que sirve para introducir la aplicación del teorema de Pitágoras en los poliedros al tener que hallar deductivamente la altura del triángulo de la base. Finalmente, el cuarto ejercicio se presenta en forma de problema contextualizado donde se pide calcular el volumen y el área de las paredes laterales de una estructura, con el propósito de que los alumnos trabajen la comprensión lectora y vayan conectando la terminología lingüística del enunciado con los conceptos matemáticos del propio poliedro.

El desarrollo detallado de las explicaciones teóricas y la secuencia de estos cuatro ejercicios previstos para la clase pueden consultarse en el Anexo 3: Sesión 2.

Sesión 3: Estudio de las Pirámides: Propiedades, casos de Pitágoras en pirámides y áreas y volúmenes.

Esta tercera sesión se dedica por completo al estudio de las pirámides, planteando un esquema de trabajo muy similar al desarrollado con los prismas, pero adaptado a las propiedades de estos cuerpos geométricos. La jornada da comienzo directamente con la explicación conceptual de la pirámide y la descripción ordenada de todos los elementos contenidos y distinguidos en ella, tales como la base, el vértice o cúspide, las caras laterales, las aristas de la base, las aristas laterales y la altura, garantizando así su correcta identificación espacial por parte del alumnado. A continuación, se introduce el bloque analítico de la sesión enfocado en el procedimiento para el cálculo del área y del volumen de una pirámide, detallando la obtención del área total a partir de la suma del área de su única base y el área lateral, así como la expresión matemática para hallar su volumen combinando el área de la base y la altura del cuerpo. Dentro de este bloque conceptual, se dedican las explicaciones a establecer de manera estructurada tres casos de estudio bien diferenciados en función de los datos de partida de los que se disponga, que pueden ser la altura de la pirámide, la altura de la cara lateral o apotema de la pirámide, o las dimensiones de la arista lateral. Se incide de forma explícita en que en todos estos supuestos se requiere la aplicación del teorema de Pitágoras como herramienta geométrica indispensable, ya sea para deducir las dimensiones ocultas necesarias para obtener el área o para calcular el volumen de la pirámide.

Para cerrar la sesión y consolidar de manera práctica todos los contenidos teóricos expuestos, se destina el tiempo restante a la realización de tres ejercicios específicos planteados estratégicamente de forma progresiva. El primer ejercicio sirve como toma de contacto inicial de carácter introductorio y propone a los estudiantes calcular el área y el volumen de una pirámide pentagonal disponiendo como dato de partida de la apotema de la pirámide. El segundo ejercicio plantea el cálculo del área y el volumen de una pirámide de base rectangular conociendo su altura, una actividad orientada de forma explícita a que los alumnos identifiquen la diferencia de áreas que se produce entre las caras laterales cuando la base es irregular. Por último, el tercer ejercicio requiere calcular el área y el volumen de una pirámide hexagonal regular partiendo únicamente de la longitud de la arista de la pirámide, lo que obliga a aplicar sucesivamente relaciones métricas en el espacio para resolver el cuerpo.

El desarrollo detallado de las explicaciones teóricas y la secuencia de estos tres ejercicios previstos para la clase pueden consultarse en el Anexo 3: Sesión 3.

Sesión 4: Introducción al modelizado tridimensional: uso básico de GeoGebra Gráficas 3D y verificación geométrica.

Esta cuarta sesión de la propuesta didáctica plantea un cambio metodológico sustancial, al estar dedicada por completo al entorno digital y al software geométrico GeoGebra. Para su desarrollo, se contempla el traslado del grupo al aula de informática o, en su defecto, la utilización de dispositivos portátiles o tabletas digitales en el aula ordinaria, empleando específicamente la versión web de GeoGebra Gráficas 3D para evitar la necesidad de realizar instalaciones en los equipos domésticos del alumnado. La jornada comienza directamente con la explicación del entorno de trabajo, introduciendo el significado y la disposición espacial de los ejes de coordenadas tridimensionales, para pasar inmediatamente a enseñar las herramientas fundamentales de navegación e interactividad denominadas Elige y Mueve y Rotar la Vista Gráfica. A continuación, el bloque de aprendizaje se enfoca en los procedimientos para la introducción y generación de puntos en el espacio, mostrando tanto el uso de la herramienta visual específica como la inserción manual de coordenadas en la barra de entrada, complementando este bloque con las funciones avanzadas de Punto Medio o Centro y Simetría Central. Tras el dominio del punto, se explica la construcción lineal mediante la herramienta Segmento para la formación de aristas, lo que da paso a la creación de superficies poligonales en dos dimensiones; en este punto, se diferencian de forma clara los polígonos regulares de los irregulares a través del manejo selectivo de las herramientas Polígono Regular y Polígono. El salto hacia las tres dimensiones se introduce formalmente mediante la generación guiada de prismas y pirámides a partir de las bases construidas, utilizando para ello los comandos automatizados Extrusión a Prisma y Extrude a Pirámide. Una vez consolidados los cuerpos volumétricos, se muestra de manera rápida el uso de la ventana de configuración del programa, permitiendo a los alumnos personalizar aspectos estéticos como los colores y los niveles de opacidad de las caras de sus poliedros. Para finalizar el bloque formativo del software, se enseña a obtener de forma analítica magnitudes geométricas con el apoyo de las herramientas Distancia o Longitud, Volumen y Desarrollo, destacando cómo esta última opción permite el cálculo indirecto de áreas al desglosar el cuerpo en el plano bidimensional. La sesión concluye dedicando el tramo final a que los estudiantes reproduzcan

individualmente a ordenador dos de los problemas que ya habían resuelto analíticamente sobre el papel en las jornadas previas, concretamente el de la pirámide rectangular y el del prisma triangular, permitiéndoles contrastar sus resultados manuscritos y descubrir la utilidad del software para la autoafirmación y la verificación técnica de soluciones.

El desarrollo detallado de las explicaciones teóricas y la secuencia práctica prevista para esta clase en soporte digital pueden consultarse en el Anexo 3: Sesión 4.

Sesión 5: Resolución avanzada de problemas de pirámides y cuerpos compuestos.

Esta quinta sesión de la propuesta didáctica se plantea en su primera mitad como un bloque de consolidación y profundización en el estudio de las pirámides, para posteriormente introducir al alumnado en la geometría de los cuerpos complejos. La jornada da comienzo de forma directa con la realización de dos problemas de pirámides de base cuadrada que invierten el orden habitual de resolución analítica. El primero de ellos se presenta como un reto conceptual donde, a partir de los datos conocidos del área total y del área de la base, los estudiantes deben sacar las dimensiones ocultas del cuerpo, concretamente la longitud de los lados de la base y la altura de la pirámide; con esta actividad se trabaja activamente la comprensión lectora y se persigue que el alumnado aprenda a desarrollar de forma inversa las fórmulas matemáticas aprendidas, recurriendo de nuevo al teorema de Pitágoras como herramienta puente indispensable. El segundo problema mantiene una metodología inversa similar, pero en este caso ofreciendo como datos de partida el volumen total y la medida de los lados de la base cuadrada, teniendo como objetivo que los alumnos hallen de manera deductiva la apotema de la pirámide o altura de la cara lateral, combinando para ello las relaciones del volumen y el cálculo métrico espacial.

Tras este bloque, la sesión avanza hacia la explicación de los cuerpos compuestos, detallando de manera clara cómo se determina el área y el volumen de estas figuras complejas a partir de la descomposición en poliedros más sencillos. Para ilustrar este funcionamiento, el docente ejecuta en la pizarra un primer ejercicio demostrativo consistente en un cuerpo formado por un prisma cuadrado que contiene una pirámide en su cara superior, calculando de forma razonada tanto su área como su volumen. Para cerrar la sesión, los alumnos deberán realizar de forma autónoma un segundo ejercicio práctico centrado en una viga con geometría de T

invertida, en la cual aplicarán las estrategias de descomposición explicadas para sacar con precisión el área y el volumen total de la estructura, siguiendo la misma dinámica de trabajo empleada en las sesiones anteriores.

El desarrollo detallado de las explicaciones teóricas y la secuencia de estos cuatro ejercicios previstos para la clase pueden consultarse en el Anexo 3: Sesión 5.

5.4.2. Segunda parte: Situación de Aprendizaje

Sesión 6: Lanzamiento de la Situación de Aprendizaje: El jardín geométrico vertical y sostenible: la belleza de los Himmelis

La sesión arranca la muestra de la presentación (véase Anexo 5. Presentación del proyecto en clase) referente al proyecto que se propone a partir del realizado previamente por alumnos finlandeses (Koskiahde y Itkonen, 2016) dentro del marco del programa internacional KIKS (Kids Inspiring Kids in STEAM). A partir de este documento y a través de la visualización de videos explicando en qué consisten y como se construyen estas piezas (Zart, 2020; (Feels like Finland- Recipes, 2025), los estudiantes entran en contacto con la tradición de los Himmelis, unos móviles geométricos de paja típicos de la cultura finlandesa que sirven como vehículo perfecto para explorar la geometría tridimensional de una forma estética y cultural. Esta introducción busca generar una curiosidad genuina y situar el aprendizaje en un contexto real e internacional, rompiendo la barrera de la abstracción matemática.

Una vez establecido el contexto, la presentación explica la organización del aula para el proyecto siendo esta, grupos heterogéneos compuestos por tres alumnos bajo la metodología del aprendizaje colaborativo. En esta modalidad, a diferencia de otras estructuras grupales, no existen roles fijos asignados, sino que todos los miembros del equipo asumen de forma conjunta la responsabilidad total de las tareas, colaborando de manera fluida y horizontal en cada fase del diseño, la construcción y la exposición. Además, se introduce el concepto de "producto final compartido": aunque cada equipo diseñará y construirá su propio Himmelis, todas las piezas se integrarán finalmente en un jardín vertical colectivo, una instalación suspendida de un eje de madera común en el centro educativo que fomenta el sentimiento de comunidad y el valor del esfuerzo conjunto.

Figura 1

Representación conceptual de la instalación del jardín vertical colectivo



Nota. Imagen generada con la herramienta de inteligencia artificial Google Gemini (2026).

A continuación, se explica que la situación de aprendizaje consta de cuatro elementos fundamentales perfectamente integrados.

- El primero es el propio Himmeli, la estructura física tridimensional que debe de demostrar visualmente la temática sorteada.
- El segundo es un vídeo explicativo breve grabado por el grupo y locutado en inglés, que servirá como respuesta al intercambio cultural con el alumnado finlandés del programa KIKS justificando matemáticamente la forma elegida.
- El tercero consiste en una exposición oral presencial frente al resto de la clase para defender el proceso de trabajo y los cálculos realizados.
- El cuarto elemento es el citado jardín vertical colectivo que reunirá todas las obras del aula.

El núcleo del desafío se desvela al presentar las diez temáticas matemáticas específicas que darán sentido a cada uno de los diseños. Para garantizar la variedad en el jardín vertical y dotar de emoción al proceso, se realiza tras la presentación un sorteo público entre los grupos. Cada equipo asume la responsabilidad de integrar el reto matemático obtenido dentro de la morfología de su Himmeli, asegurando que el proyecto tenga una base científica sólida y diferenciada a partir de las siguientes pautas de obligado cumplimiento para cada opción:

1. **Teorema de Pitágoras:** El grupo debe de mostrar de forma analítica y visual cómo se han calculado las distintas aristas y longitudes críticas (como alturas o apotemas laterales) mediante el uso de dicho teorema dentro de la propia estructura física del Himmeli.
2. **Teorema de Tales:** Creación de una estructura que demuestre geométricamente las razones de proporcionalidad de este teorema. (A modo de ejemplo ilustrativo para facilitar la comprensión, se sugiere diseñar una pirámide dispuesta en dos "pisos" o secciones escalonadas, demostrando que las líneas desde la cúspide "O" hasta la base son rectas y que las distancias cumplen que $\frac{OA_1}{OB_1} = \frac{A_1A_2}{B_1B_2}$, pudiendo el grupo proponer esta u otra solución creativa).
3. **Poliedros Regulares (Sólidos Platónicos):** El reto consiste en la construcción física y el estudio geométrico de uno o más Sólidos Platónicos entrelazados en la estructura, analizando sus propiedades de regularidad.
4. **Prismas:** Diseño y ensamblaje de un Himmeli que contenga uno o más prismas, explorando sus desarrollos, variaciones de bases y aristas laterales.
5. **Pirámides:** Diseño y construcción de un Himmeli que contenga una o más pirámides, estudiando la convergencia de sus aristas laterales en un único vértice común.
6. **Simetrías:** Incorporación explícita de planos de simetría especular en la obra, siendo capaces de explicarla teóricamente. (Como ejemplo orientativo para el alumnado, se puede mostrar cómo al seccionar un octaedro de forma transversal por su plano central se obtienen dos pirámides cuadradas idénticas, teniendo los grupos total libertad para aplicar este u otros tipos de simetría).
7. **Cuerpos Compuestos:** Creación de al menos un poliedro compuesto integrado por la unión cohesionada de figuras simples (por ejemplo, un cubo que esté rematado en una de sus caras superiores por una pirámide cuadrangular).
8. **Desafío de Euler (Poliedros Cóncavos):** El grupo deberá introducir obligatoriamente dos figuras en su Himmeli: un poliedro convexo tradicional que cumpla la fórmula de Euler $C+V=A+2$ y un poliedro cóncavo que presente algún ángulo diedro mayor de 180° y que por tanto no la verifique, justificando matemáticamente ambos casos.
9. **Escalabilidad (Razones de semejanza):** Construcción de dos poliedros perfectamente semejantes a distinta escala para demostrar y explicar experimentalmente ante la clase

cómo a partir de una razón de semejanza lineal r , la razón de sus áreas se convierte en r^2 y la de sus volúmenes en r^3 .

- 10. Diagonal del Poliedro:** Diseño y construcción de un paralelepípedo (habitualmente un cubo o un ortoedro) en el que se tracen y visualicen sus diagonales espaciales internas, debiendo explicar detalladamente cómo se ha realizado el cálculo de al menos una de ellas, ya sea de forma manual o a través del software GeoGebra.

Tras la explicación de los temas a incluir en la pieza, la presentación dedica un espacio fundamental a explicar con total transparencia el sistema de evaluación y calificación de la Situación de Aprendizaje, permitiendo que el alumnado conozca los criterios y rúbricas desde el primer momento. Se detalla que la nota final se divide en cuatro grandes bloques ponderados:

- Un bloque de producto físico (40%) centrado en la fidelidad matemática, complejidad y estética del Himmeli
- Un bloque de comunicación y contenido (35%) que evalúa el rigor y las competencias lingüística y plurilingüe tanto en el vídeo en inglés (20%) como en la defensa oral en la lengua vehicular (15%)
- Un bloque de actitud y proceso (10%) basado en el registro anecdótico de la implicación diaria y el uso de GeoGebra
- Un bloque de reflexión y convivencia (15%) que incluye procesos de coevaluación hacia otros grupos (5%), coevaluación intragrupal del trabajo en equipo (5%) y una autoevaluación honesta (5%).

Las rúbricas de cada una de estas partes se encuentran en el Anexo 2. Rúbricas

Para finalizar la presentación, se realiza una ronda de preguntas y respuestas donde se resuelven dudas sobre la logística, los porcentajes explicados y los plazos de entrega de las diferentes evidencias. Se enfatiza que el diseño no comenzará directamente sobre el material físico, sino que requiere una fase previa de validación informática (en la que se deberá de entregar el diseño realizado en GeoGebra) para asegurar la viabilidad de la estructura antes de su montaje. Por ello, la jornada concluye con la planificación de las dos próximas sesiones, que se desarrollarán íntegramente en el aula de informática, donde cada equipo utilizará el

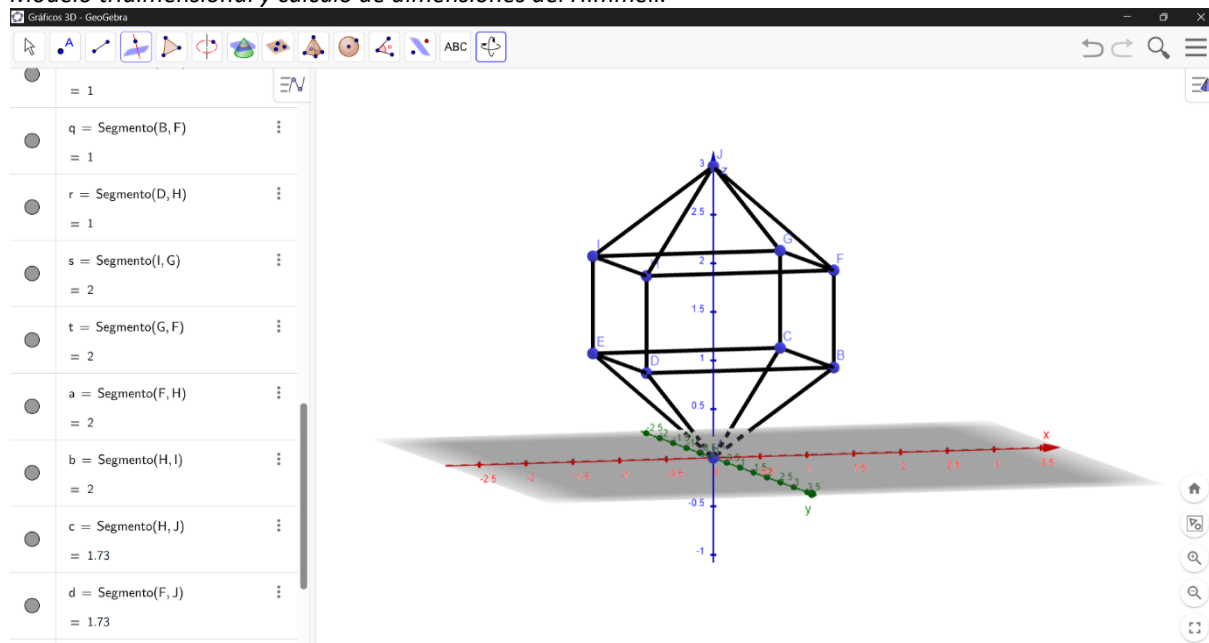
software GeoGebra, en su apariencia Gráficos 3D para prototipar digitalmente su estructura y comprobar de forma colaborativa que todas las medidas, ángulos y proporciones correspondientes a su temática matemática asignada son correctas.

Sesiones 7 y 8: Modelado digital del Himmeli y cálculo de sus dimensiones

Durante estas dos sesiones, el grupo se trasladará al aula de informática del centro. Allí, cada trío colaborativo utilizará un ordenador para ir discutiendo y tomando las decisiones de diseño de su prototipo. Al inicio de la séptima sesión, se les proporcionará un manual de ayuda para saber cómo realizar las distintas etapas en el proceso de diseño y construcción del Himmeli (véase Anexo 4. Manual de modelado tridimensional y construcción física de estructuras Himmeli). El objetivo es dotar al alumnado de los elementos básicos indispensables para que puedan trabajar de forma autónoma a partir de ese momento, tanto en el propio software como en el posterior modelo físico.

Figura 2

Modelo tridimensional y cálculo de dimensiones del Himmeli.



Nota. Captura de pantalla del diseño geométrico de la estructura poliédrica y sus segmentos. Elaboración propia a través del software Geogebra (2026).

Para optimizar el tiempo de trabajo en el aula y garantizar un avance constante, las dinámicas de los grupos se estructuran sin división de roles ante la pantalla, quedando pautadas bajo los siguientes hitos cronológicos de obligado cumplimiento:

- Sesión 7. Inicio de clase (hasta el minuto 10): Alumnos organizados en sus respectivos grupos de trabajo, con los ordenadores encendidos en la web de GeoGebra y con papel, bolígrafo y calculadora listos para realizar cálculos auxiliares (como el teorema de Pitágoras) o bocetos previos.
- Sesión 7. Desarrollo de la sesión (minuto 10 al 45): Modelado tutorizado de la pieza geométrica unitaria combinando el plano y la vista 3D.
- Sesión 7. Cierre de la sesión (minuto 45 al 50): Verificación visual por parte del docente de que todos los estudiantes han completado la estructura inicial y guardado su progreso.
- Sesión 8. Inicio de clase (hasta el minuto 10): Alumnos ubicados con sus equipos, con el archivo de la sesión anterior abierto en sus pantallas y listos para iniciar la fase de multiplicación modular.
- Sesión 8. Mitad de la sesión (aproximadamente minuto 25): Finalización completa de la geometría del Himmeli tridimensional en GeoGebra para últimas modificaciones por parte del docente.
- Sesión 8. Segunda parte de la sesión (minuto 25 al 45): Aplicación de las modificaciones o correcciones de diseño solicitadas por el docente, y anotación en papel de todas las medidas definitivas necesarias para la posterior fase de construcción real en el taller.
- Sesión 8. Cierre de la sesión (minuto 45 al 50): Subida obligatoria y almacenamiento del archivo final con extensión .ggb en la plataforma virtual del centro educativo para su correspondiente evaluación.

En el transcurso de estas dos clases, el docente actuará como asistente, facilitador y supervisor técnico del alumnado. Su labor consistirá en realizar un seguimiento continuo por las diferentes mesas para resolver dudas asociadas tanto al manejo del software como a la geometría espacial del elemento. Si bien se priorizará el aprendizaje por descubrimiento guiando el razonamiento de los estudiantes mediante preguntas, el docente intervendrá activamente como corrector en caso de detectar diseños geoméricamente inviables o carentes de sentido estructural. De este modo, se asegura la validación previa de los modelos virtuales antes de su paso a la fase constructiva, registrando tanto las correcciones críticas como la evolución del alumnado en el diario anecdótico.

A nivel competencial, este modelado digital persigue un doble propósito didáctico. Por un lado, obliga a los tríos a plasmar la temática matemática de su reto en un entorno virtual tridimensional mediante un debate horizontal. El diseño no puede ser abstracto: exige verificar rigurosamente en GeoGebra que el Himmeli incorpore el hueco central necesario para albergar la planta (el tamaño de la planta será de 4 cm de diámetro y entre 5-10 cm de altura), garantizando la viabilidad del posterior jardín vertical de la clase.

Por otro lado, la actividad dota de sentido práctico al cálculo métrico. Al emplear las herramientas de medición de GeoGebra para extraer las longitudes exactas de las aristas, los alumnos elaboran el presupuesto técnico de materiales. Estas anotaciones en el cuaderno les permitirán estimar con precisión el número de pajitas de cartón reciclado que deberán solicitar para la fase constructiva. Finalmente, el archivo .ggb almacenado en la plataforma virtual del centro no solo actuará como producto evaluable dentro del diario anecdótico, sino que quedará disponible como un recurso de apoyo dinámico que los equipos podrán integrar libremente en sus futuras exposiciones orales o vídeos del proyecto.

Sesiones 9, 10 y 11: Construcción física del Himmeli.

Durante estas tres sesiones, la clase se trasladará prioritariamente al aula de dibujo del centro, aprovechando que sus mesas son más amplias para el trabajo manual; no obstante, en caso de indisponibilidad de este espacio, la actividad se podrá desarrollar en la propia aula ordinaria adaptando el mobiliario. A diferencia de las clases magistrales tradicionales, en esta fase constructiva el alumnado trabajará de forma autónoma sirviéndose del documento de apoyo proporcionado (véase Anexo 4. Manual de modelado tridimensional y construcción física de estructuras Himmeli). Este manual técnico guiará paso a paso a los estudiantes en las técnicas de enhebrado, tensado de vértices y fijación de nudos, así como en el procedimiento para perforar e instalar la bandeja interior, promoviendo la resolución independiente de problemas dentro de cada equipo.

Para llevar a cabo el montaje, cada trío colaborativo dispondrá de un conjunto de materiales específicos: pajitas de cartón reciclado, hilo o cuerda de cáñamo, tijeras, bandejas de cartón y agujas especiales de punta redonda que garantizan una total seguridad al evitar pinchazos

accidentales. Además, con el fin de evitar futuras caídas de la vegetación real que se colocará en el último momento, se entregará a cada grupo un Cubo de Rubik. Este objeto actuará como simulador de carga durante el taller constructivo, ya que posee un peso y unas dimensiones de base similares a los de la planta definitiva, permitiendo a los alumnos testear de forma práctica que el hueco diseñado sostiene el conjunto perfectamente.

Con el objetivo de optimizar los tiempos de ejecución y asegurar una correcta gestión del taller, las dinámicas de estas tres clases quedan pautadas bajo los siguientes hitos de obligado cumplimiento:

- Sesión 9. Inicio de clase (hasta el minuto 10): Organización del alumnado en sus respectivos equipos de trabajo y recogida ordenada del material base proporcionado por el docente (hilo o cuerda, agujas y pajitas de cartón).
- Sesión 9. Planificación y corte (desde el minuto 10 al 20): Discusión interna del equipo a partir de su diseño previo en GeoGebra y corte medido de las primeras pajitas a la longitud exacta anotada en su registro técnico, evitando el corte masivo e incontrolado para prevenir el desperdicio de material.
- Sesión 9. Desarrollo de la sesión (desde el minuto 20 al 45): Enhebrado y construcción manual de los primeros cuerpos geométricos independientes y más sencillos que componen su estructura, buscando afianzar la técnica de tensado y anudado a partir de las instrucciones del manual.
- Sesión 9. Cierre de la sesión (desde el minuto 45 al 50): Limpieza de la zona de trabajo por parte del grupo y almacenamiento seguro de las piezas terminadas y del material disponible en su correspondiente caja de grupo.
- Sesión 10. Inicio de clase y control de entrega (hasta el minuto 10): Recopilación y preparación en las mesas del material de taller. Verificación por parte del docente de que cada grupo ha subido previamente a la plataforma virtual el borrador de su guion en inglés (de aprox. 3 minutos), detallando la temática matemática y la relación cultural de su diseño.
- Sesión 10. Desarrollo de la sesión (desde el minuto 10 al 45): Continuación con la creación de los cuerpos geométricos modulares restantes y, en el caso de los equipos más avanzados, inicio de las primeras uniones entre poliedros, manteniendo un avance adaptado al ritmo del grupo.

- Sesión 10. Cierre de la sesión (desde el minuto 45 al 50): Limpieza de los espacios de trabajo y guardado ordenado de todas las estructuras (unidas o independientes) en su caja de grupo para su preservación.
- Sesión 11. Inicio de clase (hasta el minuto 10): Organización del equipo en su zona de trabajo y recopilación de todas las estructuras y materiales de las jornadas anteriores para afrontar la fase de acabado.
- Sesión 11. Ensamblaje parcial (desde el minuto 10 al 25): Unión de los diferentes cuerpos geométricos según su esquema de GeoGebra, asegurando el enhebrado correcto, pero interrumpiendo el cosido estratégico de la última pieza modular para dejar un hueco de acceso al interior de la estructura.
- Sesión 11. Instalación del soporte y testeo de carga (durante la sesión y previo al cierre de la estructura): Confección de la bandeja o caja de cartón, realización de los agujeros en sus esquinas (con la supervisión o ayuda del docente) y anudado firme de la misma al núcleo de la estructura. En este momento, con el armazón aún abierto, el grupo introducirá el Cubo de Rubik sobre la bandeja para comprobar la nivelación y validar experimentalmente que el soporte resiste el peso de forma segura antes de retirar el cubo.
- Sesión 11. Cierre de la estructura (desde el minuto 25 al 45): Posicionamiento y costura final del último cuerpo geométrico sobre el hueco abierto mediante cierres independientes en cada una de sus aristas de contacto, logrando así la rigidez y el tensado definitivo del Himmeli vacío.
- Sesión 11. Cierre de la sesión y devolución de guiones (desde el minuto 45 al 50): Ubicación y almacenamiento del Himmeli terminado en un lugar seguro del aula, recogida de las mesas y devolución del material sobrante. El docente hace entrega a cada grupo de su guion en inglés debidamente corregido y validado.

Durante el transcurso de estas jornadas, los alumnos trabajarán de forma colaborativa y sin división fija de roles. Los tres miembros del equipo cooperarán de manera horizontal en las diferentes tareas de la sesión (medición, corte, enhebrado y anudado), debatiendo cada paso para asegurar que el resultado físico se adecue al modelo digital y respete la temática matemática asignada.

Por su parte, el docente actuará como asistente, facilitador y supervisor técnico en el taller. Recorrerá de manera continua las mesas para comprobar el encaje de los vértices, garantizar la seguridad durante la manipulación de herramientas y corregir de forma activa aquellos nudos o uniones que comprometan la estabilidad del poliedro. El profesor no resolverá el diseño de manera directa, sino que guiará el razonamiento de los estudiantes planteando cuestiones críticas sobre la resistencia mecánica y la nivelación del soporte. Al concluir el taller, una vez superada la prueba intermedia de carga con el cubo y cerrado el poliedro, los móviles geométricos quedarán totalmente terminados y guardados en el espacio asignado por el centro, registrando todo el desempeño diario en el cuaderno anecdótico para la evaluación formativa de la unidad.

Sesión 12: Producción del video explicativo del proyecto

Esta duodécima sesión se centra en la creación del producto audiovisual que servirá para mostrar el proyecto a otros estudiantes, especialmente a los alumnos finlandeses como receptores principales dentro del programa KIKS, así como a cualquier persona interesada en replicar la actividad. La sesión se desarrollará en el aula de informática o en la propia clase si se dispone de dispositivos móviles como tabletas, los cuales facilitan enormemente el trabajo cooperativo. Al llevar el guion técnico y literario en inglés completamente cerrado, ensayado en casa y validado por el profesor tras su devolución al término de la undécima sesión, los alumnos sabrán exactamente qué debe decir y hacer cada miembro del grupo, garantizando que el rodaje sea fluido y eficiente.

Con el objetivo de maximizar el tiempo de grabación, potenciar la ayuda mutua y asegurar una correcta gestión del espacio y los dispositivos, la dinámica de esta clase queda pautada bajo los siguientes hitos de obligado cumplimiento:

- Sesión 12. Inicio de clase y organización del espacio (hasta el minuto 10): Explicación breve por parte del docente sobre las pautas técnicas esenciales y reorganización del aula por parte de los alumnos, despejando y distribuyendo los espacios físicos idóneos para el rodaje.
- Sesión 12. Rodaje colaborativo e intergrupar (desde el minuto 10 al 45): Grabación de las diferentes tomas en inglés siguiendo fielmente el guion corregido e integrando el

Himmeli real; durante esta fase, se establecen alianzas de dos o tres grupos para que se ayuden mutuamente con la posición de la cámara, la iluminación y el soporte técnico mientras el trío correspondiente realiza su explicación de forma sucesiva.

- Sesión 12. Reordenación de la clase y cierre (desde el minuto 45 al 50): Finalización de las tareas de rodaje, recogida de los dispositivos en el espacio asignado y reconfiguración del mobiliario del aula a su estado original.

Para evitar interrupciones entre los grupos y que los ruidos de fondo estropeen la calidad del sonido, la clase se dividirá en dos espacios siempre que exista la oportunidad logística para realizarlo, es decir, siempre que haya tanto un aula de apoyo como otro docente disponible en el centro. Este segundo docente únicamente deberá encargarse de mantener el orden de la clase y actuar como asistente técnico con los dispositivos. Durante el rodaje, es un requisito indispensable que los alumnos muestren detalladamente su Himmeli físico terminado, permitiendo que los receptores del vídeo aprecien el resultado real de su trabajo en equipo como producto final del grupo. El uso de otras herramientas como esquemas o imágenes del GeoGebra se plantea de forma totalmente opcional, quedando a elección de cada grupo el integrarlo o no mediante la edición posterior del vídeo.

En esta sesión, el docente no realizará una labor de supervisión del texto o del idioma en directo, dado que el documento escrito fue entregado previamente en la plataforma antes de la décima sesión y devuelto con las correcciones oportunas al cierre de la undécima clase. Su función consistirá exclusivamente en actuar como un asistente técnico para resolver problemas puntuales con los dispositivos y supervisar la rotación de los grupos en las tareas de apoyo de cámara. Una vez concluida la jornada, los tríos dispondrán de margen para los últimos retoques de edición, siendo obligatoria la subida del archivo audiovisual finalizado a la plataforma digital del centro educativo antes del comienzo de la sesión 13, lo que permitirá al profesor realizar la correspondiente evaluación diferida mediante el uso de una rúbrica bien definida.

Sesiones 13 y 14: Exposición, evaluación y montaje del jardín vertical colectivo

Estas dos últimas sesiones de la Situación de Aprendizaje constituyen el broche final del proyecto. La decimotercera sesión se iniciará organizando el aula ordinaria para dar comienzo

a las exposiciones de los tríos colaborativos. Cada grupo dispondrá de un tiempo estricto de unos 5 minutos para defender ante sus compañeros el desarrollo de su proyecto. En esta defensa oral, los alumnos mostrarán obligatoriamente su Himmeli físico y realizarán una exposición en la que se valorará especialmente el dominio colectivo y el rigor técnico al justificar el diseño geométrico, así como la cohesión, el orden y la fluidez del discurso a la hora de repartirse las intervenciones en el equipo. De manera simultánea, mientras un trío expone, el resto de la clase asumirá un rol activo, utilizando la rúbrica de coevaluación intergrupala para valorar al resto de los grupos sobre la marcha, midiendo dimensiones como la claridad de la temática matemática expuesta, la calidad de la construcción del producto físico y la capacidad de la charla para mantener la atención. El docente, por su parte, registrará las calificaciones directas de la puesta en escena, la actitud y la solvencia técnica de cada trío.

Una vez concluidas todas las exposiciones del grupo, se reservará el tramo final de la sesión para que los alumnos valoren a su propio grupo y a sí mismos. Al realizarse este proceso al terminar todas las presentaciones, los estudiantes dispondrán de una base completa de comparación para tener una mejor valoración de cómo se han visto ellos en relación con el nivel general del aula. En este momento, cada alumno completará de forma individual la coevaluación interna de su grupo, valorando de manera justa la contribución al éxito común, la gestión de la colaboración y el compromiso mutuo de sus compañeros de trío; y llevará a cabo su ejercicio de autoevaluación y propuesta de mejora, respondiendo a las preguntas cualitativas sobre su papel en el equipo, su aprendizaje técnico y su capacidad para superar retos de forma autónoma.

Tras finalizar este bloque completo de exposición y evaluación, se procederá, ya en la decimocuarta sesión, al montaje definitivo del jardín vertical colectivo en el espacio seleccionado del centro, ya sea la pared trasera de la propia clase o una pared del pasillo que apenas tenga tránsito de personas para evitar que la estructura pueda ser tirada accidentalmente. Para la instalación, se habrá dispuesto una barra horizontal de madera u otro material sostenible colgada firmemente cerca del techo y próxima a la pared. En primer lugar, los alumnos pasarán el hilo de su móvil geométrico por la barra horizontal y se anudará realizando el nudo muy cerca de la madera para restringir el movimiento y asegurar la estructura en su sitio, evitando que la figura pueda desequilibrarse. Una vez que el Himmeli

está perfectamente colgado, seguro y estable, los tríos colaborativos realizarán la acción definitiva e introducirán con total cuidado y seguridad los cactus o suculentas reales sobre la bandeja de cartón amarrada.

5.5. Recursos y organización de la propuesta: espacios y materiales

La viabilidad práctica de esta Situación de Aprendizaje y su éxito pedagógico dependen una correcta gestión de espacios, de los materiales y herramientas seleccionadas y los protocolos de seguridad.

5.5.1. Gestión de espacios

La propuesta se vertebra a través de una itinerancia de espacios dentro del centro educativo, adaptando el entorno a las necesidades técnicas y didácticas de cada fase de la Situación de Aprendizaje:

- Aula habitual o de referencia (Sesiones 1-6, 12-14): Espacio base para introducir la unidad, organizar los equipos, realizar la defensa oral con coevaluación y organizar el montaje inicial.
- Aula de Informática (Sesiones 4, 7 y 8): Aula indispensable para que los grupos realicen de forma conjunta el modelado 3D de las estructuras mediante GeoGebra.
- Aula de Dibujo (Sesiones 9, 10 y 11): Espacio prioritario por sus mesas de gran formato para construir los Himmeli de forma cómoda (con aula habitual como alternativa).
- Producción del Vídeo (Sesión 12): Se usará el aula habitual (si hay tabletas) o la de informática, pudiendo desdoblar el grupo en dos salas para evitar ruidos de fondo.
- Espacio Comunitario (Sesión 14): Pared posterior del aula o pasillo de bajo tránsito idóneo para colgar el jardín vertical y protegerlo de impactos accidentales.

5.5.2. Materiales y herramientas utilizados en la propuesta

Los materiales e instrumentos seleccionados para el desarrollo de las sesiones se han elegido bajo criterios de sostenibilidad, economía de recursos, priorizando elementos accesibles que combinan los recursos propios del alumnado con los aportados para el proyecto:

- Material habitual del alumno: Cuaderno para cálculos, estuche y libro de texto de matemáticas como apoyo para consultar las propiedades de los cuerpos geométricos.

- Plantillas de evaluación: Hojas impresas con las rúbricas de coevaluación, autoevaluación que se entregarán al inicio de la Sesión 13.
- Pajitas, bandejas de cartón y cuerda de cáñamo: Materia prima para las aristas, bases y uniones del Himmeli, elegida por ser sostenible, ligera y de bajo coste.
- Tijeras y agujas laneras: Herramientas de taller para cortar las pajitas a la medida calculada y enhebrar el hilo de cáñamo de forma ágil y segura.
- Cubo de Rubik: Simulador de carga en el taller que imita el peso y base de las plantas para testear la estabilidad de la estructura sin ensuciar el aula.
- Cactus o suculentas reales: Elemento biológico final del jardín vertical. Se traerán solo en la Sesión 14 por su resistencia y bajo mantenimiento escolar.
- Dispositivos y entorno digital: Ordenadores o tabletas para el diseño en GeoGebra 3D y la edición del vídeo, usando la nube virtual del centro para su entrega.

5.5.3. Gestión de riesgos y seguridad durante la realización de la situación de aprendizaje

A pesar de que el proyecto tiene un carácter muy práctico y manipulativo, se han introducido varias medidas preventivas en el diseño de las sesiones para asegurar que el trabajo en el aula sea totalmente seguro:

- Prevención de pinchazos: Uso exclusivo de agujas laneras (sin punta) en el taller para eliminar por completo el riesgo de sufrir heridas accidentales al enhebrar.
- Apoyo en cortes difíciles: El docente supervisará de forma continua el aula e intervendrá directamente en los cortes de bandejas rígidas que requieran mayor fuerza.
- Protocolo de montaje seguro: Colgado en vacío de la estructura, prueba de carga intermedia con el Cubo de Rubik y sustitución final por la planta real una vez validado.

5.6. Atención a la diversidad

De acuerdo con lo establecido en el Capítulo V del Decreto 39/2022, de 29 de septiembre, por el que se establece la ordenación y el currículo de la educación secundaria obligatoria en la Comunidad de Castilla y León (Decreto 39/2022), la atención a la diversidad se concibe mediante actuaciones organizativas y metodológicas que garanticen la inclusión, la equidad y el éxito educativo de todo el alumnado. Asimismo, esta propuesta se alinea de forma estricta

con el marco regulador de la inclusión en la comunidad autónoma determinado por la Orden EDU/1152/2010, de 3 de agosto por el que se regula la respuesta educativa al alumnado con necesidad específica de apoyo educativo escolarizado en el segundo ciclo de Educación Infantil, Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y Enseñanzas de Educación Especial, en los centros docentes de la Comunidad de Castilla y León (Orden EDU/1152/2010), y su posterior actualización recogida en la Orden EDU/371/C, de 2 de abril, por la que se regula la respuesta educativa al alumnado con necesidad específica de apoyo educativo escolarizado en el segundo ciclo de Educación Infantil, Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y Enseñanzas de Educación Especial, en los centros docentes de La Comunidad de Castilla y León (Orden EDU/371/2018), por la que se modifica la anterior.

Partiendo de esta normativa y de las orientaciones específicas para el área de Matemáticas de la comunidad, se promueven entornos de aprendizaje flexibles basados en los principios del Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA). Para garantizar que todo el alumnado pueda participar de forma activa y alcanzar los objetivos de la propuesta, las medidas metodológicas generales (cuya fundamentación detallada se desarrolla en el Anexo 1) se estructuran a través de las siguientes actuaciones en el aula de 2º de la ESO:

- Multimodalidad en la presentación: Durante la fase de presentación de la situación de aprendizaje, el docente utilizará un doble formato (visual a través de la pizarra digital y explicativo de forma oral). Esta combinación facilita que la información llegue con claridad a todos los alumnos, especialmente a aquellos con dificultades de procesamiento auditivo, déficit de atención o barreras lingüísticas.
- Aprendizaje colaborativo y grupos heterogéneos: La formación de equipos de tres integrantes con distintos niveles competenciales evita el aislamiento de los alumnos con más dificultades. El trabajo colaborativo fomenta que todos los miembros se involucren en todas las partes del proceso, favoreciendo a alumnos con ritmos más lentos, baja confianza o barreras lingüísticas al ofrecerles un espacio seguro de interacción, ayuda mutua y comunicación sin la presión de la lección tradicional.
- Distribución de liderazgos según las fases del proyecto: La propuesta está diseñada para que cada alumno tenga la oportunidad de asumir un liderazgo natural en la fase donde sus capacidades individuales más aporten al grupo, sin recurrir a la asignación de roles fijos o rígidos. Así, un alumno con mayor destreza tecnológica puede liderar la

ejecución en GeoGebra, mientras que otros pueden tomar el relevo en la construcción manual del Himmeli o en la expresión oral durante la grabación del vídeo. Esta fluidez permite que todos participen en todo el proceso, lo cual favorece la integración tanto de alumnos de altas capacidades como de aquellos con dificultades de abstracción o timidez, repartiendo el peso de la ejecución según la tarea.

- **Sorteo justificado de temáticas:** Aunque se realiza un sorteo general para garantizar la equidad, el docente supervisará el proceso para asegurar que la temática asignada sea alcanzable por el grupo, permitiendo ajustes puntuales que favorezcan la inclusión y adaptabilidad del alumnado con necesidades específicas de apoyo educativo (NEAE) si el caso lo justificase.
- **Flexibilidad en la complejidad del producto:** El objetivo principal es la representación correcta de la temática matemática asignada. Por ello, se permite que el diseño del Himmeli se adapte a la destreza del grupo, favoreciendo la inclusión de alumnos con NEAE, baja destreza motriz o dificultades de visión espacial al adecuar el nivel del reto a sus capacidades individuales, priorizando el éxito conceptual.
- **Diversificación de los productos evaluables:** El proceso de evaluación no se limita a un único instrumento, sino que se nutre de la observación y seguimiento de diferentes productos diferenciados. Esta variedad favorece a alumnos con bloqueos ante exámenes, dificultades manuales o déficit de atención (TDAH), permitiéndoles compensar sus resultados y mantener la motivación mediante tareas dinámicas, colaborativas y de distintas naturalezas técnicas o comunicativas (véase el apartado 5.7).

5.7. Proceso de evaluación y calificación de la situación de aprendizaje

La evaluación de esta situación de aprendizaje se concibe como un proceso continuo, formativo y competencial, cuyo despliegue y justificación metodológica se detalla de manera pormenorizada en el Anexo 1. Durante el desarrollo de la unidad, la modelización digital y posteriormente física sirven como herramientas de comprobación individual que permiten la detección y corrección de los propios errores de cálculo y diseño por parte del alumnado.

Para garantizar una evaluación objetiva y alineada con el Decreto 39/2022 de Castilla y León, se emplean rúbricas específicas, recogidas íntegramente en el Anexo 2 (Rúbricas), que vinculan

los productos evaluables con sus correspondientes Competencias Específicas (CE) y Criterios de Evaluación:

- Rúbrica del producto físico (Himmeli): Evalúa la traducción de conceptos abstractos a modelos tangibles. Vinculada a los criterios 2.2 y 5.1 (CE2, CE5) así como a la complejidad y estabilidad bajo el criterio 1.2 (CE1) (véase Anexo 2, Rúbrica 1).
- Rúbrica del vídeo explicativo (KIKS): Centrada en la comunicación técnica, el uso de la tecnología y la competencia plurilingüe. Vinculada a los criterios 3.3, 6.3, 7.1 y 8.1 (CE3, CE6, CE7, CE8) (véase Anexo 2, Rúbrica 2).
- Rúbrica de la exposición presencial: Valora la defensa oral, la expresión lingüística y el dominio del tema. Vinculada a los criterios 5.1, 7.1 y 8.1 (CE5, CE7, CE8) (véase Anexo 2, Rúbrica 3).
- Rúbrica de actitud y proceso (Registro anecdótico): Monitoriza el desempeño, el uso de GeoGebra y la implicación diaria. Vinculada a los criterios 1.2, 9.2 y 10.1 (CE1, CE9, CE10) (véase Anexo 2, Rúbrica 4).
- Rúbricas de procesos participativos: Instrumentos orientados a la metacognición y el funcionamiento grupal (véase Anexo 2, Rúbricas 5, 6 y 7):
 - Autoevaluación: Reflexión individual sobre el propio aprendizaje. Criterio 9.2 (CE9).
 - Coevaluación intragrupal: Valoración del funcionamiento interno del equipo. Criterios 10.1 y 10.2 (CE10).
 - Coevaluación intergrupala: Valoración crítica y respetuosa de otros proyectos. Criterios 10.1 y 2.2 (CE10, CE2).

La calificación final de la unidad se obtiene mediante la suma ponderada de estos instrumentos, estructurada en cuatro bloques funcionales sobre una escala de 0 a 10 puntos (véase Tabla 1, y su desarrollo en el Anexo 1):

Tabla 1*Ponderación de los instrumentos de calificación de la Situación de Aprendizaje*

Bloque temático	Instrumentos de Evaluación	Aspectos Clave Evaluados	Ponderación
Producto físico	Himmeli	Temática matemática, complejidad, técnica y estética	40%
Comunicación y contenido	Vídeo explicativo	Calidad y nivel de la explicación en inglés, rigor matemático y montaje	20%
	Exposición oral	Estructura del discurso, uso del lenguaje y dominio del contenido	15%
Actitud y proceso	Registro anecdótico	Colaboración en el proceso y elaboración del proyecto de forma individualizada y como parte del grupo	10%
Reflexión y convivencia	Coevaluación intergrupal	Evaluación y calificación de proyectos y exposiciones de otros grupos	5%
	Coevaluación intragrupal	Colaboración y apoyo dentro del equipo	5%
	Autoevaluación	Reflexión honesta sobre el esfuerzo realizado y aprendizajes propios	5%
Total			100%

Nota. Elaboración propia. Esta tabla muestra la distribución en porcentajes de cada uno de los instrumentos de evaluación.

6. RESULTADOS Y CONCLUSIONES

La evaluación de esta propuesta de intervención requiere un análisis profundo que vaya más allá de la simple comprobación cuantitativa de las calificaciones del alumnado. Al tratarse de un diseño innovador que rompe con las dinámicas tradicionales, es necesario examinar de forma cualitativa el comportamiento y el encaje de cada una de las actividades planteadas dentro del ecosistema del aula. Con este propósito, se utiliza el análisis DAFO (Tabla 2) como la herramienta metodológica idónea para valorar pedagógicamente el proyecto. Este recurso permite identificar los puntos fuertes del diseño y anticipar los posibles condicionantes del entorno escolar, ofreciendo una base sólida para verificar el cumplimiento de los objetivos y proponer líneas de mejora realistas.

6.1. Análisis DAFO de la propuesta didáctica

A continuación, se detalla la matriz DAFO configurada para evaluar las variables internas de la secuencia de aprendizaje y los factores externos que condicionan su puesta en práctica:

Tabla 2*Matriz DAFO de la propuesta didáctica*

ANÁLISIS INTERNO		ANÁLISIS EXTERNO	
Fortalezas (F)		Oportunidades (O)	
1.	Relación directa entre el diseño virtual en GeoGebra 3D y la construcción física.	1.	Uso de metodologías y tecnologías adaptadas al currículo educativo actual.
2.	Diversificación de productos evaluables (diseños, maquetas y vídeos), ofreciendo distintas formas para mostrar los conocimientos adquiridos.	2.	Alta replicabilidad en otros centros debido al bajo coste de los materiales y a la ausencia de desplazamientos externos.
3.	Enfoque metodológico centrado en el alumno, promoviendo un rol activo y autónomo.	3.	Creciente interés de la comunidad escolar por incorporar proyectos transversales vinculados a la sostenibilidad ambiental.
4.	Uso de materiales sostenibles y cotidianos que facilitan la comprensión de los conceptos.	4.	Existencia de redes de intercambio internacional que facilitan la transferencia cultural y la inspiración de nuevas prácticas didácticas.
5.	Contextualización artística y cultural que da un significado real a los contenidos geométricos en el espacio.		
6.	Estructura de la secuencia de aprendizaje muy pautada y concreta, definiendo con exactitud las tareas y ejercicios de cada sesión.		
Debilidades (D)		Amenazas (A)	
1.	Rigidez de la propuesta en momentos clave (diseño y vídeo) por la disponibilidad y reserva de dispositivos y espacios compartidos.	1.	Fragmentación horaria del sistema escolar, que impone una discontinuidad cronológica y obliga a consumir tiempo lectivo en tareas accesorias de montaje y desmontaje.
2.	Elevada carga de trabajo docente en tareas de gestión (revisión de diseños, plataformas, corrección de guiones y control continuo).	2.	Cultura de pasividad del alumnado por el modelo magistral previo, generando resistencia ante la exigencia de un esfuerzo activo durante toda la sesión.

Nota. Elaboración propia.**Desarrollo narrativo del análisis**

El examen de la matriz revela que la propuesta posee una elevada viabilidad pedagógica, ya que el peso de los factores positivos supera ampliamente a sus limitaciones. En el marco interno, la principal fortaleza es la relación directa entre el diseño en GeoGebra y la construcción manual, combinando herramientas digitales y manipulación para facilitar la visualización tridimensional de conceptos abstractos. Asimismo, la diversificación de productos evaluables (diseños, maquetas y vídeos) ofrece alternativas inclusivas al examen tradicional, mientras que el enfoque centrado en el alumno, los materiales sostenibles y una estructura de sesiones muy pautada garantizan el interés y el orden en el aula. Como contrapartida, el diseño presenta dos debilidades logísticas: una rigidez cronológica en las fases de diseño y vídeo al depender estrictamente de la reserva previa de dispositivos y

espacios compartidos, y una elevada carga de trabajo docente debido a la gestión continua de plataformas, revisión de prototipos y corrección de guiones.

En lo relativo al contexto externo, las oportunidades del entorno legitiman la implantación del proyecto, destacando su alineación con las metodologías tecnológicas del currículo actual y su alta replicabilidad en otros centros por el bajo coste material y la ausencia de desplazamientos. Esta viabilidad se ve reforzada por el creciente interés escolar en la sostenibilidad ambiental y el valor de las redes de intercambio para inspirar nuevas prácticas. No obstante, estas ventajas coexisten con dos amenazas estructurales de secundaria: la fragmentación horaria en sesiones de 50 minutos, que impone una discontinuidad y obliga a perder tiempo lectivo en tareas mecánicas de montaje y desmontaje (encender equipos o recoger materiales), y la inercia de la clase magistral previa, que genera una resistencia inicial y pereza en ciertos estudiantes habituados a la pasividad al exigirles un esfuerzo activo y autónomo durante toda la sesión.

6.2. Conclusiones pedagógicas y consecución de objetivos

La evaluación global de la propuesta didáctica confirma el cumplimiento del objetivo general al haber diseñado y fundamentado una intervención innovadora de geometría espacial para 2º de ESO que demuestra la utilidad del aprendizaje manipulativo a través del enfoque STEAM y el trabajo en equipo. En primera instancia, el enfoque multidisciplinar STEAM ha quedado teóricamente consolidado (primer objetivo específico) al dotar a las matemáticas de una dimensión práctica, donde la ciencia aporta la botánica y el cuidado ambiental, la tecnología el modelado con GeoGebra y la edición de vídeo, la ingeniería la estabilidad de la estructura y el arte la conciencia estética del Himmeli. Asimismo, la unión entre las herramientas digitales y la experimentación manipulativa (segundo objetivo específico) se comprueba en el diseño: la dificultad de visualizar los cuerpos geométricos se supera al exigir al alumnado pasar sus cálculos de papel a modelos virtuales en GeoGebra 3D, sirviendo como paso previo al taller físico de montaje.

Por otra parte, la estructura del proyecto ha potenciado el trabajo en equipo y la creatividad de forma colaborativa (tercer objetivo específico) mediante tareas compartidas en tríos heterogéneos, donde los estudiantes debieron coordinarse en el diseño digital, la medición, el corte y el enhebrado para alcanzar un producto final común. Finalmente, la valoración del uso

de recursos físicos y sostenibles (cuarto objetivo específico) constata un impacto positivo en la motivación del alumnado; el empleo de pajitas de cartón reciclado y la instalación definitiva de una zona verde colectiva no solo reforzaron el compromiso ecológico, sino que transformaron la forma de ver la geometría al basar el aprendizaje en el ensayo-error y en el éxito de una construcción tangible.

7. REFERENCIAS:

- Acosta, C., Ordoñez, M., & Blanco-Álvarez, H. (2024). Diseño de actividades matemáticas bajo un enfoque etnomatemático: Una revisión. *Eco Matemático*, 15(1), 31–47. <https://doi.org/10.22463/17948231.3679>
- Arantes Sad, L., & Araujo Lorenzoni, C. A. C. de. (2020). Historia de las matemáticas en la educación matemática, una ruta de investigación, creatividad y diversidad cultural. *Paradigma*, 41(Extra 1), 212–239. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2020.p212-239.id839>
- Berrocal Ordaya, C., & Palomino Rivera, A. A. (2022). Capacidad de resolución de problemas matemáticos y su relación con las estrategias de enseñanza en estudiantes del primer grado de secundaria. *Educación Matemática*, 34(2), 275–288. <https://doi.org/10.24844/EM3402.10>
- Carbonell-Alcocer, A., & Gertrudix, M. (2025). Education teachers' perception of effective resources and methodologies for environmental education for sustainability. *Revista Internacional de Educación para la Justicia Social*, 14(1), 1–21. <https://doi.org/10.15366/riejs2025.14.1.008>
- Centro Nacional de Desarrollo Curricular en Sistemas No Propietarios. (s. f.). *Banco de rúbricas y otros documentos de evaluación*. CEDEC. Recuperado el 18 de mayo de 2026, de <https://cedec.intef.es/banco-de-rubricas-y-otros-documentos/>
- Chung, S. K., & Li, D. (2021). Issues-based STEAM education: A case study in a Hong Kong secondary school. *International Journal of Education and the Arts*, 22(3), 1–22. <https://doi.org/10.26209/ijea22n3>
- D'Ambrosio, U. (2020). Sobre las propuestas curriculares STEM y STEAM y el Programa de Etnomatemática. *Paradigma*, 41, 151–167. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2020.p151-167.id876>

- Decreto 39/2022, de 29 de septiembre, por el que se establece la ordenación y el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad de Castilla y León. (2022). *Boletín Oficial de Castilla y León*. <https://bocyl.jcyl.es/boletines/2022/09/30/pdf/BOCYL-D-30092022-3.pdf>
- Dertli, Z. G., & Yıldız, B. (2024). Mühendislik tasarım temelli matematik etkinliklerinin ortaokul öğrencilerinin akademik başarılarına etkisi ve etkinliklere ilişkin öğrenci görüşleri. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 61, 362–388. <https://doi.org/10.9779/pauefd.1282019>
- Diego-Mantecón, J. M., Blanco, T. F., Ortiz-Laso, Z., & Lavicza, Z. (2021a). STEAM projects with KIKS format for developing key competences. *Comunicar*, 29(66), 34–43. <https://doi.org/10.3916/C66-2021-03>
- Diego-Mantecón, J. M., Prodromou, T., Lavicza, Z., Blanco, T. F., & Ortiz-Laso, Z. (2021b). An attempt to evaluate STEAM project-based instruction from a school mathematics perspective. *ZDM – Mathematics Education*, 53(5), 1137–1148. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01303-9>
- Equipo de Matemáticas de Marea Verde. (2023). *Capítulo 7: Cuerpos geométricos*. https://www.apuntesmareaverde.org.es/grupos/mat/LOMLOE/2ESO/2_07_Cuerpos.pdf
- España. Ministerio de Derechos Sociales, Consumo y Agenda 2030. (2024). *Guía pedagógica para el aprendizaje de los Objetivos de Desarrollo Sostenible en la etapa de Educación Secundaria*.
- Feels Like Finland – Recipes. (2025, November 23). *How to make a himmeli – Finnish Christmas decor* [Vídeo]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=qeupBFmQvGA>
- Gazzola, M. P., Otero, M. R., & Llanos, V. C. (2020). Acciones didácticas en el desarrollo de un recorrido de estudio y de investigación que involucra a la matemática y a la física en la escuela secundaria. *Perspectiva Educacional*, 59(1), 52–80. <https://doi.org/10.4151/07189729-vol.59-iss.1-art.1006>
- GeoGebra. (s. f.). *GeoGebra*. <https://www.geogebra.org/>
- Grupo Editorial Edelvives. (2023). *Matemáticas. Proyecto FanFest: Comunidad de Castilla y León (2.º ESO)*. Edelvives.

- Härkönen, E., Huhmarniemi, M., & Jokela, T. (2018). Crafting sustainability: Handcraft in contemporary art and cultural sustainability in the Finnish Lapland. *Sustainability*, 10(6). <https://doi.org/10.3390/su10061907>
- Hodgen, J., Foster, C., Brown, M., & Martin, D. (2024). Low-attaining secondary school mathematics students' perspectives on recommended teaching strategies. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 22(6), 1325–1343. <https://doi.org/10.1007/s10763-023-10420-8>
- Karakuyu, A., & Karafil, B. (2026). Recycling-based STEM education for sustainability: Effects on secondary school students' STEAM attitudes, recycling behaviours and design thinking skills. *Sustainability*, 18(4), 1–28. <https://doi.org/10.3390/su18041820>
- Koski, E. (2018). *El arte nórdico de la geometría. Los secretos del himmeli* (G. Castán Mercadé, Trad.). Editorial Gustavo Gili.
- Koskiahde, U., & Itkonen, M. (2016). *The art & science of the traditional Finnish Christmas decoration: The himmeli*. <https://www.kiks.unican.es/wp-content/uploads/2017/02/The-Science-and-Art-of-the-Traditional-Finnish-Christmas-Decoration-HuhtasuoFinlandReport.pdf>
- Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. (2020). *Boletín Oficial del Estado*. <https://www.boe.es/buscar/pdf/2020/BOE-A-2020-17264-consolidado.pdf>
- Marques, D., Neto, T. B., Guerra, C., Viseu, F., Aires, A. P., Mota, M., & Ravara, A. (2023). A STEAM experience in the mathematics classroom: The role of a science cartoon. *Education Sciences*, 13(4). <https://doi.org/10.3390/educsci13040392>
- Martínez Hernández, N. A., & Pascuas Rengifo, Y. S. (2025). Implementación del enfoque STEAM (ciencia, tecnología, ingeniería, artes y matemáticas) en la educación secundaria alta: Revisión sistemática de metodologías, temáticas y formación de ciudadanos activos. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 76, 254–294. <https://doi.org/10.35575/rvucn.n76a10>
- Muñoz Pinto, D. A., & Guillén Ruiz, J. R. (2025). Aprendizaje de factorización de polinomios con GeoGebra y recursos manipulativos en un laboratorio matemático. *Conrado*, 21(105), e4421.

- Odum, J. K. (2022). Manipulative materials in teaching mathematics among junior high school teachers: A literature review. *Scholars Journal of Science and Technology*, 3(4), 787–795. <https://doi.org/10.53075/ljmsirq/56567853>
- Orden EDU/371/2018, de 2 de abril, por la que se regula la respuesta educativa al alumnado con necesidad específica de apoyo educativo escolarizado en el segundo ciclo de Educación Infantil, Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y Enseñanzas de Educación Especial en los centros docentes de Castilla y León. (2018). *Boletín Oficial de Castilla y León*. <https://www.educa.jcyl.es/es/resumenbocyl/orden-edu-371-2018-2-abril-modifica-orden-edu-1152-2010-3-a.ficheros/1145769-BOCYL-D-12042018-2.pdf>
- Orden EDU/1152/2010, de 3 de agosto, por la que se regula la respuesta educativa al alumnado con necesidad específica de apoyo educativo escolarizado en el segundo ciclo de Educación Infantil, Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y Enseñanzas de Educación Especial en los centros docentes de Castilla y León. (2010). *Boletín Oficial de Castilla y León*. <https://www.educa.jcyl.es/es/resumenbocyl/orden-edu-1152-2010-3-agosto-regula-respuesta-educativa-alu.ficheros/231300-BOCYL-64449.pdf>
- Pérez Torres, M., Couso Lagarón, D., & Márquez Bargalló, C. (2024). Evaluation of STEAM project-based learning (STEAM PBL) instructional designs from the STEM practices perspective. *Education Sciences*, 14(1). <https://doi.org/10.3390/educsci14010053>
- Piila, E. (2022). Paying homage to folk art using Platonic solids about STEAM-approach. En *Bridges 2022 Conference Proceedings* (pp. 467–470). <https://archive.bridgesmathart.org/2022/bridges2022-441.pdf>
- Pokropek, A. (2024). *STEM competencies, challenges, and measurements: A literature review*. Publications Office of the European Union. <https://doi.org/10.2760/9390011>
- Portillo-Blanco, A., Sarriugarte, P., Zuza, K., & Guisasola, J. (2024). Design and implementation of a STEAM teaching/learning sequence by project-based learning for the training of future secondary school teachers. *Journal of Physics: Conference Series*, 2750(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2750/1/012036>
- Queiruga-Dios, M.-A., López-Iñesta, E., Díez-Ojeda, M., Sáiz-Manzanares, M.-C., & Vázquez-Dorrío, J. B. (2021). Implementation of a STEAM project in compulsory secondary education. *Infancia y Aprendizaje*, 44(4), 871–908. <https://doi.org/10.1080/02103702.2021.1925475>

- Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria. (2022). *Boletín Oficial del Estado*.
<https://www.boe.es/buscar/pdf/2022/BOE-A-2022-4975-consolidado.pdf>
- Stelzer, F., Aydmune, Y., García-Coni, A., Vernucci, S., & Introzzi, I. (2023). Factores cognitivos y actitudinales involucrados en el desempeño en matemáticas en estudiantes de secundaria. *Liberabit*, 29(1), e659. <https://doi.org/10.24265/liberabit.2023.v29n1.659>
- Tatis, S. (2015, August 12). *Los poliedros regulares*. Clases de Tatis.
<https://clasesdetatis.blogspot.com/2015/08/los-poliedros-regulares.html>
- UNESCO. (2015). *Declaración de Incheon y Marco de Acción para la realización del Objetivo de Desarrollo Sostenible 4: Garantizar una educación inclusiva y equitativa de calidad y promover oportunidades de aprendizaje permanente para todos*. UNESCO.
https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000245656_spa
- Zart. (2020, February 4). *How to make himmeli ornaments* [Vídeo]. YouTube.
<https://www.youtube.com/watch?v=OkS88qSeGMM>

ANEXO 0

Anexo de sostenibilización curricular

Titulación: Máster Universitario en Profesor de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas
Apellidos y nombre alumno/a: Moreno Redondo, Jaime
Título del trabajo: La geometría espacial de 2º ESO y su contextualización a través del enfoque STEAM y el diseño de poliedros
Apellidos y nombre tutor/a: Andrés González Santa Olalla

Reflexión sobre los aspectos de la sostenibilidad que se abordan en el trabajo El texto tendrá una extensión comprendida entre 600 y 800 palabras
1. Justificación Institucional y Normativa La integración de los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS) en esta propuesta se fundamenta en el compromiso global de la Declaración de Incheon (UNESCO, 2015), que posiciona a la educación como motor principal del desarrollo y eje vertebrador del ODS 4. A nivel nacional, este marco se concreta en la "Guía pedagógica para el aprendizaje de los ODS en Educación Secundaria" (España. Ministerio de Derechos Sociales, Consumo y Agenda 2030 2024), promoviendo que el alumnado actúe como un agente de cambio social empoderado mediante una formación integral. Asimismo, el presente anexo responde a la normativa de TFM de la Universidad de Burgos, que exige acreditar la adquisición de competencias en sostenibilidad vinculadas a los resultados de aprendizaje del título. El proyecto se vertebra sobre la Meta 4.7, orientada a que el alumnado adquiriera los conocimientos teóricos y prácticos necesarios para promover el desarrollo sostenible (España. Ministerio de Derechos Sociales, Consumo y Agenda 2030, 2024). Bajo esta

premisa, la enseñanza de las matemáticas evoluciona desde la resolución mecánica de ejercicios hacia una pedagogía transformadora y orientada a la acción, que permite fomentar la sostenibilidad desde la propia materia al integrar el rigor geométrico en el análisis y resolución de problemas reales y ambientales (Karakuyu & Karafil, 2026).

2. Sostenibilidad Ambiental: El valor del material y el ODS 12

La dimensión ambiental de esta propuesta se vertebra sobre el ODS 12: Producción y Consumo Responsables, priorizando la transición desde modelos de consumo lineal hacia la gestión eficiente y sostenible de los recursos naturales (España. Ministerio de Derechos Sociales Consumo y Agenda 2030, 2024; UNESCO, 2015). El proyecto apuesta por el uso de materiales de proximidad y origen natural, como la cuerda de cáñamo (seleccionada por su alta resistencia a la tracción) y pajitas de cartón reciclado, que ofrecen una mayor resistencia mecánica al pandeo frente a las de papel convencional (Härkönen et al., 2018). Según sostienen Carbonell-Alcocer y Gertrudix (2025), la eficacia de la educación para la sostenibilidad no reside en la complejidad tecnológica del recurso, sino en la capacidad de utilizar materiales que el alumnado identifique como cotidianos, fomentando así una alfabetización ambiental crítica.

Asimismo, el empleo de estos materiales no convencionales potencia el pensamiento de diseño. Como demuestran Karakuyu y Karafil (2026), el aprendizaje STEM basado en materiales reciclados mejora significativamente la competencia de resolución de problemas al vincular la abstracción de los poliedros con la realidad tangible de las materias primas. De este modo, la construcción de los Himmeli constituye un ejercicio donde el residuo se transforma en un recurso (Carbonell-Alcocer & Gertrudix, 2025).

3. Sostenibilidad Cultural: El Himmeli como patrimonio

La sostenibilidad cultural constituye el eje diferenciador de esta propuesta, permitiendo dar cumplimiento a la Meta 4.7 del ODS 4: Educación de Calidad, la cual insta a los sistemas educativos a asegurar la valoración de la diversidad cultural y su contribución al desarrollo sostenible (España. Ministerio de Derechos Sociales Consumo y Agenda 2030, 2024); UNESCO, 2015). Al integrar el Himmeli (artesanía tradicional finlandesa) como recurso para el estudio de los poliedros, el proyecto trasciende el currículo técnico de matemáticas para convertirse en un acto de preservación del patrimonio, alineándose con los principios del

ODS 11: Ciudades y Comunidades Sostenibles, que busca salvaguardar el legado cultural de los pueblos (Piila, 2022). Este enfoque se fundamenta en las investigaciones de Härkönen et al. (2018), quienes sostienen que la aplicación de habilidades tradicionales en el aula genera una conexión emocional profunda entre el estudiante y el objeto creado.

Dicha vinculación afectiva actúa como una herramienta pedagógica crítica para revertir la actual cultura del «usar y tirar», fomentando en el alumnado un respeto renovado por el trabajo manual y la procedencia orgánica de las materias primas (Härkönen et al., 2018). De este modo, la construcción de estructuras poliédricas no solo potencia el razonamiento espacial, sino que rompe la dicotomía entre ciencia y creatividad, permitiendo que las matemáticas sean percibidas como un lenguaje universal capaz de interpretar y salvaguardar la herencia cultural en contextos contemporáneos (Piila, 2022).

4. Sostenibilidad Social y Digital:

La vertiente social y digital del proyecto se fundamenta en la democratización del aprendizaje y el compromiso con el ODS 10: Reducción de las desigualdades. Al enmarcarse en el formato KIKS (Kids Inspire Kids for STEAM), la propuesta promueve una ciudadanía activa donde el conocimiento no es jerárquico, sino compartido y circular. Mediante el enfoque Learning by Teaching, la creación del vídeo explicativo bilingüe convierte al alumnado en un agente de cambio capaz de inspirar a sus iguales, favoreciendo una inclusión educativa real donde las TIC actúan como puentes interculturales (UNESCO, 2015). Esta práctica fomenta una alfabetización digital responsable y ética, alineada con la visión de la Declaración de Incheon de aprovechar las tecnologías para la difusión equitativa del conocimiento.

I. ANEXO 1 TABLA DE DISEÑO DE UNA SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

Tabla 3

Diseño de una situación de aprendizaje.

Título de la situación de aprendizaje	El jardín geométrico vertical y sostenible: la belleza de los Himmelis
Curso	2º Educación Secundaria Obligatoria (ESO)
Materia	Matemáticas
Temporalización	14 sesiones de 50 minutos (5 de iniciación en el tema, 1 de presentación de la situación, 2 de diseño digital, 3 de construcción del modelo, 1 de realización de video explicativo y 2 de exposición y evaluación)
Identificación y contextualización	Esta Situación de Aprendizaje se implementa en un grupo de 2º de Educación Secundaria Obligatoria, diseñándose como la culminación práctica de la unidad didáctica de Geometría del Espacio. La propuesta se articula bajo un modelo de Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP) y se fundamenta en el Aprendizaje Colaborativo, organizando al alumnado en grupos heterogéneos de tres personas, donde la interdependencia positiva y la construcción conjunta de conocimiento son esenciales para la resolución de los desafíos planteados. El marco del proyecto se sitúa en el programa internacional KIKS (Kids Inspire Kids for STEAM), lo que permite conectar el currículo oficial de matemáticas con un intercambio cultural bilingüe con Finlandia. A través del diseño y construcción de Himmelis (estructuras geométricas tradicionales), los estudiantes deben dar respuesta a un reto que une los conocimientos matemáticos con la conciencia ecológica, promoviendo la creación de un entorno escolar más sostenible mediante la creación de un jardín vertical.
Descripción de la propuesta	La propuesta se despliega a través de una secuencia de aprendizaje de 14 sesiones dividida en dos grandes bloques. Tras una fase teórica sobre poliedros, sus áreas y volúmenes, se inicia la propuesta central donde cada grupo debe integrar una temática matemática específica (basado en conceptos como el Teorema de Tales, Pitágoras o la fórmula de Euler). El proceso comienza con el modelado en GeoGebra 3D para comprobar las distintas formas y dimensiones y volúmenes que tendrá cada estructura, seguido de la construcción física de los Himmelis empleando materiales sostenibles como pajitas de cartón y cordeles. La propuesta culmina con la integración de todas las estructuras en un jardín vertical y la creación de un vídeo, destinado a ser compartido con la comunidad educativa a través del programa internacional KIKS y una exposición oral frente al resto del alumnado.
Producto final	El producto final de esta situación de aprendizaje se compone de cuatro elementos que integran el trabajo individual de los grupos y el resultado colectivo de la clase: 1. Himmeli geométrico: Una estructura física tridimensional construida por cada equipo que debe integrar y demostrar visualmente la temática matemática asignada (poliedros, Teorema de Tales, Pitágoras, etc.). 2. Vídeo explicativo: Un vídeo breve realizado por cada grupo, locutado en inglés, donde explican el diseño de su Himmeli y la justificación matemática de su forma. Este vídeo sirve como respuesta al intercambio cultural con el alumnado finlandés dentro del programa KIKS. 3. Exposición oral: Una presentación de cada grupo frente al resto de sus compañeros para explicar el proceso de trabajo, los cálculos realizados y el resultado obtenido. 4. Jardín vertical colectivo: Una instalación final que reúna todos los Himmelis de la clase, colgados a diferentes alturas, creando un espacio sostenible y geométrico común en el centro.

Fundamentación curricular:	
Objetivos de la etapa	La presente situación de aprendizaje contribuye al logro de los objetivos de la etapa de Educación Secundaria Obligatoria en los siguientes términos: • Cooperación y Respeto: Al trabajar en grupos de tres personas para diseñar y construir su propio Himmeli, el alumnado se ve en la necesidad de dialogar, respetar las ideas de sus compañeros y tomar decisiones conjuntas. El hecho de que cada pieza forme parte después de un jardín vertical común fomenta la tolerancia y el trabajo en equipo para alcanzar un resultado que representa a toda la clase. • Hábito de trabajo y esfuerzo: La construcción de los Himmelis requiere precisión y paciencia. Desde el diseño inicial hasta el anudado físico de las pajitas de cartón, el alumnado debe ser constante y cuidadoso, lo que refuerza el hábito de compromiso con las tareas de principio a fin. • Sentido crítico y herramientas digitales: El uso de programas como GeoGebra permite al alumnado aplicar la tecnología para verificar sus diseños. Aprenden a comprobar si los cálculos y dimensiones del programa funcionan en la realidad física de su modelo, desarrollando un sentido crítico sobre cómo y para qué se utilizan las herramientas digitales. • Interdisciplinariedad y Comunicación: El proyecto conecta las matemáticas con otras áreas de forma natural. El uso del inglés para la realización del vídeo (intercambio KIKS) y la exposición oral en clase trabajan la expresión lingüística, mientras que la parte artística y la creación del jardín vertical fomentan la conciencia estética y medioambiental. • Confianza y Creatividad: Al tratarse de un modelo abierto donde cada grupo resuelve su propia temática matemática, se fomenta la creatividad en el diseño. Ver su trabajo expuesto y ser capaces de explicarlo a los demás les ayuda a ganar seguridad en sus propias capacidades y a perder el miedo a enfrentarse a retos complejos.
Descriptores Operativos:	• Competencia en comunicación lingüística (CCL): CCL1: Se expresa de forma oral, escrita, signada o multimodal con coherencia, corrección y adecuación a los diferentes contextos sociales, y participa en interacciones comunicativas con actitud cooperativa y respetuosa tanto para intercambiar información, crear conocimiento y transmitir opiniones, como para construir vínculos personales. CCL5: Pone sus prácticas comunicativas al servicio de la convivencia democrática, la resolución dialogada de los conflictos y la igualdad de derechos de todas las personas, evitando los usos discriminatorios, así como los abusos de poder, para favorecer la utilización no solo eficaz sino también ética de los diferentes sistemas de comunicación. • Competencia plurilingüe (CP): CP1: Usa eficazmente una o más lenguas, además de la lengua o lenguas familiares, para responder a sus necesidades comunicativas, de manera apropiada y adecuada tanto a su desarrollo e intereses como a diferentes situaciones y contextos de los ámbitos personal, social, educativo y profesional. CP3: Conoce, valora y respeta la diversidad lingüística y cultural presente en la sociedad, integrándola en su desarrollo personal como factor de diálogo, para fomentar la cohesión social.

Fundamentación curricular:	
Descriptores Operativos:	- Competencia matemática, y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería (STEM): STEM1: Utiliza métodos inductivos y deductivos propios del razonamiento matemático en situaciones conocidas, y selecciona y emplea diferentes estrategias para resolver problemas analizando críticamente las soluciones y reformulando el procedimiento, si fuera necesario. STEM2: Utiliza el pensamiento científico para entender y explicar los fenómenos que ocurren a su alrededor, confiando en el conocimiento como motor de desarrollo, planteándose preguntas y comprobando hipótesis mediante la experimentación y la indagación, utilizando herramientas e instrumentos adecuados, apreciando la importancia de la precisión y la veracidad y mostrando una actitud crítica acerca del alcance y las limitaciones de la ciencia. STEM3: Plantea y desarrolla proyectos diseñando, fabricando y evaluando diferentes prototipos o modelos para generar o utilizar productos que den solución a una necesidad o problema de forma creativa y en equipo, procurando la participación de todo el grupo, resolviendo pacíficamente los conflictos que puedan surgir, adaptándose ante la incertidumbre y valorando la importancia de la sostenibilidad. STEM4: Interpreta y transmite los elementos más relevantes de procesos, razonamientos, demostraciones, métodos y resultados científicos, matemáticos y tecnológicos de forma clara y precisa y en diferentes formatos (gráficos, tablas, diagramas, fórmulas, esquemas, símbolos...), aprovechando de forma crítica la cultura digital e incluyendo el lenguaje matemático-formal con ética y responsabilidad, para compartir y construir nuevos conocimientos. STEM5: Emprende acciones fundamentadas científicamente para promover la salud física, mental y social, y preservar el medio ambiente y los seres vivos; y aplica principios de ética y seguridad en la realización de proyectos para transformar su entorno próximo de forma sostenible, valorando su impacto global y practicando el consumo responsable. - Competencia digital (CD): CD1: Realiza búsquedas en internet atendiendo a criterios de validez, calidad, actualidad y fiabilidad, seleccionando los resultados de manera crítica y archivándolos, para recuperarlos, referenciarlos y reutilizarlos, respetando la propiedad intelectual. CD2: Gestiona y utiliza su entorno personal digital de aprendizaje para construir conocimiento y crear contenidos digitales, mediante estrategias de tratamiento de la información y el uso de diferentes herramientas digitales, seleccionando y configurando la más adecuada en función de la tarea y de sus necesidades de aprendizaje permanente. CD3: Se comunica, participa, colabora e interactúa compartiendo contenidos, datos e información mediante herramientas o plataformas virtuales, y gestiona de manera responsable sus acciones, presencia y visibilidad en la red, para ejercer una ciudadanía digital activa, cívica y reflexiva.

Fundamentación curricular:	
Descriptor Operativos:	- Competencia personal, social y de aprender a aprender (CPSAA): CPSAA1: Regula y expresa sus emociones, fortaleciendo el optimismo, la resiliencia, la autoeficacia y la búsqueda de propósito y motivación hacia el aprendizaje, para gestionar los retos y cambios y armonizarlos con sus propios objetivos. CPSAA3: Comprende proactivamente las perspectivas y las experiencias de las demás personas y las incorpora a su aprendizaje, para participar en el trabajo en grupo, distribuyendo y aceptando tareas y responsabilidades de manera equitativa y empleando estrategias cooperativas CPSAA5: Planea objetivos a medio plazo y desarrolla procesos metacognitivos de retroalimentación para aprender de sus errores en el proceso de construcción del conocimiento. - Competencia ciudadana (CC): CC2: Analiza y asume fundadamente los principios y valores que emanan del proceso de integración europea, la Constitución española y los derechos humanos y de la infancia, participando en actividades comunitarias, como la toma de decisiones o la resolución de conflictos, con actitud democrática, respeto por la diversidad, y compromiso con la igualdad de género, la cohesión social, el desarrollo sostenible y el logro de la ciudadanía mundial. CC3: Comprende y analiza problemas éticos fundamentales y de actualidad, considerando críticamente los valores propios y ajenos, y desarrollando juicios propios para afrontar la controversia moral con actitud dialogante, argumentativa, respetuosa y opuesta a cualquier tipo de discriminación o violencia. - Competencia emprendedora (CE): CE3: Desarrolla el proceso de creación de ideas y soluciones valiosas y toma decisiones, de manera razonada, utilizando estrategias ágiles de planificación y gestión, y reflexiona sobre el proceso realizado y el resultado obtenido, para llevar a término el proceso de creación de prototipos innovadores y de valor, considerando la experiencia como una oportunidad para aprender. - Competencia en conciencia y expresión culturales (CCEC): CCEC1: Conoce, aprecia críticamente y respeta el patrimonio cultural y artístico, implicándose en su conservación y valorando el enriquecimiento inherente a la diversidad cultural y artística.
Competencias específicas	- Interpretar, modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana y propios de las Matemáticas aplicando diferentes estrategias y formas de razonamiento, para explorar distintas maneras de proceder y obtener posibles soluciones. - Analizar las soluciones de un problema usando diferentes técnicas y herramientas, evaluando las respuestas obtenidas, para verificar su validez e idoneidad desde un punto de vista matemático y su repercusión global. - Formular y comprobar conjeturas sencillas o plantear problemas de forma autónoma, reconociendo el valor del razonamiento y la argumentación para generar nuevo conocimiento. - Reconocer y utilizar conexiones entre los diferentes elementos matemáticos interconectando conceptos y procedimientos para desarrollar una visión de las matemáticas como un todo integrado. - Identificar las matemáticas implicadas en otras materias y en situaciones reales susceptibles de ser abordadas en términos matemáticos, interrelacionando conceptos y procedimientos para aplicarlos en situaciones diversas. - Representar, de forma individual y colectiva, conceptos, procedimientos, información y resultados matemáticos usando diferentes tecnologías, para visualizar ideas y estructurar procesos matemáticos.

Fundamentación curricular:	
Competencias específicas	8. Comunicar de forma individual y colectiva conceptos, procedimientos y argumentos matemáticos, usando lenguaje oral, escrito o gráfico, utilizando la terminología matemática apropiada, para dar significado y coherencia a las ideas matemáticas. 9. Desarrollar destrezas personales, identificando y gestionando emociones, poniendo en práctica estrategias de aceptación del error como parte del proceso de aprendizaje y adaptándose ante situaciones de incertidumbre, para mejorar la perseverancia en la consecución de objetivos y el disfrute en el aprendizaje de las matemáticas. 10. Desarrollar destrezas sociales reconociendo y respetando las emociones y experiencias de los demás, participando activa y reflexivamente en proyectos en equipos heterogéneos con roles asignados, para construir una identidad positiva como estudiante de matemáticas, fomentar el bienestar personal y crear relaciones saludables.
Criterios de evaluación	1.2 Aplicar diferentes herramientas y estrategias apropiadas que contribuyan a la resolución de problemas. 2.2 Comprobar, con algunas indicaciones de guía, la validez de las soluciones de un problema y su coherencia en el contexto planteado, evaluando el alcance y repercusión de estas desde diferentes perspectivas (de género, de sostenibilidad, de consumo responsable, etc.). 3.3 Emplear herramientas tecnológicas adecuadas en la comprobación de conjeturas o problemas analizando el resultado obtenido. 5.1 Conocer las relaciones entre los conocimientos y experiencias matemáticas, formando un todo coherente. 6.3 Reconocer la aportación de las matemáticas al progreso de la humanidad y su contribución a la superación de los retos que demanda la sociedad actual. 7.1 Representar conceptos, procedimientos, información y resultados matemáticos de modos distintos y con diferentes herramientas, incluidas las digitales, visualizando ideas y estructurando procesos matemáticos. 7.2 Elaborar representaciones matemáticas que ayuden en la búsqueda de estrategias de resolución de una situación problematizada, usando material manipulativo de apoyo si es necesario. 8.1 Comunicar información utilizando el lenguaje matemático apropiado, utilizando diferentes medios, incluidos los digitales, oralmente y por escrito, al describir y explicar razonamientos, procedimientos y conclusiones. 9.2 Mostrar una actitud positiva y perseverante, aceptando la crítica razonada al hacer frente a las diferentes situaciones de aprendizaje de las matemáticas. 10.1 Colaborar activamente y construir relaciones trabajando con las matemáticas en equipos heterogéneos, respetando diferentes opiniones, comunicándose de manera efectiva, pensando de forma crítica y creativa y tomando decisiones. 10.2 Participar en el reparto de tareas que deban desarrollarse en equipo, aportando valor, favoreciendo la inclusión, la escucha activa, y asumiendo el rol asignado.
Contenidos	B. Sentido de la medida 1. Magnitud • Atributos mensurables de los objetos físicos y matemáticos en el espacio: investigación y relación entre los mismos. • Estrategias de elección de las unidades y operaciones adecuadas en problemas que impliquen medida en el espacio. 2. Estimación y relaciones • Formulación de conjeturas sobre medidas en el espacio o relaciones entre las mismas basadas en estimaciones.

Fundamentación curricular:	
Contenidos	B. Sentido de la medida 3. Medición • Longitudes, áreas y volúmenes en figuras tridimensionales: deducción, interpretación y aplicación. • Representaciones planas de objetos tridimensionales en la visualización y resolución de problemas de áreas. • Representaciones de objetos geométricos con propiedades fijadas, como las longitudes de los lados o las medidas de los ángulos. C. Sentido espacial 1. Figuras geométricas de tres dimensiones • Figuras geométricas tridimensionales: descripción y clasificación en función de sus propiedades o características. • Relaciones geométricas como la congruencia, la semejanza y la relación pitagórica en figuras tridimensionales: identificación y aplicación. • Construcción de figuras geométricas tridimensionales con herramientas manipulativas y digitales (programas de geometría dinámica, realidad aumentada ...). 3. Visualización, razonamiento y modelización geométrica • Modelización geométrica: relaciones numéricas y algebraicas en la resolución de problemas. F. Sentido socioafectivo 1. Creencias, actitudes y emociones • Esfuerzo y motivación: reconocimiento de su importancia en el aprendizaje de las matemáticas. • Estrategias de fomento de la curiosidad, la iniciativa, la perseverancia y la resiliencia en el aprendizaje de las matemáticas. • Estrategias de fomento de la flexibilidad cognitiva: apertura a cambios de estrategia y transformación del error en oportunidad de aprendizaje. 2. Trabajo en equipo y toma de decisiones • Técnicas cooperativas para optimizar el trabajo en equipo y compartir y construir conocimiento matemático. 3. Inclusión, respeto y diversidad • La contribución de las matemáticas al desarrollo de los distintos ámbitos del conocimiento humano desde diferentes perspectivas (de género, de sostenibilidad, de consumo responsable...).
Interdisciplinariedad y contenidos transversales	La presente situación de aprendizaje se diseña bajo un enfoque interdisciplinar, proporcionando al alumnado la oportunidad de transferir conocimientos y destrezas entre diferentes materias en un contexto significativo: • Lengua Extranjera (inglés): Dado que el proyecto se enmarca en el programa internacional KIKS, la conexión con el inglés es fundamental. El alumnado debe interpretar el vídeo enviado por los compañeros finlandeses y generar su propio vídeo explicativo locutado en inglés. Esto permite trabajar la comprensión y expresión oral en una lengua extranjera aplicada a un contexto técnico-matemático. • Educación Plástica, Visual y Audiovisual: Existe una relación directa a través del sentido espacial y de la medida. El diseño estético del Himmeli, la proporción, el uso del color y la armonía visual en la creación del jardín vertical conectan el rigor geométrico con la expresión artística y la creatividad. • Tecnología y Digitalización: La utilización de GeoGebra para el modelado 3D y de herramientas de edición para el producto audiovisual final integra contenidos del ámbito tecnológico, fomentando el uso crítico y eficaz de dispositivos digitales.

Fundamentación curricular:	
Interdisciplinariedad y contenidos transversales	• Biología y Geología: La creación de un jardín vertical sostenible introduce conceptos de conciencia ecológica y botánica básica (cuidado de las plantas que se integran en los Himmelis), vinculando la geometría con el respeto al medio ambiente. • Lengua Castellana y Literatura: La exposición oral final frente a la clase refuerza la conexión entre el lenguaje matemático y la comunicación lingüística, trabajando la correcta expresión de razonamientos, símbolos y gráficas de forma estructurada. Además, se trabajan de forma transversal los siguientes elementos marcados por la normativa: • Comprensión lectora y expresión oral: A través de la investigación inicial y la defensa del proyecto. • Comunicación audiovisual: Mediante la creación del vídeo para la comunidad internacional. • Emprendimiento y Sostenibilidad: Mediante la gestión de los grupos de tres (toma de decisiones) y la elección de materiales biodegradables (pajitas de cartón reciclado) para minimizar el impacto ambiental.
Fundamentación metodológica:	
Métodos:	Para esta Situación de Aprendizaje se ha diseñado una estrategia docente basada en el Aprendizaje Significativo, donde el alumnado es el protagonista activo de su proceso de construcción de conocimiento, integrando las siguientes metodologías: • Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP): Se utiliza para transformar la unidad de geometría en un desafío real y motivador: el diseño de un jardín vertical. Este enfoque permite que el alumnado no trabaje con ejercicios aislados, sino que aplique conceptos (Tales, Pitágoras, Euler) para resolver problemas de diseño y estabilidad estructural en un contexto de intercambio internacional. • Enfoque STEAM e interdisciplinar: La propuesta integra las matemáticas con la Ingeniería (estructuras de los Himmelis), la tecnología (GeoGebra y edición de vídeo), el arte (diseño estético y tradición finlandesa) y la conciencia ecológica. Este marco fomenta que el alumnado vea las matemáticas como una herramienta útil para crear y transformar su entorno de forma sostenible. • Aprendizaje manipulativo y visualización espacial: Se aborda la geometría desde la acción. Pasar del modelado digital en GeoGebra a la construcción física con pajitas de cartón rompe la barrera de lo abstracto. Manipular las aristas y los vértices permite al alumnado interiorizar las propiedades de los cuerpos geométricos antes de formalizar los cálculos de áreas y volúmenes. El Himmeli físico actúa, por tanto, como el puente entre los conocimientos teóricos y la realidad. • Aprendizaje colaborativo: La organización en grupos de tres personas fomenta la interdependencia positiva. En lugar de asignar roles fijos, todos los miembros del equipo comparten la responsabilidad de todas las tareas (diseño, construcción y comunicación). Esto obliga a una negociación constante y a un diálogo fluido sobre cómo encarar el proyecto y hacia dónde dirigirlo, haciendo que el éxito del Himmeli y del jardín vertical sea el resultado de decisiones tomadas conjuntamente.
Organización del alumnado y agrupamientos	La organización del alumnado se adapta a las necesidades técnicas de cada sesión, garantizando que el espacio de trabajo sea el más adecuado para el desarrollo de las competencias: Fase de desarrollo de la unidad didáctica (Sesiones 1 a 3, 5 y 6): El alumnado trabaja en su aula habitual, dispuestos por parejas. Esta configuración permite un clima de atención durante las explicaciones teóricas y facilita la resolución de ejercicios de consolidación mediante el apoyo mutuo.

Fundamentación metodológica:	
Organización del alumnado y agrupamientos	La sesión 4 se realizará mediante el uso de tabletas o portátiles o en su defecto se acudirá al aula de informática, donde cada alumno estará con un dispositivo. Fase de situación de aprendizaje (Sesiones 7 a 14): Se establecen grupos colaborativos de tres personas, configurados de forma heterogénea. Durante esta fase, la ubicación del grupo-clase varía según la tarea: • Aula de Informática: Para las sesiones de modelado digital con GeoGebra y la edición del vídeo explicativo. El trabajo en tríos permite que el alumnado contraste sus diseños digitales y colabore en la creación del guion. • Aula de Dibujo / Plástica: Para las sesiones de construcción física de los Himmelis. Se aprovecha este espacio por disponer de superficies de trabajo más amplias, facilitando el manejo de los materiales manipulativos (pajitas, hilos y plantillas) y el ensamblaje de las estructuras. • Aula habitual: Para la fase final de exposición oral y la instalación del jardín vertical colectivo. Este agrupamiento colaborativo se mantiene estable durante las 8 sesiones finales, permitiendo que el equipo mantenga una línea de trabajo coherente desde el diseño digital hasta la defensa de su proyecto.
Cronograma y organización del tiempo	La unidad didáctica se desarrolla a lo largo de 14 sesiones de 50 minutos, distribuidas en dos fases que permiten una transición coherente desde la adquisición de herramientas geométricas hasta la ejecución del proyecto STEAM: Fase 1: Desarrollo de la Unidad Didáctica (Sesiones 1 a 5) Se desarrolla en el aula habitual y se centra en asentar la base técnica y el cálculo métrico: • Sesión 1: Introducción a los poliedros. Definición, elementos y estudio detallado de los poliedros regulares o Sólidos Platónicos (tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro). Realización de ejercicios relacionados. • Sesión 2: Los prismas. Identificación de partes, desarrollo plano y fórmulas para el cálculo de áreas y volúmenes. Realización de ejercicios relacionados. • Sesión 3: Las pirámides. Clasificación, elementos y cálculo de áreas y volúmenes. Aplicación de Pitágoras para hallar la apotema o la altura. Realización de ejercicios relacionados. • Sesión 4: Introducción al modelizado tridimensional: uso básico de GeoGebra Gráficas 3D y verificación geométrica. • Sesión 5: Cuerpos compuestos y consolidación. Profundización en Pitágoras aplicado a pirámides y resolución de problemas sobre cuerpos compuestos (áreas y volúmenes totales). Realización de ejercicios relacionados. Fase 2: Situación de Aprendizaje (Sesiones 6 a 14) Fase práctica y colaborativa con movilidad de espacios según la tarea: • Sesión 6 (Aula habitual): Lanzamiento y organización. Presentación del proyecto, visualización del vídeo de los Himmelis (programa KIKS), y formación de los grupos de tres. Realización del sorteo de las 10 temáticas matemáticas (Tales, Simetrías, Pitágoras, Sólidos Platónicos, Prismas, Pirámides, etc.). • Sesión 7 y 8 (Aula de Informática): Modelado digital. Uso de GeoGebra 3D para prototipar diferentes modelos posibles de Himmeli que representen la temática asignada, verificando la viabilidad geométrica del diseño. • Sesión 9, 10 y 11 (Aula de Dibujo): Construcción física. Tres sesiones de taller dedicadas a la manipulación de materiales sostenibles (pajitas de cartón e hilo). Se realiza el corte, enhebrado y ensamblaje del modelo físico basado en el diseño de GeoGebra.

Fundamentación metodológica:	
Cronograma y organización del tiempo	- Sesión 12 (Aula de Informática): Creación del vídeo explicativo del proceso. Incluye la redacción del guion y la grabación del mismo en inglés, integrando los conceptos matemáticos trabajados. - Sesión 13 y 14 (Aula habitual): Exposición y evaluación. Presentación de los grupos (aproximadamente 5 minutos por grupo). Cada exposición incluye una ronda de preguntas y retroalimentación (feedback) tanto del docente como de los compañeros. Instalación final del jardín vertical.
Materiales y recursos	Para el desarrollo de la propuesta, se distinguen unos recursos básicos de uso continuo y otros específicos vinculados a las diferentes fases de la Situación de Aprendizaje: Materiales de uso general (Todas las sesiones): - Material de escritura: bolígrafos, lápices, gomas y estuches personales. - Instrumentos de medida: reglas, escuadra y cartabón. - Calculadora. - Cuaderno de clase para apuntes y ejercicios. - Proyector, pizarra digital y ordenador de clase. Recursos específicos por sesiones: Fase de desarrollo de la Unidad Didáctica (Sesiones 1 a 3 y 5): - Libro de texto y fichas con actividades sobre poliedros, áreas y volúmenes. - Modelos físicos de poliedros (figuras 3D) para ver caras, vértices y aristas. Fase de presentación (Sesión 6): - Hoja recortada en papelitos para realizar el sorteo de la temática matemática a realizar por cada grupo. Fase de diseño (Sesiones 4, 7 y 8): - Ordenadores con acceso a GeoGebra. Fase de construcción física (Sesiones 9,10 y 11): - Pajitas de cartón reciclado: Para hacer las aristas. - Hilo de cuerda de cáñamo: Para unir las piezas y que aguante el peso de las macetas. - Tijeras. - Bandejas de cartón reciclado: Para que sirvan de soporte a las plantas. - Cactus, suculentas o plantas de pequeño tamaño y bajo mantenimiento. Fase de realización del video (Sesión 12): - Móviles o tablets: Para grabar el vídeo explicativo en inglés. - Plataforma digital: Para que el alumnado suba y entregue el vídeo final. Fase de exposición y evaluación (Sesiones 13 y 14): - Himmels físicos: El objeto principal que cada grupo utilizará para explicar su temática matemática.
Secuencia de actividades: planificación de actividades y tareas	
La secuencia de actividades se articula en torno a la Situación de Aprendizaje, dividiendo las 14 sesiones en cuatro grandes bloques de trabajo: - Actividades de introducción y desarrollo (Sesiones 1-5): Clases de carácter teórico-práctico centradas en el cálculo métrico de poliedros y resolución de problemas, así como en el aprendizaje por medios digitales. - Actividades de diseño y prototipado (Sesiones 6-8): Sesiones de organización grupal y modelado digital con GeoGebra. - Actividades de construcción y creación (Sesiones 9-11): Sesiones de taller para el ensamblaje físico del Himmeli y la instalación de las plantas. - Actividades de comunicación y presentación (Sesiones 12-14): Producción del vídeo bilingüe, exposición oral de los proyectos y reflexión final. <i>(Para un desglose detallado de cada sesión, véase el apartado de Cronograma y organización del tiempo).</i>	

Atención a las diferencias individuales

Para garantizar que todo el alumnado pueda participar de forma activa y alcanzar los objetivos de la propuesta, se establecen las siguientes medidas de atención a la diversidad:

- Multimodalidad en la presentación: Durante la fase de presentación de la situación de aprendizaje, el docente utilizará un doble formato (visual a través de la pizarra digital y explicativo de forma oral). Esta combinación facilita que la información llegue con claridad a todos los alumnos, independientemente de su estilo de procesamiento de la información.
- Aprendizaje colaborativo y grupos heterogéneos: La formación de equipos de tres integrantes con distintos niveles competenciales evita el aislamiento de los alumnos con más dificultades. El trabajo colaborativo fomenta que todos los miembros se involucren en todas las partes del proceso, promoviendo la ayuda mutua y el avance cohesionado del grupo.
- Distribución de liderazgos según las fases del proyecto: La propuesta está diseñada para que cada alumno tenga la oportunidad de asumir un liderazgo natural en la fase donde sus capacidades individuales más aporten al grupo. Así, un alumno con mayor destreza tecnológica puede liderar la ejecución en GeoGebra, mientras que otros pueden tomar el relevo en la construcción manual del Himmeli o en la expresión oral durante la grabación del vídeo. Esta fluidez permite que todos participen en todo el proceso, pero que el peso de la ejecución sea liderado por distintos miembros según la tarea.
- Sorteo justificado de temáticas: Aunque se realiza un sorteo general para garantizar la equidad, el docente supervisará el proceso para asegurar que la temática asignada sea alcanzable por el grupo, permitiendo ajustes puntuales solo si un caso específico de necesidad educativa lo justifica.
- Flexibilidad en la complejidad del producto: El objetivo principal es la representación correcta de la temática matemática asignada. Por ello, se permite que el diseño del Himmeli se adapte a la destreza del grupo, priorizando la solidez de los conceptos matemáticos aplicados sobre la sofisticación del modelo.
- Diversificación de los productos evaluables: El proceso de evaluación no se limita a un único instrumento, sino que se nutre de la observación y seguimiento de tres productos diferenciados: el Himmeli (dimensión manipulativa), el rigor matemático (dimensión cognitiva y teórica) y la expresión oral (dimensión comunicativa). Esta variedad asegura que la calificación final sea un reflejo fiel de las distintas fortalezas de cada integrante; de este modo, si un alumno no posee una gran destreza manual, no tiene la situación de aprendizaje perdida, ya que puede obtener una calificación positiva compensando su desempeño a través de las competencias técnicas o comunicativas evaluadas.

Procesos de evaluación

La evaluación se concibe como un proceso continuo y formativo. Durante las sesiones iniciales, el docente monitoriza la adquisición de conocimientos para corregir posibles desviaciones; este proceso se intensifica en la fase práctica, donde el uso de GeoGebra y los materiales manipulativos actúan como herramientas de autoevaluación, permitiendo al alumnado detectar y corregir sus propios errores de cálculo y diseño.

Para garantizar una evaluación criterial y competencial, se han diseñado rúbricas específicas que vinculan cada producto con los criterios de evaluación y sus correspondientes competencias específicas del currículo. La suma de estos análisis genera una evaluación global del progreso integral del alumno.

Instrumentos de evaluación basados en rúbricas: (las rúbricas se encontrarán en el anexo 2 Rúbricas)

1. Rúbrica del producto físico (Himmeli): Evalúa la capacidad de traducir conceptos abstractos a modelos tangibles.
 - Criterios vinculados: 1.2, 2.2, 5.1 y 7.2.
 - Competencias Específicas (CE): CE1, CE2, CE5 y CE7.
 2. Rúbrica del vídeo explicativo: Centrada en la comunicación técnica y el uso de tecnología.
 - Criterios vinculados: 3.3, 6.3, 7.1 y 8.1.
 - Competencias Específicas (CE): CE3, CE6, CE7 y CE8.
 3. Rúbrica de la exposición presencial: Valora la defensa oral y la respuesta ante la audiencia.
 - Criterios vinculados: 5.1, 7.1 y 8.1.
 - Competencias Específicas (CE): CE5, CE7 y CE8.
 4. Rúbrica de actitud y proceso (Registro Anecdótico): Monitoriza el desempeño diario en el aula.
 - Criterios vinculados: 1.2, 9.2 y 10.1.
 - Competencias Específicas (CE): CE1, CE9 y CE10.
-

Procesos de evaluación

5. Rúbricas de procesos participativos: Se divide en tres instrumentos específicos para fomentar la metacognición y la responsabilidad social:
- Rúbrica de autoevaluación: El alumno valora su propio aprendizaje (Criterio 9.2 / CE9).
 - Rúbrica de coevaluación intragrupal: Valoración del funcionamiento del equipo (Criterios 10.1 y 10.2 / CE10).
 - Rúbrica de coevaluación intergrupala: Valoración crítica y respetuosa de otros proyectos (Criterios 10.1 y 2.2 / CE10 y CE2).

Calificación de la Situación de Aprendizaje

La calificación final será el resultado de la suma ponderada de los instrumentos mencionados, permitiendo que el alumnado demuestre sus competencias en diversas áreas (manual, teórica, comunicativa y social):

1. Bloque de producto físico (40%)
 - El Himmeli (40%): Es el eje central. Se valorará:
 - Uso de la temática matemática (Fidelidad a los conceptos sorteados).
 - Complejidad y técnica (Grado de dificultad en el ensamblaje y estabilidad).
 - Vistosidad y estética (Acabado final, limpieza y presentación).
 2. Bloque de comunicación y contenido (35%)
 - Vídeo explicativo (20%): Atiende al rigor matemático, la competencia plurilingüe (uso de vocabulario técnico en inglés) y la calidad del montaje y síntesis.
 - Presentación y exposición presencial (15%): Valoración de la defensa oral, atendiendo al rigor matemático, la competencia lingüística (lengua vehicular) y el dominio del tema.
 3. Bloque de actitud y proceso (10%)
 - Registro anecdótico (10%): Basado en la observación directa. Se valora la constancia, el respeto a las normas de seguridad, el uso de GeoGebra y la implicación diaria.
 4. Bloque de reflexión y convivencia (15%)
 - Coevaluación hacia otros grupos (5%): Valoración crítica y respetuosa del trabajo ajeno.
 - Coevaluación intragrupal (5%): Valoración de la colaboración y apoyo dentro del equipo.
 - Autoevaluación (5%): Reflexión honesta sobre el esfuerzo y aprendizajes propios.
-

II. ANEXO 2 RÚBRICAS

Los instrumentos de evaluación presentados en este trabajo anexo han sido desarrollados por el autor tomando como referencia técnica los modelos de rúbricas proporcionados por el Centro Nacional de Desarrollo Curricular en Sistemas No Propietarios (CEDEC, s.f.) a través del portal educativo de la Junta de Castilla y León (EDUCACYL). No obstante, dichos modelos han sido sometidos a un proceso profundo de reestructuración y adaptación para alinearlos con los criterios de evaluación del Decreto 39/2022, de 29 de septiembre, por el que se establece la ordenación y el currículo de la educación secundaria obligatoria en la Comunidad de Castilla y León. (2022) y las necesidades técnicas específicas de la Situación de Aprendizaje: El jardín geométrico vertical y sostenible: la belleza de los Himmelis. Esta adaptación ha permitido transformar herramientas más genéricas o destinadas a otros proyectos en instrumentos específicos y precisos para evaluar todos los contenidos de la propuesta.

RÚBRICA 1: PRODUCTO FÍSICO “HIMMELI” (40%)

Nombre y apellidos de los integrantes del grupo:

Dimensión, competencias y criterios de evaluación	Nivel 4	Nivel 3	Nivel 2	Nivel 1
Aplicación de la temática matemática (CE2, CE5) <i>Criterios: 2.2, 5.1</i>	La estructura integra perfectamente la temática sorteada (ej. Tales). La relación matemática es evidente, exacta y bien justificada en el diseño.	La estructura muestra la temática sorteada de forma clara, aunque con alguna imprecisión menor en el concepto o proporción.	La temática es identificable, pero la ejecución matemática presenta errores que dificultan su comprensión técnica.	La estructura no refleja la temática asignada o el concepto aplicado es erróneo/ausente.
Complejidad del diseño (CE1) <i>Criterio: 1.2</i>	El diseño es altamente ambicioso e innovador, integrando múltiples poliedros o estructuras geométricas complejas.	El diseño es adecuado y muestra un nivel de desafío técnico superior al mínimo exigido en la propuesta.	El diseño es sencillo y cumple con los requisitos mínimos de construcción sin arriesgar en la estructura.	El diseño es excesivamente simple, pobre o no llega a cumplir con los mínimos estructurales básicos.
Estabilidad y equilibrio (CE1) <i>Criterio: 1.2</i>	La estructura es totalmente rígida y estable. Soporta el peso de la maceta/bandeja sin oscilar, ceder ni deformarse.	La estructura es estable y funcional. Soporta el peso requerido, aunque presenta una ligera falta de rigidez al tacto.	La estructura es algo inestable y tiene dificultades para mantener el equilibrio al añadir la carga física.	Estructura inestable que se deforma, se rompe o se cae por sí misma o ante el peso del elemento físico.
Precisión métrica y construcción (CE7) <i>Criterio: 7.2</i>	Aristas cortadas con precisión milimétrica. Los poliedros son perfectos y se distinguen nítidamente todos los cuerpos geométricos.	Aristas con dimensiones correctas en su mayoría. Los poliedros se distinguen bien pese a ligeras asimetrías visuales.	Errores en las dimensiones de las aristas que provocan que los poliedros se vean forzados, asimétricos o algo deformados.	Dimensiones de aristas incorrectas que impiden que el poliedro cierre correctamente o sea reconocible.
Acabado y limpieza técnica (CE7) <i>Criterio: 7.2</i>	Los nudos son limpios, firmes y sin grosores excesivos. La inclusión de las bandejas es impecable, armónica y profesional.	Los nudos son correctos y firmes. Las bandejas están bien integradas con pocos desperfectos visuales en las uniones.	Nudos gruesos, descuidados o con hilos sobrantes. La colocación de bandejas es algo forzada o asimétrica.	Acabado tosco, nudos deshechos o sucios. No se han incluido bandejas o su colocación compromete la estética y el uso.

RÚBRICA 2: VIDEO EXPLICATIVO (20%)

Nombre y apellidos de los integrantes del grupo:

Dimensión, competencias y criterios de evaluación	Nivel 4	Nivel 3	Nivel 2	Nivel 1
Explicación de la temática matemática (CE3, CE7) <i>Criterios: 3.3, 7.1</i>	Explica con total claridad cómo se aprecia la temática sorteada en el Himmeli. Los cálculos y conceptos son exactos y fáciles de seguir para la audiencia.	Explica la temática matemática de forma correcta. Se entiende la relación con el objeto, aunque podría profundizar más en algún detalle técnico.	Describe la temática matemática pero la explicación es algo superficial o presenta algún error leve en los conceptos geométricos.	No explica la temática matemática o la explicación es errónea, impidiendo entender la base geométrica del proyecto.
Competencia Plurilingüe - inglés (CE8) <i>Criterio: 8.1</i>	Se comunica con fluidez, utilizando el vocabulario técnico en inglés con precisión y manteniendo una pronunciación que facilita la comprensión técnica.	Se comunica con claridad en inglés. Usa el vocabulario técnico adecuado, aunque presenta pequeñas vacilaciones o errores gramaticales leves.	Utiliza frases sencillas en inglés o términos aislados. Comete errores de vocabulario o pronunciación que dificultan parcialmente la comprensión.	El uso del inglés es insuficiente o inexistente, no logrando transmitir los conceptos clave en esta lengua.
Relación cultural y propósito del proyecto (CE6) <i>Criterio: 6.3</i>	Consigue relacionar con maestría el origen finlandés del Himmeli con el uso específico y el diseño planteado para este proyecto.	Relaciona correctamente el origen y la tradición del Himmeli con el trabajo realizado, aportando los datos culturales básicos.	Menciona el origen del Himmeli y el propósito del proyecto de forma aislada, sin lograr una conexión clara entre ambos.	No hace referencia a la historia del Himmeli ni explica el propósito del uso que se le da en el proyecto actual.
Estructura y coherencia narrativa (CE8) <i>Criterio: 8.1</i>	El vídeo sigue un hilo conductor lógico y bien estructurado. La información está jerarquizada y se sintetizan los puntos clave con eficacia.	El vídeo es coherente y fácil de seguir. Presenta la información de forma ordenada, aunque la síntesis podría ser más ajustada.	La estructura del vídeo es algo confusa o desordenada. Se incluye la información necesaria pero el mensaje global pierde fuerza.	El vídeo carece de estructura o hilo conductor. La información se presenta de forma fragmentada y sin lógica narrativa.
Calidad técnica y claridad (CE7) <i>Criterio: 7.1</i>	El audio es nítido y la imagen es estable y clara. El montaje es ordenado, permitiendo una visualización cómoda y eficaz de los contenidos.	El audio y la imagen son buenos en general. El montaje es sencillo pero funcional para transmitir el mensaje sin distracciones importantes.	La calidad técnica es aceptable, aunque presenta ruidos en el audio o imágenes algo inestables. El montaje es muy básico.	La deficiente calidad del audio o de la imagen impide seguir la explicación. No hay edición ni orden en los materiales mostrados.

Observaciones:

.....

RÚBRICA 3: EXPOSICIÓN PRESENCIAL (15%)

Nombre y apellidos de los integrantes del grupo:

Dimensión, competencias y criterios de evaluación	Nivel 4	Nivel 3	Nivel 2	Nivel 1
Dominio colectivo y rigor técnico (CE3, CE6) <i>Criterios: 3.2, 6.1</i>	El grupo demuestra un dominio total del proyecto. Resuelven dudas técnicas de forma precisa y coordinada, justificando el diseño.	El grupo muestra buen conocimiento. Responden correctamente a la mayoría de preguntas con solvencia técnica.	El equipo conoce los aspectos básicos, pero las respuestas a preguntas técnicas son superficiales o poco coordinadas.	El grupo no demuestra seguridad ni dominio del trasfondo matemático de su trabajo durante la defensa.
Cohesión y fluidez del discurso (CE8) <i>Criterio: 8.1</i>	El discurso es fluido y está perfectamente repartido. Existe una transición natural entre ponentes y el lenguaje es técnico y correcto.	Se expresan con claridad y orden. El reparto de tiempos es equilibrado, aunque alguna transición podría ser más ágil.	El discurso es sencillo. El reparto de intervenciones es desigual o existen vacilaciones que afectan a la fluidez del equipo.	La exposición es desorganizada. Los ponentes se interrumpen o el lenguaje utilizado no es el adecuado para la etapa.
Puesta en escena y actitud (CE9) <i>Criterio: 9.1</i>	El grupo mantiene una postura profesional y contacto visual constante. Transmiten entusiasmo y seguridad en su propuesta.	El grupo muestra una actitud positiva y segura. Mantienen el contacto visual con la audiencia de forma adecuada.	Actitud correcta pero algo pasiva o nerviosa, con poco contacto visual con el resto de la clase.	El grupo se muestra desinteresado o excesivamente inseguro, dificultando la comunicación con la audiencia.
Gestión de apoyos y tiempos (CE8) <i>Criterio: 8.1</i>	El Himmeli y los apoyos visuales se integran perfectamente. La gestión del tiempo es exacta, jerarquizando lo más importante.	Los apoyos visuales ayudan a la comprensión. Se ajustan al tiempo previsto de forma bastante aproximada.	Uso limitado de los apoyos visuales. Tienen dificultades notables para ajustarse al tiempo asignado (exceso o defecto).	No aprovechan los apoyos visuales. No gestionan el tiempo, dejando partes clave de la exposición sin explicar.

Observaciones:

.....

RÚBRICA 4: REGISTRO ANECDÓTICO INDIVIDUALIZADO (10%)

Nombre y apellidos del alumno:

Dimensión, competencias y criterios de evaluación	Nivel 4	Nivel 3	Nivel 2	Nivel 1
Autonomía y resolución de problemas (CE1) <i>Criterio: 1.2</i>	Muestra total autonomía. Gestiona sus materiales y resuelve retos técnicos del Himmeli con iniciativa y eficacia.	Trabaja de forma autónoma la mayor parte del tiempo. Resuelve problemas con ayuda puntual o siguiendo guías.	Necesita indicaciones constantes para avanzar en la construcción y le cuesta tomar decisiones técnicas.	No muestra autonomía. Depende totalmente del profesor o de sus compañeros para realizar cualquier tarea técnica.
Uso de herramientas y seguridad (CE7) <i>Criterio: 7.2</i>	Utiliza las herramientas (tijeras o hilos) y recursos (GeoGebra) de forma experta, segura y responsable.	Utiliza las herramientas de forma correcta y segura, aunque requiere supervisión en procesos más complejos.	Muestra un manejo básico o algo torpe de los objetos utilizados en clase, requiriendo avisos sobre normas de seguridad.	Desconoce el uso de las herramientas o las utiliza de forma negligente, comprometiendo la seguridad o el material.
Implicación y aprovechamiento (CE9) <i>Criterio: 9.2</i>	Aprovecha íntegramente las sesiones. Su nivel de concentración es alto y motiva al resto del equipo a avanzar.	Aprovecha el tiempo de clase de forma efectiva, aunque presenta distracciones puntuales que no afectan al ritmo.	Su ritmo de trabajo es lento o se distrae con frecuencia, necesitando llamadas de atención para retomar la tarea.	No aprovecha el tiempo de las sesiones. Su actitud pasiva o distractora impide el avance normal de su trabajo y del grupo.
Colaboración y respeto al entorno (CE10) <i>Criterio: 10.1</i>	Colabora activamente con su grupo y ayuda a mantener la clase limpia y ordenada. Respeta escrupulosamente las normas.	Mantiene una actitud colaborativa y respeta el material y el orden de la clase de forma habitual.	Su colaboración en el grupo es mínima. A veces descuida el orden de su puesto de trabajo o el material común.	No colabora con su equipo y muestra falta de respeto por el material, el orden de la clase o las normas de convivencia.

RÚBRICA 5: COEVALUACIÓN INTERGRUPAL (5%)

Nombre y apellidos del alumno observador:

Nombre y apellidos de los integrantes del grupo observado:

Dimensión de evaluación	Nivel 4	Nivel 3	Nivel 2	Nivel 1
Claridad de la temática matemática	Se entiende perfectamente la relación entre el Himmeli y la temática matemática que les tocó (ej. Tales, Pitágoras).	Se entiende la temática matemática general, aunque algunos detalles técnicos no han quedado del todo claros.	Es difícil identificar la relación matemática en su proyecto sin leer la descripción adicional.	No se aprecia ninguna relación matemática ni explicación técnica durante la muestra de su trabajo.
Calidad del producto (Himmeli)	El Himmeli es visualmente impactante, estable y muestra una construcción muy cuidada y compleja.	El Himmeli está bien construido y es estable, aunque el diseño es sencillo o tiene algún nudo grueso.	La estructura es algo inestable o se ve desproporcionada (pajitas mal cortadas o poliedros deformados).	El producto está inacabado, es muy frágil o no se reconocen las figuras geométricas que intentaban representar.
Calidad del vídeo y exposición	El vídeo y la charla han sido muy interesantes, claros y nos han ayudado a aprender algo nuevo sobre su tema.	El vídeo y la charla han sido correctos y organizados. Se entendía bien lo que querían explicar.	La presentación ha sido un poco monótona o desordenada, costaba mantener la atención en lo que contaban.	El vídeo o la exposición han sido confusos, muy cortos o no aportaban información útil sobre su trabajo.

RÚBRICA 6: COEVALUACIÓN INTERNA DEL GRUPO (5%)

Nombre y apellidos del alumno:

Nombre y apellidos del compañero/a evaluado/a 1:

Dimensión del trabajo colaborativo	Nivel 4	Nivel 3	Nivel 2	Nivel 1
Contribución al éxito común	Su trabajo y sus ideas han sido esenciales para el resultado final del grupo.	Ha contribuido de forma constante y positiva en la construcción del proyecto.	Ha hecho aportaciones puntuales, pero su participación ha sido irregular.	Su falta de implicación ha dificultado que el grupo alcanzara sus objetivos.
Gestión de la colaboración	Ha sabido trabajar codo con codo, escuchando y mejorando las ideas de los demás.	Ha trabajado bien en equipo y ha mantenido una actitud constructiva.	Ha trabajado de forma aislada en sus tareas sin interactuar mucho con el grupo.	No ha mostrado interés por colaborar o ha generado un clima negativo.
Apoyo y compromiso mutuo	Ha mostrado un alto compromiso con el equipo, ayudando a resolver dudas y problemas.	Ha cumplido con los acuerdos del grupo y ha apoyado en los momentos necesarios.	Le ha costado comprometerse con el ritmo del grupo o ha necesitado avisos.	Se ha desentendido de las dificultades del grupo o no ha cumplido los acuerdos.

Nombre y apellidos del compañero/a evaluado/a 2:

Dimensión del trabajo colaborativo	Nivel 4	Nivel 3	Nivel 2	Nivel 1
Contribución al éxito común	Su trabajo y sus ideas han sido esenciales para el resultado final del grupo.	Ha contribuido de forma constante y positiva en la construcción del proyecto.	Ha hecho aportaciones puntuales, pero su participación ha sido irregular.	Su falta de implicación ha dificultado que el grupo alcanzara sus objetivos.
Gestión de la colaboración	Ha sabido trabajar codo con codo, escuchando y mejorando las ideas de los demás.	Ha trabajado bien en equipo y ha mantenido una actitud constructiva.	Ha trabajado de forma aislada en sus tareas sin interactuar mucho con el grupo.	No ha mostrado interés por colaborar o ha generado un clima negativo.
Apoyo y compromiso mutuo	Ha mostrado un alto compromiso con el equipo, ayudando a resolver dudas y problemas.	Ha cumplido con los acuerdos del grupo y ha apoyado en los momentos necesarios.	Le ha costado comprometerse con el ritmo del grupo o ha necesitado avisos.	Se ha desentendido de las dificultades del grupo o no ha cumplido los acuerdos.

RÚBRICA 7: AUTOEVALUACIÓN (5%) Y PROPUESTA DE MEJORA

Nombre y apellidos del alumno:

Dimensión de mi aprendizaje	Nivel 4	Nivel 3	Nivel 2	Nivel 1
Mi papel en el equipo	He aportado ideas, he escuchado a mis compañeros y me he esforzado por el éxito del grupo.	He trabajado bien con mi grupo y he cumplido con los acuerdos que tomamos.	He trabajado de forma un poco aislada y me ha costado participar en las decisiones del equipo.	No me he implicado en el trabajo del grupo y he dejado que los demás hicieran mi parte.
Aprendizaje técnico y matemático	Ahora entiendo perfectamente la geometría de mi Himmeli y sé explicarla con claridad.	Entiendo los conceptos matemáticos del proyecto, aunque tengo dudas en algún detalle técnico.	He aprendido los conceptos básicos, pero me cuesta ver la relación entre la geometría y el objeto real.	No he comprendido la base matemática del proyecto ni sé explicar cómo se aplica a mi Himmeli.
Superación de retos y autonomía	He resuelto los problemas del montaje con paciencia y he gestionado bien mi tiempo y materiales.	He logrado terminar las fases del proyecto a tiempo, pidiendo ayuda solo cuando era necesario.	Me ha costado avanzar de forma autónoma y he necesitado mucha ayuda para los pasos más sencillos.	Me he rendido ante las dificultades y no he mostrado interés por terminar el trabajo correctamente.

¿Qué es lo que más te ha gustado y lo que menos de este proyecto?

¿Qué parte te ha resultado más difícil? ¿Has sido capaz de superarla? ¿Cómo?

¿Te ha ayudado este proyecto a ver la utilidad real de la geometría más allá de las fórmulas? ¿Por qué?

¿Te ha resultado el proyecto útil para mejorar tus conocimientos en la unidad explicada? ¿Qué mejoras introducirías en este proyecto?

III. ANEXO 3 SECUENCIACIÓN DE ACTIVIDADES

A. Sesión 1

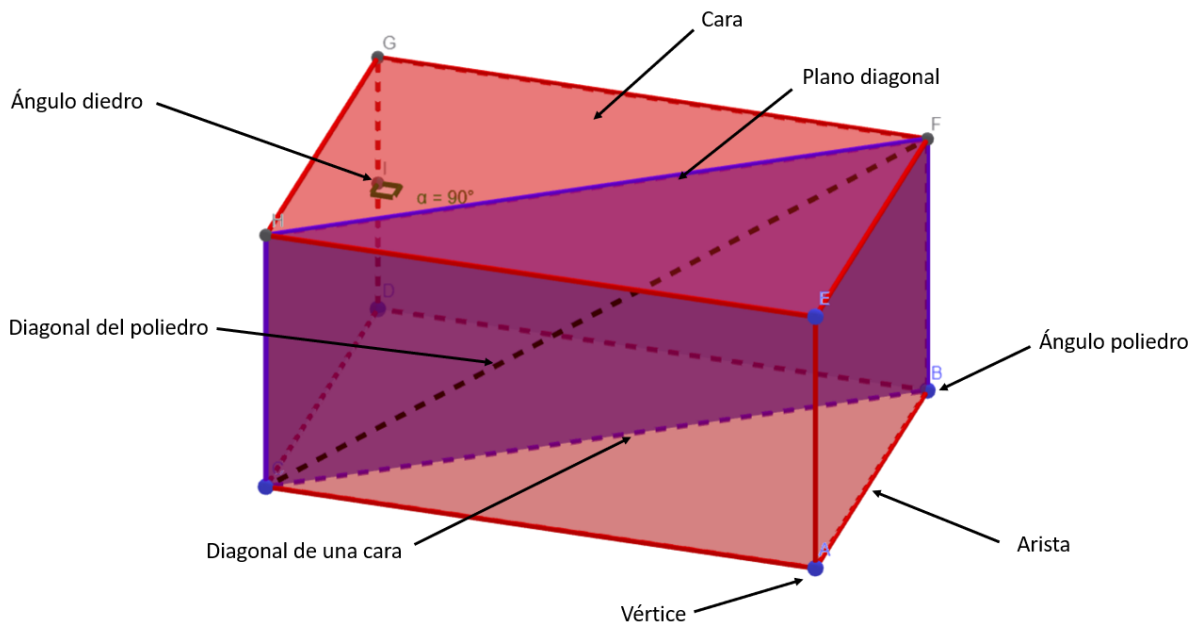
En primer lugar, se comunica a los alumnos que se van colocando en clase que se va a realizar una nueva unidad: Geometría Espacial. Poliedros. Se dan dos minutos para que puedan escribir en su cuaderno el título.

Se comienza a el temario con la definición y elementos del poliedro. Para la definición de poliedro se toma la definida por el Equipo de Matemáticas de Marea Verde (2023), quien indica que “Un poliedro es un cuerpo geométrico cuyas caras son polígonos” (p. 152).

Acto seguido, se enumeran, describen y muestran los elementos de un poliedro (Grupo Editorial Edelvives, 2023):

- Cara: cada uno de los polígonos que lo delimitan.
- Angulo diedro: el formado por dos caras contiguas que concurren en una arista.
- Plano diagonal: es cada uno de los planos que contiene una diagonal del poliedro.
- Ángulo poliedro: el formado por las caras que concurren en un vértice.
- Vértice: cada uno de los puntos comunes a tres o más aristas.
- Arista: segmento donde se unen dos caras.
- Diagonal de una cara: segmento que une dos vértices no contiguos de una misma cara.
- Diagonal del poliedro: cada uno de los segmentos que unen dos vértices de distintas caras. (p. 194)

Figura 3
Elementos de un poliedro.



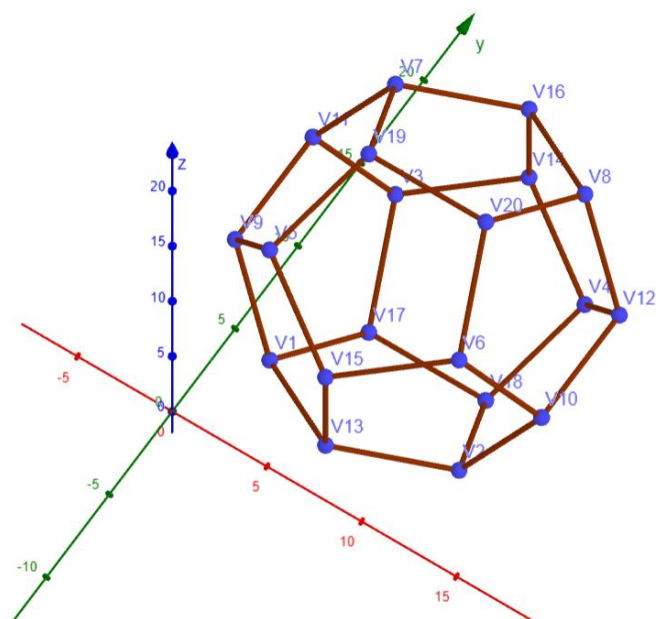
Nota. Modelo tridimensional de elaboración propia, diseñado mediante el software GeoGebra y editado con Microsoft PowerPoint.

Posteriormente, se indica como se nombran los poliedros existiendo tres tipos principales:

- Poliedros regulares: son aquellos cuyas caras son polígonos regulares iguales y en cuyos vértices concurren el mismo número de caras (tetraedro, cubo o hexaedro, octaedro, dodecaedro, icosaedro).
- Prismas: compuesto por dos bases paralelas e iguales y caras laterales que son paralelogramos. Se nombran en función del polígono de su base (por ejemplo, prisma pentagonal).
- Pirámides: cuentan con una sola base y un vértice común (cúspide) donde convergen todas sus caras laterales triangulares. Al igual que los prismas, se nombran en función del polígono de su base (por ejemplo, pirámide hexagonal).

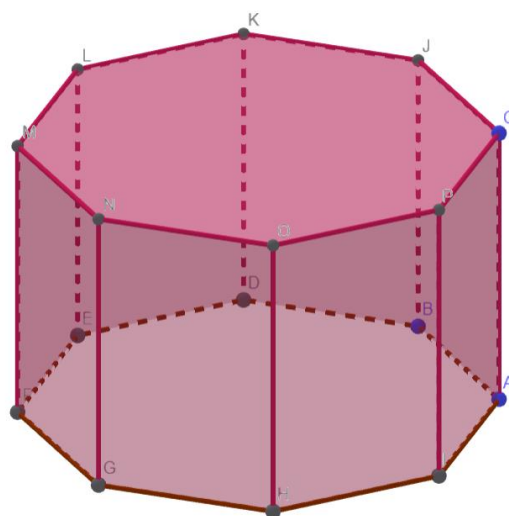
Y se muestran los distintos tipos de poliedros.

Figura 4
Representación de un dodecaedro



Nota. Modelo tridimensional de elaboración propia de un dodecaedro diseñado mediante el software GeoGebra.

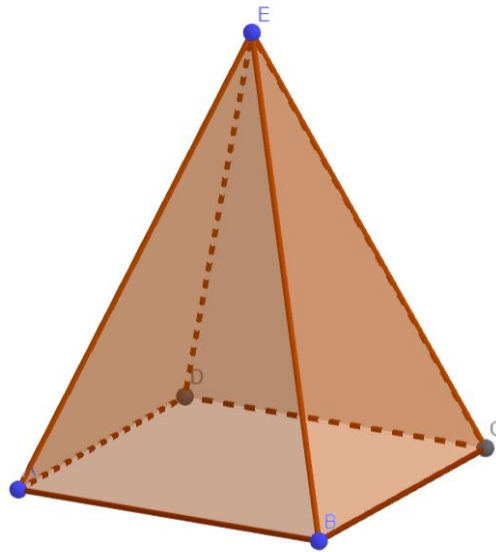
Figura 5
Representación de un prisma octogonal



Nota. Modelo tridimensional de elaboración propia de un prisma octogonal diseñado mediante el software GeoGebra.

Figura 6

Representación de una pirámide cuadrada



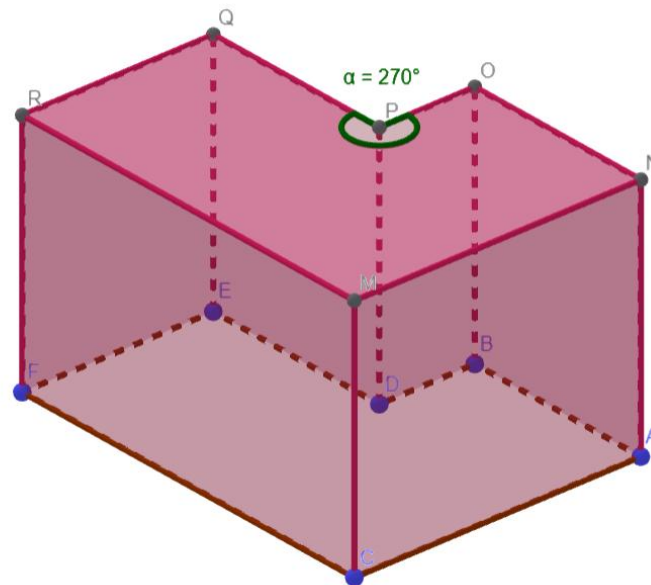
Nota. Modelo tridimensional de elaboración propia de una pirámide cuadrada diseñada mediante el software GeoGebra.

A continuación, se explica la diferencia entre poliedros cóncavos y poliedros convexos.

- Poliedro convexo: es aquel en el que todos sus ángulos diedros (los ángulos formados por cada dos caras que se unen) son menores de 180° . Esto hace que el cuerpo no tenga ningún tipo de hueco o entrante hacia su interior.
- Poliedro cóncavo: es aquel que posee al menos un ángulo diedro mayor de 180° . Debido a esto, el poliedro presenta una zona hundida o un hueco que "apunta" hacia dentro.

Figura 7

Representación de un poliedro cóncavo



Nota. Modelo tridimensional de elaboración propia de un poliedro cóncavo diseñado mediante el software GeoGebra.

Una vez, diferenciados los poliedros cóncavos y convexos se introducirá la fórmula de Euler que dice: solo si todos sus ángulos diedros son menores de 180° (convexos) se cumplirá siempre que la suma de sus Caras (C) y sus Vértices (V) es igual al número de sus Aristas (A) más dos:

$$C + V = A + 2$$

Mientras que en los poliedros cóncavos podrá cumplirse o no, pero no tiene porqué cumplir la fórmula.

Para comprobarse esta idea se pedirá a los alumnos que cuenten el número de caras, vértices y aristas de las figuras anteriores y comprueben si cumple con la fórmula de Euler o no.

Tabla 4

Solución al ejercicio 1 planteado en clase

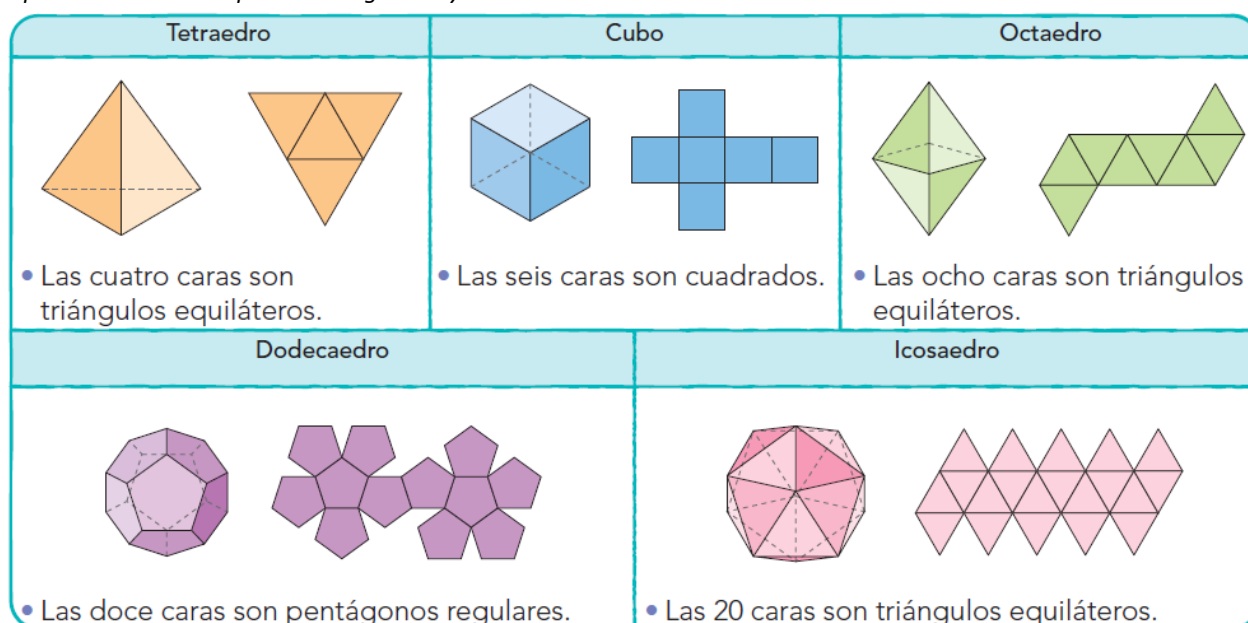
Nombre del poliedro	Nº de caras	Nº de vértices	Nº de aristas	¿Cumple ley de Euler?
Dodecaedro	12	20	30	SI
Prisma octogonal	10	16	24	SI
Pirámide cuadrada	5	5	8	SI
Prisma hexagonal (cóncavo)	8	12	18	SI

Nota. Elaboración propia. Esta tabla muestra la solución al ejercicio planteado para la 1ª sesión.

Seguidamente se mostrarán los distintos poliedros regulares o sólidos platónicos y se incluirán las propiedades que estos han de tener para poder ser regulares:

Figura 8

Representación de los poliedros regulares y su desarrollo.



Nota. Ilustración adaptada de Los poliedros regulares, por (Tatis, 2015), Clases de Tatis. (<https://clasesdetatis.blogspot.com/2015/08/los-poliedros-regulares.html>)

Las características de los poliedros regulares son:

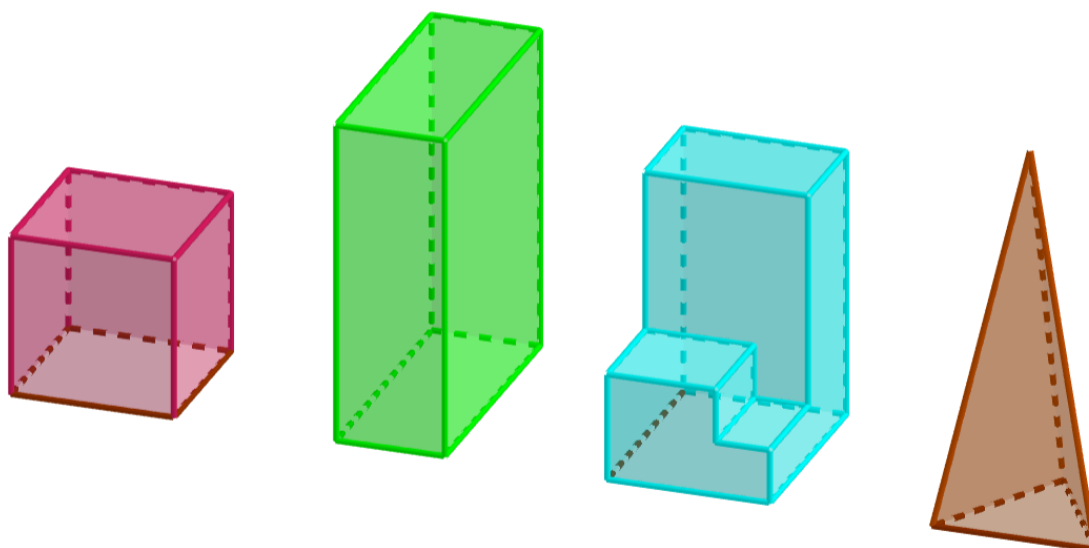
- Sus caras son polígonos regulares
- A cada vértice concurren el mismo número de caras
- La suma de los ángulos que llegan a cada vértice no llega a 360°

Para cerrar la sesión se realizarán un par de ejercicios prácticos que se corrigen haciendo salir a la pizarra a algunos que tengan el deseo de comprobar sus procedimientos.

Ejercicio 2: Calcula si las siguientes figuras cumplen con la fórmula de Euler y comprueba cual de ellas es un poliedro regular.

Figura 9

Ejercicio de fórmula de Euler y poliedros regulares.



Nota. Modelos tridimensionales de elaboración propia de varios poliedros diseñado mediante el software GeoGebra.

Tabla 5

Solución al ejercicio 2 planteado en clase

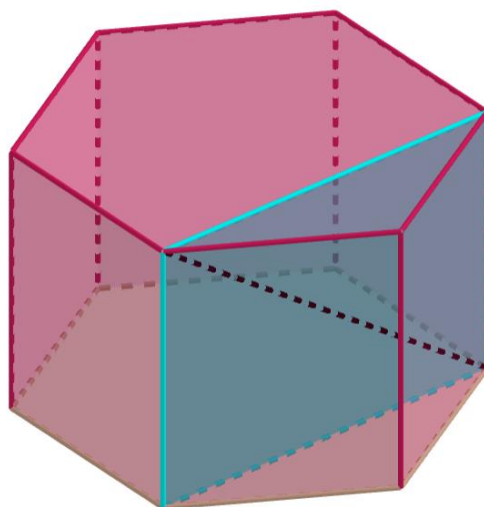
Nombre del poliedro	Nº de caras	Nº de vértices	Nº de aristas	¿Cumple ley de Euler?	¿Es poliedro regular?
Cubo	6	8	12	SI	SI
Prisma rectangular	6	8	12	SI	NO
Poliedro cóncavo	10	16	26	NO	NO
Pirámide triangular	4	4	6	SI	NO

Nota. Elaboración propia. Esta tabla muestra la solución al ejercicio planteado para la 1ª sesión

Ejercicio 3: Nombra todos los elementos posibles que reconozcas en la siguiente figura:

Figura 10

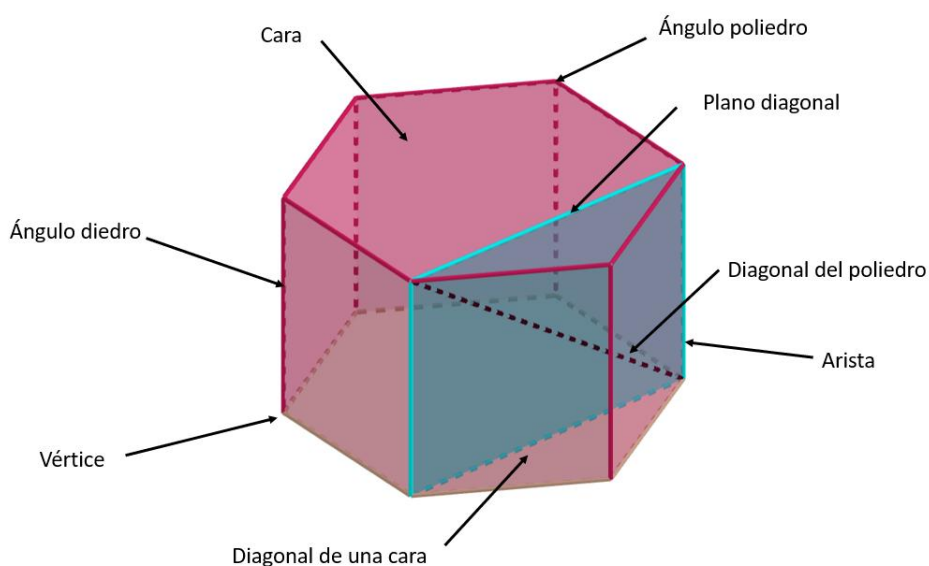
Ejercicio de elementos de un poliedro.



Nota. Modelo tridimensional de elaboración propia de un prisma hexagonal diseñado mediante el software GeoGebra.

Figura 11

Solución al ejercicio 3 planteado en clase



Nota. Modelo tridimensional de elaboración propia, diseñado mediante el software GeoGebra y editado con Microsoft PowerPoint.

B. Sesión 2

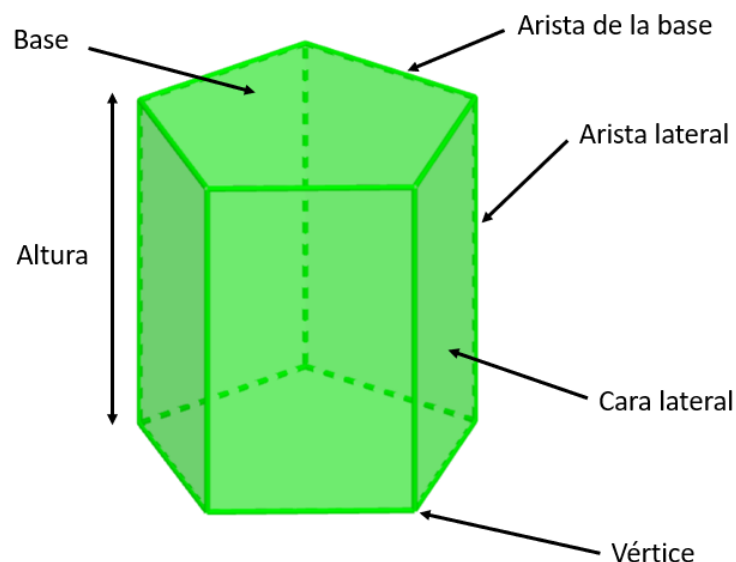
En esta segunda sesión se continuará con la explicación de prismas, comenzando con la definición de prisma (Grupo Editorial Edelvives, 2023, p. 196) “Un prisma es un poliedro formado por dos caras poligonales iguales y paralelas denominadas bases, unidas mediante

paralelogramos llamados caras laterales.” A continuación, se enumeran los elementos incluidos en el prisma.

- Bases
- Aristas de la base
- Altura
- Vértice
- Cara lateral
- Arista lateral

Figura 12

Prisma pentagonal y sus elementos.



Nota. Elaboración propia. Modelo tridimensional de prisma pentagonal, diseñado mediante el software GeoGebra y editado con Microsoft PowerPoint.

A continuación, se muestra el cálculo del área y del volumen de los prismas:

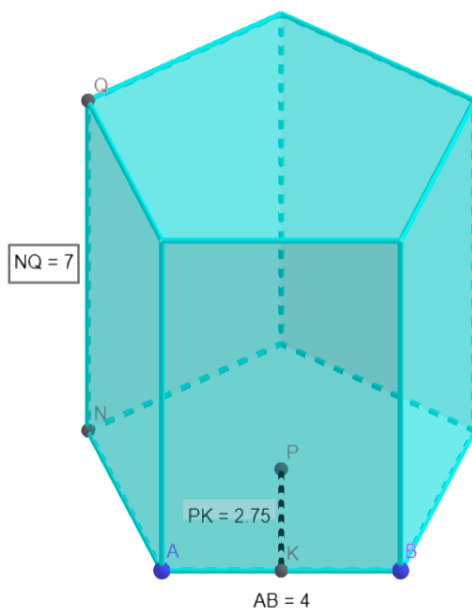
- Área del prisma: $A_{TOTAL} = 2 * A_{base} + A_{lateral}$
- Área de la base: $A_{base} = \frac{P * ap}{2}$ si es polígono regular, si es un rectángulo $A_{base} = x * y$ siendo x e y dos lados del rectángulo, si es un cuadrado $A_{base} = x * x$, y si es un triángulo $A_{base} = \frac{b * h_{TRIANGULO}}{2}$.
- Área lateral: $A_{lateral} = P * h$ (ya que el área de una cara lateral es $A_{1\ cara\ lat} = x * h$ siendo x el valor del lado y h la altura).
- Volumen del prisma: $V_{TOTAL} = A_{base} * h$

La sesión continua con la realización de 4 ejercicios para asentar los conocimientos.

Ejercicio 4: Calcula el área y el volumen de este prisma pentagonal, a partir de los datos de la figura sabiendo que las unidades están escritas en centímetros.

Figura 13

Ejercicio 4. Área y volumen de prisma pentagonal.



Nota. Elaboración propia. Modelo tridimensional de prisma pentagonal, diseñado mediante el software GeoGebra.

Solución del ejercicio 4:

$$A_{base} = \frac{P * ap}{2} = \frac{5 \text{ lados} * 4 \text{ cm} * 2,75 \text{ cm}}{2} = 27,5 \text{ cm}^2$$

$$A_{lateral} = P * h = 5 \text{ lados} * 4 \text{ cm} * 7 \text{ cm} = 140 \text{ cm}^2$$

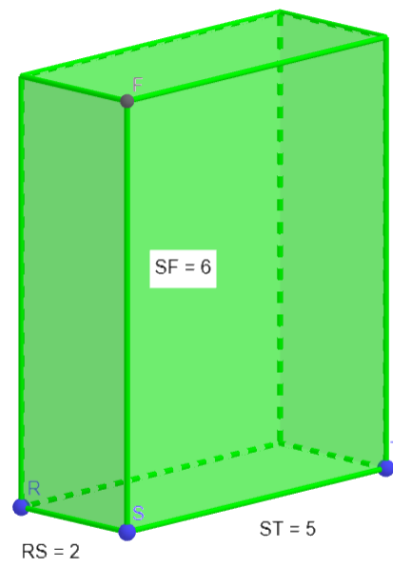
$$A_{TOTAL} = 2 * A_{base} + A_{lateral} = 2 * 27,5 \text{ cm}^2 + 140 \text{ cm}^2 = \mathbf{195 \text{ cm}^2}$$

$$V_{TOTAL} = A_{base} * h = 27,5 \text{ cm}^2 * 7 \text{ cm} = \mathbf{192,5 \text{ cm}^3}$$

Ejercicio 5: Calcula el área y el volumen de este prisma rectangular (ortopedro), a partir de los datos de la figura sabiendo que las unidades están escritas en centímetros.

Figura 14

Ejercicio 5. Área y volumen de prisma rectangular.



Nota. Elaboración propia. Modelo tridimensional de prisma rectangular, diseñado mediante el software GeoGebra.

Solución del ejercicio 5:

$$A_{base} = x * y = 2 \text{ cm} * 5 \text{ cm} = 10 \text{ cm}^2$$

$$A_{lateral} = P * h = (2 \text{ cm} + 5 \text{ cm} + 2 \text{ cm} + 5 \text{ cm}) * 6 \text{ cm} = 84 \text{ cm}^2$$

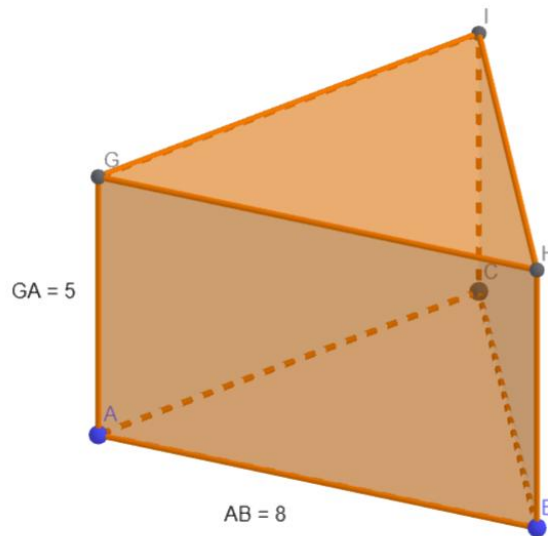
$$A_{TOTAL} = 2 * A_{base} + A_{lateral} = 2 * 10 \text{ cm}^2 + 84 \text{ cm}^2 = \mathbf{104 \text{ cm}^2}$$

$$V_{TOTAL} = A_{base} * h = 10 \text{ cm}^2 * 6 \text{ cm} = \mathbf{60 \text{ cm}^3}$$

Ejercicio 6: Calcula el área y el volumen de este prisma triangular (triángulo equilátero), a partir de los datos de la figura sabiendo que las unidades están escritas en metros.

Figura 15

Ejercicio 6. Área y volumen de prisma triangular.



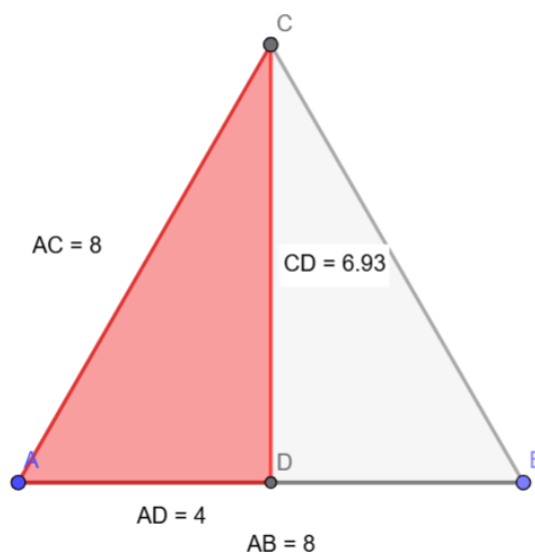
Nota. Elaboración propia. Modelo tridimensional de prisma triangular, diseñado mediante el software GeoGebra.

Solución del ejercicio 6:

En este caso al ser un triángulo equilátero y como anteriormente en el curso se ha explicado el teorema de Pitágoras, se utilizará para calcular la altura del triángulo de la base de la siguiente forma:

Figura 16

Ejercicio 6. Altura del triángulo del prisma triangular.



Nota. Elaboración propia. Modelo plano de la base del prisma triangular, diseñado mediante el software GeoGebra.

$$h_{TRIÁNGULO}^2 = l^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 \rightarrow h_{TRIÁNGULO} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 6,93 \text{ cm}$$

$$A_{base} = \frac{b * h_{TRIANGULO}}{2} = \frac{8 * 6,93}{2} = 27,72 \text{ cm}^2$$

$$A_{lateral} = P * h = 3 \text{ lados} * 8 \text{ cm} * 5 \text{ cm} = 120 \text{ cm}^2$$

$$A_{TOTAL} = 2 * A_{base} + A_{lateral} = 2 * 27,72 \text{ cm}^2 + 120 \text{ cm}^2 = \mathbf{175,44 \text{ cm}^2}$$

$$V_{TOTAL} = A_{base} * h = 27,72 \text{ cm}^2 * 5 \text{ cm} = \mathbf{138,6 \text{ cm}^3}$$

Ejercicio 7: Sabiendo que un decímetro cúbico es igual a 1 litro de agua. ¿Cuántos litros caben en una piscina olímpica sabiendo que sus dimensiones son 50 metros x 25 metros x 2,5 metros de profundidad? ¿Si se quisiera pintar las paredes laterales de la piscina de un color azul marino, para cuantos metros cuadrados debería de planificar?

Solución del ejercicio 7:

$$V_{TOTAL} = A_{base} * h = 50 \text{ m} * 25 \text{ m} * 2,5 \text{ m} = 3125 \text{ m}^3$$

Como $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3$:

$$V_{TOTAL} = 3125 \text{ m}^3 = 3125000 \text{ dm}^3 = \mathbf{3125000 \text{ litros}}$$

Para la segunda pregunta se necesita calcular únicamente el área lateral sin las bases:

$$A_{lateral} = P * h = (50 \text{ m} + 25 \text{ m} + 50 \text{ m} + 25 \text{ m}) * 2,5 \text{ m} = \mathbf{375 \text{ m}^2}$$

C. Sesión 3

Comienza la sesión con la explicación de pirámides; comentando la definición de pirámide (Grupo Editorial Edelvives, 2023, p. 200) “Una pirámide es un poliedro que está formado por una base poligonal y caras laterales triangulares que concurren en un punto llamado vértice de la pirámide.”

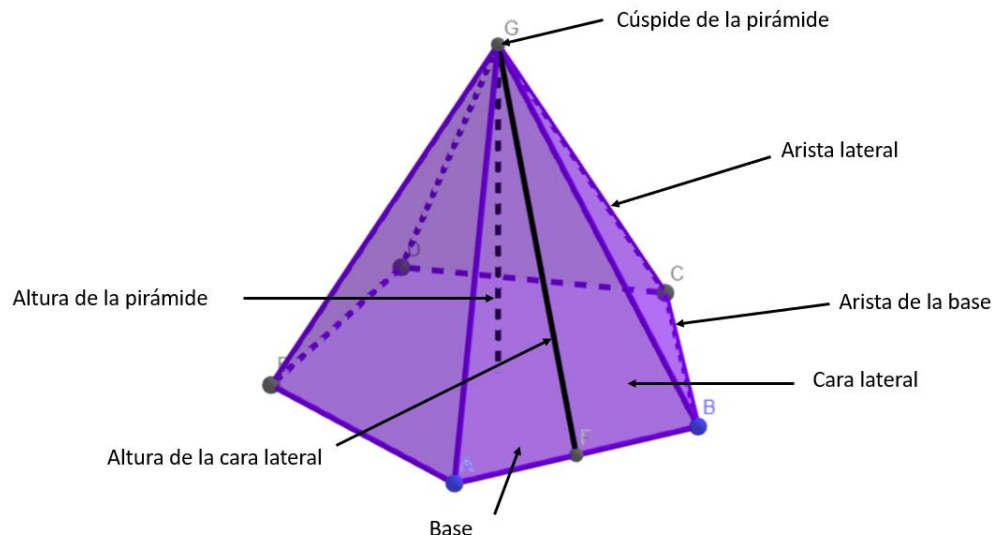
Los elementos contenidos en una pirámide son:

- Vértice o cúspide de la pirámide
- Apotema de la pirámide o altura de la cara lateral
- Arista lateral
- Altura de la pirámide
- Cara lateral

- Base
- Arista de la base

Figura 17

Elementos de una pirámide.



Nota. Modelo tridimensional de elaboración propia, pirámide pentagonal diseñada mediante el software GeoGebra y editado con Microsoft PowerPoint.

A continuación, se muestra el cálculo del área y del volumen de las pirámides; generalmente se utilizarán las siguientes fórmulas: $A_{PIRAMIDE} = A_{BASE} + A_{CARAS\ LATERALES}$ siendo el área de las caras laterales: $A_{CARAS\ LATERALES} = n^{\circ}\ caras\ laterales * \frac{1}{2} * b * h_{CARA\ LATERAL}$ siendo b el lado del polígono de base (en rectángulo habrá que distinguir entre las distintas caras); mientras que la fórmula del volumen de una pirámide es: $V_{PIRAMIDE} = \frac{1}{3} * A_{BASE} * h_{PIRAMIDE}$.

Generalmente en este tipo de ejercicios se ofrece las dimensiones de la base (tanto medidas de las aristas de la base, como la apotema de la base) además de uno de los tres datos relacionados con la altura de la pirámide, en función de los datos que el ejercicio ofrezca se establecerán 3 casos para tener los datos suficientes para calcular su altura y su volumen: si da la altura de la pirámide, la altura de la cara lateral o las dimensiones de la arista de la pirámide. En cualquiera de los casos será necesario utilizar el teorema de Pitágoras.

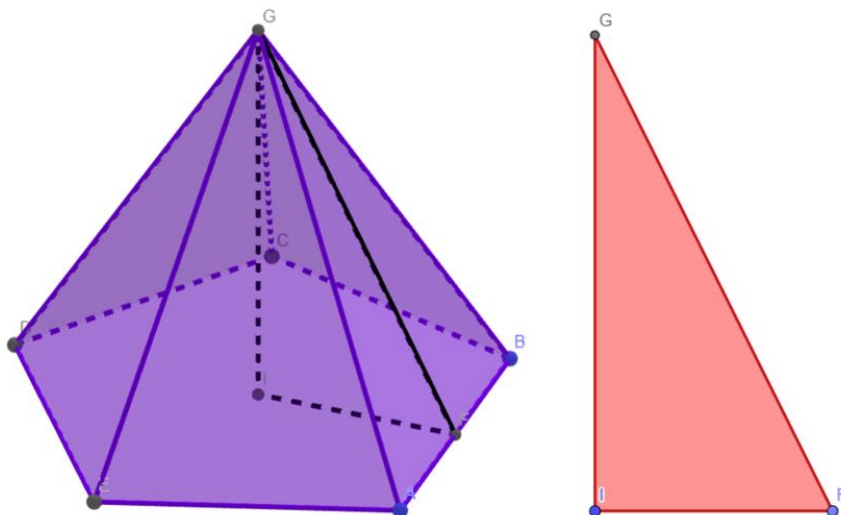
1. A partir de la altura de la cara lateral de la pirámide:

- El cálculo del área de la pirámide se realiza directamente con la fórmula indicada anteriormente.

- Para el cálculo del área se deberá de utilizar el teorema de Pitágoras utilizando para ello la apotema de la base y la altura de la cara lateral y con ello se obtendrá la altura de la pirámide. $h_{PIRÁMIDE}^2 + ap_{base}^2 = h_{CARA LATERAL}^2$

Figura 18

Área y volumen de una pirámide en función de la altura y la altura de la cara lateral



Nota. Modelos de elaboración propia, pirámide pentagonal diseñada mediante el software GeoGebra y editado con Microsoft PowerPoint.

2. A partir de la altura de la pirámide:

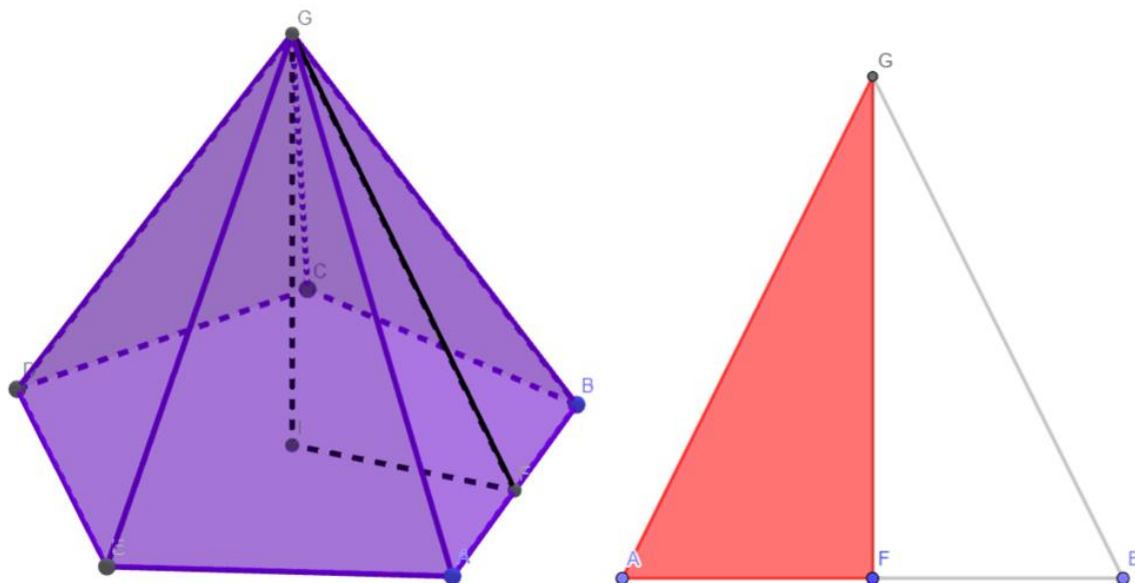
- Para el cálculo del área de la pirámide se deberá de utilizar el teorema de Pitágoras utilizando para ello la apotema de la base y altura de la pirámide y con ello se obtendrá la altura de la cara lateral.
- El cálculo del volumen de la pirámide se realiza directamente con la fórmula indicada previamente.

3. A partir de la arista lateral

- En este caso se buscará la altura de la cara lateral, para ello se volverá a realizar el teorema de Pitágoras, pero en este caso con los siguientes datos: la mitad del lado y la arista lateral y obteniéndose como consecuencia la altura de la cara lateral de la pirámide. Se continúa este caso de la misma forma que el punto 1.

Figura 19

Área y volumen de una pirámide en función de la arista lateral



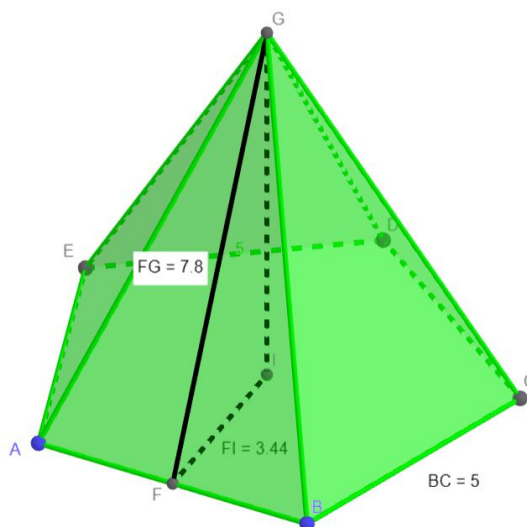
Nota. Modelos de elaboración propia, pirámide pentagonal diseñada mediante el software GeoGebra y editado con Microsoft PowerPoint.

Para completar la sesión se realizarán varios ejercicios que completarán los conocimientos adquiridos:

Ejercicio 8: Calcular el área y el volumen de la siguiente pirámide pentagonal suponiendo que las medidas están en centímetros:

Figura 20

Ejercicio 8.



Nota. Modelo tridimensional de elaboración propia, pirámide pentagonal y sus dimensiones, diseñada mediante el software GeoGebra.

Solución del problema:

$$A_{BASE} = \frac{P * ap}{2} = \frac{5 * 5 * 3,44}{2} = 43 \text{ cm}^2$$

$$A_{CARAS LATERALES} = n^{\circ} \text{ caras laterales} * \frac{1}{2} * b * h_{CARA LATERAL}$$

$$= 5 \text{ caras} * \frac{1}{2} * 5 \text{ cm} * 7,8 \text{ cm} = 97,5 \text{ cm}^2$$

$$A_{PIRAMIDE} = A_{BASE} + A_{CARAS LATERALES} = 43 \text{ cm}^2 + 97,5 \text{ cm}^2 = 140,5 \text{ cm}^2$$

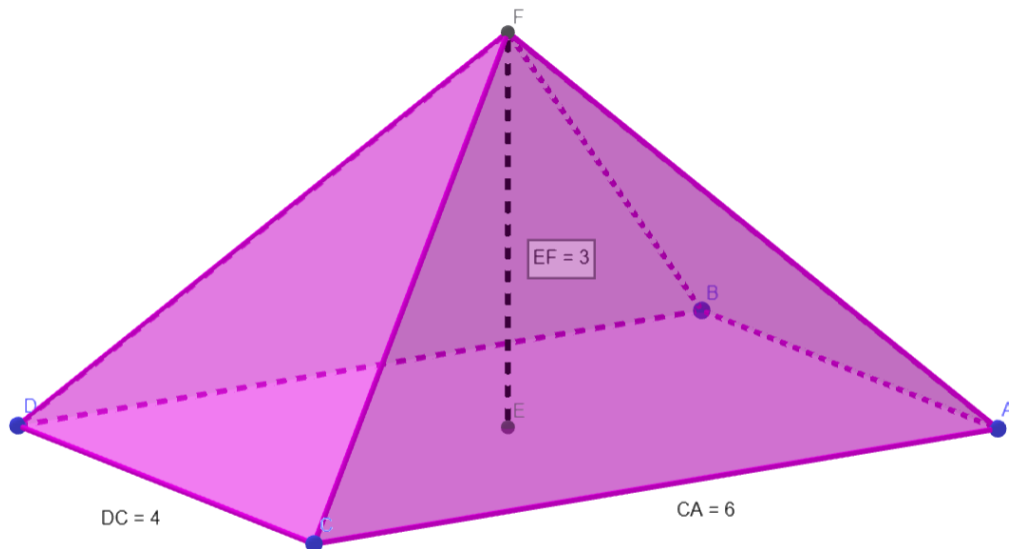
$$h_{PIRÁMIDE}^2 + ap_{base}^2 = h_{CARA LATERAL}^2 \rightarrow h_{PIRÁMIDE} = \sqrt{h_{CARA LATERAL}^2 - ap_{base}^2}$$

$$h_{PIRÁMIDE} = \sqrt{7,8^2 - 3,44^2} = 7 \text{ cm}$$

$$V_{PIRAMIDE} = \frac{1}{3} * A_{BASE} * h_{PIRÁMIDE} = \frac{1}{3} * 43 \text{ cm}^2 * 7 \text{ cm} = 100,33 \text{ cm}^3$$

Ejercicio 9 Calcula el área y el volumen de la siguiente pirámide rectangular suponiendo que las medidas están en centímetros:

Figura 21
Ejercicio 9.



Nota. Modelo tridimensional de elaboración propia, pirámide rectangular y sus dimensiones, diseñada mediante el software GeoGebra.

Solución del problema:

$$A_{BASE} = a * b = 4 \text{ cm} * 6 \text{ cm} = 24 \text{ cm}^2$$

$$h_{PIRÁMIDE}^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = h_{CARA LATERAL}^2 \rightarrow h_{CARA LATERAL} = \sqrt{h_{PIRÁMIDE}^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$h_{CARA LATERAL1} = \sqrt{h_{PIRÁMIDE}^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{3^2 + \left(\frac{6}{2}\right)^2} = 4,24 \text{ cm}$$

$$h_{CARA LATERAL2} = \sqrt{h_{PIRÁMIDE}^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} = \sqrt{3^2 + \left(\frac{4}{2}\right)^2} = 3,61 \text{ cm}$$

$$A_{CARAS LATERALES} = n^{\circ} \text{ caras laterales iguales} * \frac{1}{2} * b * h_{CARA LATERAL}$$

$$A_{CARAS LATERALES} = 2 \text{ caras} * \frac{1}{2} * 4 \text{ cm} * 4,24 \text{ cm} + 2 \text{ caras} * \frac{1}{2} * 6 \text{ cm} * 3,61 \text{ cm}$$

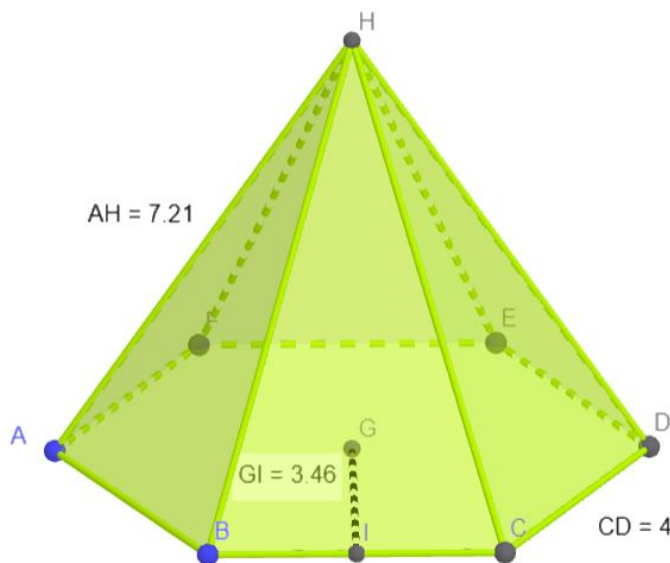
$$A_{CARAS LATERALES} = 38,62 \text{ cm}^2$$

$$A_{PIRAMIDE} = A_{BASE} + A_{CARAS LATERALES} = 24 \text{ cm}^2 + 38,62 \text{ cm}^2 = \mathbf{62,62 \text{ cm}^2}$$

$$V_{PIRAMIDE} = \frac{1}{3} * A_{BASE} * h_{PIRÁMIDE} = \frac{1}{3} * 24 \text{ cm}^2 * 3 \text{ cm} = \mathbf{24 \text{ cm}^3}$$

Ejercicio 10 Calcular el área y el volumen de la siguiente pirámide hexagonal suponiendo que las medidas están en metros.

Figura 22
Ejercicio 10.



Nota. Modelo tridimensional de elaboración propia, pirámide hexagonal y sus dimensiones, diseñada mediante el software GeoGebra.

Solución del problema:

$$A_{BASE} = \frac{P * ap}{2} = \frac{6 * 4 * 3,46}{2} = 41,52 \text{ m}^2$$

$$arista\ lateral^2 = h_{CARA\ LATERAL}^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \rightarrow h_{CARA\ LATERAL} = \sqrt{arista\ lateral^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$h_{CARA\ LATERAL} = \sqrt{7,21^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2} = 6,93 \text{ m}$$

$$A_{CARAS\ LATERALES} = n^o\ caras\ laterales * \frac{1}{2} * a * h_{CARA\ LATERAL}$$

$$= 6\ caras * \frac{1}{2} * 4\ m * 6,93\ m = 83,16\ m^2$$

$$A_{PIRAMIDE} = A_{BASE} + A_{CARAS\ LATERALES} = 41,52\ m^2 + 83,16\ m^2 = \mathbf{124,68\ m^2}$$

$$h_{PIRÁMIDE}^2 + ap_{base}^2 = h_{CARA\ LATERAL}^2 \rightarrow h_{PIRÁMIDE} = \sqrt{h_{CARA\ LATERAL}^2 - ap_{base}^2}$$

$$h_{PIRÁMIDE} = \sqrt{6,93^2 - 3,46^2} = 6\ m$$

$$V_{PIRAMIDE} = \frac{1}{3} * A_{BASE} * h_{PIRÁMIDE} = \frac{1}{3} * 41,52\ m^2 * 6\ m = \mathbf{83,04\ m^3}$$

D. Sesión 4

En esta sesión se instruirá al alumnado en el uso del software GeoGebra como herramienta de soporte para la verificación de las actividades analíticas resueltas previamente, así como plataforma base para el desarrollo del proyecto interdisciplinar programado para las sesiones posteriores.

En primer lugar, se presentará la interfaz web de GeoGebra, concretamente la aplicación Graficadora 3D (<https://www.geogebra.org/3d>), entorno virtual sobre el cual se articulará la totalidad de la jornada. La implementación de la propuesta y la ejecución de las actividades se proyectarán deliberadamente desde la versión del navegador web en lugar de las aplicaciones de escritorio. Esta estrategia metodológica garantiza que los estudiantes puedan acceder al recurso desde cualquier ordenador o tableta sin requerir privilegios de instalación ni descargas previas.

La sesión comenzará guiando a los estudiantes en el reconocimiento visual de los tres ejes ortogonales que dan forma al espacio tridimensional:

- Eje X (color rojo): Representa el eje de abscisas, asociado a la componente longitudinal (largo).
- Eje Y (color verde): Representa el eje de ordenadas, asociado a la componente transversal (ancho o profundidad).
- Eje Z (color azul): Representa el eje de cotas, asociado a la componente vertical (altura).

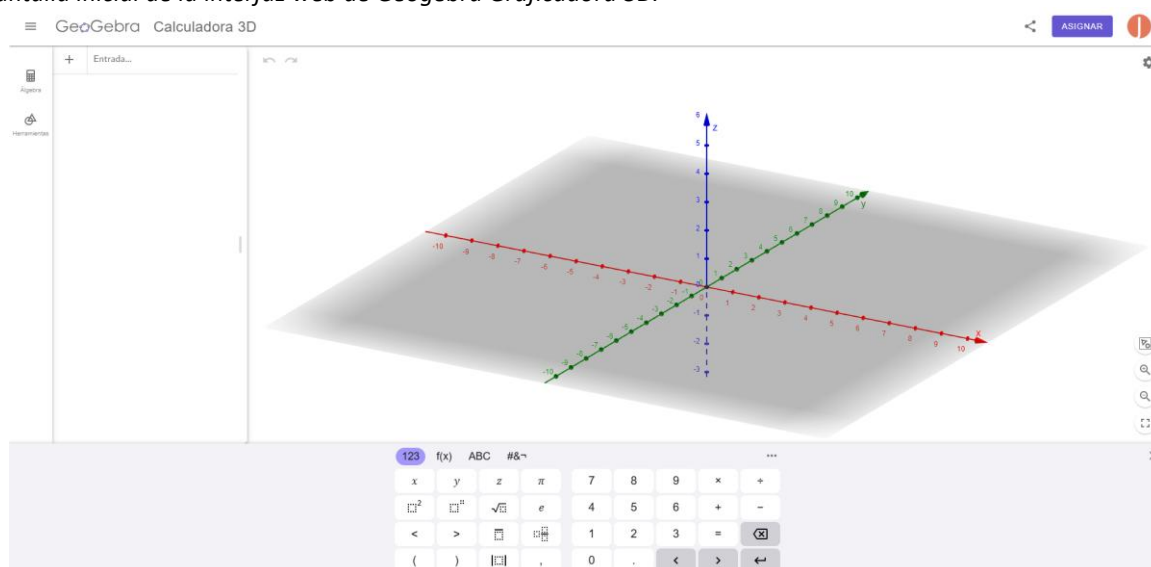
Parte 0: Navegación y Control del Entorno Tridimensional

Antes de iniciar cualquier construcción, es indispensable conocer las herramientas básicas de interacción con el espacio 3D para no perder la perspectiva del modelo:

- Elige y Mueve (Puntero): Representado por el icono de la flecha tradicional. Es el cursor de selección que permite clicar en los comandos de los menús, designar elementos analíticos o interactuar con los deslizadores.
- Rotar la Vista Gráfica (Órbita 3D): Representado por el icono de las flechas circulares. Permite hacer clic y arrastrar en la pantalla para pivotar la cámara y girar el lienzo en cualquier dirección del espacio. Es fundamental para inspeccionar los cuerpos desde todos los ángulos.

Figura 23

Pantalla inicial de la interfaz web de Geogebra Graficadora 3D.



Nota. Captura de pantalla del entorno tridimensional y sus ejes de coordenadas cartesianas. Adaptado de Graficadora 3D, por Geogebra, s.f. (<https://www.geogebra.org/3d>).

Parte 1 Inserción de puntos

La introducción de los puntos o vértices espaciales en la plataforma se puede ejecutar mediante dos metodologías complementarias, combinando la barra de entrada analítica (ubicada en el panel de la izquierda) y el entorno gráfico interactivo:

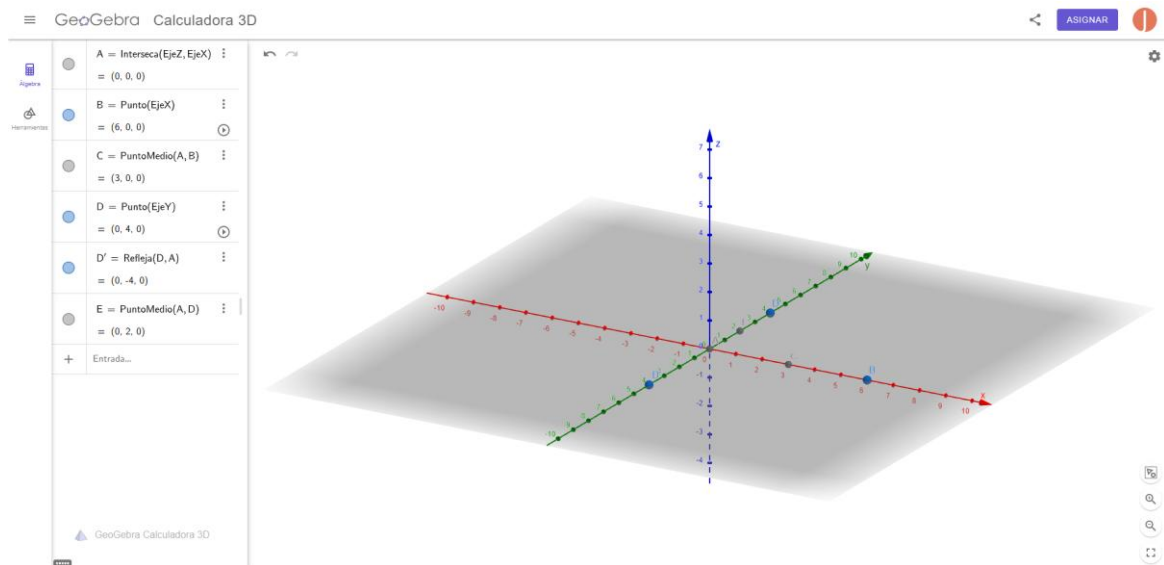
- **Forma analítica (Barra de entrada):** Seleccionando el icono de Álgebra (representado por una calculadora), se accede a la barra de entrada de datos. Desde aquí, el alumno puede definir de forma matemática cualquier vértice utilizando la sintaxis $A = (x, y, z)$. En esta expresión, "A" corresponde a la nomenclatura del punto (obligatoriamente en mayúscula), mientras que "x", "y" y "z" determinan sus valores de posición en los ejes X (rojo), Y (verde) y Z (azul) respectivamente.
- **Vía gráfica (Entorno interactivo):** Seleccionando el botón de Herramientas (representado por figuras geométricas) y activando el comando Punto, el estudiante puede situar el vértice directamente sobre el lienzo con un solo clic. Este método resulta más limitado en las fases iniciales de la sesión, cuando el espacio virtual está vacío y carece de referencias (como segmentos o planos de apoyo), pero se convierte en una estrategia muy eficiente y ágil más adelante para identificar de forma automática las coordenadas de una intersección entre dos aristas o segmentos ya existentes.

Puntos derivados y herramientas de simetría (Operaciones avanzadas): Una vez que existen puntos o aristas en el lienzo, el software permite generar nuevos nodos basados en relaciones geométricas espaciales. Para el desarrollo de proyectos estructurales modulares, destacan dos herramientas esenciales:

- **Punto Medio o Centro:** Activando este comando en el menú de Herramientas y haciendo clic sobre un segmento (arista) o pulsando sucesivamente dos puntos cualesquiera, GeoGebra calculará de forma automática las coordenadas del punto central exacto. Sintaxis analítica opcional en la barra de Álgebra: $C = \text{PuntoMedio}(A, B)$.
- **Simetría Central (Punto Simétrico):** El estudiante debe seleccionar el comando Simetría Central, hacer clic sobre el punto que desea reflejar (objeto original) y, a continuación, pulsar sobre el punto que actuará como centro de simetría. El sistema proyectará instantáneamente el nuevo punto simétrico a la misma distancia en la dirección opuesta. Sintaxis analítica opcional en la barra de Álgebra: $C = \text{Refleja}(A, B)$.

Figura 24

Representación de puntos en la interfaz web de GeoGebra Graficadora 3D



Nota. Captura de pantalla de la aplicación que ilustra la inserción analítica y gráfica de puntos en el espacio tridimensional. Adaptado de Graficadora 3D, por Geogebra, s.f. (<https://www.geogebra.org/3d>).

Parte 2: Formación de aristas

Las aristas son la armadura de los poliedros y se determinan mediante la unión de los vértices ya realizados en el punto anterior. Para dibujar las aristas se podrá hacer de nuevo por dos métodos:

- Se selecciona el comando Segmento en la barra de herramientas geométricas y se efectúa una pulsación sucesiva sobre los dos puntos de interés (punto A y punto B).
- Sintaxis analítica: Introducir en el campo de entrada la expresión $c = \text{Segmento}(A, B)$ siendo en este caso c el nombre del segmento.

Parte 3: Creación de polígonos

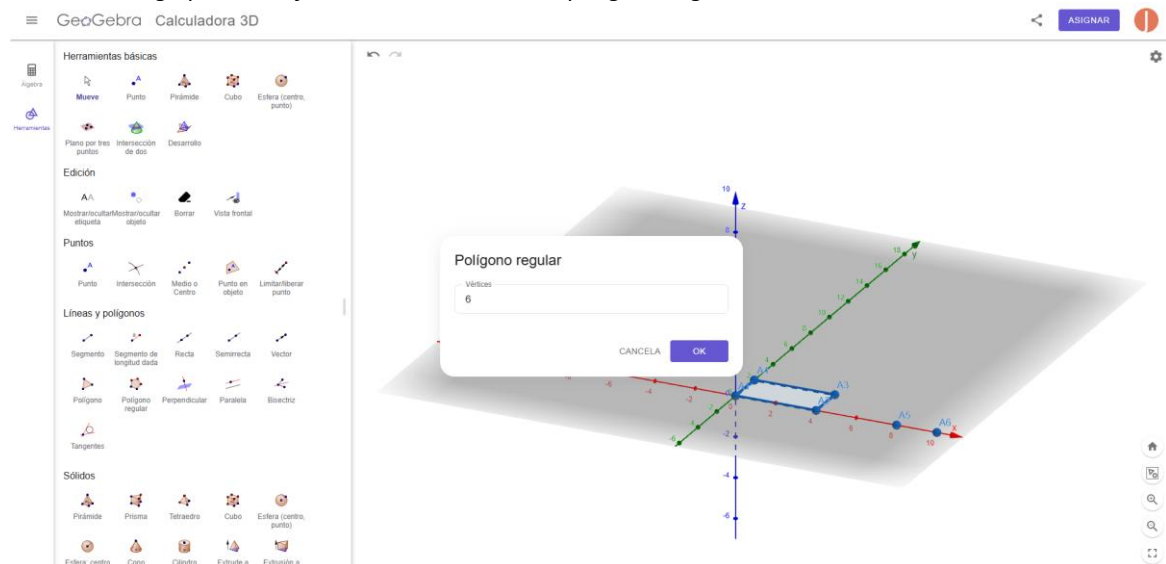
Para la generación de los polígonos se distinguirán dos tipos, polígonos regulares y polígonos irregulares:

- En polígonos regulares se deberán de seguir los siguientes pasos:
 1. Primero será necesario dibujar dos puntos por ejemplo: $A=(0,0,0)$ y $B=(4,0,0)$; estos puntos formarán un lado del polígono.
 2. En herramientas existe el comando “Polígono regular” que te manda seleccionar los vértices sobre los que se va a realizar el polígono.

3. Una vez seleccionados, aparece un cuadro de texto preguntando el número de vértices de tu polígono, se responde en función del polígono que desees y estará completado.
- En polígonos irregulares como por ejemplo rectángulos se deberán de seguir los siguientes pasos:
 1. Primero será necesario dibujar todos los puntos del polígono por ejemplo: $A1=(0,0,0)$; $A2=(4,0,0)$; $A3=(4,2,0)$ y $A4=(0,2,0)$.
 2. En herramientas existe el comando “Polígono” que te manda seleccionar los vértices sobre los que se va a realizar el polígono, se deberá de realizar en orden, en este caso $A1 \rightarrow A2 \rightarrow A3 \rightarrow A4 \rightarrow A1$.

Figura 25

Cuadro de diálogo para la definición de vértices en un polígono regular en GeoGebra 3D



Nota. Captura de pantalla de la interfaz web que muestra el cuadro de texto interactivo empleado para introducir el número de lados de la base regular. Adaptado de Graficadora 3D, por Geogebra, s.f. (<https://www.geogebra.org/3d>).

Parte 4: Generación volumétrica

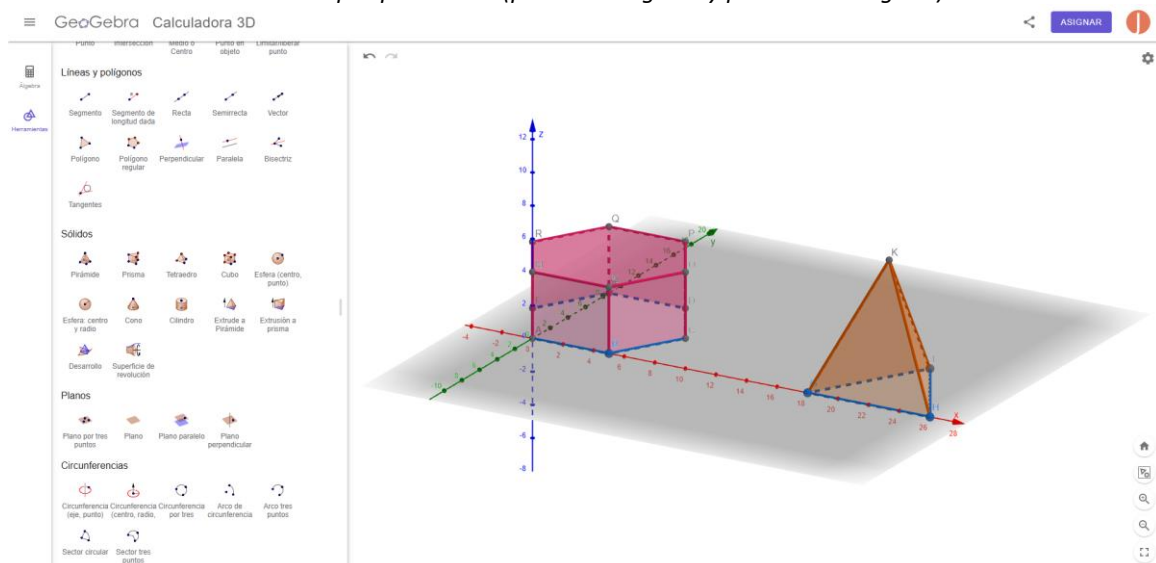
Una vez definido el polígono base en el suelo, se procede a dotar de volumen al cuerpo geométrico en el espacio tridimensional. De nuevo vuelve a existir dos tipos: prismas y pirámides.

- En los prismas se deberán seguir los siguientes pasos:
 1. En el panel de herramientas geométricas, se selecciona el comando Extrusión a Prisma (identificado con el icono de un cubo extendiéndose verticalmente).

2. Se efectúa un clic directamente sobre la superficie interna del polígono base previamente diseñado.
 3. Al hacerlo, se abrirá un cuadro de diálogo interactivo que solicitará la altura requerida para el prisma. El alumno deberá introducir el valor numérico deseado y presionar aceptar.
- En las pirámides se deberán seguir los siguientes pasos:
 1. En el panel de herramientas geométricas, se activa el comando Extrusión a Pirámide (actualmente se llama Extrude a Pirámide, pero debe ser una errata de traducción) que se identifica con el icono de un cono.
 2. Se hace un clic sobre la región delimitada por el polígono que actúa como base de la figura.
 3. En la ventana emergente, se establece la altura que determinará la cota de la cúspide o vértice superior del cuerpo geométrico.

Figura 26

Modelado tridimensional de cuerpos poliédricos (prisma hexagonal y pirámide triangular) en GeoGebra 3D



Nota. Captura de pantalla de la interfaz web que ilustra la generación volumétrica simultánea de un prisma recto de base hexagonal y una pirámide de base triangular mediante comandos de extrusión. Adaptado de Grficadora 3D, por Geogebra, s.f. (<https://www.geogebra.org/3d>).

Parte 5: Personalización estética

Para facilitar la distinción visual de los diferentes elementos geométricos que componen el poliedro, se puede modificar el aspecto estético de los componentes de forma precisa a través del panel de álgebra:

1. El alumno debe dirigirse a la barra de entrada de comandos (panel de la izquierda) y localizar el elemento analítico que desea modificar (punto, segmento o polígono).
2. Se realiza un clic secundario (clic derecho) sobre el nombre o icono de dicho elemento para desplegar el menú emergente, seleccionando la opción de Propiedades.
3. En la ventana de configuración que aparece en pantalla, el estudiante se situará sobre la pestaña de Color, donde podrá seleccionar la tonalidad deseada dentro de la paleta cromática para personalizar las caras o las aristas.
4. En esa misma pestaña, mediante el deslizador de Opacidad, el alumno podrá regular el nivel de transparencia de las superficies.

Parte 6: Cálculo de longitudes, áreas y volúmenes

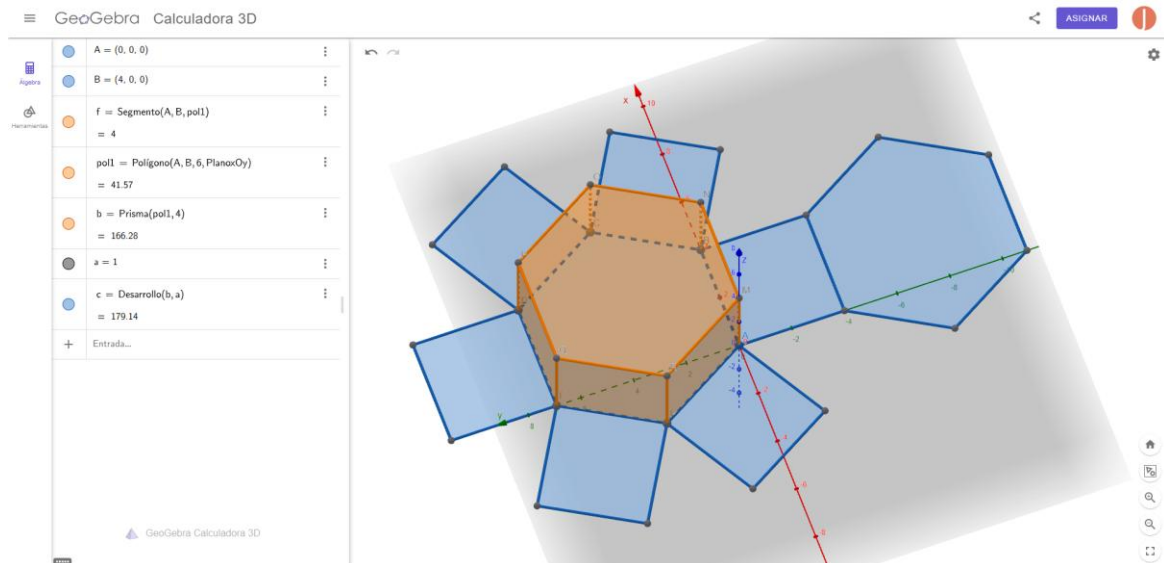
Para poder medir de forma completa del cuerpo geométrico, se procederá en el siguiente orden secuencial:

- Cálculo de longitudes de aristas (dimensión lineal): se selecciona el comando Distancia o Longitud en el panel de herramientas (identificado con el icono cm) y pulsar sobre cualquier segmento o arista del cuerpo, la interfaz generará de forma automática una etiqueta dinámica en la vista 3D con su dimensión lineal exacta. También al generar la línea el valor que te pone en la barra de comandos es su resultado.
- Cálculo de volumen del cuerpo (cálculo tridimensional): el alumno deberá seleccionar el comando Volumen en el panel de herramientas y pulsar sobre el poliedro modelado (prisma o pirámide). También al generar el prisma el valor que te pone en la barra de comandos es su resultado.
- Cálculo del área de un cuerpo o de un polígono:
 1. En el panel de herramientas se activa el comando Desarrollo (icono de un cubo abriéndose) y se clic sobre el prisma o pirámide. El software desplegará el mapa plano del cuerpo (sus bases y caras laterales) de forma bidimensional sobre el suelo de la interfaz.
 2. Tras ejecutar el desarrollo, GeoGebra registra automáticamente cada una de las caras como polígonos independientes en la barra de entrada de comandos (panel izquierdo), asociándoles su valor de superficie individual (nombrándolos de forma

correlativa como pol1, pol2, pol3...). El valor que te escribe en la barra de comandos es el resultado.

Figura 27

Desarrollo plano y registro de magnitudes métricas de un prisma hexagonal recto en GeoGebra 3D



Nota. Interfaz del software con el cuerpo tridimensional, su despliegue plano y los valores analíticos de las áreas en el panel izquierdo. Adaptado de Graficadora 3D, por Geogebra, s.f. (<https://www.geogebra.org/3d>).

Finalmente se realizarán dos ejercicios ya realizados en clase para comprobar que los resultados son correctos:

Ejercicio 9 con Geogebra. Calcula el área y el volumen de la siguiente pirámide rectangular cuyas medidas son: rectángulo 6x4 cm y 3 cm de altura.

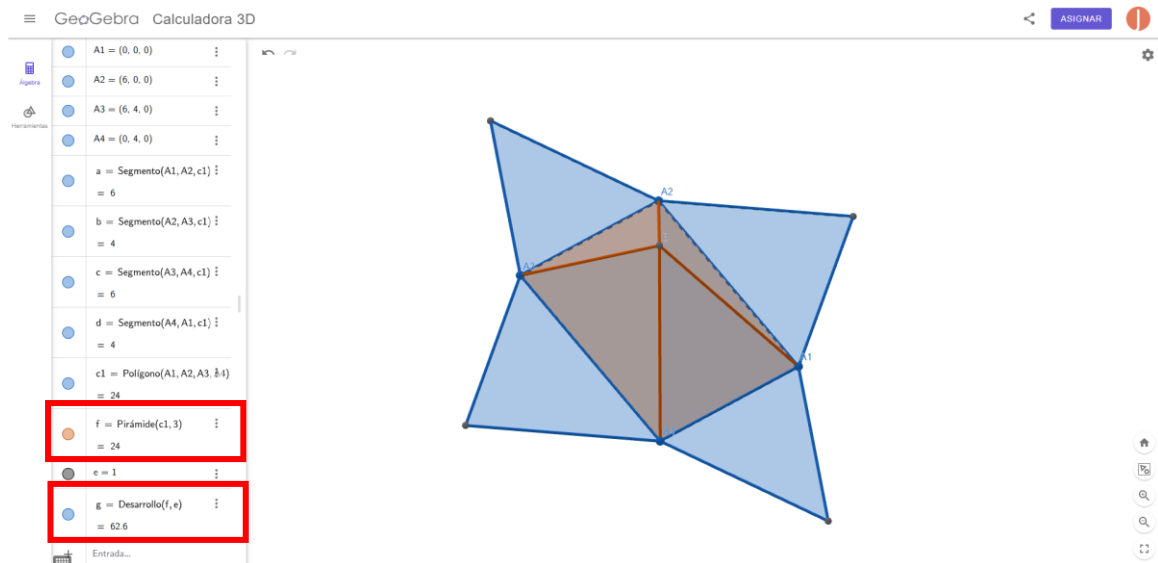
Solución del ejercicio 9 con GeoGebra.

1. Se escriben los puntos que van a formar la base:
 - $A1=(0,0,0)$
 - $A2=(6,0,0)$
 - $A3=(6,4,0)$
 - $A4=(0,4,0)$
2. Con la herramienta Polígono se forma el rectángulo
3. Con la herramienta Extrude a Pirámide, escribiendo 3 como altura se obtendrá la pirámide y el valor de su Volumen en este caso 24 m^3 .
4. Mediante la herramienta Desarrollo se obtendrá el valor de su área en este caso $62,6 \text{ m}^2$.

- Se comprueba con los resultados del ejercicio del día anterior y se ve que coinciden.

Figura 28

Modelado tridimensional y desarrollo plano de una pirámide rectangular (Ejercicio 9) en GeoGebra 3D



Nota. Interfaz del software que muestra la pirámide de base 6×4 y de 3 cm de altura junto a su desarrollo plano y los valores analíticos del panel izquierdo. Adaptado de Grficadora 3D, por Geogebra, s.f. (<https://www.geogebra.org/3d>).

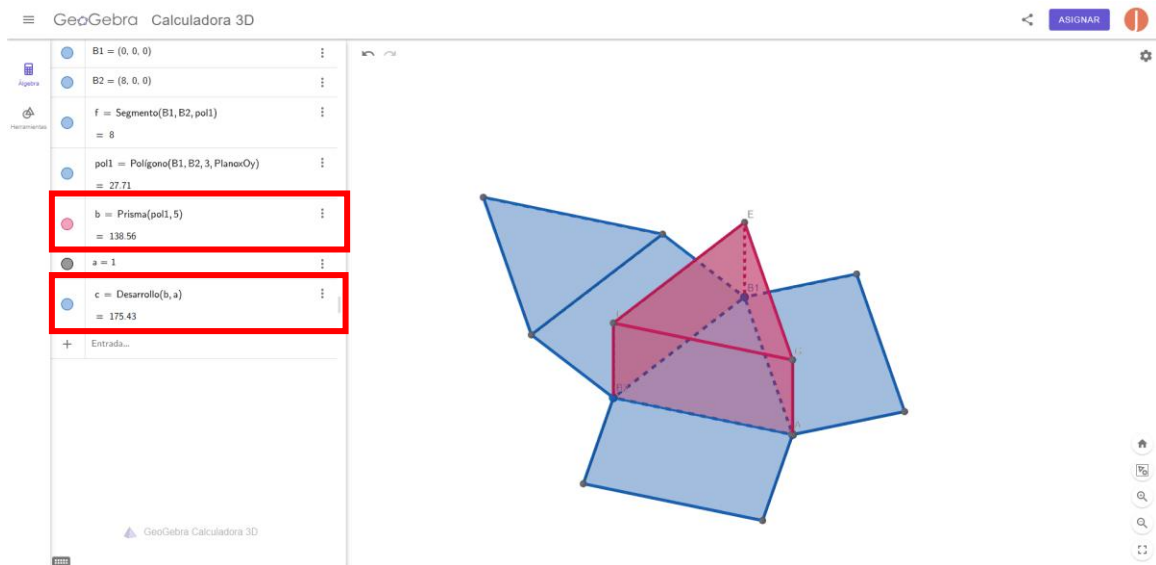
Ejercicio 6 con GeoGebra: Calcula el área y el volumen de este prisma triangular (triángulo equilátero), a partir de los datos de la figura sabiendo que sus dimensiones son 8 metros de lado de base y 5 metros de altura.

Solución del ejercicio 6 con GeoGebra:

- Se escriben dos puntos que van a formar parte de la base:
 - $B1=(0,0,0)$
 - $B2=(8,0,0)$
- Se forma el triángulo equilátero mediante la herramienta Polígono regular, donde se seleccionan los dos puntos y se escribe 3 como el numero de vértices del polígono.
- Mediante la herramienta Extrusión a prisma, introduciendo el valor de la altura (5 metros), se forma el prisma triangular y se obtendrá el valor de su volumen, en este caso $138,56 \text{ m}^3$.
- Utilizando la herramienta Desarrollo se obtiene el valor del área del prisma triangular que en este caso es de $175,43 \text{ m}^2$.
- Se comprueban los resultados previos y se da por finalizado el ejercicio.

Figura 29

Modelado tridimensional y desarrollo plano de un prisma triangular recto (Ejercicio 6) en GeoGebra 3D



Nota. Interfaz del software que muestra el prisma de base triangular de 8 m de lado y 5 m de altura junto a su despliegue plano y los valores métricos en el panel izquierdo. Adaptado de Grficadora 3D, por Geogebra, s.f. (<https://www.geogebra.org/3d>).

E. Sesión 5

Esta sesión comienza con un problema de pirámides pero que para complicar un poco el problema en lugar de buscar los datos habituales como es el área y el volumen en este caso lo que se pretende buscar es la altura de la pirámide.

Ejercicio 11: Para el proyecto de una maqueta, necesitamos construir una pirámide cuadrangular regular. Sabiendo que el área total de la pirámide debe ser de 96 cm^2 y que el área de su base cuadrada ocupa exactamente 36 cm^2 , a partir de estas dimensiones se debe conocer las dimensiones de la pirámide o lo que es lo mismo las dimensiones de la base y la altura de la pirámide.

Solución del ejercicio 11:

$$A_{\text{BASE}} = a^2 \rightarrow 36 \text{ cm}^2 = a^2 \rightarrow a = 6 \text{ cm}$$

$$A_{\text{PIRAMIDE}} = A_{\text{BASE}} + A_{\text{CARAS LATERALES}} \rightarrow A_{\text{CARAS LATERALES}} = A_{\text{PIRAMIDE}} - A_{\text{BASE}}$$

$$A_{\text{CARAS LATERALES}} = 96 \text{ cm}^2 - 36 \text{ cm}^2 = 60 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{CARAS LATERALES}} = n^{\circ} \text{ caras laterales} * \frac{1}{2} * a * h_{\text{CARA LATERAL}} \rightarrow$$

$$h_{CARA LATERAL} = \frac{A_{CARAS LATERALES}}{n^{\circ} \text{ caras laterales} * \frac{1}{2} * a}$$

$$h_{CARA LATERAL} = \frac{60 \text{ cm}^2}{4 \text{ caras} * \frac{1}{2} * 6} = 5 \text{ cm}$$

$$h_{PIRÁMIDE}^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = h_{CARA LATERAL}^2 \rightarrow h_{PIRÁMIDE} = \sqrt{h_{CARA LATERAL}^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$h_{PIRÁMIDE} = \sqrt{5^2 - \left(\frac{6}{2}\right)^2} = 4 \text{ cm}$$

Las dimensiones de la pirámide cuadrada son 6 x 6 cm de base y 4 cm de altura.

De igual forma se quiere hacer un problema similar a partir del volumen de una pirámide.

Ejercicio 12: Se quiere instalar una carpa publicitaria con forma de pirámide cuadrangular regular. Sabiendo que el volumen interior del cuerpo debe ser de 400 m³ y que los lados de su base cuadrada miden 10 m cada uno, se pide calcular analíticamente la longitud de la apotema de la pirámide (altura de la cara lateral) para poder encargarse de una cremallera que permita abrir la lona de la carpa desde la base hasta el vértice superior.

Solución del ejercicio 12

$$A_{BASE} = a^2 \rightarrow 10 \text{ m} * 10 \text{ m} \rightarrow a^2 = 100 \text{ m}^2$$

$$V_{PIRAMIDE} = \frac{1}{3} * A_{BASE} * h_{PIRÁMIDE} \rightarrow h_{PIRÁMIDE} = \frac{V_{PIRAMIDE}}{\frac{1}{3} * A_{BASE}}$$

$$h_{PIRÁMIDE} = \frac{V_{PIRAMIDE}}{\frac{1}{3} * A_{BASE}} = \frac{400}{\frac{1}{3} * 100} = 12 \text{ m}$$

$$h_{PIRÁMIDE}^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = h_{CARA LATERAL}^2 \rightarrow h_{CARA LATERAL} = \sqrt{h_{PIRÁMIDE}^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$h_{CARA LATERAL} = \sqrt{12^2 + \left(\frac{10}{2}\right)^2} = 13 \text{ m}$$

Para cerrar el apartado teórico sobre poliedros se introducen los cuerpos compuestos. Un cuerpo compuesto se define como aquella estructura cuya forma resulta de la unión o

eliminación de un poliedro con otro poliedro. Estas uniones o modificaciones de la geometría pueden estar formadas por 2 o más poliedros.

En el cálculo del volumen de estructuras compuestas, generalmente se realiza mediante la suma o resta de volúmenes de cuerpos geométricos más simples. Sin embargo, el cálculo de las áreas de estas estructuras compuestas no es tan sencillo, en esta situación se deberán de ver todas las áreas que están expuestas (visibles), y se realizaría la suma una a una de todas ellas; estos pasos obligan en muchas ocasiones a descomponer la figura y revisar que dimensiones tiene cada una de las caras de esta figura compuesta para su cálculo final.

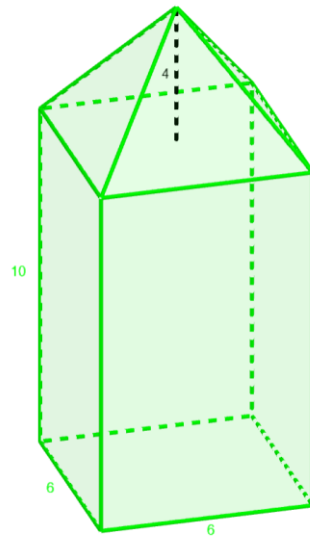
A continuación, se introducen dos ejercicios de figuras compuestas. El primero se realizará guiado para que el conjunto de la clase entienda el funcionamiento del proceso con estos cuerpos, mientras que el segundo se utilizará para que los alumnos encuentren la solución a este tipo de retos por sí mismos.

Ejercicio 13: El cuerpo de la vivienda está constituido por un prisma cuadrangular regular de 6 cm de lado de la base y 10 cm de altura, coronado por un tejado en forma de pirámide cuadrangular regular de 4 cm de altura real. Sabiendo que la maqueta es maciza y se va a rellenar de hormigón, y que posteriormente se pintará de blanco toda su superficie exterior, calcula analíticamente en tu cuaderno:

- El Volumen total de hormigón necesario para rellenar la maqueta.
- El Área total exterior que será cubierta por la pintura blanca (recuerda que se pinta toda la superficie visible, incluido el suelo, pero debes excluir las caras internas que se tocan).

Figura 30

Modelado tridimensional de la maqueta con forma de casa en GeoGebra (Ejercicio 13)



Nota. Estructura compuesta por un prisma cuadrado y una pirámide cuadrada. Adaptado de Graficadora 3D, por Geogebra, s.f. (<https://www.geogebra.org/3d>).

Solución del ejercicio 13:

$$V_{CASA} = V_{PRISMA} + V_{PIRÁMIDE}$$

$$V_{PRISMA} = 6 \text{ cm} * 6 \text{ cm} * 10 \text{ cm} = \mathbf{360 \text{ cm}^3}$$

$$V_{PIRÁMIDE} = \frac{1}{3} * 6 * 6 * 4 = 48 \text{ cm}^3$$

$$V_{CASA} = 360 \text{ cm}^3 + 48 \text{ cm}^3 = 408 \text{ cm}^3$$

$$A_{CASA} = A_{BASE} + A_{LAT \text{ PRISMA}} + A_{LAT \text{ PIRÁMIDE}}$$

$$A_{BASE} = 6 \text{ cm} * 6 \text{ cm} = 36 \text{ cm}^2$$

$$A_{LAT \text{ PRISMA}} = 4 * 6 \text{ cm} * 10 \text{ cm} = 240 \text{ cm}^2$$

$$A_{LAT \text{ PIRÁMIDE}} = 4 * \frac{1}{2} * 6 * h_{CARA \text{ LATERAL}}$$

$$h_{PIRÁMIDE}^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = h_{CARA \text{ LATERAL}}^2 \rightarrow h_{CARA \text{ LATERAL}} = \sqrt{h_{PIRÁMIDE}^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$h_{CARA \text{ LATERAL}} = \sqrt{4^2 + \left(\frac{6}{2}\right)^2} = 5 \text{ cm}$$

$$A_{LAT \text{ PIRÁMIDE}} = 4 * \frac{1}{2} * 6 \text{ cm} * 5 \text{ cm} = 60 \text{ cm}^2$$

$$A_{CASA} = A_{BASE} + A_{LAT \text{ PRISMA}} + A_{LAT \text{ PIRÁMIDE}} = 36 + 240 + 60 = \mathbf{336 \text{ cm}^2}$$

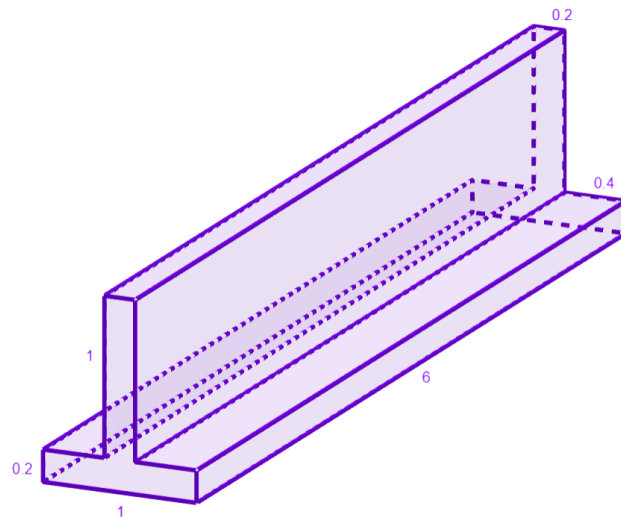
Ejercicio 14: En un proyecto de ingeniería civil para la construcción de un puente, se va a emplear una viga de acero macizo cuya sección transversal tiene forma de "T" invertida. La viga tiene una longitud total de 6 m y su geometría puede descomponerse en la unión de dos prismas rectangulares: un ala horizontal de 1 m de ancho y 0,2 m de espesor, y un alma vertical central de 1 m de altura y 0,2 m de espesor. Determina de forma analítica:

- El Volumen total de acero (en metros cúbicos) requerido para fundir y fabricar la viga maciza.
- El Área total expuesta de la viga que debe recibir un tratamiento superficial anticorrosivo antes de su instalación en la obra.

Se acompaña de la siguiente imagen.

Figura 31

Modelado tridimensional de la viga con forma de T invertida en GeoGebra (Ejercicio 14)



Nota. Estructura compuesta dos prismas rectangulares. Adaptado de Graficadora 3D, por Geogebra, s.f. (<https://www.geogebra.org/3d>).

Solución del ejercicio 14

$$V_{VIGA} = V_{ALA} + V_{ALMA}$$

$$V_{ALA} = 6 \text{ m} * 1 \text{ m} * 0,2 \text{ m} = 1,2 \text{ m}^3$$

$$V_{ALMA} = 0,2 \text{ m} * 6 \text{ m} * 1 \text{ m} = 1,2 \text{ m}^3$$

$$V_{VIGA} = V_{ALA} + V_{ALMA} = 1,2 \text{ m}^3 + 1,2 \text{ m}^3 = 2,4 \text{ m}^3$$

$$A_{VIGA} = A_{EJEX} + A_{EJEY} + A_{EJEZ}$$

$$A_{EJEX} = 2 \text{ caras} * 6 \text{ m} * 0,2 \text{ m} + 2 \text{ caras} * 6 \text{ m} * 1 \text{ m} = 14,4 \text{ m}^2$$

$$A_{EJEY} = 2 \text{ caras} * 1 \text{ m} * 0,2 \text{ m} + 2 \text{ caras} * 0,2 \text{ m} * 1 \text{ m} = 0,8 \text{ m}^2$$

$$A_{EJEZ} = 6 \text{ m} * 1 \text{ m} + 2 \text{ caras} * 6 \text{ m} * 0,4 \text{ m} + 6 \text{ m} * 0,2 \text{ m} = 12 \text{ m}^2$$

$$A_{VIGA} = A_{EJEX} + A_{EJEY} + A_{EJEZ} = 14,4 + 0,8 + 12 = 27,2 \text{ m}^2$$

IV. ANEXO 4 MANUAL DE MODELADO TRIDIMENSIONAL Y CONSTRUCCIÓN FÍSICA DE ESTRUCTURAS HIMMELI.

Este manual está destinado a los alumnos que van a diseñar y a construir un Himmeli desde el inicio, siendo esta la primera vez que construyen una estructura similar. En primer lugar, se ha de conocer la longitud de las pajitas de cartón, para maximizar la utilización del material y así evitar demasiado material excedente. En el caso del ejemplo que se va a ejecutar se conoce que las pajitas tienen 15 cm de longitud.

En función del tema matemático sorteado se deberá de hacer un tipo u otro de Himmeli; para este manual se realiza un Himmeli que podría ser realizado para muchas de las temáticas posibles.

A. Parte de diseño y digital

Para este ejemplo guía, se plantea la construcción de un octaedro grande que este formado por seis pirámides cuadradas y con un hueco central para que pueda quedar situada una planta. Se ha decidido que las aristas del octaedro serán de 15 cm, mientras que las aristas de las pirámides serán de 7,5 cm.

Para los cálculos en GeoGebra se escriben los cuatro vértices que forma el cuadrado del octaedro grande, siendo esta la sección central del poliedro a cota $z = 0$, quedando así los siguientes vértices:

- $A1 = (0, 0, 0)$
- $A2 = (15, 0, 0)$
- $A3 = (15, 15, 0)$
- $A4 = (0, 15, 0)$

A continuación, se debe conocer la altura del octaedro para incluir el punto en GeoGebra. Para calcular la altura se hacen las siguientes operaciones:

$$\text{Coordenada } X = \frac{15 - 0}{2} = 7,5$$

$$\text{Coordenada } Y = \frac{15 - 0}{2} = 7,5$$

Para la coordenada Z se dividirá el poliedro en dos pirámides rectangulares y será preciso realizar el teorema de Pitágoras, una vez conocido el valor de la arista lateral (15 cm) y las coordenadas X e Y donde se encuentra el centro de la pirámide, se puede calcular su altura.

$$\overline{A1Centro} = \sqrt{7,5^2 + 7,5^2} = 10,607 \text{ cm}$$

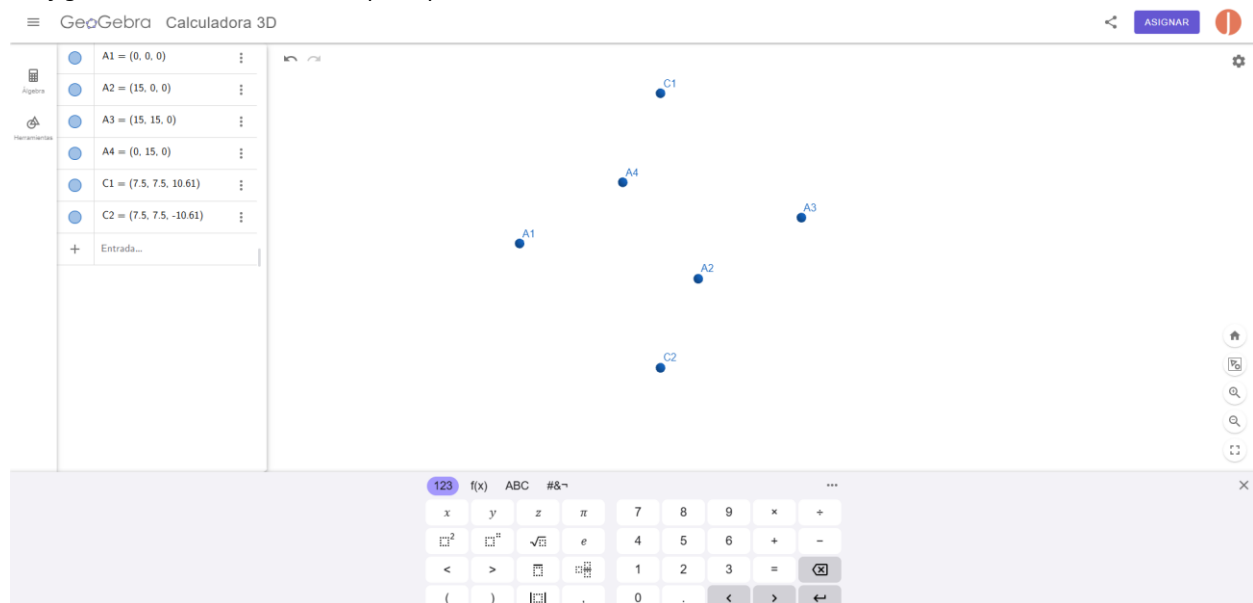
$$\overline{A1Cúspide}^2 = \overline{A1Centro}^2 + h^2$$

$$15^2 = 10,607^2 + h^2 \rightarrow h = \sqrt{15^2 - 10,607^2} = 10,607 \approx 10,61$$

Con la altura ya conocida, se obtiene la cúspide de la pirámide superior o punto $C1 = (7.5, 7.5, 10.61)$. Como un octaedro es simétrico respecto a su sección central la cúspide de la pirámide inferior será el punto $C2 = (7.5, 7.5, -10.61)$.

Figura 32

Configuración de los seis vértices principales del octaedro en GeoGebra 3D



Nota. Vértices de la sección central y extremos del octaedro. Elaboración propia con GeoGebra., s.f. (<https://www.geogebra.org/3d>).

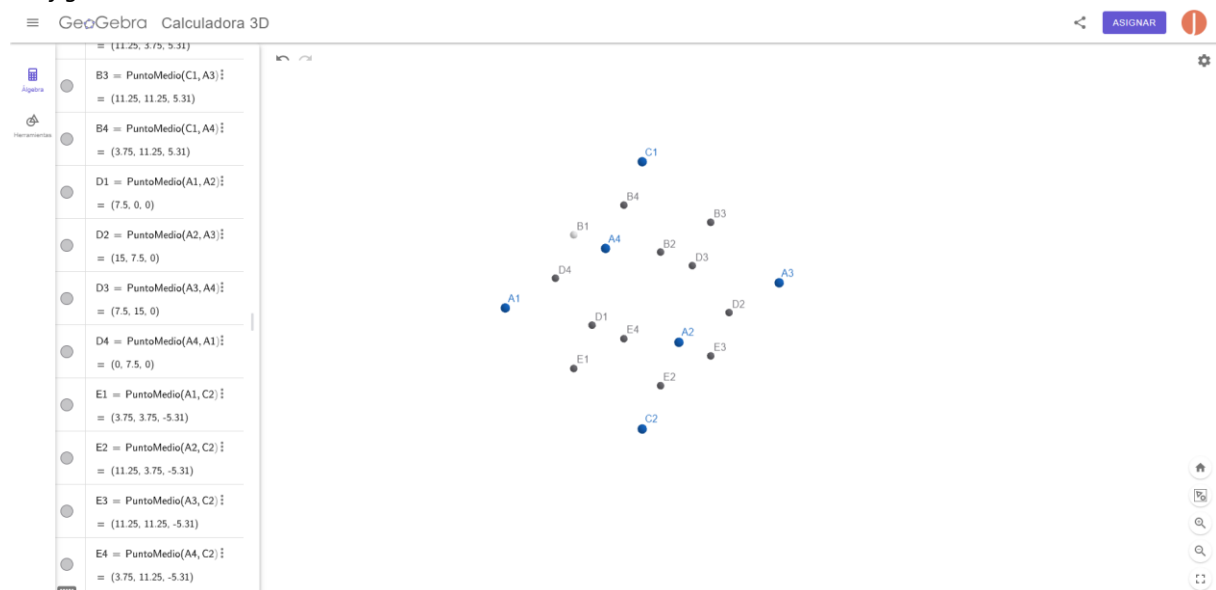
El siguiente punto, se debe de encontrar el resto de vértices para eso se utilizará la herramienta situada en el panel de la derecha Medio o centro, con se hallan los puntos medios de las aristas principales del octaedro. Como un octaedro tiene 12 aristas deberán de encontrarse 12 vértices nuevos, para evitar el desorden realizarán de 4 en 4 y se cambiarán de nombre para reconocer a cuál te estás refiriendo cuando se realicen las aristas.

- $B1 = PuntoMedio(C1, A1)$
- $B2 = PuntoMedio(C1, A2)$

- $B3 = \text{PuntoMedio}(C1, A3)$
- $B4 = \text{PuntoMedio}(C1, A4)$
- $D1 = \text{PuntoMedio}(A1, A2)$
- $D2 = \text{PuntoMedio}(A2, A3)$
- $D3 = \text{PuntoMedio}(A3, A4)$
- $D4 = \text{PuntoMedio}(A4, A1)$
- $E1 = \text{PuntoMedio}(A1, C2)$
- $E2 = \text{PuntoMedio}(A2, C2)$
- $E3 = \text{PuntoMedio}(A3, C2)$
- $E4 = \text{PuntoMedio}(A4, C2)$

Figura 33

Configuración de todos los vértices del octaedro en GeoGebra 3D



Nota. Vértices del Himmeli, incluidos los vértices principales del octaedro. Elaboración propia con GeoGebra., s.f. (<https://www.geogebra.org/3d>).

Una vez conocidos todos los puntos del Himmeli, se pasa a la unión de los vértices mediante aristas. Como en el paso anterior se irán ejecutando por etapas, como existen seis pirámides cuadradas se irán realizando pirámide a pirámide para evitar que alguna arista quede sin formarse, uniendo el vértice con los más cercanos a él. Para la realización de estas aristas se utilizará la herramienta de GeoGebra: Segmento.

- $a1 = \text{Segmento}(C1, B1)$
- $a2 = \text{Segmento}(C1, B2)$
- $a3 = \text{Segmento}(C1, B3)$
- $a4 = \text{Segmento}(C1, B4)$
- $a5 = \text{Segmento}(B1, B2)$
- $a6 = \text{Segmento}(B2, B3)$
- $a7 = \text{Segmento}(B3, B4)$
- $a8 = \text{Segmento}(B4, B1)$

Figura 34

Modelado de las aristas de la pirámide superior del octaedro en GeoGebra 3D



Nota. Trazado de las aristas de la pirámide superior del octaedro. Elaboración propia con GeoGebra., s.f. (<https://www.geogebra.org/3d>).

Como se puede apreciar en la imagen existen seis puntos en azul que son los vértices del octaedro y además también son las cúspides de las seis pirámides cuadradas, se generarán esas pirámides con el mismo método que se ha realizado la primera y se ayudará con la herramienta Rota la Vista Gráfica 3D para obtener una mejor vista.

Pirámide 2:

- $b1 = \text{Segmento}(A1, B1)$
- $b2 = \text{Segmento}(A1, D1)$
- $b3 = \text{Segmento}(A1, D4)$

- $b4 = \text{Segmento}(A1, E1)$
- $b5 = \text{Segmento}(B1, D1)$
- $b6 = \text{Segmento}(D1, E1)$
- $b7 = \text{Segmento}(E1, D4)$
- $b8 = \text{Segmento}(D4, B1)$

Pirámide 3:

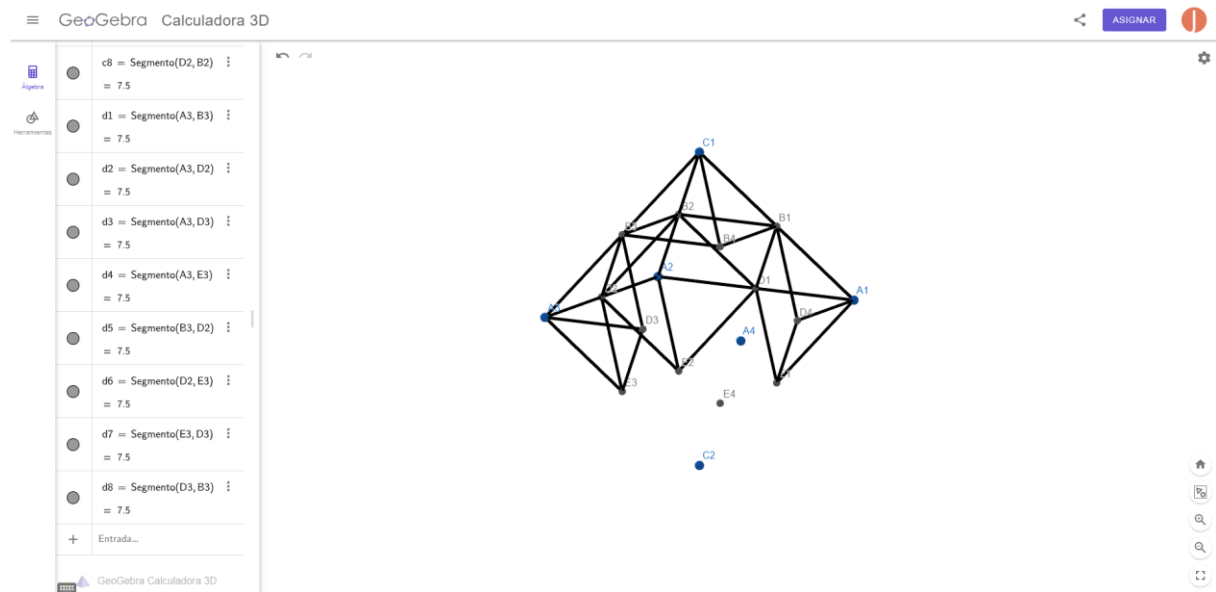
- $c1 = \text{Segmento}(A2, B2)$
- $c2 = \text{Segmento}(A2, D1)$
- $c3 = \text{Segmento}(A2, D2)$
- $c4 = \text{Segmento}(A2, E2)$
- $c5 = \text{Segmento}(B2, D1)$
- $c6 = \text{Segmento}(D1, E2)$
- $c7 = \text{Segmento}(E2, D2)$
- $c8 = \text{Segmento}(D2, B2)$

Pirámide 4:

- $d1 = \text{Segmento}(A3, B3)$
- $d2 = \text{Segmento}(A3, D2)$
- $d3 = \text{Segmento}(A3, D3)$
- $d4 = \text{Segmento}(A3, E3)$
- $d5 = \text{Segmento}(B3, D2)$
- $d6 = \text{Segmento}(D2, E3)$
- $d7 = \text{Segmento}(E3, D3)$
- $d8 = \text{Segmento}(D3, B3)$

Figura 35

Modelado de las aristas de las pirámides centrales del octaedro en GeoGebra 3D



Nota. Trazado de las aristas de las pirámides centrales del octaedro. Elaboración propia con GeoGebra., s.f. (<https://www.geogebra.org/3d>).

Pirámide 5:

- $e1 = \text{Segmento}(A4, B4)$
- $e2 = \text{Segmento}(A4, D3)$
- $e3 = \text{Segmento}(A4, D4)$
- $e4 = \text{Segmento}(A4, E4)$
- $e5 = \text{Segmento}(B4, D3)$
- $e6 = \text{Segmento}(D3, E4)$
- $e7 = \text{Segmento}(E4, D4)$
- $e8 = \text{Segmento}(D4, B4)$

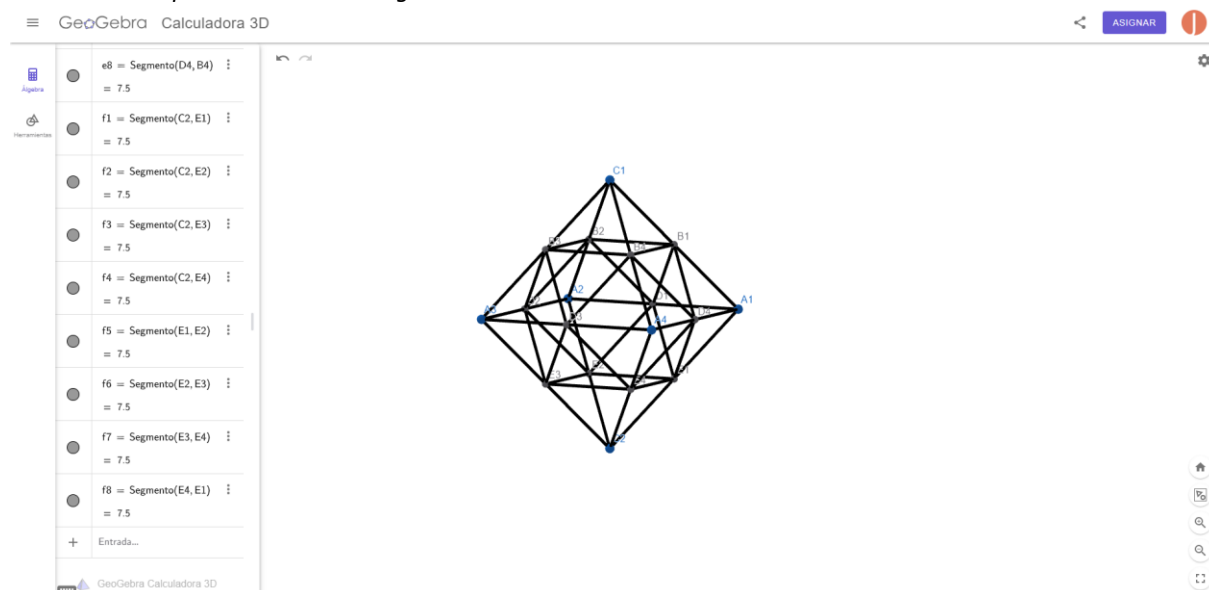
Pirámide 6:

- $f1 = \text{Segmento}(C2, E1)$
- $f2 = \text{Segmento}(C2, E2)$
- $f3 = \text{Segmento}(C2, E3)$
- $f4 = \text{Segmento}(C2, E4)$
- $f5 = \text{Segmento}(E1, E2)$
- $f6 = \text{Segmento}(E2, E3)$
- $f7 = \text{Segmento}(E3, E4)$

- $f8 = \text{Segmento}(E4, E1)$

Figura 36

Estructura completa del octaedro regular en GeoGebra 3D

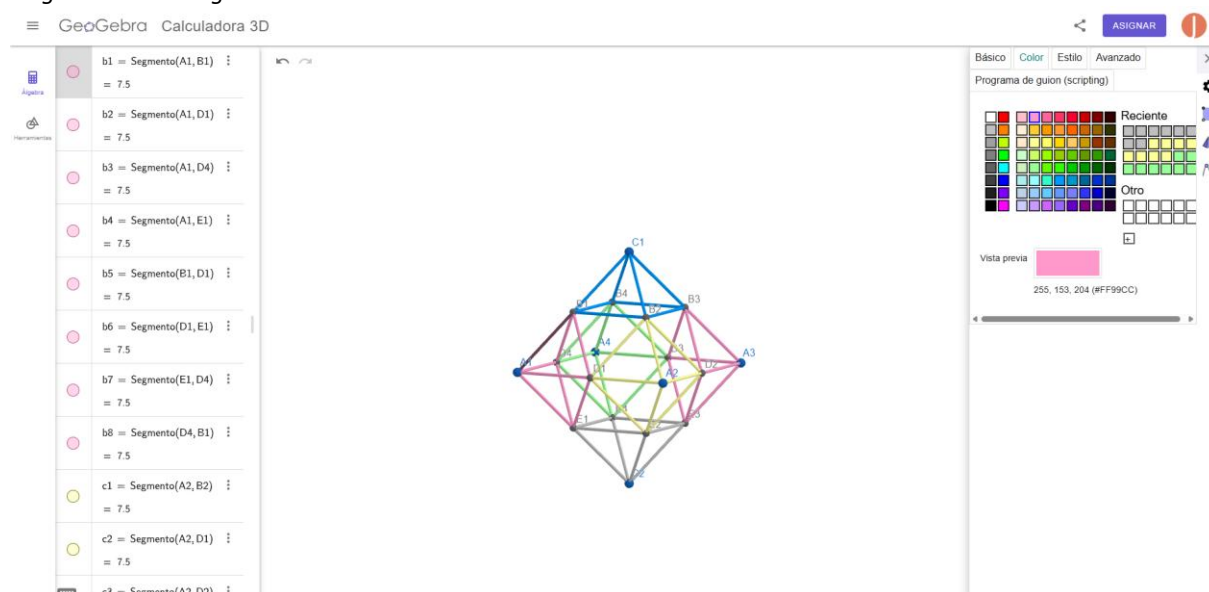


Nota. Modelado final de todas las aristas del octaedro. Elaboración propia con GeoGebra., s.f. (<https://www.geogebra.org/3d>).

Para una mejor visualización y a la vez para poder visualizar como quedará en la realidad se colorean cada una de las aristas, para ello, se debe seleccionar la arista y a continuación pulsar el clic secundario y elegir propiedades, en la tabla de la derecha se escoge la pestaña de Color y se toma el color previamente decidido.

Figura 37

Asignación de código de colores a las aristas del octaedro en GeoGebra 3D



Nota. Codificación cromática de las aristas correspondiente a los materiales de construcción. Elaboración propia con GeoGebra., s.f. (<https://www.geogebra.org/3d>).

Por último, se consulta las dimensiones de las aristas que está indicado en la barra de comandos, que se puede ver pulsando en el botón de la izquierda llamado Álgebra. Para el poliedro diseñado se puede comprobar que todas las aristas tienen 7,5 cm, lo que supone que se necesitará tener: $6 \text{ pirámides} * 8 \frac{\text{aristas}}{\text{pirámide}} = 48 \text{ aristas}$ de 7,5 cm de longitud.

Para una revisión detallada o interactiva del modelado de este octaedro, el archivo se encuentra disponible en el siguiente enlace: <https://www.geogebra.org/3d/qkex7vtz>

B. Fase manipulativa y de construcción del Himmeli

Una vez finalizado el diseño digital en el software, se procede a la fase manipulativa para materializar la estructura Himmeli. Como se ha determinado en el modelado tridimensional, el proyecto consiste en un octaedro mayor integrado por seis pirámides cuadradas distribuidas en sus vértices, cuyo núcleo central permanecerá hueco para albergar la planta.

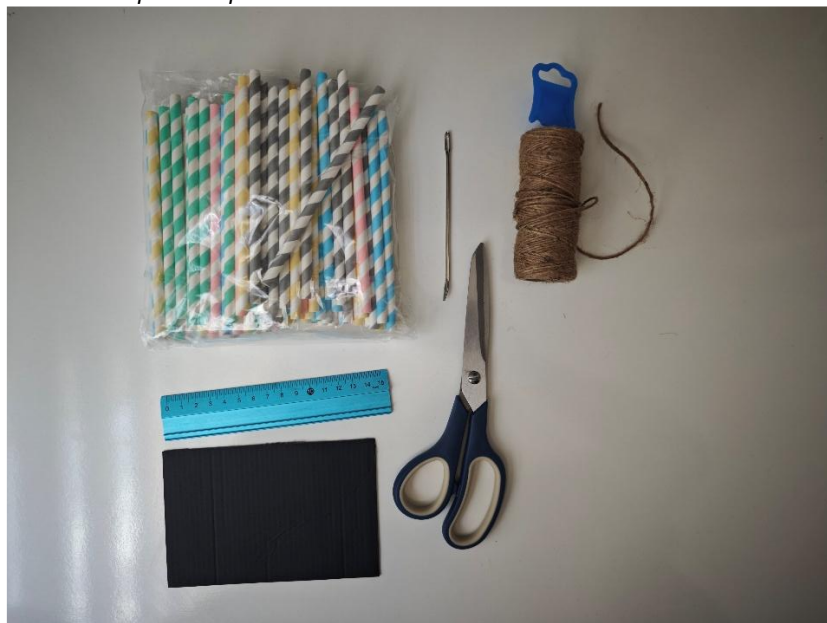
Antes de comenzar con el corte y el enhebrado, es fundamental preparar el espacio de trabajo y organizar los recursos didácticos. Los materiales necesarios para la ejecución de este modelo son los siguientes:

- Pajitas de cartón reciclado: Elemento estructural principal para las aristas (longitud comercial de 15 cm).
- Hilo de cuerda de cáñamo (1 mm de grosor): Empleado como alma tensora para unir los módulos de la estructura.
- Aguja lanera curva: Herramienta clave que facilita el enhebrado del hilo a través del interior de las pajitas de cartón.
- Regla graduada: Utilizada para tomar medidas precisas antes de los cortes.
- Tijeras: Necesarias para seccionar tanto los tramos de las pajitas como los extremos del hilo.
- Base de cartón: Superficie rígida que servirá de soporte físico para la planta en el núcleo del Himmeli.

Para facilitar la identificación de estos elementos en el aula, en la siguiente figura se muestran las herramientas y materiales dispuestos para el taller:

Figura 38

Materiales y herramientas requeridos para la construcción de la estructura Himmeli



Nota. Componentes comerciales y herramientas de corte y enhebrado utilizados en la fase manipulativa. Elaboración propia.

Paso 1. Corte del material: El primer paso del proceso constructivo consiste en adaptar las dimensiones de las aristas comerciales a la escala de nuestro diseño 7,5 cm. Para ello, se utiliza la regla para marcar el punto medio exacto de las pajitas de cartón de 15 cm y, mediante el uso de las tijeras, se cortan de forma transversal. Es fundamental realizar cortes limpios para garantizar que los extremos de los tubos no se doblen y que a su vez no existan diferencias de tamaño entre las pajitas.

Paso 2. Construcción de la base cuadrada: Una vez preparado el material, se inicia el enhebrado de los componentes. Con la ayuda de la aguja lanera curva, se introduce el hilo de cáñamo de 1 mm de grosor de manera continua a través del interior de cuatro de las pajitas de 7,5 cm previamente cortadas, configurando los lados de la base de la primera pirámide.

Tras cruzar las cuatro piezas, se deja un excedente de cuerda en ambos extremos para poder manipular el cierre. A continuación, se realiza un nudo de fijación aplicando la máxima tensión posible a la estructura, para asegurar que no se desanude se realizan dos o tres nudos. Este

paso es crítico, ya que el tensado óptimo del hilo es el que otorga rigidez mecánica a la estructura y evita que la base se deforme.

Como resultado de esta primera unión manipulativa, se obtiene el cuadrado base que servirá de soporte para el levantamiento tridimensional del módulo, tal como se ilustra a continuación:

Figura 39

Ensamblaje y tensado de las cuatro aristas de la base cuadrada



Nota. Estructura bidimensional base obtenida tras el enhebrado y anudado de los primeros cuatro segmentos. Elaboración propia.

Paso 3. Levantamiento tridimensional y triangulación de las caras: Con la base cuadrada estabilizada y tensada, se inicia el desarrollo de la estructura hacia arriba creando caras triangulares. Para ello, se sitúa el hilo con la aguja en uno de los vértices (esquinas) del cuadrado y se meten dos nuevas pajitas de 7,5 cm. Al volver a pasar el hilo por el vértice de al lado (en ese mismo lado del cuadrado), se cierra un triángulo equilátero que formará la primera pared inclinada de la pirámide. Para que quede firme, se asegura la unión haciendo dos o tres nudos fijos.

A continuación, se repite el mismo proceso en el lado opuesto de la base cuadrada. Se vuelve a pasar la aguja para añadir otro par de pajitas de 7,5 cm y levantar el segundo triángulo

equilátero. En la siguiente figura se muestra cómo debe quedar este paso: un triángulo ya terminado y fijado, y el otro enfrente en pleno proceso de enhebrado con la aguja:

Figura 40

Proceso de triangulación y extensión de las caras de la pirámide



Nota. Detalle del primer triángulo equilátero cerrado (abajo) y del segundo módulo en proceso de enhebrado con la aguja lanera y el hilo de cáñamo antes de su fijación (izquierda). Elaboración propia.

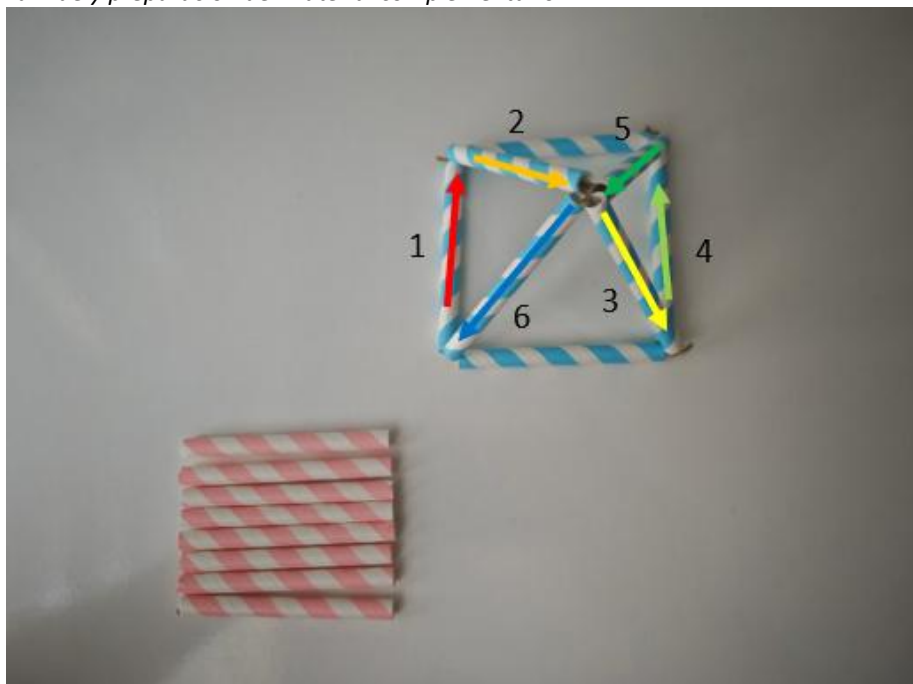
Paso 4. Cierre de la primera pirámide: Una vez que tenemos los dos triángulos levantados, se procede a cerrar la estructura para conseguir la forma de pirámide. Para lograrlo, se hace pasar la aguja por uno de los lados del cuadrado base que todavía estaba libre. A continuación, se sube el hilo por una de las aristas inclinadas del primer triángulo y se une al segundo triángulo en la parte de arriba (la cúspide), bajando después por la arista contraria de este segundo triángulo.

Para completar las caras que faltan, se pasa el hilo por el último lado libre del cuadrado base, se sube por la arista del segundo triángulo y se baja por la del primero. Al realizar esta operación de cruzado, el hilo dibuja la forma de un número 8. Una vez formado este "8", se deja suficiente cuerda en los extremos, se tira con firmeza para tensar bien la pirámide y se realizan dos o tres nudos fijos. Por último, se cortan con las tijeras los hilos sobrantes para que la estructura quede limpia. Con este paso, la primera de las seis pirámides cuadradas estará completamente terminada.

En la siguiente fotografía se puede observar el resultado final de la pirámide; las flechas de colores dibujadas sobre ella indican de forma detallada el camino y la dirección que ha seguido el hilo para realizar este cruce en forma de 8:

Figura 41

Cierre de la pirámide y preparación del material complementario



Nota. Vista de la pirámide con la trayectoria del hilo e insumos complementarios. Elaboración propia.

Paso 5. Producción en serie de las pirámides: Una vez dominada la técnica de enhebrado y tensado en forma de 8, se repite exactamente el mismo procedimiento con el resto de los materiales hasta completar las seis pirámides cuadradas que compondrán nuestro Himmeli. Es recomendable utilizar pajitas con diferentes patrones o colores para cada pirámide, ya que esto ayudará a distinguir mejor cada módulo durante la fase final de unión y facilitará la comprensión de la geometría del poliedro.

En la siguiente ilustración se muestran las seis piezas modulares terminadas, limpias de hilos sobrantes y dispuestas en perspectiva para el ensamblaje definitivo:

Figura 42

Conjunto de las seis pirámides cuadradas independientes terminadas



Nota. Módulos piramidales dispuestos en perspectiva para su ensamblaje. Elaboración propia.

Paso 6. Unión de los primeros bloques modulares: El siguiente paso consiste en empezar a conectar las piezas para dar forma al conjunto. Para ello, se toman tres de las pirámides completadas y se introduce la aguja con hilo a través de un lado de la base cuadrada de cada una de ellas. Al pasar la cuerda de manera continua por estas tres aristas y tensar firmemente, las pirámides se agrupan dejando un hueco en el centro con forma de triángulo, el cual actúa como unión central. Para fijar esta primera estructura combinada, se realizan dos o tres nudos apretados y se corta el hilo sobrante.

En la siguiente fotografía se puede apreciar cómo las tres bases de las pirámides se conectan entre sí compartiendo ese espacio triangular del medio:

Figura 43

Ensamblaje inicial de tres módulos piramidales a través de un nexo central



Nota. Vista de la estructura triangular central formada al conectar las tres primeras pirámides. Elaboración propia.

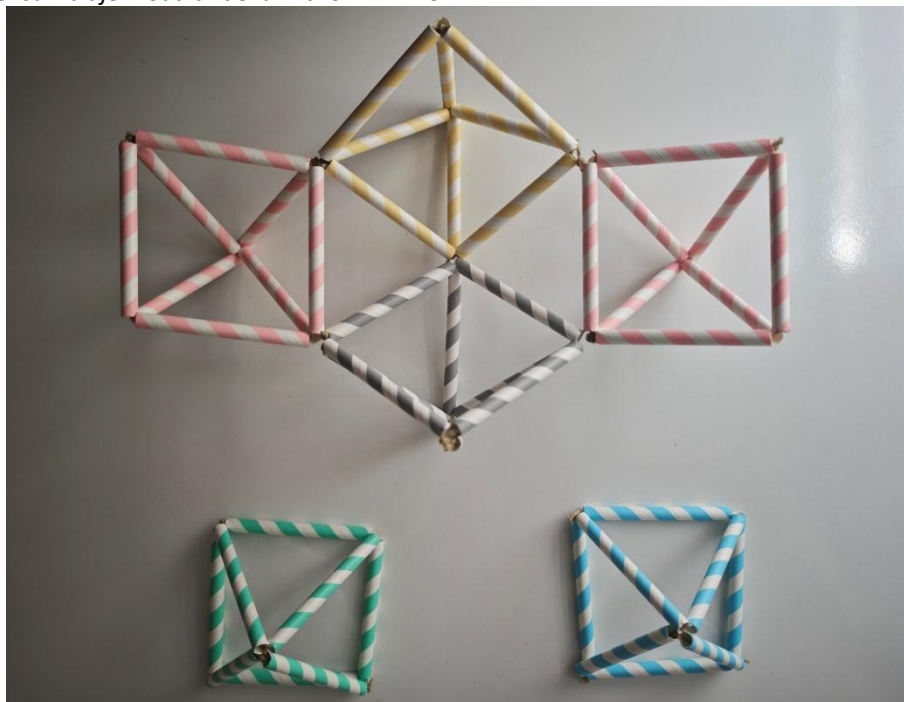
Paso 7. Ensamblaje en cadena y preparación del núcleo: A partir de la primera unión, se continúa repitiendo el mismo proceso con las siguientes piezas. La regla que debemos seguir es muy clara: todos los lados de las bases cuadradas de las pirámides tienen que quedar unidos a los lados de las bases de las pirámides vecinas. Al ir amarrándolas, veréis cómo la estructura empieza a curvarse y a tomar volumen por sí sola.

Este proceso de enhebrado se repite de manera sucesiva hasta que la gran estructura esté casi cerrada. Es muy importante detenerse cuando solo quede una última pirámide por unir. Dejaremos este hueco abierto temporalmente, ya que será el momento idóneo para introducir la base de cartón que servirá de soporte para nuestra planta (operación que detallaremos en el siguiente paso).

En la siguiente fotografía se puede observar cómo va progresando el armazón con cuatro pirámides ya conectadas y las dos últimas esperando a ser integradas:

Figura 44

Progreso del ensamblaje modular del armazón Himmeli



Nota. Vista de la red de pirámides conectadas antes del cierre definitivo del núcleo. Elaboración propia.

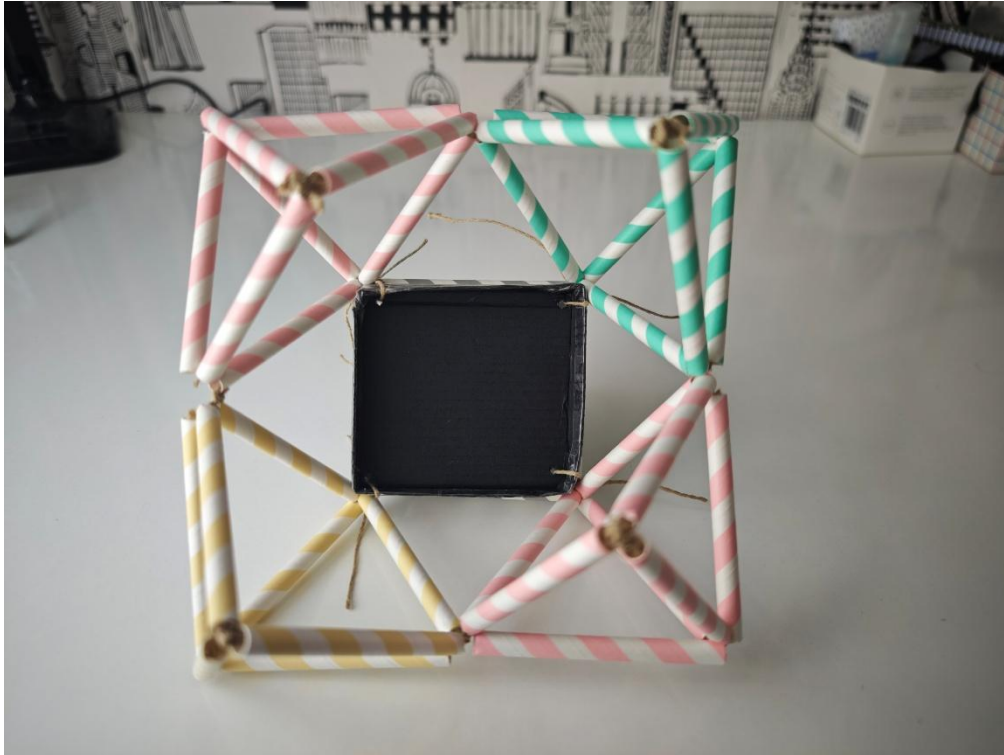
Paso 8. Preparación e instalación del soporte central: En este momento, se prepara el trozo de cartón dándole la forma de una pequeña caja o bandeja rígida. Con la ayuda de la aguja lanera curva, se deben realizar cuatro pequeños agujeros, uno en cada una de sus esquinas. **Nota importante de seguridad: para evitar pinchazos u otros accidentes en este punto, es obligatorio pedir ayuda al docente para realizar las perforaciones.**

Una vez hechos los agujeros, se cortan cuatro trozos de hilo de cáñamo y se pasan por ellos. A continuación, la bandeja se introduce en el hueco interior del octaedro. Para fijarla, se atan con fuerza las cuerdas a las uniones y vértices internos de la estructura de pajitas utilizando dos o tres nudos estables. Al terminar de amarrarla, la bandeja debe quedar completamente horizontal y suspendida en el centro.

En la siguiente fotografía se muestra el aspecto del soporte de cartón ya instalado en el interior del Himmeli, listo para recibir la planta y justo antes de recortar los cabos de cuerda sobrantes:

Figura 45

Colocación y nivelación de la bandeja de soporte en el núcleo de la estructura



Nota. Vista interna de la bandeja de cartón suspendida y fijada al armazón poliédrico. Elaboración propia.

Paso 9. Cierre final del Himmeli: Para concluir el proceso constructivo, se encaja la sexta y última pirámide cuadrada en el hueco que quedaba abierto en el armazón. Al medir todas las aristas 7,5 cm, esta unión generará de forma natural los cuatro triángulos equiláteros que faltaban para completar las caras exteriores del poliedro.

Para garantizar la estabilidad, este cierre no se hace de una sola vez: se deben realizar cuatro uniones independientes, una por cada lado del cuadrado base. Con la ayuda de la aguja, se pasa el hilo para coser el primer lado de la base con el de la pirámide de al lado y se asegura con dos o tres nudos fijos, cortando el cabo sobrante. Esta misma operación de enhebrado, tensado y anudado se repite de manera individual en los tres lados restantes de la base. Una vez hechos los cuatro cierres, la estructura del jardín vertical quedará perfectamente rígida, equilibrada y lista para albergar la planta en su soporte central.

En la siguiente fotografía se puede contemplar el resultado final del Himmeli tridimensional tras completar con éxito todas las fases del ensamblaje:

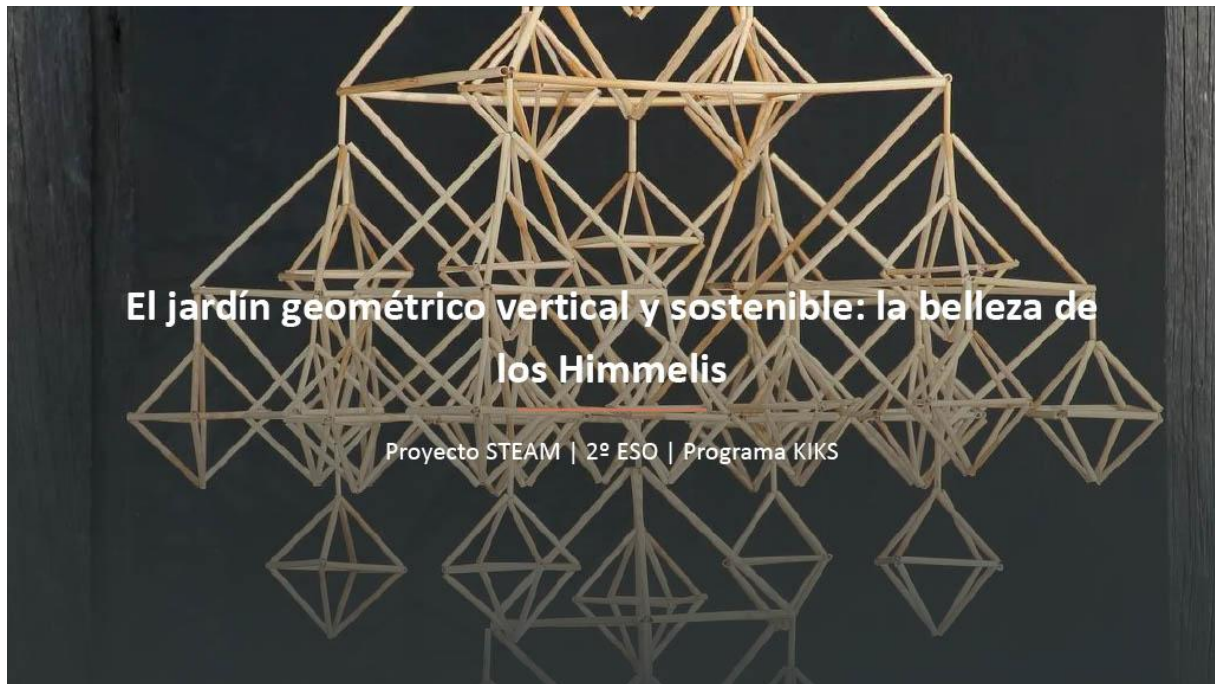
Figura 46

Resultado final de la estructura geométrica del Himmeli



Nota. Estructura poliédrica terminada con la bandeja integrada. Elaboración propia.

V. ANEXO 5 PRESENTACIÓN DEL PROYECTO EN CLASE.



¿Qué es el programa KIKS?



KIKS = Kids Inspire Kids for STEAM

Proyecto financiado por **Erasmus+** y el programa **H2020** de la Comisión Europea.

Su objetivo: que alumnos motiven a otros alumnos en las disciplinas STEAM.

Combina aprendizaje basado en proyectos con trabajo colaborativo, investigación, "learn by doing", comunicación científica y colaboración internacional.



En este proyecto, nos conectaremos con alumnos **finlandeses** para intercambiar nuestros Himmelis y vídeos explicativos en explicativos en inglés.

¿Qué es un Himmeli?



Himmelis tradicionales finlandeses

Móvil decorativo tradicional de **Finlandia** con estructura tridimensional compleja y simétrica.

Su nombre proviene del sueco/alemán "*himmel*" = **cielo o paraíso**.

Tradicionalmente elaborado con **paja de centeno**, se colgaba durante la cosecha y Navidad como augurio de prosperidad.

La estructura base suele ser el **octaedro**, con variantes que exploran poliedros y sólidos platónicos.



kiks.unican.es/the-himmeli

En el proyecto KIKS Himmeli, se convierte en herramienta educativa para estudiar geometría espacial de forma manipulativa y artística.

03

Inspírate: Los Himmelis en acción



Vídeos de referencia del proyecto **KIKS** para ver los Himmelis en movimiento.

Estos vídeos, creados por alumnos y personas finlandesas, muestran el resultado final del proyecto y servirán de inspiración para vuestro propio diseño.



[Video 1: How to make Himmeli ornaments/ Construction Art Lesson](#)



[Video 2: How to make a Himmeli- Finnish Christmas decor](#)

04

El Reto STEAM y los Equipos



Grupos de 3 personas

Trabajo en grupos **heterogéneos**. Trabajo colaborativo: sin roles fijos, todos colaboran de forma fluida y horizontal en cada fase.



Objetivo del reto

Diseñar y construir un **Himmeli** que fusione las matemáticas y la sostenibilidad.



Colaboración total

Cada equipo asume la responsabilidad total de todas las tareas: diseño, construcción y exposición.



Sostenibilidad

Materiales reciclados y biodegradables: pajitas de cartón, hilo de cáñamo y cartón reutilizado. Además de la creación de un jardín interior.



Jardín colectivo

Aunque cada equipo diseña su propio Himmeli, todas las piezas se integrarán en un jardín vertical colectivo.

STEAM en acción: Ciencia + Tecnología + Ingeniería + Arte + Matemáticas, todo en un solo proyecto

05

Cronograma del Proyecto

8 sesiones a partir de esta presentación



FASE 1: DISEÑO

2 sesiones — Modelado digital en GeoGebra 3D. Diseño del Himmeli, cálculo de aristas y validación geométrica.



FASE 2: CONSTRUCCIÓN

3 sesiones — Taller práctico con pajitas, hilo y cartón. Corte, enhebrado, nudado y ensamblaje del Himmeli físico.



FASE 3: COMUNICACIÓN

1 sesión — Grabación y edición del vídeo explicativo en inglés (máx. 3 minutos).



FASE 4: EXPOSICIÓN

2 sesiones — Exposición oral, coevaluación y montaje del jardín vertical.



Total: 8 sesiones de trabajo activo tras el bloque teórico inicial

06

Los 10 Temas Matemáticos

Cada grupo integrará su temática sorteada dentro del Himmeli

01

Teorema de Pitágoras

02

Teorema de Tales

03

Fórmula de Euler

04

Sólidos Platónicos

05

Prismas

06

Pirámides

07

Simetrías

08

Cuerpos Compuestos

09

Escalabilidad

10

Diagonal del Poliedro



El sorteo se realizará en clase de forma pública después de esta presentación. ¡Cada temática crea una base científica sólida y un Himmeli único!

07

Tu Guía: El Manual de Modelado



La biblia del proyecto.
Consúltalo siempre que
tengas dudas.



Fase 1: Diseño Digital

Instrucciones paso a paso para el **modelado 3D en GeoGebra**. Aprenderás a crear poliedros, prismas, pirámides y cuerpos compuestos, y a calcular las dimensiones exactas de cada arista.



Fase 2: Construcción Física

Técnicas de **corte, enhebrado y nudado** con pajitas de cartón e hilo de cáñamo. Incluye consejos para garantizar la estabilidad estructural y la estética del Himmeli final.



Consejo: El manual te acompaña en todo el proceso. Léelo antes de empezar cada fase y vuelve a consultarlo cuando lo necesites.

08

Fase 1: Diseño Digital (Sesiones 1-2)

GeoGebra Gráficas 3D — Modelado colaborativo en grupos de 3

Requisitos técnicos del diseño

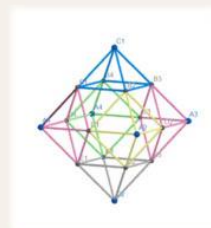
- ✓ **Estabilidad estructural** — El Himmeli debe sostenerse sin caer
- ✓ **Fidelidad matemática** — La temática sorteada debe ser visible
- ✓ **Espacio para planta** — 4cm de diámetro, 5-10cm de altura



Entrega: Al finalizar la Sesión 2, sube tu diseño GeoGebra a la plataforma del centro. Este archivo será la base de tu construcción física.

Proceso de trabajo

1. Discute el diseño con tu equipo
2. Modela en GeoGebra 3D paso a paso
3. Verifica que cumple los requisitos
4. Extrae las longitudes de todas las aristas
5. Sube el archivo .ggb a la plataforma



09

El Desafío Audiovisual: Vídeo KIKS



EN INGLÉS

3 min

máximo de duración

¿Qué debe incluir el vídeo?

- Explicación de la **justificación matemática** del diseño
- Descripción del **proceso de construcción** paso a paso
- Muestra del **Himmeli físico terminado**
- Calidad del **inglés**, rigor matemático y montaje audiovisual

Cronología del vídeo

1 Sesión 3: Entrega del guion en inglés para corrección

2 Sesión 5: Devolución del guion corregido para ensayar

3 Sesión 6: Grabación y edición del vídeo final

10

Calendario de Entregas y Hitos

HITO	DESCRIPCIÓN	PLAZO
Diseño GeoGebra	Subir archivo .ggb a la plataforma con el modelo 3D completo y medidas de aristas	Final de Sesión 2
Guion del vídeo	Entregar guion en inglés para corrección del profesor (máx. 3 min)	Final de Sesión 3
Vídeo final	Subir vídeo editado a la plataforma del centro	Antes de la Sesión 7
Exposición	Defensa oral del proyecto y montaje del jardín vertical colectivo	Sesiones 7-8

Importante: Respeta los plazos. Cada entrega es necesaria para avanzar a la siguiente fase del proyecto.

11

Fase 2: Construcción Física (Sesiones 3-5)



Materiales sostenibles

- 🌱 Pajitas de cartón reciclado (aristas)
- 🌱 Hilo de cáñamo (uniones)
- 🌱 Tijeras y agujas de punta redonda
- 🌱 Cartón para la base de la planta

Proceso constructivo

Corte de pajitas según medidas del GeoGebra → Enhebrado con hilo de cáñamo
→ Nudado en vértices → Ensamblaje de la estructura → Test de estabilidad previo



12

¿Cómo se va a evaluar?

40%	20%	15%	10%	15%
Producto físico (Himmeli)	Vídeo explicativo	Exposición oral	Actitud y proceso	Reflexión y convivencia
Temática matemática, complejidad, técnica y estética	Calidad del inglés, rigor matemático y montaje	Estructura del discurso, lenguaje y dominio del contenido	Colaboración y elaboración del proyecto (documento GeoGebra)	Coevaluación + Autoevaluación

Desglose de la reflexión y convivencia (15%)

5% Coevaluación intergrupala – Valoras otros proyectos

5% Coevaluación intragrupal – Valoras a tu equipo

5% Autoevaluación – Reflexión sobre tu aprendizaje

Total = 100% | ¡Participa activamente en todas las fases!

13

El Resultado Final: Instalación Colectiva

Todos los Himmelis colgados a **diferentes alturas** de una barra horizontal de madera, creando una **obra de arte matemática** en el instituto.

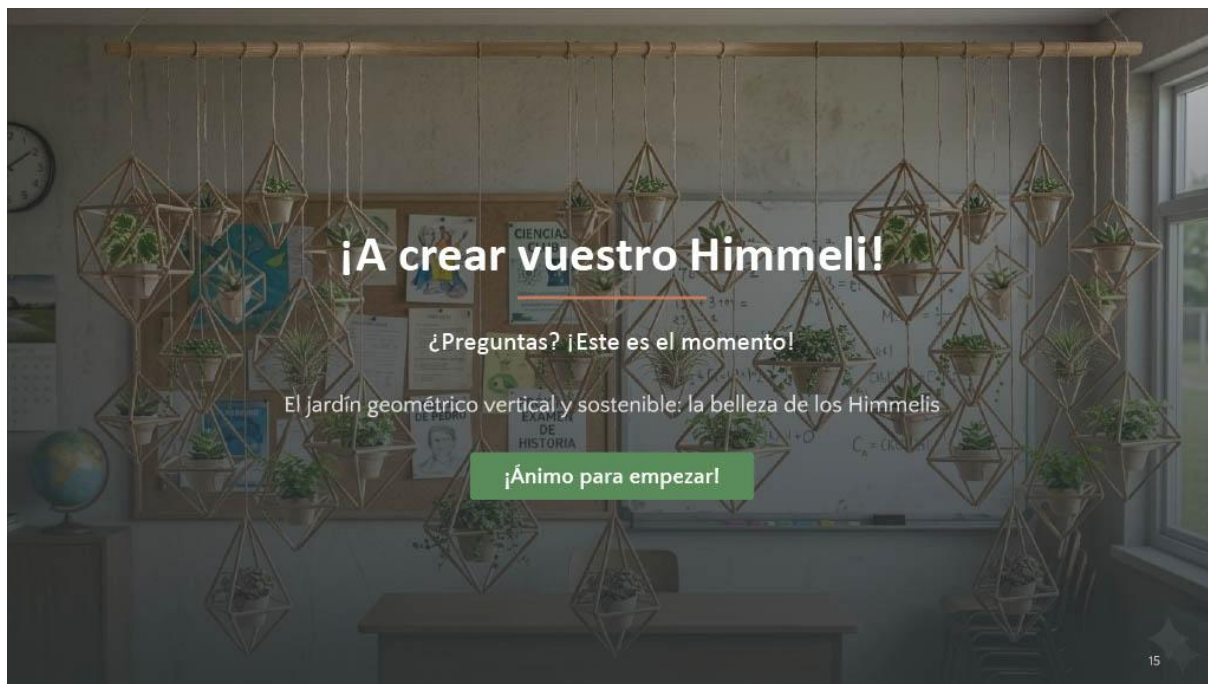
El esfuerzo individual de cada grupo se fusionará en un **espacio sostenible y geométrico común**.

Cactus y suculentas reales completan el jardín vertical colectivo.

Geometría + Naturaleza

Arte + Matemáticas + Sostenibilidad

14



15