

CONVERTIDORES DE CA/CC

ELECTRÓNICA DE POTENCIA

**AUTOR: CARMELO LOBO DE LA SERNA
CURSO 2013-2014**

**ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR
UNIVERSIDAD DE BURGOS**



ÍNDICE

1. CLASIFICACIÓN	1
2. RECTIFICADORES SIN CONTROLAR.....	2
2.1. RECTIFICADOR DE CONMUTACIÓN PARALELA.....	2
2.1.1. Valor medio de la tensión entregada a la carga	4
2.1.2. Factor de rizado	5
2.1.3. Armónicos	5
2.1.4. Tensión inversa en los diodos	6
2.1.4.1. Método analítico.....	6
2.1.4.2. Método gráfico.....	7
2.1.4.3. Método vectorial	7
2.1.5. Intensidades y factor de potencia del secundario del transformador	8
2.1.5.1. Carga fuente de corriente constante	8
2.1.5.2. Carga óhmica pura	11
2.1.5.3. Carga RE	13
2.1.5.4. Carga RL.....	16
2.1.5.5. Carga RLE.....	19
2.1.6. Factor de potencia del primario del transformador.....	24
2.1.6.1. Montaje P2.....	24
2.1.6.2. Montaje P3YY	26
2.1.6.3. Montaje P6YY	28
2.1.6.4. Montaje P3ΔY	30
2.1.6.5. Montaje P6ΔY	32
2.1.7. Potencia de dimensionamiento del transformador.....	34
2.1.8. Caídas de tensión internas del rectificador.....	34
2.1.8.1. C.D.T. por recubrimiento de fases ($\Delta_1 V_L$)	35
2.1.8.2. C.D.T. por efecto Joule ($\Delta_2 V_L$)	40
2.1.8.3. C.D.T. en los diodos ($\Delta_3 V_L$)	40
2.1.9. Funcionamiento en cortocircuito	41
2.1.10. Relación de cortocircuito (k_{CC})	42
2.2. RECTIFICADOR DE CONMUTACIÓN PARALELA DOBLE	44
2.2.1. Valor medio de la tensión entregada a la carga	46
2.2.2. Factor de rizado	46
2.2.3. Armónicos	47
2.2.4. Tensión inversa en los diodos.....	48
2.2.5. Intensidades y factor de potencia del secundario del transformador	49
2.2.5.1. Carga fuente de corriente constante	49
2.2.5.2. Carga óhmica pura	51
2.2.5.3. Carga RE	53
2.2.5.4. Carga RL.....	57
2.2.5.5. Carga RLE.....	60
2.2.6. Factor de potencia del primario del transformador.....	67
2.2.6.1. Montaje PD2.....	67
2.2.6.2. Montaje PD3YY	69
2.2.6.3. Montaje PD3ΔY	72
2.2.7. Caídas de tensión internas del rectificador.....	75
2.2.7.1. C.D.T. por recubrimiento de fases ($\Delta_1 V_L$)	75
2.2.7.2. C.D.T. por efecto Joule ($\Delta_2 V_L$)	78
2.2.7.3. C.D.T. en los diodos ($\Delta_3 V_L$)	78
2.2.8. Funcionamiento en cortocircuito	79
2.2.9. Relación de cortocircuito (k_{CC})	80
2.3. RECTIFICADOR DE CONMUTACIÓN SERIE	82
2.4. RECTIFICADORES ACOPLADOS EN PARALELO	84

3. RECTIFICADORES CONTROLADOS	88
3.1. RECTIFICADOR TOTALMENTE CONTROLADO DE CONMUTACIÓN PARALELA	88
3.1.1. Valor medio de la tensión entregada a la carga e intensidad por la carga	89
3.1.1.1. Carga fuente de corriente constante	89
3.1.1.2. Carga óhmica pura	92
3.1.1.3. Carga RL.....	94
3.1.2. Factor de rizado	97
3.1.3. Armónicos	97
3.1.4. Tensión inversa en los SCR's	98
3.1.5. Intensidades, f.u.sec. y f.u.prim.	102
3.1.6. Caídas de tensión internas del rectificador.....	104
3.1.6.1. C.D.T. por recubrimiento de fases ($\Delta_1 V_L$)	105
3.1.6.2. C.D.T. por efecto Joule ($\Delta_2 V_L$)	108
3.1.6.3. C.D.T. en los SCR 's ($\Delta_3 V_L$)	108
3.1.7. Funcionamiento en cortocircuito	108
3.1.8. Ondulador no autónomo	108
3.2. RECTIFICADOR TOTALMENTE CONTROLADO DE CONMUTACIÓN P. DOBLE	110
3.2.1. Valor medio de la tensión entregada a la carga	110
3.2.2. Tensión inversa en los SCR's	111
3.2.3. Intensidades, f.u.sec. y f.u.prim.	112
3.2.4. Caídas de tensión internas del rectificador.....	114
3.3. RECTIFICADOR SEMICONTROLADO DE CONMUTACIÓN PARALELA	115
3.3.1. Valor medio de la tensión entregada a la carga	115
3.3.2. Intensidades	116
4. EFECTOS NEGATIVOS DE LOS RECTIFICADORES SOBRE LA RED DE C.A.	118
4.1. POTENCIA REACTIVA.....	118
4.1.1. Potencia reactiva de mando (Q_{mando})	118
4.1.2. Potencia reactiva de desequilibrio ($Q_{desequilibrio}$)	119
4.1.3. Potencia reactiva de conmutación ($Q_{conmutación}$)	119
4.2. COMPENSACIÓN DE LA POTENCIA REACTIVA DE MANDO	121

1. CLASIFICACIÓN DE LOS CONVERTIDORES DE CA/CC

Según como se conecte las fases del secundario del transformador:

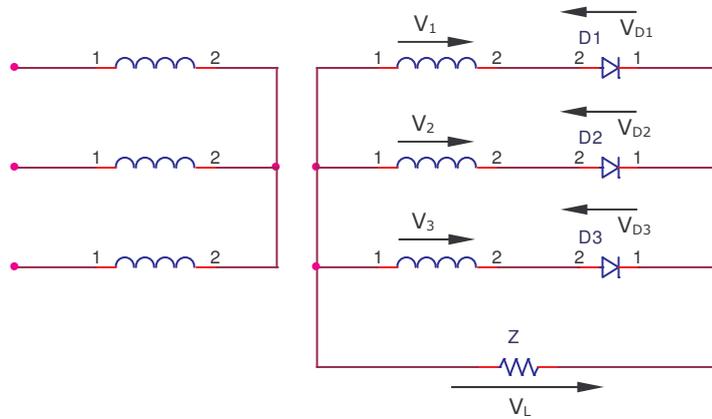
Clasificación rectificadores				
Conexión del secundario del transformador	Tipos	Implementación del rectificador		
		Sin controlar (Diodos)	Controlado (SCR's)	Semicontrolado (Diodos + SCR's)
Conmutación paralela (Conexión en Y)	Media Onda	√	√	---
	Onda completa o Doble	√	√	√
Conmutación serie (Conexión en Δ)		√	√	√

Según el número de fases del secundario:

- Monofásico
- Polifásico

2. RECTIFICADORES SIN CONTROLAR

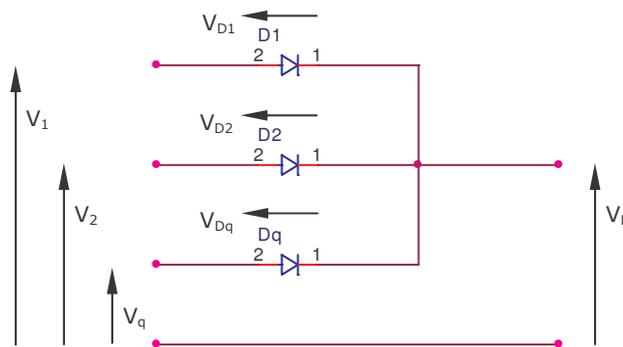
2.1. RECTIFICADOR DE CONMUTACIÓN PARALELA



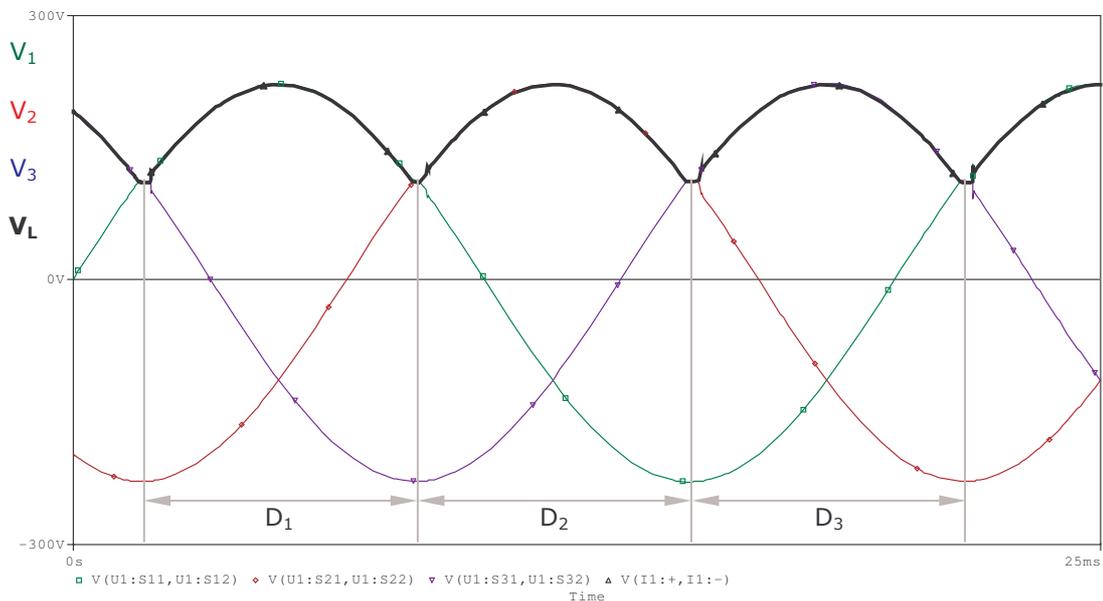
Las fases del secundario se conectan en estrella. Pueden ser:

- **Conmutador a más positivo**

Los cátodos de los diodos están unidos al mismo potencial.



En cada instante conducirá un solo diodo, aquel cuyo ánodo sea el más positivo. Por tanto, en cada instante V_L es igual a la tensión de entrada más positiva.



Régimen de conducción continuo (R.C.C.) \Rightarrow Cada diodo conduce durante un ángulo $2\pi/q$.

Cuando conduce D_1 , V_1 es mayor que el resto de las tensiones, el resto de los diodos están bloqueados ya que:

$$V_{D2} = V_2 - V_1 < 0 \quad \text{pues} \quad V_1 > V_2 \Rightarrow D_2 \text{ no puede conducir}$$

...

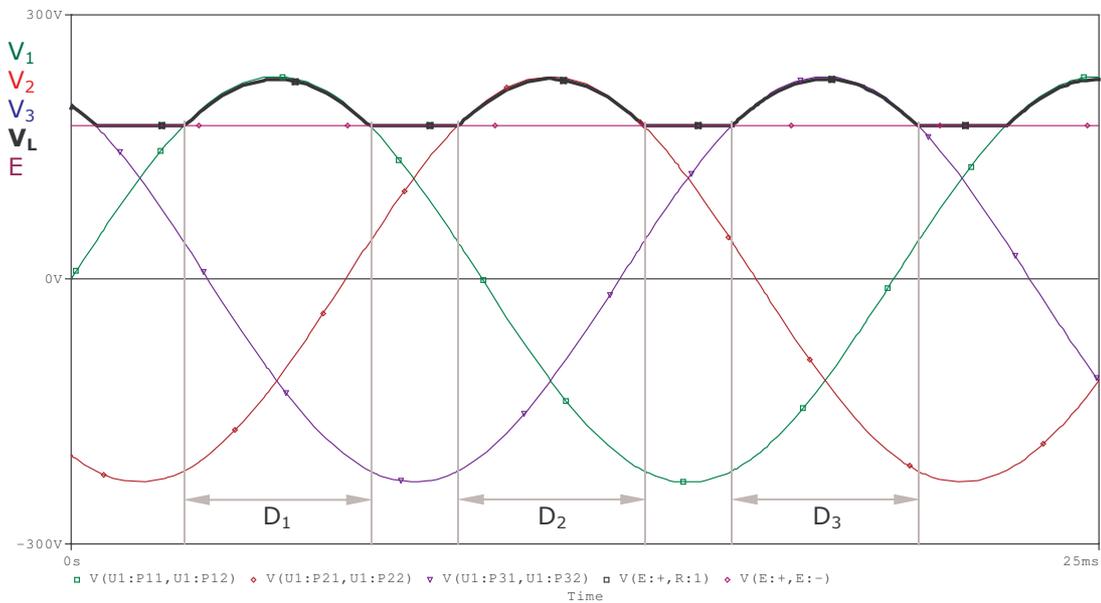
$$V_{Dq} = V_q - V_1 < 0 \quad \text{pues} \quad V_1 > V_q \Rightarrow D_q \text{ no puede conducir}$$

Si en la carga es R-E. cuando conduce un diodo, la corriente vale (por ejemplo D_1):

$$i_L = \frac{V_1 - E}{R} = \frac{V_0 \cdot \text{sen}\omega t - E}{R}$$

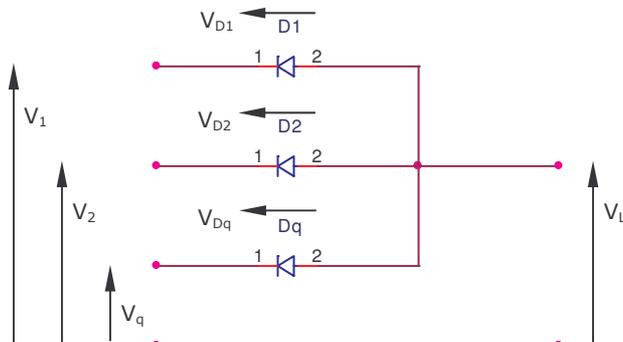
El diodo es un elemento unidireccional, luego la corriente sólo puede circular en un sentido, es decir V_1 es la más positiva de las tensiones alternas pero D_1 conducirá cuando, $V_1 > E$.

Régimen de conducción discontinuo (R.C.D.) \Rightarrow Cada diodo conduce durante un ángulo inferior a $2\pi/q$:

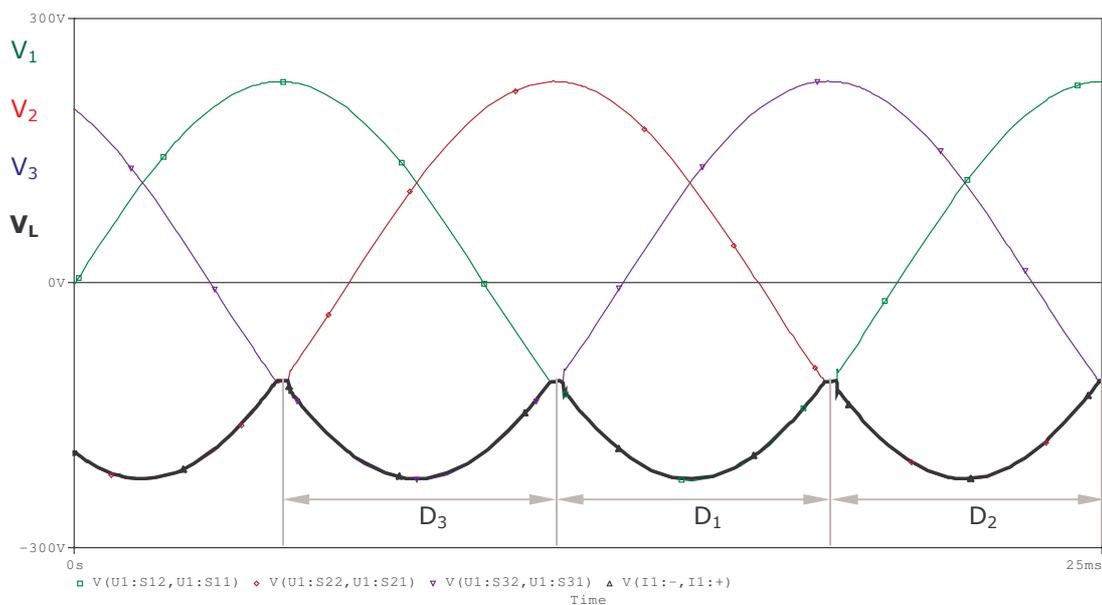


▪ **Conmutador a más negativo**

Los ánodos de los diodos están unidos al mismo potencial.

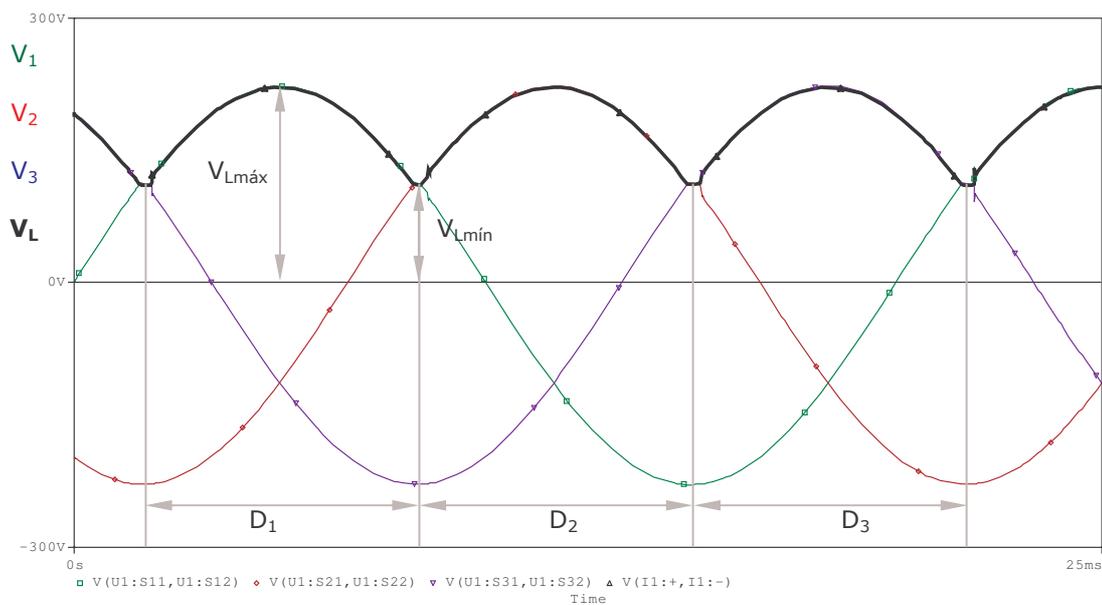


En cada instante conducirá un solo diodo, aquel cuyo cátodo sea el más negativo. Por tanto, en cada instante V_L es igual a la tensión de entrada más negativa.



Régimen de conducción continuo (R.C.C.) \Rightarrow Cada diodo conduce durante un ángulo $2\pi/q$.

2.1.1. Valor medio de la tensión entregada a la carga



Las tres tensiones de entrada están desfasadas entre sí $2\pi/q$, cada diodo conduce durante $2\pi/q$. En un sistema de 3 fases las tensiones están desfasadas entre sí $2\pi/3$, cada diodo conduce durante $2\pi/3$.

De forma general para q fases:

La tensión rectificada está constituida por q fragmentos de senoide por periodo.

Para $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{q} < \omega t < \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q}$ conduce D_1 y si se toma como origen $\frac{\pi}{2} \Rightarrow V_L = V_0 \cdot \cos \omega t$.

El valor medio de la tensión es:

$$V_{LC} = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\pi/q}^{\pi/q} V_0 \cdot \cos wt \, dwt \Rightarrow \boxed{V_{LC} = \frac{q}{\pi} \cdot V_0 \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi}{q}}$$
 Ecuación válida sólo para R.C.C.

2.1.2. Factor de rizado

La calidad de la tensión entregada a la carga se mide por el valor del factor de rizado y se puede definir como:

$$k = \frac{V_{Lmáx} - V_{Lmín}}{2 \cdot V_{LC}} = \frac{V_0 - V_0 \cdot \cos \frac{\pi}{q}}{2 \cdot \frac{q}{\pi} \cdot V_0 \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi}{q}}$$

Si q aumenta:

- Efecto positivo: k disminuye. Para tener un factor de rizado bajo se usarán como mínimo rectificadores trifásicos, pudiendo ser hexafásicos, dodecafásicos.
- Efecto negativo: factor de utilización del secundario disminuye. La potencia aparente del transformador aumenta y encarece la instalación.

2.1.3. Armónicos

Si consideramos el origen en el instante que la señal tome su valor máximo, la función es par y solo presenta términos en cos.

Desarrollando por Fourier:

$$V_L(wt) = V_{LC} + \sum_{k=1}^{k=\infty} B_{kq} \cdot \cos(k \cdot q \cdot wt)$$

B_{kq} \equiv amplitud del armónico.
 $k \cdot q$ \equiv n^o de orden de armónico.
 q \equiv n^o de fases.
 k \equiv número natural (1, 2, 3, ..., ∞).

En un ciclo de la tensión de red, la onda rectificada presenta q ciclos. Por eso en el desarrollo de Fourier el primer armónico que aparece en la carga tendrá una frecuencia q veces la de la red.

Para trifásicos $k=1$, el primer armónico es el tercero, el segundo armónico es el sexto,...

$$B_{kq} = \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\pi/q} V_0 \cdot \cos wt \cdot \cos(k \cdot q \cdot wt) \, dwt = \frac{2 \cdot q \cdot V_0}{\pi \cdot (k^2 \cdot q^2 - 1)} \cdot (-1)^k \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi}{q}$$

Interesa el valor máximo de cada armónico. Además, $V_{LC} = \frac{q}{\pi} \cdot V_0 \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi}{q}$, sustituyendo en B_{kq} :

$$\boxed{B_{kq} = \frac{2 \cdot V_{LC}}{k^2 \cdot q^2 - 1} \cdot (-1)^k}$$

Valor absoluto: $|B_{kq}| = \frac{2 \cdot V_{LC}}{k^2 \cdot q^2 - 1}$

A medida que aumenta la frecuencia del armónico, la amplitud de éste disminuye.

El primer armónico es el más problemático para su eliminación por ser el armónico de mayor amplitud y el más próximo a la componente deseada.

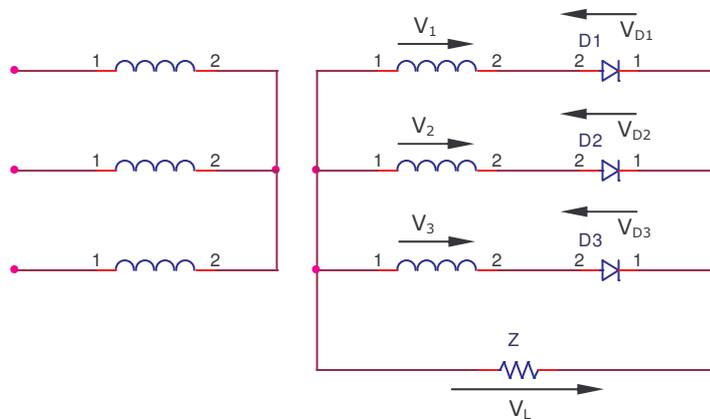
2.1.4. Tensión inversa en los diodos

La tensión inversa que deben soportar los diodos cuando no conducen es un parámetro importante para dimensionar los semiconductores. De modo que cuando la $V_{INmáx}$ sea mayor que la de un diodo se deberá conectar varios en serie.

Cuando un diodo conduce $V_{AK} \approx 1,5 V$.

El cálculo de la $V_{INmáx}$ se puede hacer por los métodos: analítico, gráfico y vectorial.

2.1.4.1. Método analítico



La tensión inversa que soporta D_1 es sucesivamente $V_1 - V_2, V_1 - V_3, \dots, V_1 - V_q$, la $V_{INmáx}$ y su valor máximo, corresponde al valor máximo de estas diferencias.

$$V_{D1máx} = V_1 - V_{\text{fase más alejada}}$$

Si q es par, la fase más alejada es $\frac{q}{2} + 1$.

Si q es impar, la fase más alejada es $\frac{q+1}{2}$ ó $\frac{q+3}{2}$, existen dos $V_{INmáx}$.

- Si q es par (ej. sistema hexafásico):

$$V_{D1máx} = V_1 - V_{\frac{q}{2}+1} = V_0 \cdot \text{sen}wt - V_0 \cdot \text{sen}(wt - \pi) = 2 \cdot V_0 \cdot \text{sen}wt$$

$$\boxed{V_{INmáx} = 2 \cdot V_0}$$

- Si q es impar (ej. Sistema trifásico):

$$V_{D1máx} = V_1 - V_{\frac{q}{2}+1} = V_0 \cdot \text{sen}wt - V_0 \cdot \text{sen}\left(wt - \pi + \frac{\pi}{q}\right) = 2 \cdot V_0 \cdot \cos\frac{\pi}{2q} \cdot \text{sen}\left(wt + \frac{\pi}{2q}\right)$$

$$\boxed{V_{INmáx} = 2 \cdot V_0 \cdot \cos\frac{\pi}{2q}}$$

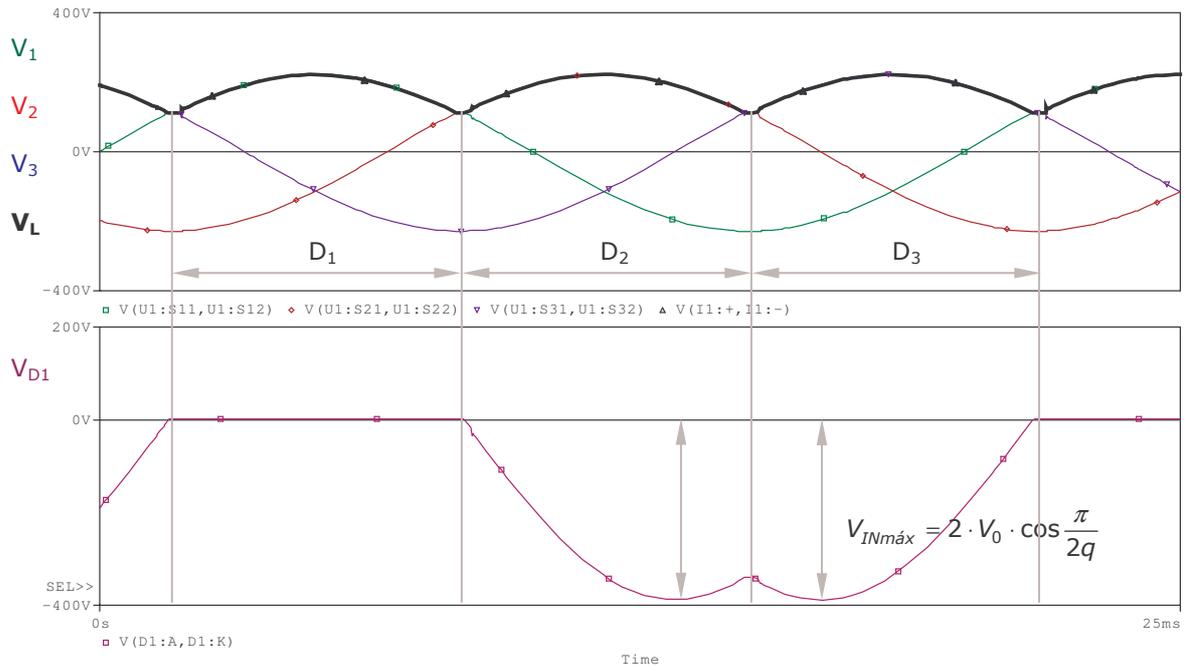
$\cos \frac{\pi}{2q} \equiv$ factor de conservación, pues reduce $V_{INm\acute{a}x}$.

Si q es impar, los diodos soportan una $V_{INm\acute{a}x}$ inferior a la que soportan cuando q es par.

2.1.4.2. Método gráfico

$V_{D1} = V_1 - V_L$

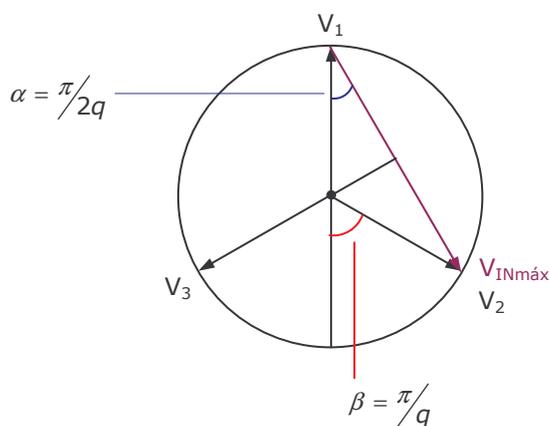
Se puede observar a continuación que si q es impar hay dos máximos en la V_{IN} .



2.1.4.3. Método vectorial

$V_{D1m\acute{a}x} = V_1 - V_{fase\ m\acute{a}s\ alejada}$

Si q es impar:



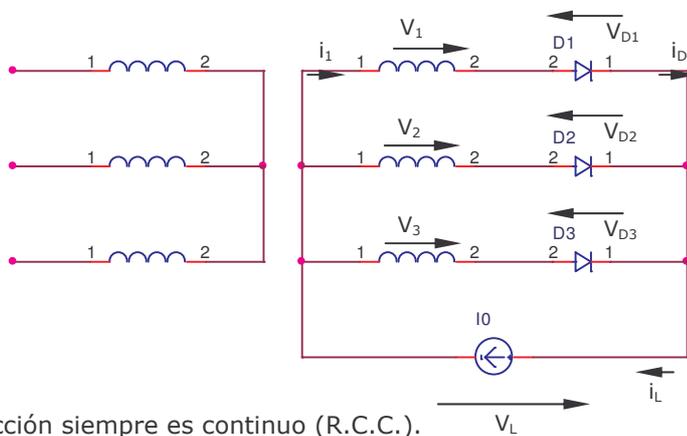
$\alpha \equiv$ por ser ángulo inscrito en una circunferencia es $\frac{1}{2}$ del ángulo central β que abarca el mismo arco.

$\frac{V_{INm\acute{a}x}}{2} = V_0 \cdot \cos \frac{\pi}{2q}$

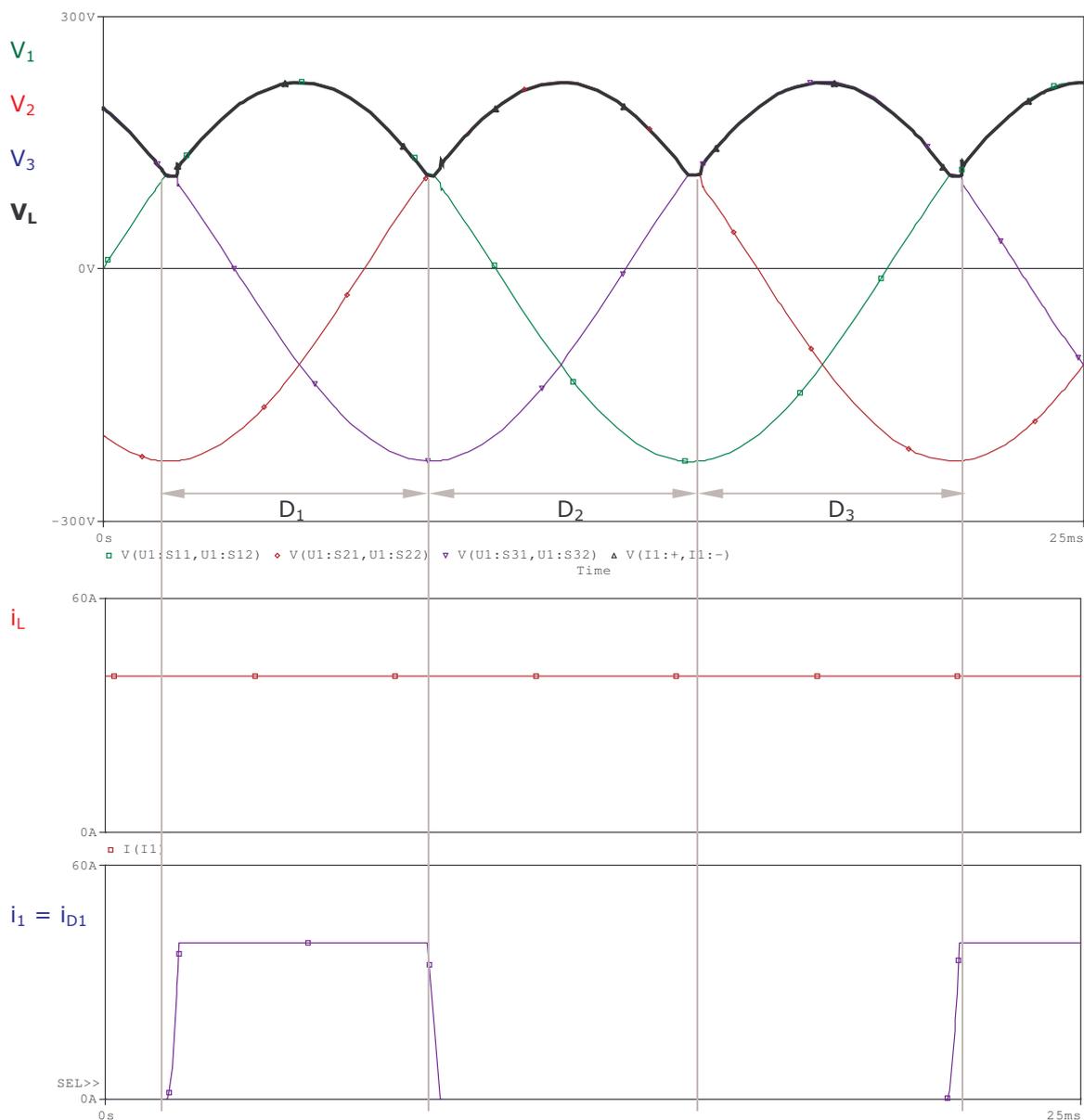
$V_{INm\acute{a}x} = 2 \cdot V_0 \cdot \cos \frac{\pi}{2q}$

2.1.5. Intensidades y factor de potencia del secundario del transformador

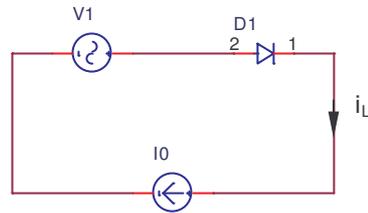
2.1.5.1. Carga fuente de corriente constante



El régimen de conducción siempre es continuo (R.C.C.).



Circuito equivalente cuando conduce D_1 :



Corriente media en la carga:

$$I_{LC} = I_0$$

Si el montaje suministra una I_L constante, cada diodo permite el paso de I_L durante $2\pi/q$. El valor medio y máximo de la corriente por el diodo es:

$$I_{LD} = \frac{I_{LC}}{q} = \frac{I_0}{q}$$

$$I_{Dm\acute{a}x} = I_0$$

La forma no senoidal de la corriente y su duración, hace que la utilización del secundario del transformador sea baja.

Sea un transformador cuyo secundario disponga de q fases:

- Factor de utilización del secundario:

$$f.u.sec = \frac{P_2}{S_2}$$

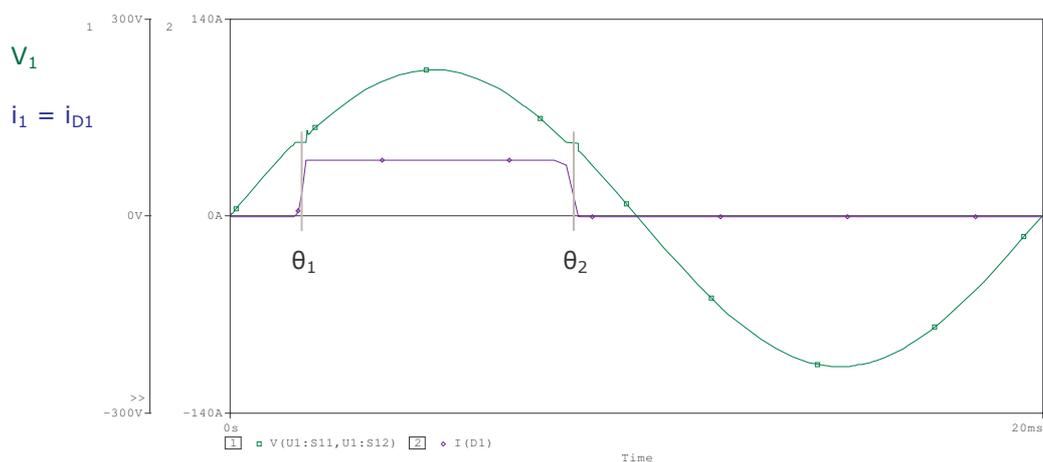
- Potencia aparente del secundario del transformador:

$$S_2 = q \cdot S_{21} = q \cdot V_{1ef} \cdot I_{1ef}$$

- Potencia activa del secundario del transformador:

$$P_2 = q \cdot P_{21} = q \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} V_1(\omega t) \cdot I_1(\omega t) d\omega t$$

En el caso concreto de corriente constante:



- Potencia aparente del secundario del transformador

$$\left. \begin{aligned} V_{1ef} &= \frac{V_0}{\sqrt{2}} \\ I_{1ef} &= \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi/q} I_0^2 dwt} = \frac{I_0}{\sqrt{q}} \end{aligned} \right\} S_2 = q \cdot \frac{V_0}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_0}{\sqrt{q}} = \sqrt{q} \cdot V_0 \cdot I_0$$

- Potencia activa del secundario del transformador

$$P_2 = \frac{q}{2\pi} \cdot \int_{\pi/2 - \pi/q}^{\pi/2 + \pi/q} I_0 \cdot V_0 \cdot \text{sen}wt dwt = \frac{q}{\pi} \cdot V_0 \cdot I_0 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q}$$

- Factor de utilización del secundario

$$f.u.\text{sec} = \frac{P_2}{S_2} = \frac{\sqrt{2q} \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q}}{\pi} < 1$$

$f.u.\text{sec} < 1$, el secundario no es utilizado totalmente.

El valor máximo de esta función depende de q , con la particularidad de que q es número entero.

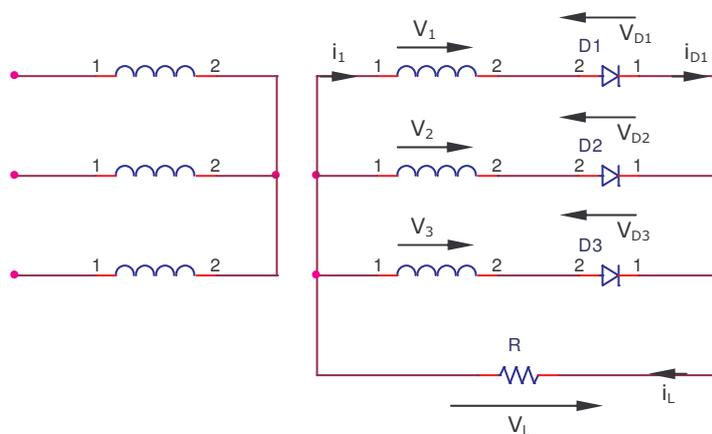
q	2	3	6	12	18
f.u.sec	0,636	0,675	0,550	0,400	0,332

Anteriormente se explicó que si q aumenta, el factor de rizado mejora, pero el f.u.sec. baja. Se debe buscar un equilibrio entre ambos para fijar q .

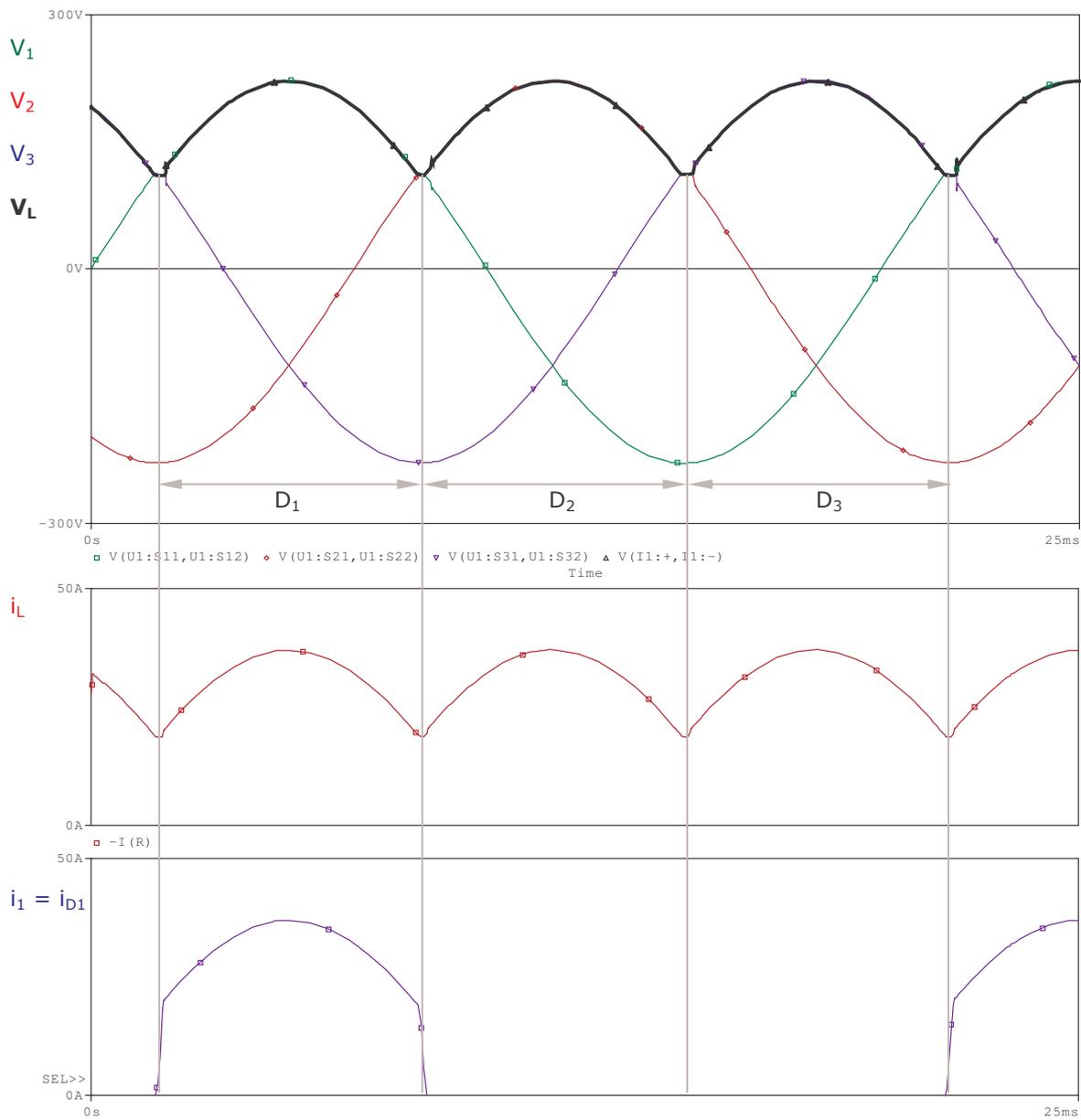
De la tabla se deduce que un rectificador de $q=2$; no será utilizado porque tiene el peor f.u.sec. y factor de rizado.

Una solución es usar rectificadores trifásicos acoplados en paralelo mediante bobina de absorción, ya que de esta forma se obtiene en la carga una tensión con factor de rizado, el correspondiente a un rectificador hexafásico, mientras que el f.u.sec. es el correspondiente a un rectificador trifásico.

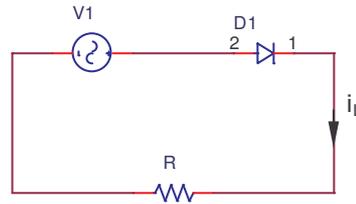
2.1.5.2. Carga óhmica pura



El régimen de conducción siempre es continuo (R.C.C.).



Circuito equivalente cuando conduce D₁:



Se toma como origen $\frac{\pi}{2}$ para el cálculo de corrientes y f.u.sec.

Corriente en la carga:

$$i_L = \frac{V_1}{R} = \frac{V_0}{R} \cdot \cos \omega t$$

Corriente media en la carga:

$$I_{LC} = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\pi/q}^{\pi/q} \frac{V_0}{R} \cdot \cos \omega t \, d\omega t$$

El valor medio y máximo de la corriente por el diodo es:

$$I_{LD} = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\pi/q}^{\pi/q} \frac{V_0}{R} \cdot \cos \omega t \, d\omega t = \frac{I_{LC}}{q}$$

$$I_{Dm\acute{a}x} = \frac{V_0}{R}$$

En el secundario del transformador:

- Potencia aparente del secundario del transformador

$$\left. \begin{aligned} V_{1ef} &= \frac{V_0}{\sqrt{2}} \\ I_{1ef} &= \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\pi/q}^{\pi/q} \left(\frac{V_0}{R} \cdot \cos \omega t \right)^2 \, d\omega t} \end{aligned} \right\} S_2 = q \cdot V_{1ef} \cdot I_{1ef}$$

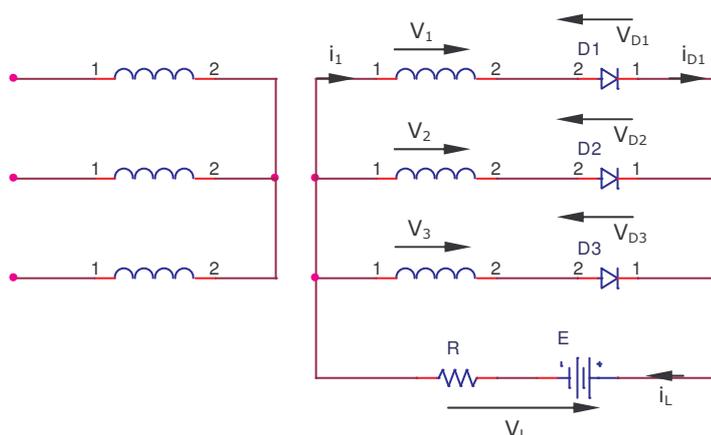
- Potencia activa del secundario del transformador

$$P_2 = \frac{q}{2\pi} \cdot \int_{-\pi/q}^{\pi/q} \frac{V_0}{R} \cdot \cos \omega t \cdot V_0 \cdot \cos \omega t \, d\omega t$$

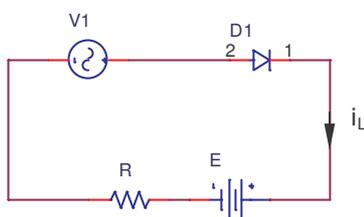
- Factor de utilización del secundario

$$f.u.sec = \frac{P_2}{S_2}$$

2.1.5.3. Carga RE



Circuito equivalente cuando conduce D₁:



Corriente en la carga:

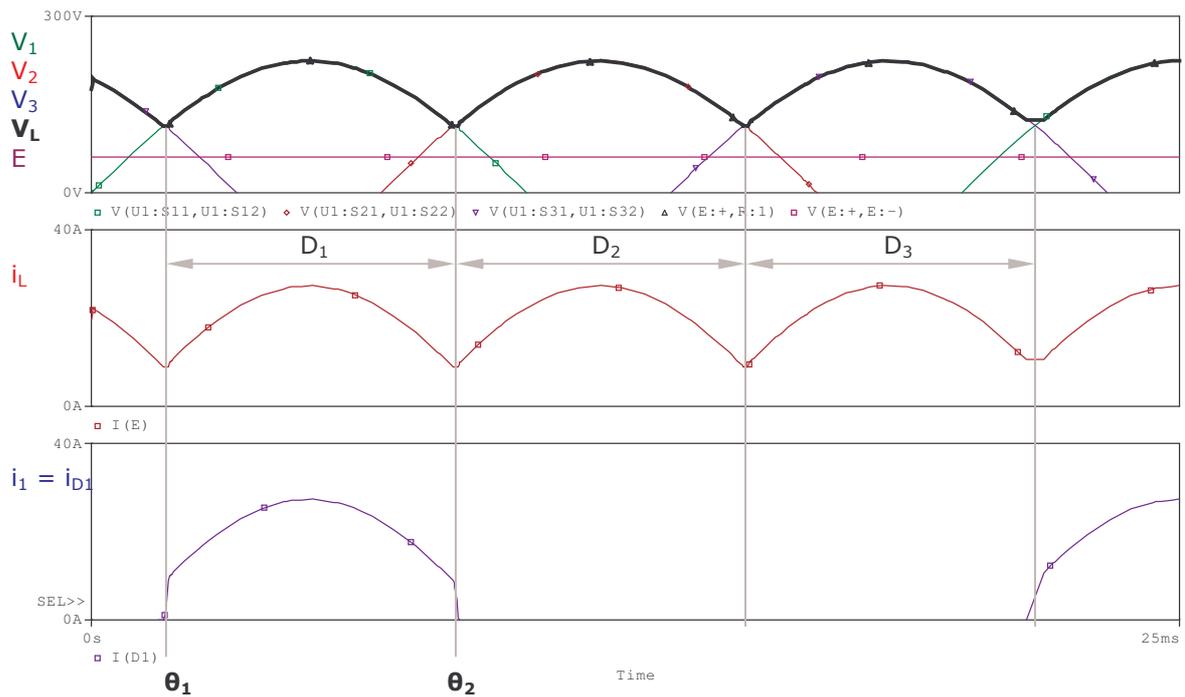
$$i_L = \frac{V_1 - E}{R} = \frac{V_0 \cdot \text{sen} \omega t - E}{R}$$

$$i_L = \frac{V_0 \cdot \text{sen} \omega t - E}{R} > 0 \Rightarrow \text{Condición para que } D_1 \text{ conduzca.}$$

Puede haber dos situaciones:

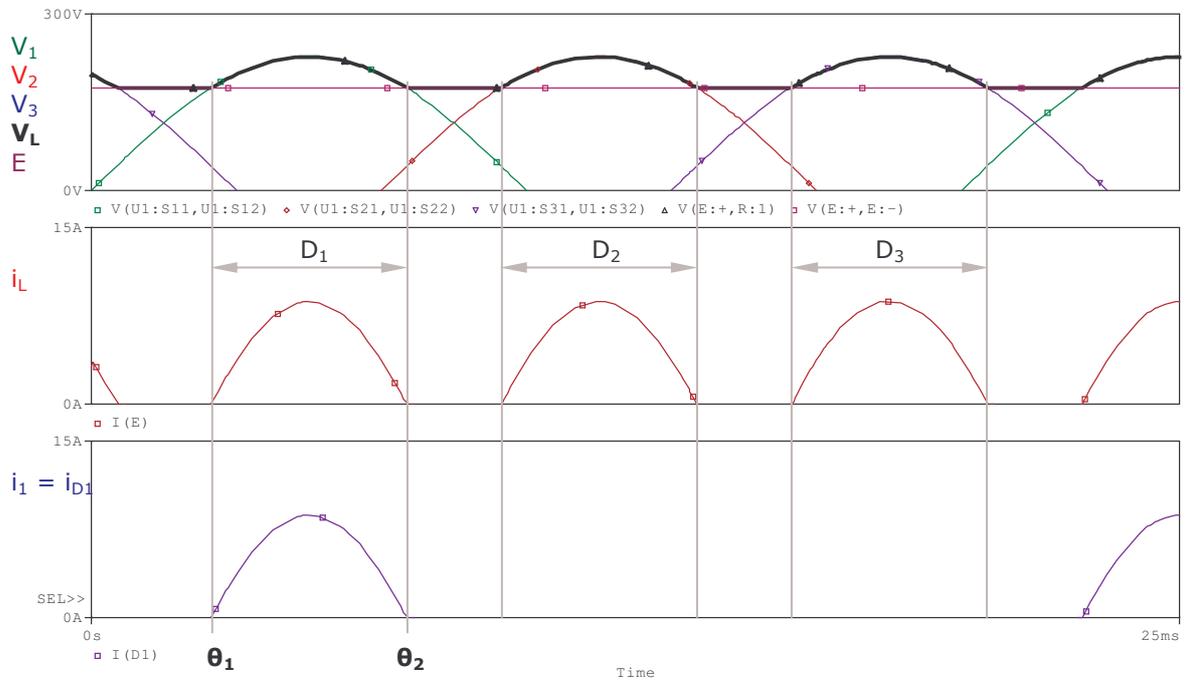
- Si $E < V_0 \cdot \cos \frac{\pi}{q} \Rightarrow$ R.C.C. (Régimen de conducción continuo).
- Si $E > V_0 \cdot \cos \frac{\pi}{q} \Rightarrow$ R.C.D. (Régimen de conducción discontinuo).

- Situación R.C.C. (Régimen de conducción continuo):



Valor de los límites: $\theta_1 = \frac{\pi}{6}$; $\theta_2 = \frac{5\pi}{6}$. Para el caso de $q = 3$.

- Situación R.C.D. (Régimen de conducción discontinuo):



Valor de los límites: $\theta_1 = \arcsen \frac{E}{V_0}$; $\theta_2 = \pi - \theta_1$.

Corriente media en la carga:

$$I_{LC} = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{V_0 \cdot \text{sen}wt - E}{R} dwt$$

El valor medio y máximo de la corriente por el diodo es:

$$I_{LD} = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{V_0 \cdot \text{sen}wt - E}{R} dwt = \frac{I_{LC}}{3}$$

$$I_{Dm\acute{a}x} = \frac{V_0 - E}{R}$$

En el secundario del transformador:

- Potencia aparente del secundario del transformador

$$\left. \begin{aligned} V_{1ef} &= \frac{V_0}{\sqrt{2}} \\ I_{1ef} &= \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} \left(\frac{V_0 \cdot \text{sen}wt - E}{R} \right)^2 dwt} \end{aligned} \right\} S_2 = q \cdot V_{1ef} \cdot I_{1ef}$$

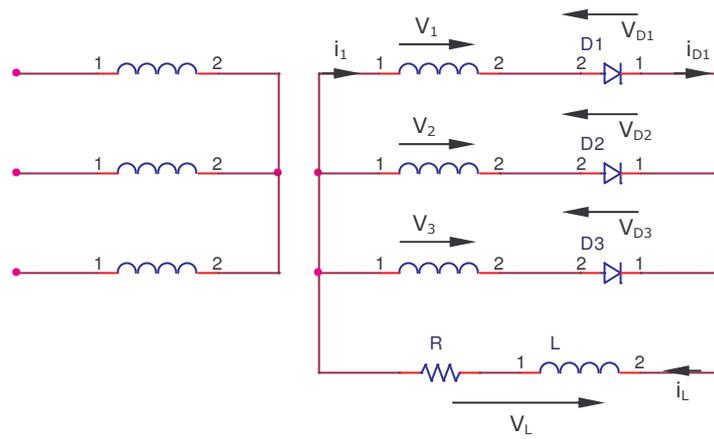
- Potencia activa del secundario del transformador

$$P_2 = \frac{q}{2\pi} \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{V_0 \cdot \text{sen}wt - E}{R} \cdot V_0 \cdot \text{sen}wt dwt$$

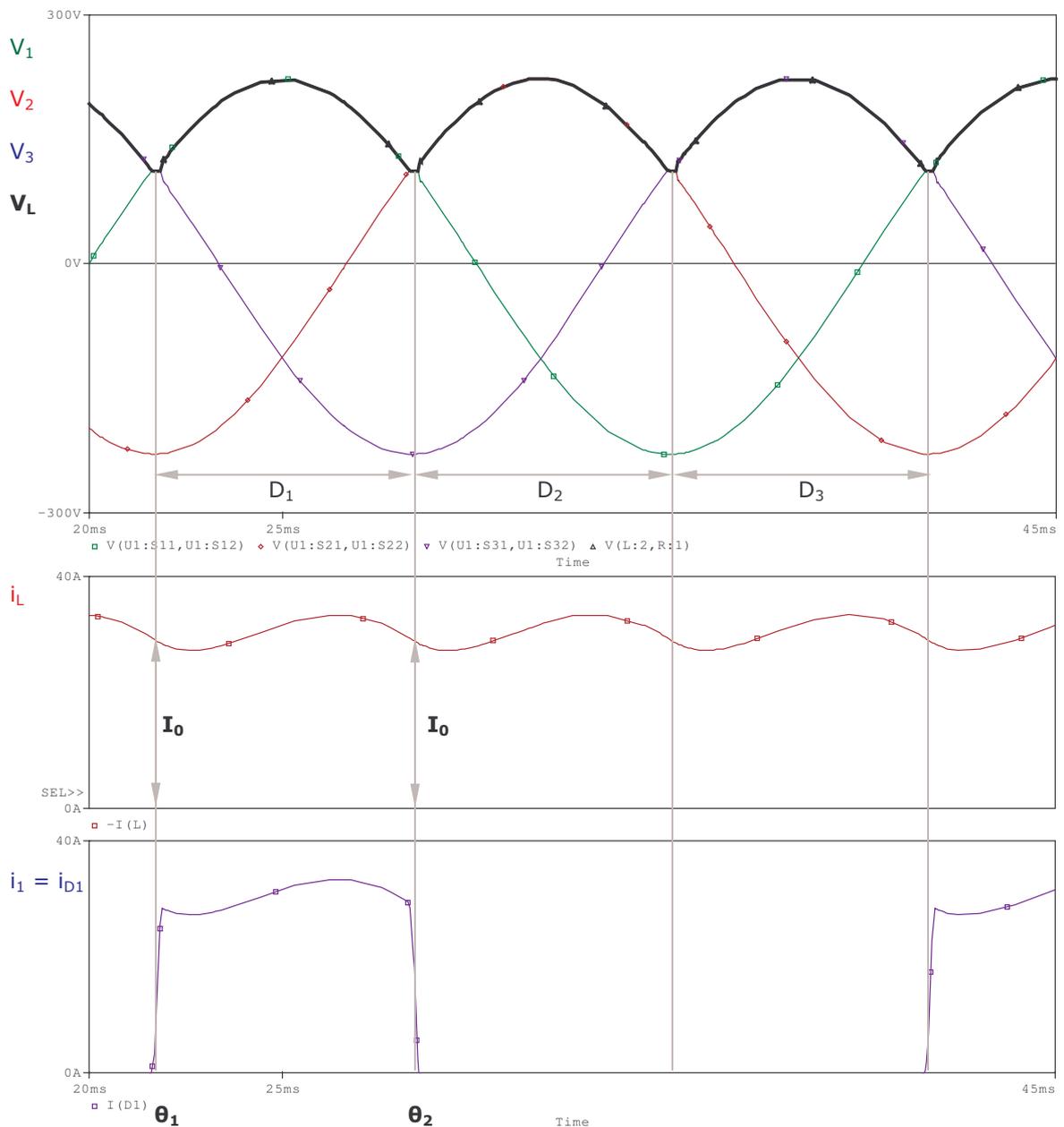
- Factor de utilización del secundario

$$f.u.\text{sec} = \frac{P_2}{S_2}$$

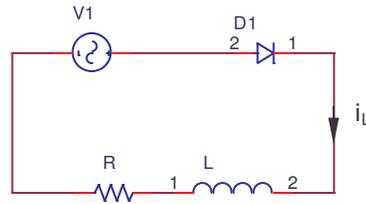
2.1.5.4. Carga RL



El régimen de conducción siempre es continuo (R.C.C.).



Circuito equivalente cuando conduce D_1 :

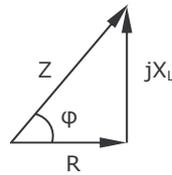
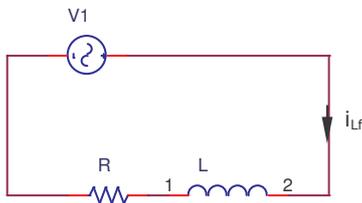


Corriente en la carga:

$$V_0 \cdot \text{sen} \omega t = R \cdot i_L + L \cdot \frac{di_L}{dt} \quad (\text{Ecuación diferencial lineal de primer grado})$$

$$\text{Solución ec. diferencial: } i_L = A \cdot e^{-\frac{R}{L\omega}(wt-\theta_1)} + i_{Lf} \quad (\theta_1 = \frac{\pi}{6})$$

Cálculo de i_{Lf} (solución en régimen permanente):



$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \quad (f = 50 \text{ Hz} \equiv f \text{ red})$$

$$\left. \begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + X_L^2} \\ \varphi &= \arctg \frac{X_L}{R} \end{aligned} \right\} \bar{Z} = Z \angle \varphi$$

$$i_{Lf} = \frac{V_1}{Z} = \frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen} (\omega t - \varphi)$$

Corriente en la carga:

$$i_L = A \cdot e^{-\frac{R}{L\omega}(wt-\theta_1)} + \frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen} (\omega t - \varphi)$$

Cálculo de A: para $wt = \theta_1 \Rightarrow i_L = I_0$

$$I_0 = A + \frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen} (\theta_1 - \varphi) \Rightarrow A = I_0 - \frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen} (\theta_1 - \varphi)$$

Corriente en la carga:

$$i_L = \left(I_0 - \frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen} (\theta_1 - \varphi) \right) \cdot e^{-\frac{R}{L\omega}(wt-\theta_1)} + \frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen} (\omega t - \varphi)$$

Cálculo de I_0 : para $wt = \theta_2 \Rightarrow i_L = I_0 \quad (\theta_2 = \frac{5\pi}{6})$

$$I_0 = \left(I_0 - \frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen} (\theta_1 - \varphi) \right) \cdot e^{-\frac{R}{L\omega}(\theta_2-\theta_1)} + \frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen} (\theta_2 - \varphi)$$

Corriente media en la carga:

$$I_{LC} = \frac{1}{\frac{2\pi}{3}} \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} i_L(wt) dwt$$

El valor medio y máximo de la corriente por el diodo es:

$$I_{LD} = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} i_L(wt) dwt = \frac{I_{LC}}{3}$$

$$\frac{di_L}{dwt} = 0 \Rightarrow \theta_3 \Rightarrow I_{Dm\acute{a}x} = i_L(\theta_3)$$

En el secundario del transformador:

- Potencia aparente del secundario del transformador

$$\left. \begin{aligned} V_{1ef} &= \frac{V_0}{\sqrt{2}} \\ I_{1ef} &= \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} i_L(wt)^2 dwt} \end{aligned} \right\} S_2 = q \cdot V_{1ef} \cdot I_{1ef}$$

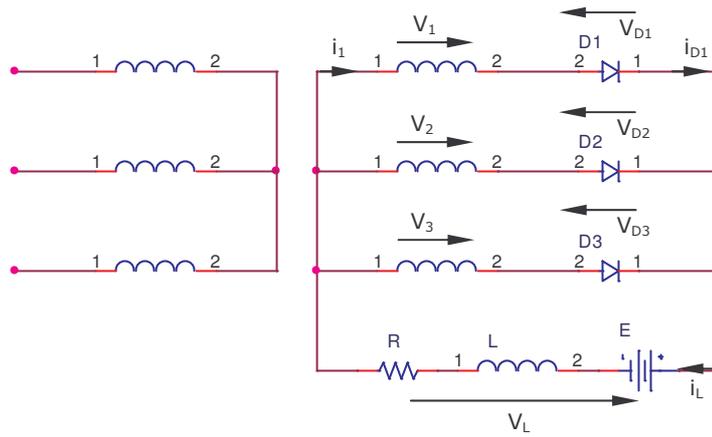
- Potencia activa del secundario del transformador

$$P_2 = \frac{q}{2\pi} \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} i_L(wt) \cdot V_0 \cdot \text{sen}wt dwt$$

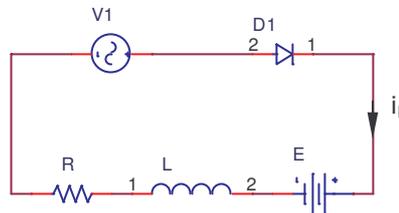
- Factor de utilización del secundario

$$f.u.\text{sec} = \frac{P_2}{S_2}$$

2.1.5.5. Carga RLE



Circuito equivalente cuando conduce D₁:

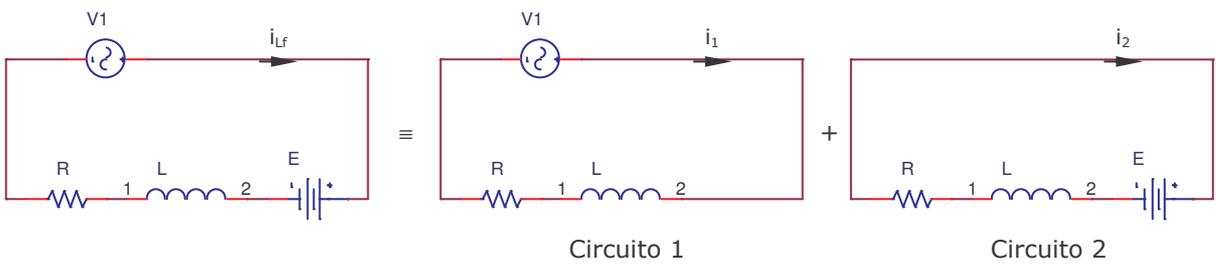


Corriente en la carga:

$$V_0 \cdot \text{sen} \omega t = R \cdot i_L + L \cdot \frac{di_L}{dt} + E \quad (\text{Ecuación diferencial lineal de primer grado})$$

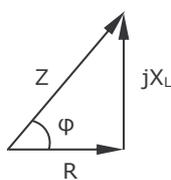
Solución ec. diferencial: $i_L = A \cdot e^{-\frac{R}{L\omega}(wt-\theta_1)} + i_{Lf}$

Cálculo de i_{Lf} (solución en régimen permanente):



Resolviendo por superposición: $i_{Lf} = i_1 + i_2$

Circuito 1:



$$\left. \begin{aligned} X_L &= 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \quad (f = 50 \text{ Hz}) \\ Z &= \sqrt{R^2 + X_L^2} \\ \varphi &= \text{arctg} \frac{X_L}{R} \end{aligned} \right\} \bar{Z} = Z \angle \varphi \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} X_L &= 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \\ Z &= \sqrt{R^2 + X_L^2} \\ \varphi &= \text{arctg} \frac{X_L}{R} \end{aligned}} \right\} i_1 = \frac{V_1}{Z} = \frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen}(\omega t - \varphi)$$

Circuito 2:

$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 0 \quad \text{porque} \quad C.C. \Rightarrow f = 0 \text{ Hz}$$

$$i_2 = -\frac{E}{R}$$

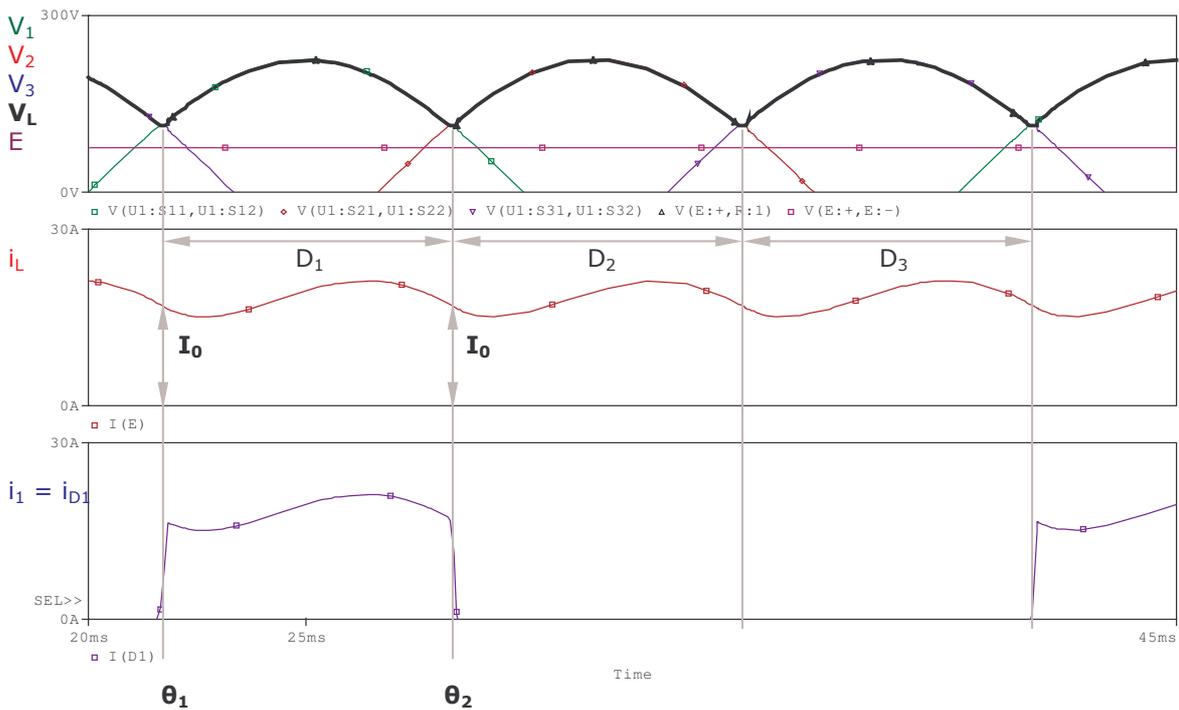
$$i_{Lr} = \frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen}(wt - \varphi) - \frac{E}{R}$$

Corriente en la carga:

$$i_L = A \cdot e^{-\frac{R}{Lw}(wt - \theta_1)} + \frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen}(wt - \varphi) - \frac{E}{R}$$

Cálculo de A: para $wt = \theta_1 \Rightarrow$ Puede ocurrir:

- $E < V_0 \cdot \cos \frac{\pi}{q} \Rightarrow$ R.C.C. $\Rightarrow wt = \theta_1 \Rightarrow i_L = I_0$

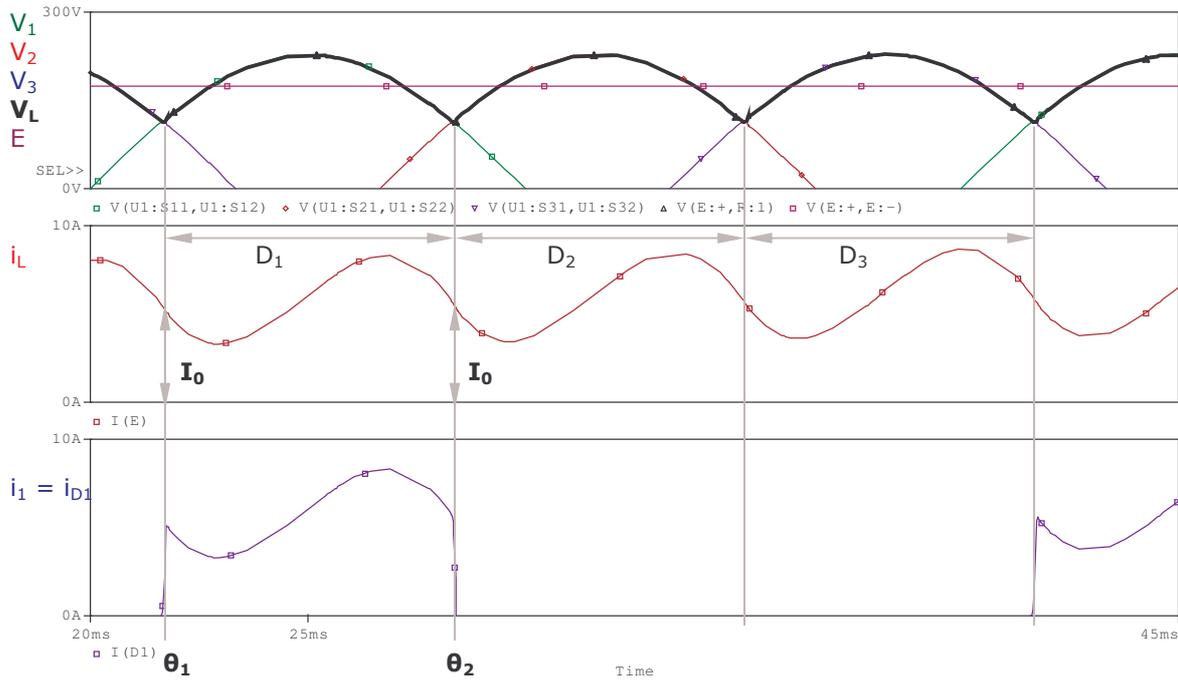


- $E > V_0 \cdot \cos \frac{\pi}{q} \Rightarrow$ R.C.C. ó R.C.D. $\Rightarrow wt = \theta_1$

}	Suposición $\Rightarrow i_L = I_0$ (R.C.C.)
	Suposición $\Rightarrow i_L = 0$ (R.C.D.)

La suposición depende de lo próximo que este el valor de E a $V_0 \cdot \cos \frac{\pi}{q}$ y del $\cos \varphi$ de la carga.

Suposición $\Rightarrow i_L = I_0$ (R.C.C.)



Cálculo de A \Rightarrow para $wt = \theta_1 \Rightarrow i_L = I_0$ ($\theta_1 = \frac{\pi}{6}$)

$$I_0 = A + \frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen}(\theta_1 - \varphi) - \frac{E}{R} \Rightarrow A = I_0 - \frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen}(\theta_1 - \varphi) + \frac{E}{R}$$

Corriente en la carga:

$$i_L = \left(I_0 - \frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen}(\theta_1 - \varphi) + \frac{E}{R} \right) \cdot e^{-\frac{R}{Lw}(wt - \theta_1)} + \frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen}(wt - \varphi) - \frac{E}{R}$$

Cálculo de I_0 : para $wt = \theta_2 \Rightarrow i_L = I_0$ ($\theta_2 = \frac{5\pi}{6}$)

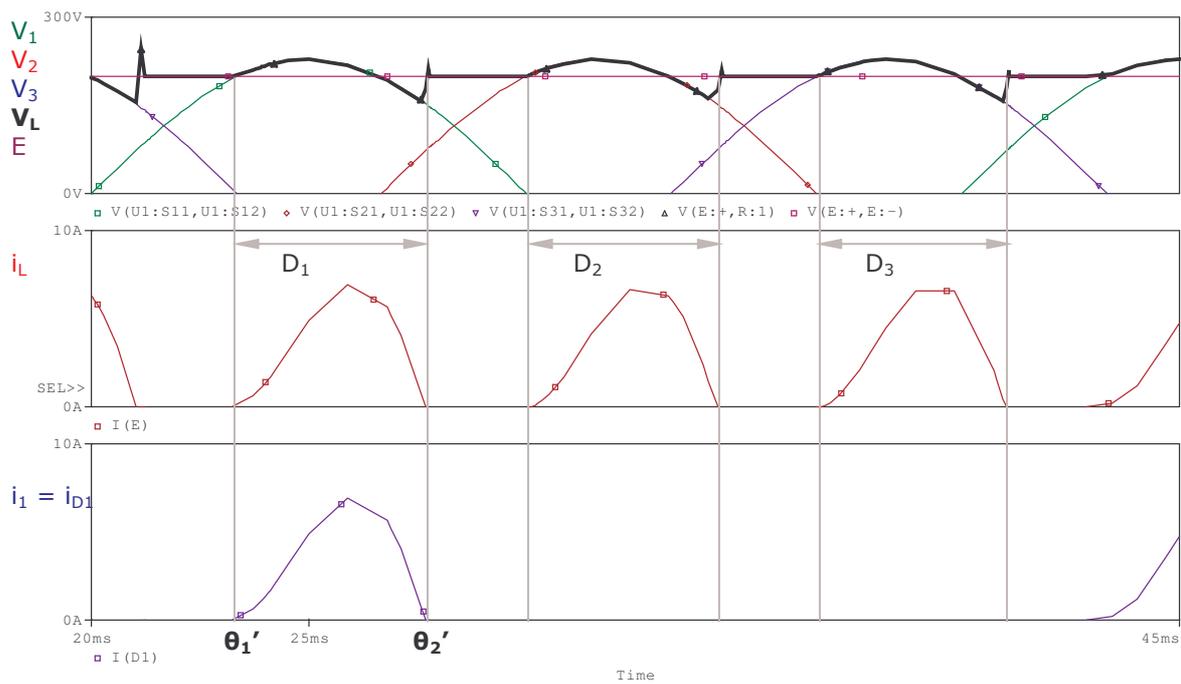
$$I_0 = \left(I_0 - \frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen}(\theta_1 - \varphi) + \frac{E}{R} \right) \cdot e^{-\frac{R}{Lw}(\theta_2 - \theta_1)} + \frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen}(\theta_2 - \varphi) - \frac{E}{R}$$

Comprobación de la suposición:

- $E < V_0 \cdot \cos \frac{\pi}{q} \Rightarrow I_0 > 0$ (R.C.C.)
- $E > V_0 \cdot \cos \frac{\pi}{q}$

}	$I_0 > 0 \Rightarrow$	Suposición correcta (R.C.C.)
}	$I_0 < 0 \Rightarrow$	Suposición incorrecta (No es R.C.C., sino R.C.D.) Rehacer el problema

Rehacer el problema:



Corriente en la carga:

$$V_0 \cdot \text{sen} \omega t = R \cdot i_L + L \cdot \frac{di_L}{dt} + E \quad (\text{Ecuación diferencial lineal de primer grado})$$

$$\text{Solución ec. diferencial: } i_L = A \cdot e^{-\frac{R}{L\omega}(wt-\theta_1')} + i_{Lf} \quad \left(\theta_1' = \arcsen \frac{E}{V_0} \right)$$

Cálculo de i_{Lf} (sol. en rég. permanente): Igual que en el caso anterior, pues es el mismo circuito.

Corriente en la carga:

$$i_L = A \cdot e^{-\frac{R}{L\omega}(wt-\theta_1')} + \frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen}(wt - \varphi) - \frac{E}{R}$$

$$\text{Cálculo de A: para } wt = \theta_1' \Rightarrow i_L = 0, \text{ siendo } \theta_1' = \arcsen \frac{E}{V_0}$$

$$0 = A + \frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen}(\theta_1' - \varphi) - \frac{E}{R} \Rightarrow A = -\frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen}(\theta_1' - \varphi) + \frac{E}{R}$$

Corriente en la carga:

$$i_L = \left(-\frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen}(\theta_1' - \varphi) + \frac{E}{R} \right) \cdot e^{-\frac{R}{L\omega}(wt-\theta_1')} + \frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen}(wt - \varphi) - \frac{E}{R}$$

$$\text{Cálculo de } \theta_2' \text{ (ángulo donde se anula } i_L): \quad wt = \theta_2' \Rightarrow i_L = 0$$

$$0 = \left(-\frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen}(\theta_1' - \varphi) + \frac{E}{R} \right) \cdot e^{-\frac{R}{L\omega}(\theta_2' - \theta_1')} + \frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen}(\theta_2' - \varphi) - \frac{E}{R} \Rightarrow \theta_2'$$

Corriente media en la carga:

- R.C.C.:
$$I_{LC} = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} i_L(\omega t) d\omega t$$
- R.C.D.:
$$I_{LC} = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{\theta_1'}^{\theta_2'} i_L(\omega t) d\omega t$$

El valor medio y máximo de la corriente por el diodo es:

- R.C.C.:
$$I_{LD} = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} i_L(\omega t) d\omega t = \frac{I_{LC}}{3}$$
- R.C.D.:
$$I_{LD} = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{\theta_1'}^{\theta_2'} i_L(\omega t) d\omega t = \frac{I_{LC}}{3}$$
- R.C.C. o R.C.D.:
$$\frac{di_L}{d\omega t} = 0 \Rightarrow \theta_3 \Rightarrow I_{Dm\acute{a}x} = i_L(\theta_3)$$

En el secundario del transformador:

- Potencia aparente del secundario del transformador

$$V_{1ef} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$$

$$I_{1ef} \left\{ \begin{array}{l} \text{R.C.C.: } I_{1ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} i_L(\omega t)^2 d\omega t} \\ \text{R.C.D.: } I_{1ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_{\theta_1'}^{\theta_2'} i_L(\omega t)^2 d\omega t} \end{array} \right\} S_2 = q \cdot V_{1ef} \cdot I_{1ef}$$

- Potencia activa del secundario del transformador

$$\text{R.C.C.: } P_2 = \frac{q}{2\pi} \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} i_L(\omega t) \cdot V_0 \cdot \text{sen}\omega t d\omega t$$

$$\text{R.C.C.: } P_2 = \frac{q}{2\pi} \cdot \int_{\theta_1'}^{\theta_2'} i_L(\omega t) \cdot V_0 \cdot \text{sen}\omega t d\omega t$$

- Factor de utilización del secundario

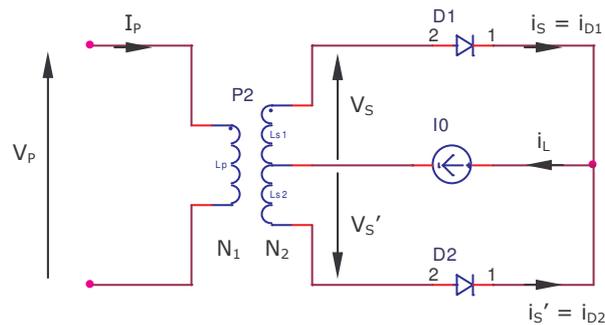
$$\text{R.C.C. o R.C.D.: } f.u.\text{sec} = \frac{P_2}{S_2}$$

2.1.6. Factor de potencia del primario del transformador

En el primario del transformador las corrientes son bidireccionales, pero no senoidales.

Con objeto de analizar de forma mas clara las corrientes primarias, se considerará en todos los casos que la carga es fuente de corriente constante.

2.1.6.1. Montaje P2



El f.u.sec. es malo porque la corriente solo circula por cada arrollamiento secundario durante T/2. El primario tiene el inconveniente de que la forma de onda no es senoidal.

En un transformador se cumple siempre que la suma de f.m.m. es igual a cero:

$$N_1 \cdot I_p = N_2 \cdot i_s - N_2 \cdot i_s'$$

Como i_s e i_s' tienen sentidos diferentes y no circulan de forma simultánea:

$$I_p = \frac{N_2}{N_1} \cdot i_s = \frac{N_2}{N_1} \cdot I_0$$

Potencia aparente del primario del transformador:

$$\left. \begin{aligned} V_{Pef} &= \frac{V_{P0}}{\sqrt{2}} \\ I_{Pef} &= \frac{N_2}{N_1} \cdot i_s \end{aligned} \right\} S_1 = V_{Pef} \cdot I_{Pef} = \frac{V_{P0}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{N_2}{N_1} \cdot i_s$$

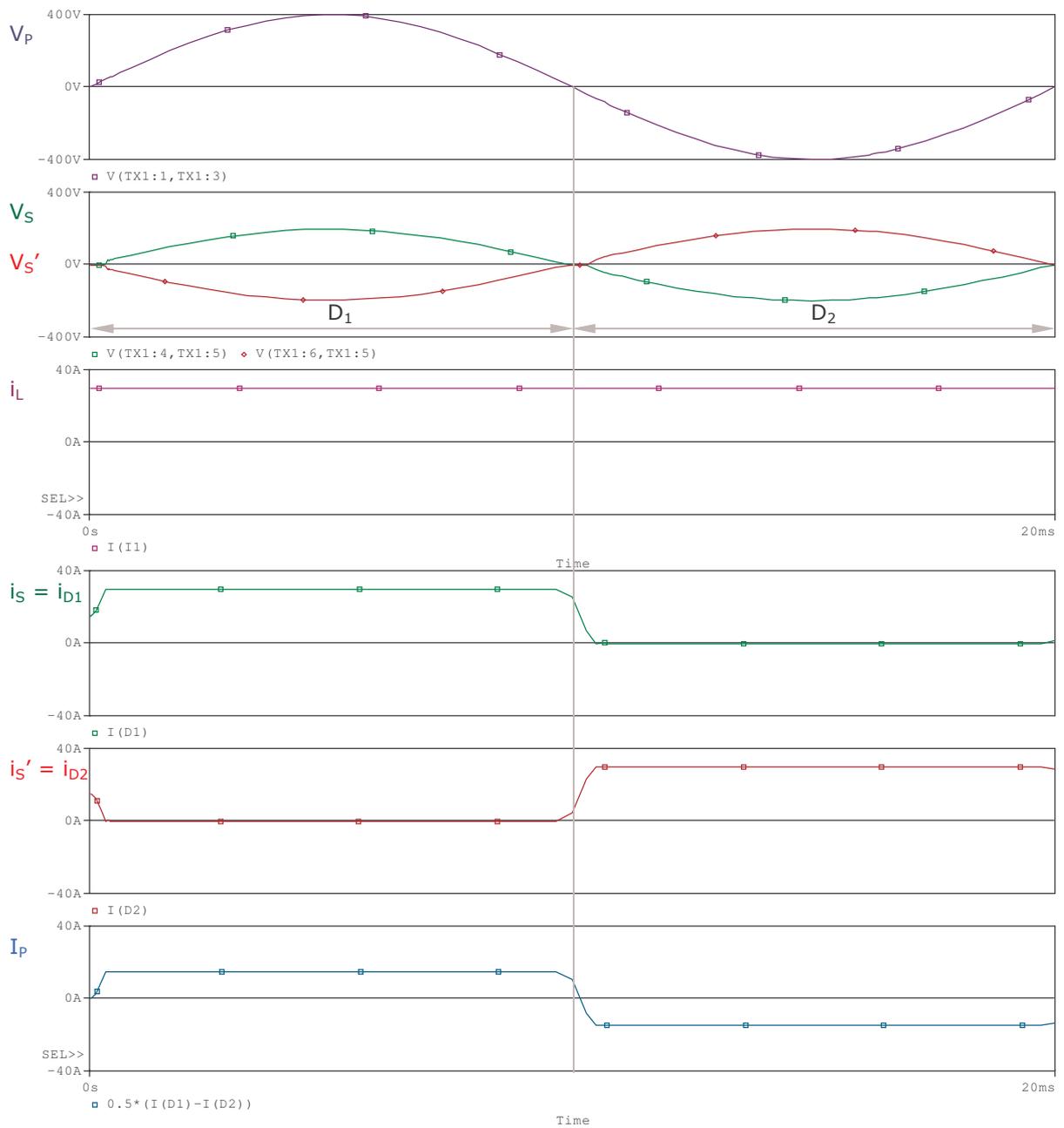
Potencia activa del primario del transformador:

$$P_1 = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \frac{N_2}{N_1} \cdot i_s \cdot V_{P0} \cdot \text{sen} \omega t \, d\omega t$$

Factor de utilización del primario:

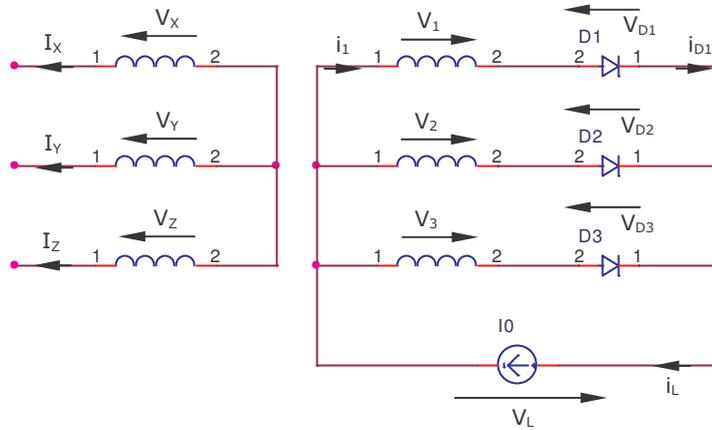
$$f.u.\text{prim} = \frac{P_1}{S_1}$$

El f.u.prim. es mejor que el f.u.sec. porque en cada bobinado secundario solo circula corriente durante medio periodo.

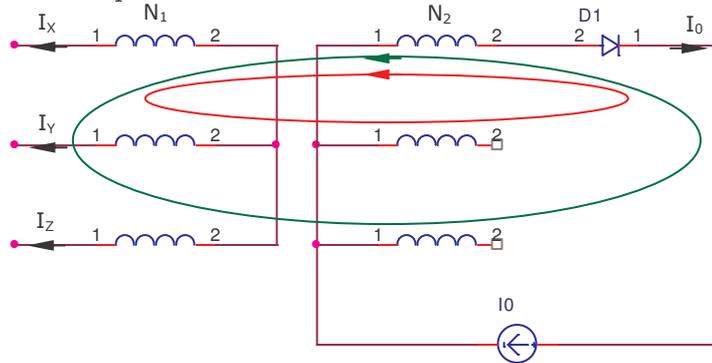


2.1.6.2. Montaje P3YY

El rectificador de conmutación paralela sin controlar trifásico tiene el secundario del transformador conectado en estrella. El primario del transformador puede tener la conexión que convenga en cada caso, en este ejemplo esta conectado en estrella.



Supongamos que conduce D1:



1ª Ley de Kirchoff: $I_x + I_y + I_z = 0$ (ec. 1)

Ec. circuito magnético: $\sum F = \sum N \cdot I = \sum R \cdot \phi \approx 0$ (en un transformador la reluctancia ≈ 0)

Se plantean otras dos ecuaciones utilizando dos mallas:

Convenio: Cuando se recorre la malla en el sentido fijado y se encuentra la punta de la flecha de la corriente \Rightarrow f.m.m. positiva; en caso contrario \Rightarrow f.m.m. negativa.

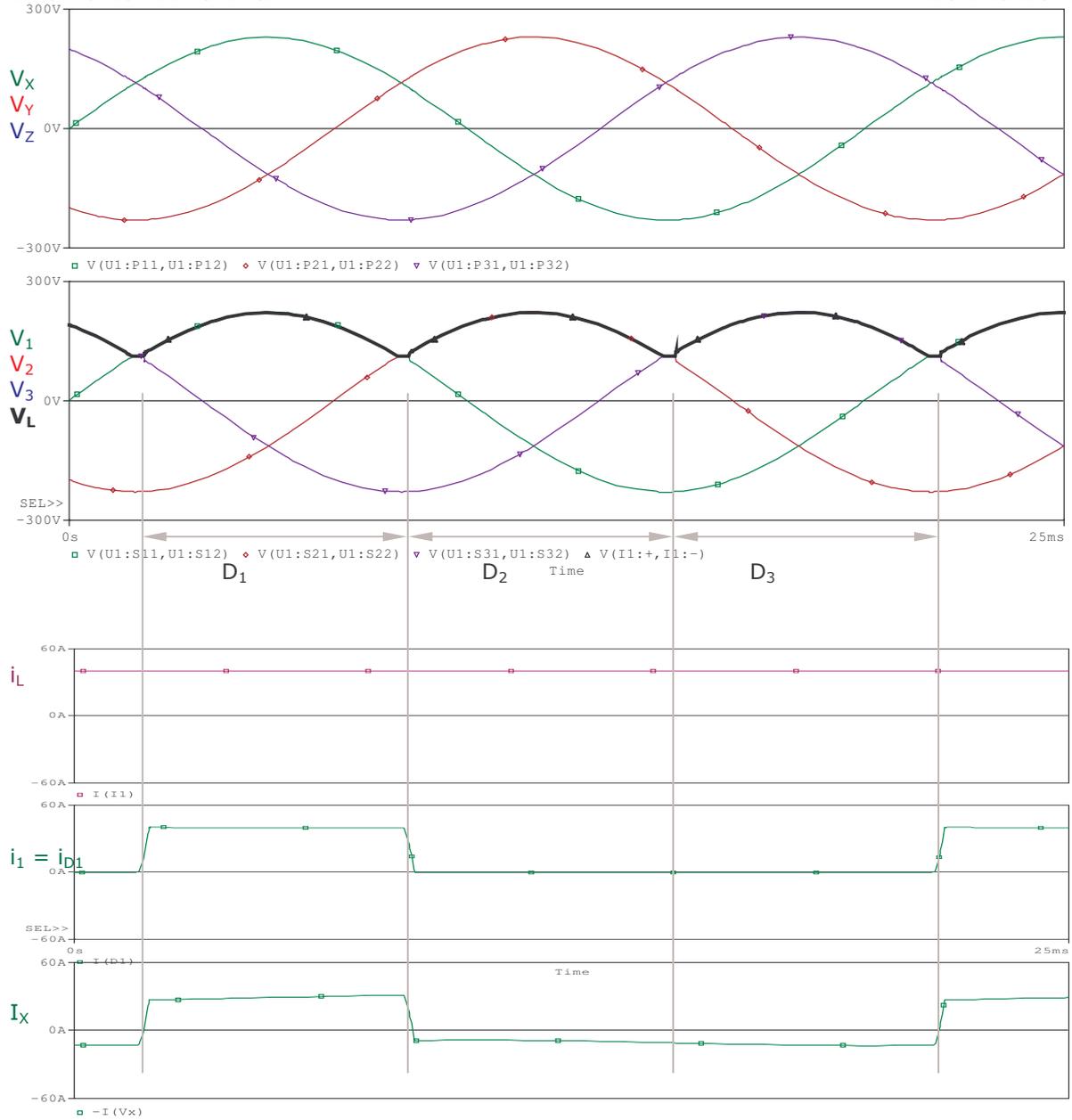
Malla 1: $N_2 \cdot I_0 - N_1 \cdot I_x + N_1 \cdot I_y = 0$ (ec. 2)

Malla 2: $N_2 \cdot I_0 - N_1 \cdot I_x + N_1 \cdot I_z = 0$ (ec. 3)

Resolviendo el sistema planteado por las ecuaciones 1, 2 y 3 se obtiene:

$$I_x = \frac{2}{3} \cdot \frac{N_2}{N_1} \cdot I_0$$

$$I_y = I_z = -\frac{I_0}{3} \cdot \frac{N_2}{N_1}$$



En el primario del transformador:

- Potencia aparente del primario del transformador

$$\left. \begin{aligned} V_{Xef} &= \frac{V_{X0}}{\sqrt{2}} \\ I_{Xef} &= \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} I_X(wt)^2 dt} \end{aligned} \right\} S_1 = 3 \cdot V_{Xef} \cdot I_{Xef}$$

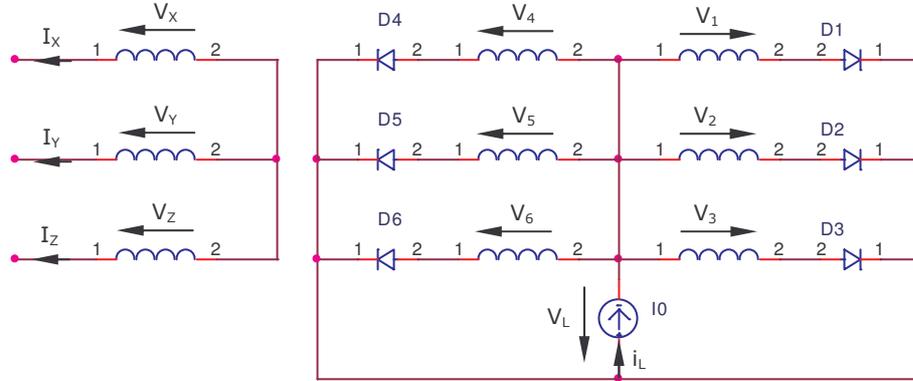
- Potencia activa del primario del transformador

$$P_1 = q_1 \cdot P_X = \frac{3}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} I_X(wt) \cdot V_{X0} \cdot \text{sen}wt dt$$

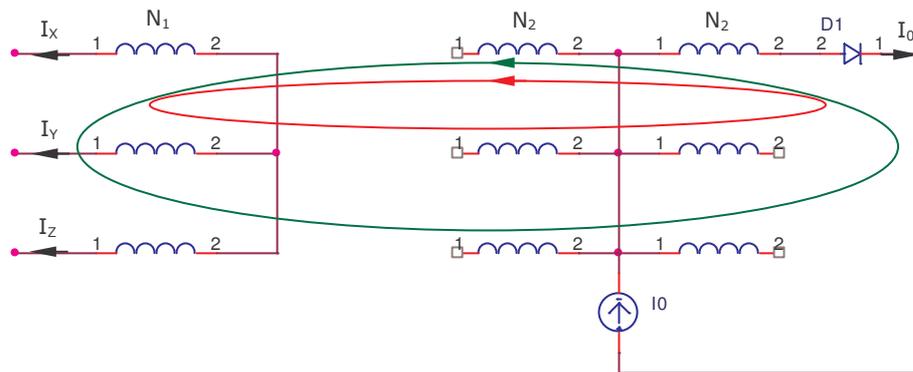
- Factor de utilización del primario $f.u.\text{prim} = \frac{P_1}{S_1}$

2.1.6.3. Montaje P6YY

El rectificador de conmutación paralela sin controlar hexafásico con el primario y el secundario del transformador conectados en estrella.



Si conduce D₁:



1ª Ley de Kirchoff: $I_X + I_Y + I_Z = 0$ (ec. 1)

Ec. circuito magnético: $\sum F = \sum N \cdot I = \sum R \cdot \phi \approx 0$ (en un transformador la reluctancia ≈ 0)

Se plantean otras dos ecuaciones utilizando dos mallas:

Convenio: Cuando se recorre la malla en el sentido fijado y se encuentra la punta de la flecha de la corriente \Rightarrow f.m.m. positiva; en caso contrario \Rightarrow f.m.m. negativa.

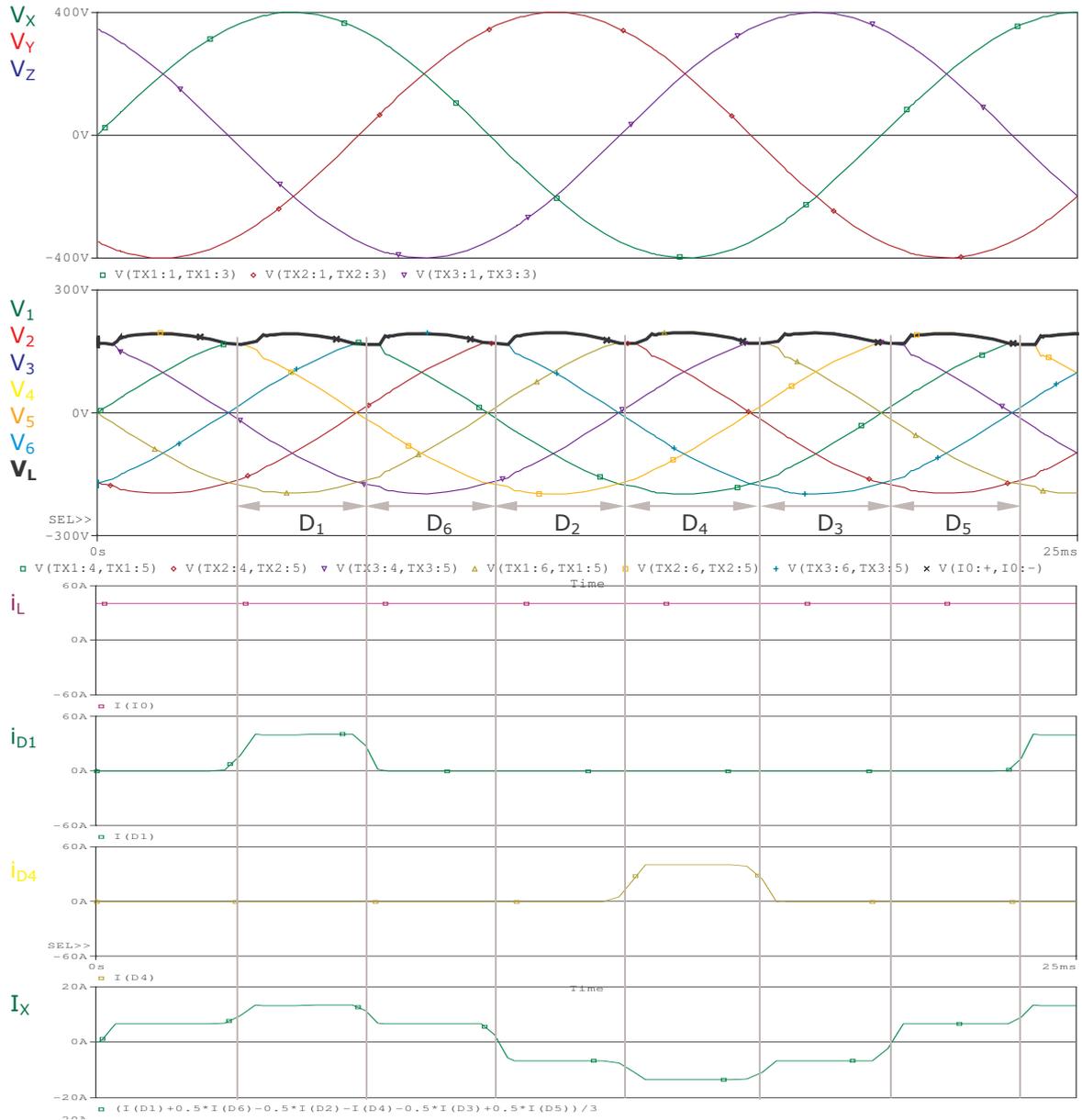
Malla 1: $N_2 \cdot I_0 - N_1 \cdot I_X + N_1 \cdot I_Y = 0$ (ec. 2)

Malla 2: $N_2 \cdot I_0 - N_1 \cdot I_X + N_1 \cdot I_Z = 0$ (ec. 3)

Resolviendo el sistema planteado por las ecuaciones 1, 2 y 3 se obtiene:

$$I_X = \frac{2}{3} \cdot \frac{N_2}{N_1} \cdot I_0$$

$$I_Y = I_Z = -\frac{I_0}{3} \cdot \frac{N_2}{N_1}$$



Las corrientes por el primario son casi senoidales \Rightarrow su f.u.prim. es por tanto mejor. En cambio, el f.u.sec. es muy malo porque cada diodo solo conduce $2\pi/6$.

En el primario del transformador:

- Potencia aparente del primario del transformador

$$V_{Xef} = \frac{V_{X0}}{\sqrt{2}}$$

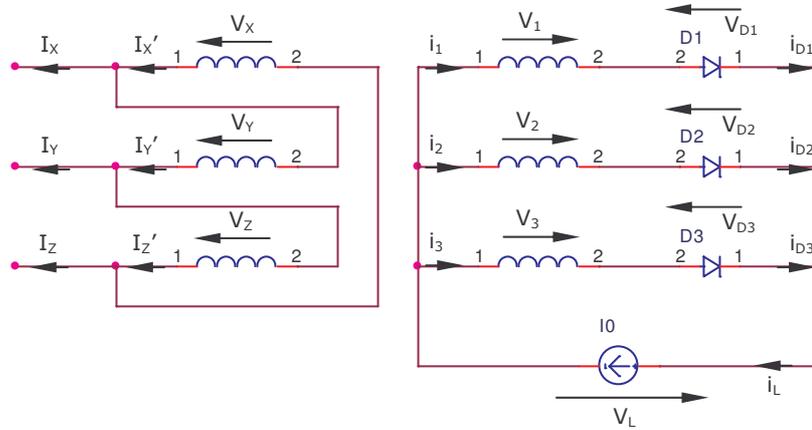
$$I_{Xef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} I_X(wt)^2 dwt}$$

$$S_1 = 3 \cdot V_{Xef} \cdot I_{Xef}$$
- Potencia activa del primario del transformador

$$P_1 = q_1 \cdot P_X = \frac{3}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} I_X(wt) \cdot V_{X0} \cdot senwt dwt$$
- Factor de utilización del primario $f.u.prim = \frac{P_1}{S_1}$

2.1.6.4. Montaje P3ΔY

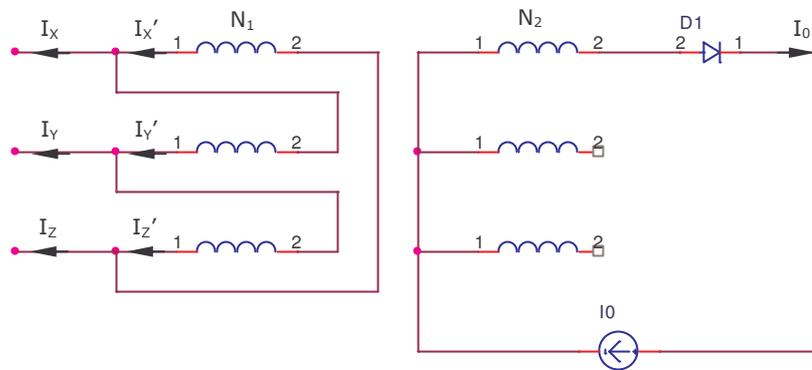
El rectificador de conmutación paralela sin controlar trifásico con el primario del transformador conectado en triángulo y el secundario del transformador conectado en estrella.



$I_{X'}, I_{Y}'$ e $I_{Z}' \equiv$ Corrientes en los bobinados primarios del transformador.

I_X, I_Y e $I_Z \equiv$ Corrientes inyectadas en la red.

Si conduce D_1 :



En el transformador la compensación de amperios vuelta se realiza a nivel de columna y las corrientes del primario y secundario tienen la misma forma.

- Corriente por el secundario del transformador, cuando conduce D_1 :

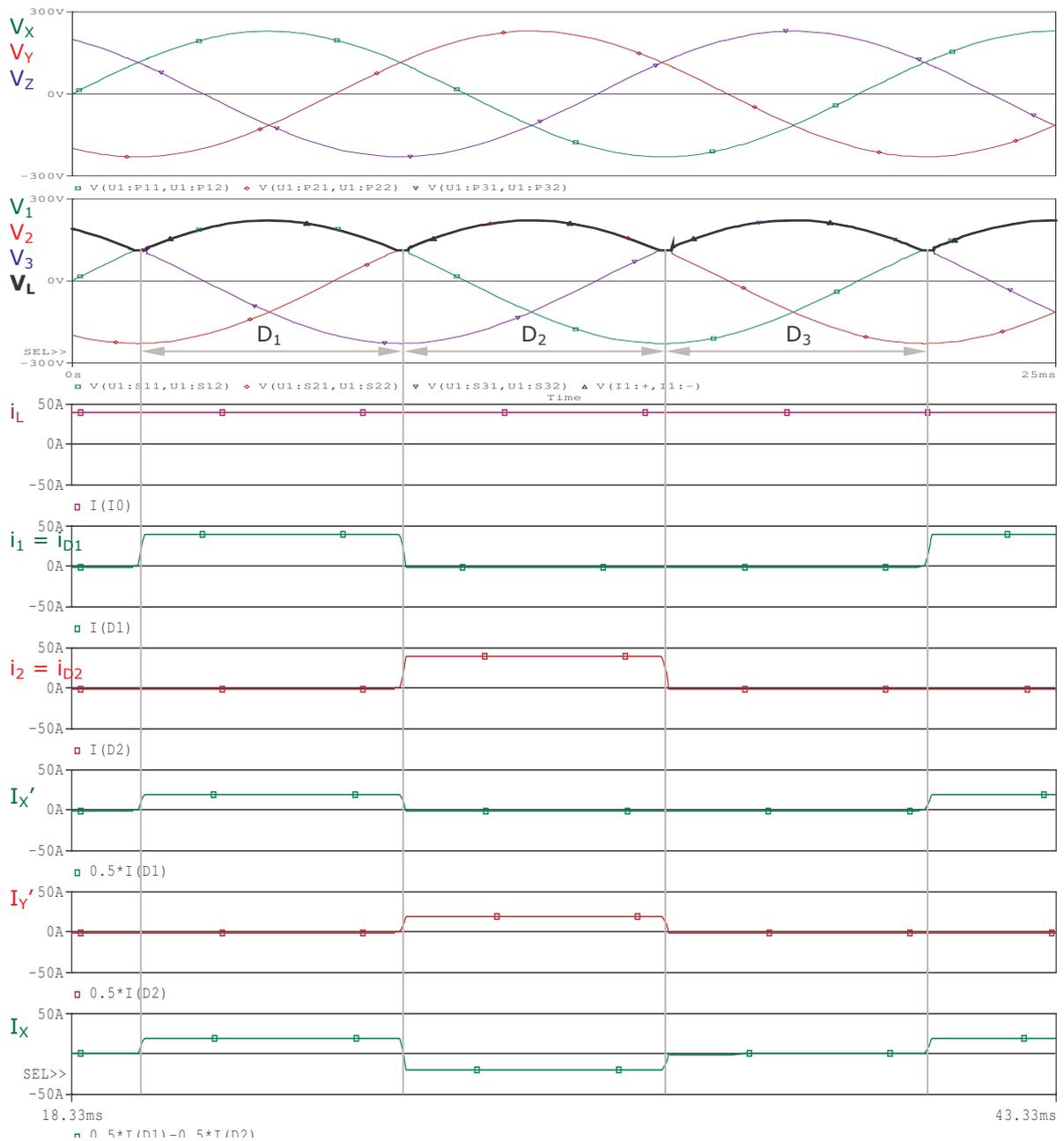
$$i_1 = i_{D1} = I_0$$

- Corriente por el primario del transformador, cuando conduce D_1 :

$$I_{X'} = \frac{N_2}{N_1} \cdot i_{D1}$$

- Corriente inyectada en la red:

$$I_X = I_{X'} - I_{Y}'$$



Las corrientes por el primario y el secundario tienen la misma forma \Rightarrow f.u.prim. = f.u.sec.

- Potencia aparente del primario del transformador

$$V_{Xef} = \frac{V_{X0}}{\sqrt{2}}$$

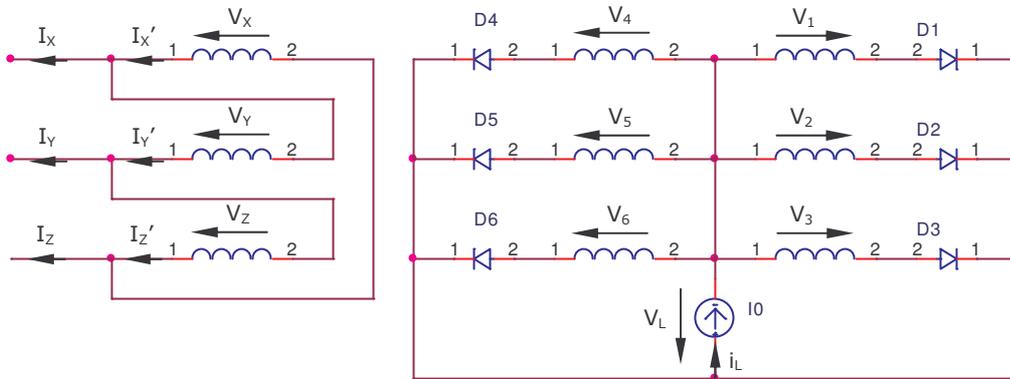
$$I_{X'ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} I_{X'}(wt)^2 dwt}$$

$$S_1 = 3 \cdot V_{Xef} \cdot I_{X'ef}$$
- Potencia activa del primario del transformador

$$P_1 = q_1 \cdot P_X = \frac{3}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} I_{X'}(wt) \cdot V_{X0} \cdot \text{sen}wt dwt$$
- Factor de utilización del primario $f.u.\text{prim} = \frac{P_1}{S_1}$

2.1.6.5. Montaje P6ΔY

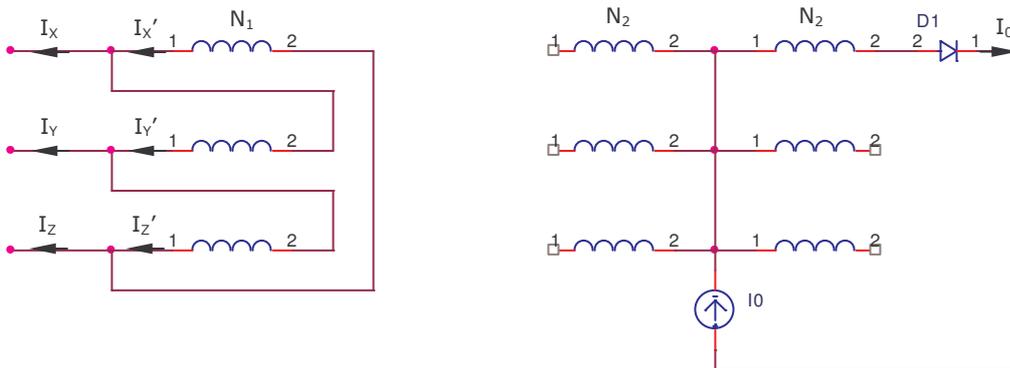
El rectificador de conmutación paralela sin controlar hexafásico con el primario del transformador conectado en triángulo y el secundario del transformador conectado en estrella.



$I_{X'}, I_{Y}'$ e $I_{Z}' \equiv$ Corrientes en los bobinados primarios del transformador.

I_X, I_Y e $I_Z \equiv$ Corrientes inyectadas en la red.

Si conduce D_1 :



En el transformador la compensación de amperios vuelta se realiza a nivel de columna y las corrientes del primario y secundario tienen la misma forma.

- Corriente por el secundario del transformador, cuando conduce D_1 :

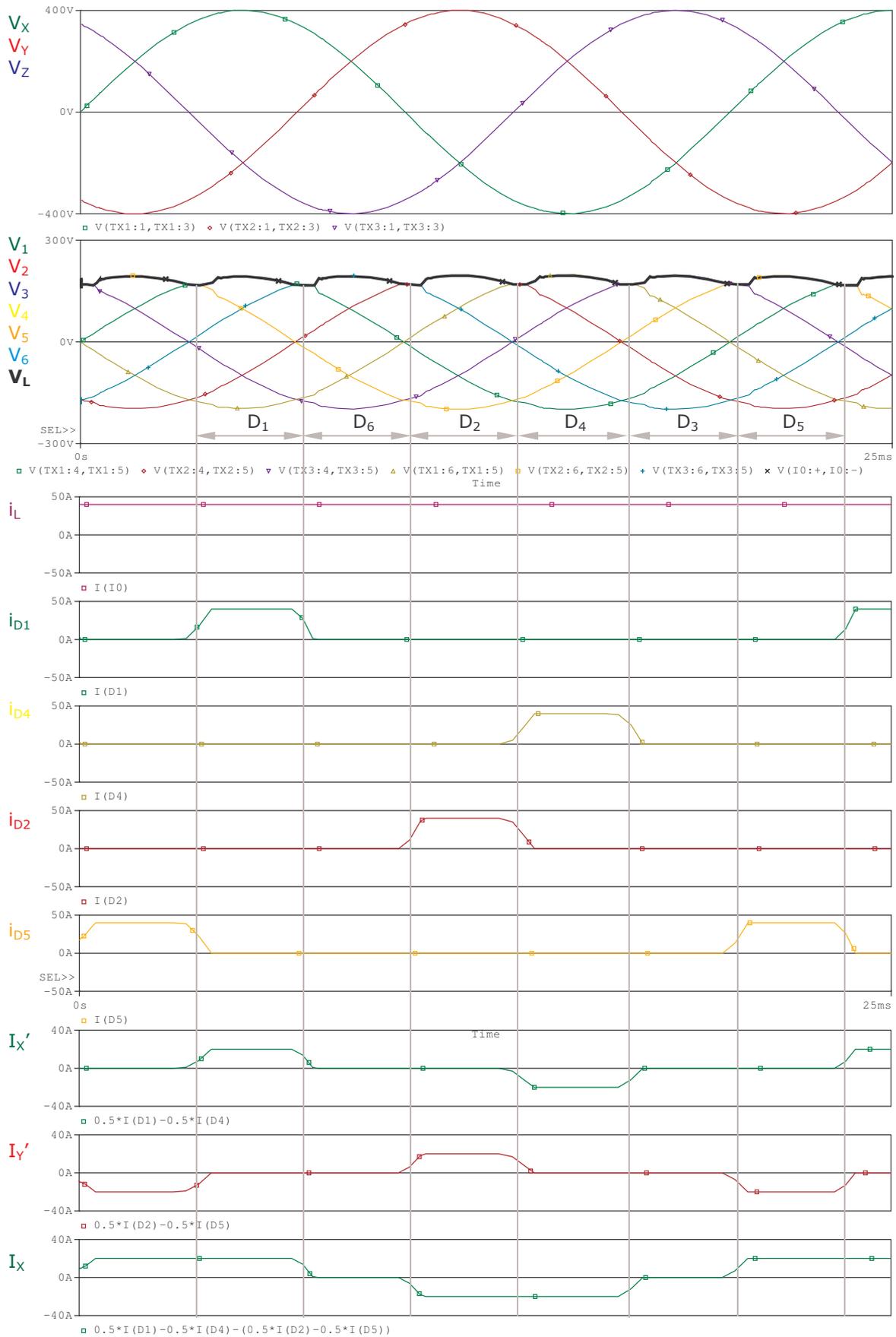
$$i_1 = i_{D1} = I_0$$

- Corriente por el primario del transformador, cuando conduce D_1 :

$$I_{X'} = \frac{N_2}{N_1} \cdot i_{D1}$$

- Corriente inyectada en la red:

$$I_X = I_{X'} - I_{Y}'$$



En el primario del transformador:

- Potencia aparente del primario del transformador

$$\left. \begin{aligned} V_{X_{ef}} &= \frac{V_{X0}}{\sqrt{2}} \\ I_{X'_{ef}} &= \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} I_X'(wt)^2 dwt} \end{aligned} \right\} S_1 = 3 \cdot V_{X_{ef}} \cdot I_{X'_{ef}}$$

- Potencia activa del primario del transformador

$$P_1 = q_1 \cdot P_X = \frac{3}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} I_X'(wt) \cdot V_{X0} \cdot \text{sen}wt dwt$$

- Factor de utilización del primario

$$f.u.prim = \frac{P_1}{S_1}$$

2.1.7. Potencia de dimensionamiento del transformador

El transformador que alimenta a un rectificador difiere del que alimenta una red de C.A. ya que los bobinados primarios y secundarios son recorridos por corrientes no senoidales y en algunos casos, además esas corrientes tienen formas distintas en ambos bobinados.

Potencia de dimensionamiento del transformador:

$$S = 1,2 \cdot \frac{S_1 + S_2}{2}$$

S_1 : Potencia aparente del primario del transformador.

S_2 : Potencia aparente del secundario del transformador.

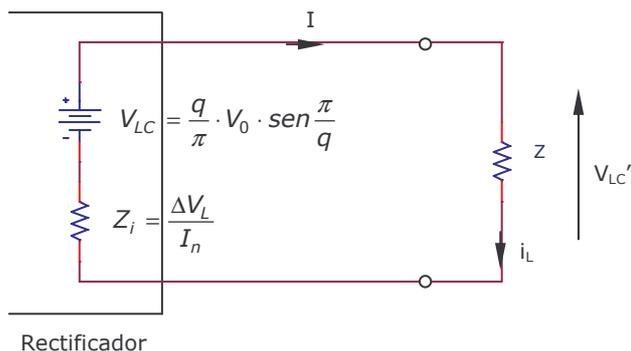
El transformador de un rectificador se sobredimensiona en un 20%, por los armónicos que presenta la corriente que por él circula y los cortocircuitos que se producen en los procesos de conmutación (el proceso de conmutación de los semiconductores no es instantáneo).

2.1.8. Caídas de tensión internas del rectificador

Equivale a realizar el estudio real del rectificador.

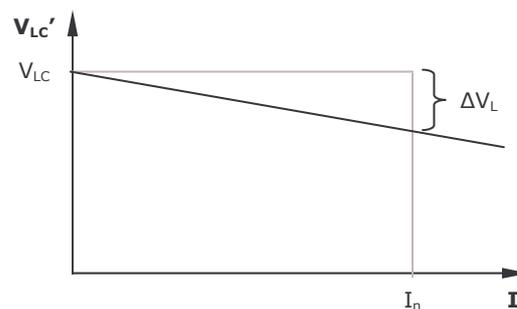
Debido a la impedancia de los bobinados del transformador, la impedancia de la red de alimentación y la caída de tensión en diodos, se producen c.d.t. que hacen que la tensión suministrada a la carga ($V_{LC'}$) disminuya al aumentar I .

Suponiendo un rectificador trifásico de conmutación paralela de media onda, su circuito equivalente visto del lado de la carga, es el de la figura:



Rectificador

Circuito de C.C. del rectificador



Característica de salida del rectificador

Tensión entregada a la carga:

$$V_{LC}' = V_{LC} - Z_i \cdot I = V_{LC} - \frac{\Delta V_L}{I_n} \cdot I$$

$V_{LC} \equiv$ Tensión ideal entregada a la carga (sin considerar c.d.t.)

ΔV_L es la c.d.t. en el rectificador, siendo $\Delta V_L = \Delta_1 V_L + \Delta_2 V_L + \Delta_3 V_L$

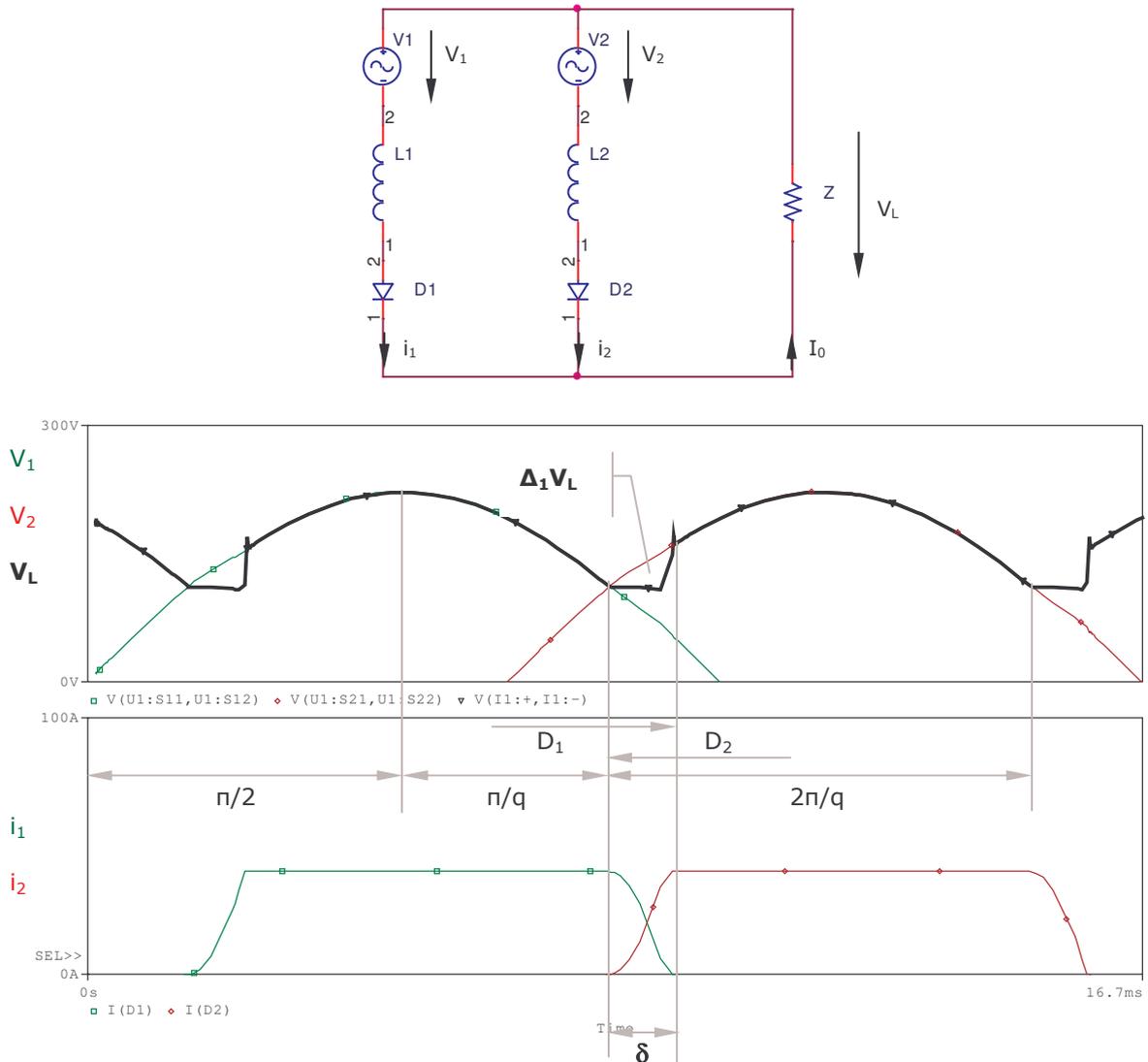
Estas caídas de tensión son:

- $\Delta_1 V_L \equiv$ c.d.t. por recubrimiento de fases y es debida a la autoinducción que presentan los bobinados del transformador.
- $\Delta_2 V_L \equiv$ c.d.t. por efecto Joule y es debida a la resistencia óhmica que presentan la red de alimentación y los bobinados primarios y secundarios del transformador.
- $\Delta_3 V_L \equiv$ c.d.t. en los diodos.

Cada c.d.t. se calculará independientemente considerando en cada caso que solo se produce esa c.d.t., es decir, sin tener en cuenta los fenómenos originados por las otras c.d.t.

2.1.8.1. C.D.T. por recubrimiento de fases ($\Delta_1 V_L$)

La c.d.t. por recubrimiento de fases ($\Delta_1 V_L$) es debida a la autoinducción que presentan los bobinados del transformador.



$\delta \equiv$ Ángulo de recubrimiento de fases

Cuando un diodo inicia su conducción la corriente por él pasa de valor 0 a tomar un valor, I_0 empleando un tiempo δ en pasar de un estado a otro. Lo mismo ocurre cuando el diodo que estaba conduciendo pasa al bloqueo, el paso de un estado al siguiente exige un tiempo.

En el circuito, no puede haber variaciones bruscas de corriente pues el circuito es inductivo.

La conmutación, el paso de conducir D_1 a D_2 no es instantáneo, se necesita un tiempo δ durante el cual conducen D_1 y D_2 simultáneamente (están en cortocircuito 2 fases) \Rightarrow origina una c.d.t. $\Delta_1 V_L$ \Rightarrow la tensión entregada a la carga V_L mientras dura la conmutación tiene un valor distinto a V_2 que se calcula a continuación.

Se considera la carga fuente de corriente cte., de esta forma la corriente que circula por ella es cte.

Al ser los dos bobinados idénticos $\Rightarrow L_1 = L_2 = L$

$L \equiv$ autoinducción del transformador (la del secundario más la del primario reducida al secundario). Durante la conmutación (se considera que sólo se produce $\Delta_1 V_L$):

Aplicando las Leyes de Kirchoff
a las dos mallas

$$\left\{ \begin{array}{l} i_1 + i_2 = I_0 \quad (\text{ec.1}) \\ V_L = V_1 - L \cdot \frac{di_1}{dt} \quad (\text{ec.2}) \\ V_L = V_2 - L \cdot \frac{di_2}{dt} \quad (\text{ec.3}) \end{array} \right.$$

$$\text{Derivando la ec.1} \Rightarrow \frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{di_1}{dt} = -\frac{di_2}{dt}$$

Las pendientes de i_1 e i_2 son iguales y de signos opuestos.

$$\text{Sumando ec.2 + ec.3} \Rightarrow 2 \cdot V_L = V_1 + V_2 - L \cdot \underbrace{\left(\frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} \right)}_0 \Rightarrow \boxed{V_L = \frac{V_1 + V_2}{2}}$$

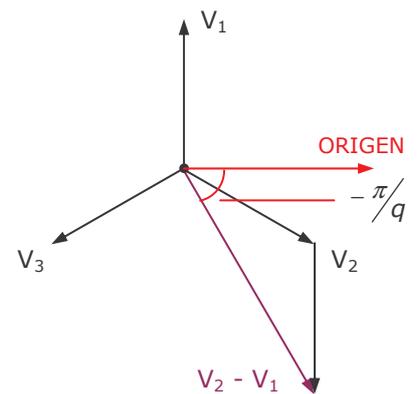
La tensión entregada a la carga V_L durante la conmutación es $V_L = \frac{V_1 + V_2}{2}$.

Ángulo de recubrimiento de fases (δ):

$$\text{Restando ec.2 - ec.3} \Rightarrow V_1 - V_2 = L \cdot \frac{di_1}{dt} - L \cdot \frac{di_2}{dt} \Rightarrow V_1 - V_2 = -2 \cdot L \cdot \frac{di_2}{dt} \Rightarrow \frac{di_2}{dt} = \frac{V_2 - V_1}{2 \cdot L}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{di_2}{dt} = \frac{V_2 - V_1}{2 \cdot L} \\ V_1 = V_0 \cdot \text{sen}wt \\ V_2 = V_0 \cdot \text{sen} \left(wt - \frac{2\pi}{q} \right) \end{array} \right\} \frac{di_2}{dt} = \frac{V_0}{2 \cdot L} \cdot \left[\text{sen} \left(wt - \frac{2\pi}{q} \right) - \text{sen}wt \right]$$

$$\frac{di_2}{dt} = \frac{V_0}{L} \cdot \underbrace{\text{sen} \left(-\frac{\pi}{q} \right)}_{\text{constante}} \cdot \cos \left(wt - \frac{\pi}{q} \right)$$



$$i_2 = \int -\frac{V_0}{L} \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q} \cdot \cos \left(wt - \frac{\pi}{q} \right) \cdot dwt$$

$$i_2 = -\frac{V_0}{Lw} \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q} \cdot \text{sen} \left(wt - \frac{\pi}{q} \right) + C$$

Para calcular C (constante de integración): para $wt = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} \Rightarrow i_2 = 0$

$$0 = -\frac{V_0}{Lw} \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q} \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} - \frac{\pi}{q} \right) + C \Rightarrow C = \frac{V_0}{Lw} \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q}$$

$$i_2 \text{ durante la conmutación es: } i_2 = \frac{V_0}{Lw} \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q} \cdot \left[1 - \text{sen} \left(wt - \frac{\pi}{q} \right) \right] \text{ siempre tiene el mismo sentido.}$$

$$\text{Cuando finaliza la conmutación: } wt = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} + \delta \Rightarrow i_2 = I_0$$

$$I_0 = \frac{V_0}{Lw} \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q} \cdot \underbrace{\left[1 - \text{sen} \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} + \delta - \frac{\pi}{q} \right) \right]}_{\cos \delta}$$

$$\boxed{1 - \cos \delta = \frac{Lw \cdot I_0}{V_0 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q}}} \Rightarrow \text{Se deduce el ángulo de recubrimiento de fases } (\delta).$$

Si aumenta la corriente entregada a la carga (I_0) \Rightarrow Aumenta el ángulo de recubrimiento de fases (δ).

Valor medio de la c.d.t. por recubrimiento de fases ($\Delta_1 V_L$):

$$\text{Valor instantáneo de } \Delta_1 V_L: \Delta_1 V_L = V_2 - \frac{V_1 + V_2}{2}$$

Valor medio de $\Delta_1 V_L$:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_1 V_L &= \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q}}^{\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} + \delta} \left(V_2 - \frac{V_1 + V_2}{2} \right) \cdot dwt \\ V_1 &= V_0 \cdot \text{sen} wt \\ V_2 &= V_0 \cdot \text{sen} \left(wt - \frac{2\pi}{q} \right) \end{aligned} \right\} \boxed{\Delta_1 V_L = \frac{q}{2\pi} \cdot L \cdot w \cdot I_0}$$

La c.d.t. por recubrimiento de fases ($\Delta_1 V_L$) es proporcional a I_0 , al nº de fases del secundario del transformador (q) y a la inductancia del transformador (L).

Esta fórmula es válida para rectificadores sin controlar y controlados, cuando conducen simultáneamente sólo dos semiconductores.

Si aumenta la corriente entregada a la carga (I_0) \Rightarrow Aumenta el ángulo de recubrimiento de fases (δ) \Rightarrow Pueden conducir de forma simultánea más de dos diodos.

Si conducen simultáneamente k diodos:

$$\left. \begin{aligned} i_1 + i_2 + \dots + i_k &= I_0 & (\text{ec.1}) \\ V_L &= V_1 - L \cdot \frac{di_1}{dt} & (\text{ec.2}) \\ V_L &= V_2 - L \cdot \frac{di_2}{dt} & (\text{ec.3}) \\ \dots & \\ V_L &= V_k - L \cdot \frac{di_k}{dt} & (\text{ec.k}) \end{aligned} \right\}$$

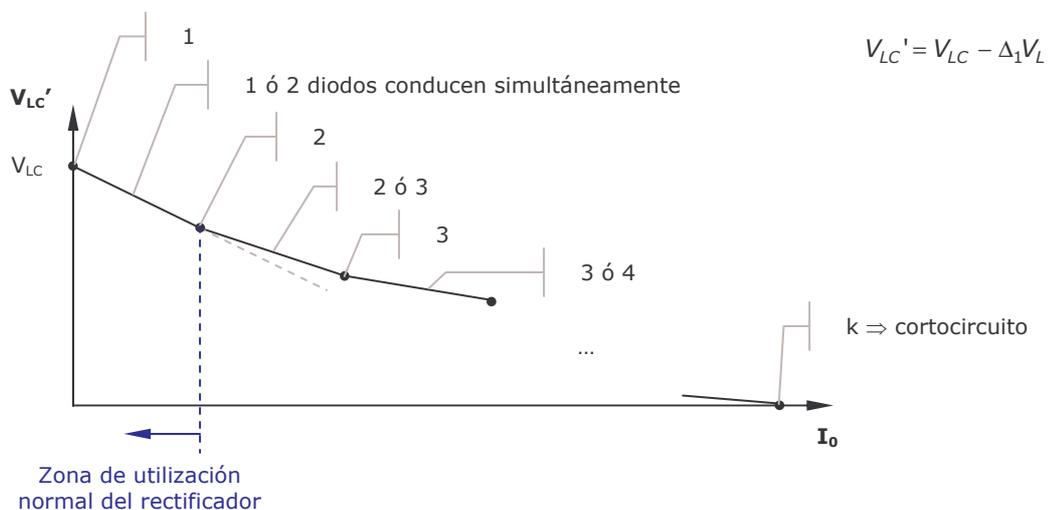
$$\text{Derivando la ec.1} \Rightarrow \frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} + \dots + \frac{di_k}{dt} = 0$$

$$\text{Sumando ec.2} + \text{ec.3} + \dots + \text{ec.k} \Rightarrow k \cdot V_L = V_1 + V_2 + \dots + V_k - L \cdot \underbrace{\left(\frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} + \dots + \frac{di_k}{dt} \right)}_0$$

La tensión entregada a la carga V_L cuando conducen k diodos es:

$$V_L = \frac{V_1 + V_2 + \dots + V_k}{k}$$

Si se tiene sólo en cuenta la c.d.t. por recubrimiento de fases ($\Delta_1 V_L$) la característica de salida del rectificador es:



Si aumenta k (nº de diodos conduciendo simultáneamente) \Rightarrow disminuye la tensión media entregada a la carga (V_{LC}).

Cuando se llega al cortocircuito conducen todos los diodos simultáneamente y la tensión media entregada a la carga es cero.

Teniendo sólo en cuenta el efecto de las reactancias, la característica de salida del rectificador $V_{LC} = f(I_0)$ está formada por $q-1$ fragmentos.

A medida que aumenta I_0 , nuevas fases entran en conducción y como aportan tensión positiva, disminuye la pendiente de los segmentos.

2.1.8.2. C.D.T. por efecto Joule ($\Delta_2 V_L$)

La c.d.t. por efecto Joule ($\Delta_2 V_L$) es debida a la resistencia óhmica que presentan la red de alimentación y los bobinados primarios y secundarios del transformador.

$\Delta_2 V_L$ se deduce de la expresión de las pérdidas por efecto Joule que se producen en el circuito:

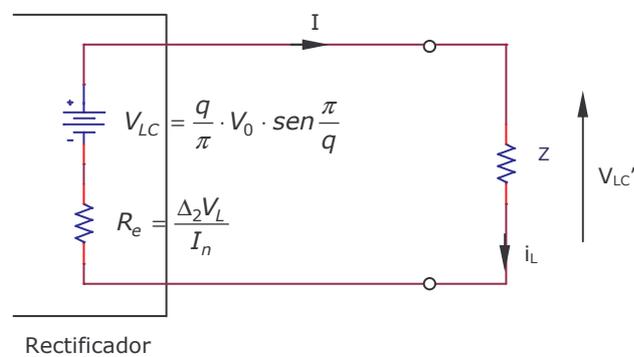
$$P_j = q \cdot r_s \cdot I_s^2 + q_1 \cdot r_p \cdot I_X'^2 + q_1 \cdot r_L \cdot I_X^2$$

q y $q_1 \equiv$ número de fases del secundario y primario.

r_s , r_p y $r_L \equiv$ resistencia secundaria, primaria del transformador y la de la red.

I_s , I_X' e $I_X \equiv$ valor eficaz de la corriente secundaria, primaria del trafo y la de la red.

Considerando que sólo se produce $\Delta_2 V_L$ y sin tener en cuenta los fenómenos originados por las otras c.d.t.:



(R_e) es una resistencia equivalente de todas las existentes en el rectificador, que recorrida por la corriente de la carga (I), produce unas pérdidas por efecto Joule (P_j) igual a la suma de las que se producen en el circuito rectificador.

$$\Delta_2 V_L = R_e \cdot I = \frac{P_j}{I} = \frac{1}{I} \cdot \left[q \cdot r_s \cdot I_s^2 + q_1 \cdot r_p \cdot I_X'^2 + q_1 \cdot r_L \cdot I_X^2 \right]$$

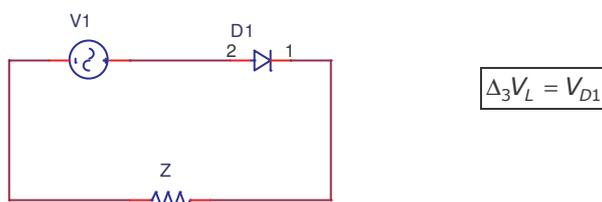
Los valores I_s , I_X' e I_X dependen del tipo de conexión de los bobinados primarios y secundarios del transformador.

2.1.8.3. C.D.T. en los diodos ($\Delta_3 V_L$)

$\Delta_3 V_L$ recoge la c.d.t. en los diodos.

En cada instante conducirá un solo diodo al ser un rectificador de conmutación paralela de media onda.

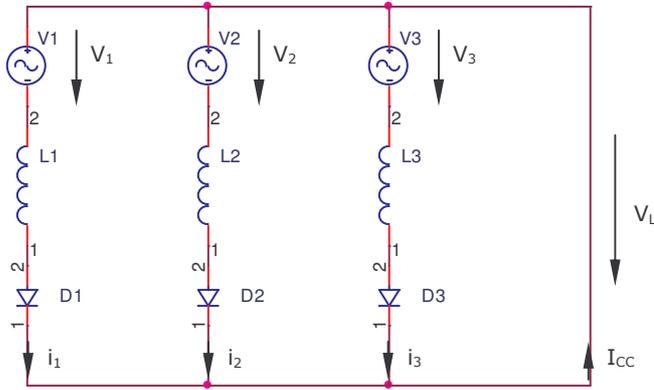
Circuito equivalente cuando conduce D_1 :



2.1.9. Funcionamiento en cortocircuito

La situación de cortocircuito se produce cuando todos los diodos conducen de forma simultánea. La corriente es limitada sólo por las reactancias de cada fase.

Circuito equivalente del secundario del transformador de un rectificador de conmutación paralela trifásico de media onda de q fases:



Suponiendo q fases:

$$i_1 + i_2 + \dots + i_q = I_{CC} \quad (\text{ec.1})$$

$$V_L = V_1 - L \cdot \frac{di_1}{dt} \quad (\text{ec.2})$$

$$V_L = V_2 - L \cdot \frac{di_2}{dt} \quad (\text{ec.3})$$

$$\dots$$

$$V_L = V_q - L \cdot \frac{di_q}{dt} \quad (\text{ec.q})$$

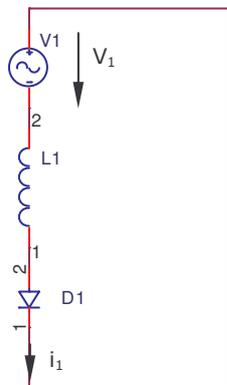
Derivando la ec.1 $\Rightarrow \frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} + \dots + \frac{di_q}{dt} = 0$

Sumando ec.2 + ec.3 + ... + ec.q $\Rightarrow q \cdot V_L = \underbrace{V_1 + V_2 + \dots + V_q}_* - L \cdot \underbrace{\left(\frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} + \dots + \frac{di_q}{dt} \right)}_0$

(*) Representa el sumatorio de las c.d.t. de un sistema equilibrado, por tanto: $\sum V = 0$

Tensión entregada a la carga V_L en cortocircuito es: $V_L = 0$

Cálculo de la corriente que circula por la rama 1 en la situación de cortocircuito (i_1):



$$V_1 = L \cdot \frac{di_1}{dt} = V_0 \cdot \text{sen}wt$$

$$i_1 = \int_0^{wt} \frac{V_0}{Lw} \cdot \text{sen}wt \cdot dwt = \frac{V_0}{L \cdot w} \cdot (1 - \cos wt)$$

i_1 al igual que i_2 e i_3 , circulan por un elemento unidireccional, por tanto todas deben ser positivas. Por todas las fases circula la misma corriente, siempre positiva y desfasadas entre sí $2\pi/q$.

Cálculo de la corriente de cortocircuito:

$$I_{CC} = i_1 + i_2 + \dots + i_q$$

$$I_{CC} = \frac{V_0}{L \cdot \omega} \cdot \left[1 - \cos \omega t + 1 - \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{q} \right) + \dots + 1 - \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{q} \cdot (q-1) \right) \right]$$

$$I_{CC} = \frac{V_0}{L \cdot \omega} \cdot \underbrace{\left[q - \cos \omega t - \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{q} \right) - \dots - \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{q} \cdot (q-1) \right) \right]}_*$$

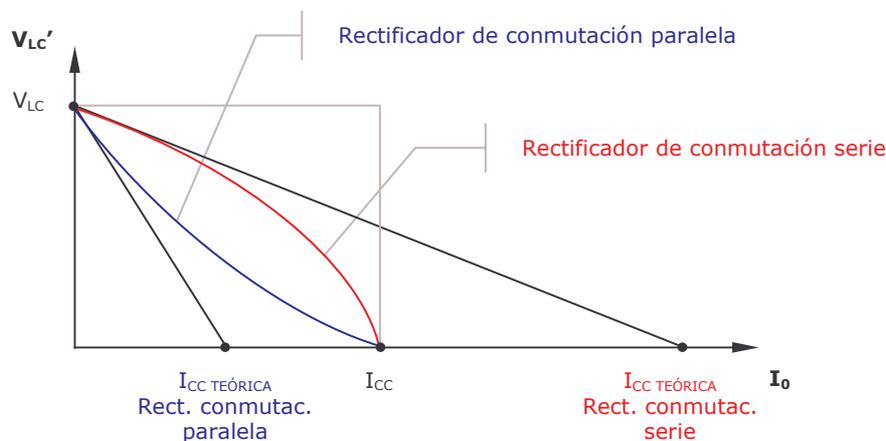
(*) Representa el sumatorio de vectores unitarios de un sistema equilibrado, por tanto: $\sum = 0$

Corriente de cortocircuito:
$$I_{CC} = \frac{q \cdot V_0}{L \cdot \omega}$$

2.1.10. Relación de cortocircuito (k_{CC})

La relación de cortocircuito (k_{CC}) permite analizar la calidad del rectificador en lo que se refiere a las c.d.t. que en él se producen.

Característica de salida del rectificador:



$I_{CC} \equiv$ Corriente real que circula cuando se produce el cortocircuito.

$I_{CC \text{ TEÓRICA}} \equiv$ Intersección de la tangente trazada en el origen a la característica de salida del rectificador, con el eje de las x.

Relación de cortocircuito, se define como:

$$k_{CC} = \frac{I_{CC}}{I_{CC \text{ TEÓRICA}}}$$

$k_{CC} < 1 \Rightarrow$ Rectificador de conmutación serie.

$k_{CC} > 1 \Rightarrow$ Rectificador de conmutación paralela.

Interesa una relación de cortocircuito (k_{CC}) pequeña para acercarse más a la característica de salida del rectificador ideal, es decir menos c.d.t. tiene el rectificador.

Relación de cortocircuito para un rectificador de conmutación paralela de media onda:

En el caso de rectificadores de conmutación paralela, sólo se va a considerar la c.d.t. por recubrimiento de fases ($\Delta_1 V_L$) por ser la de mayor valor, y se van a desprestigiar la c.d.t. por efecto Joule ($\Delta_2 V_L$) y la c.d.t. en los diodos ($\Delta_3 V_L$).

Al definir $I_{CC \text{ TEÓRICA}}$ trazando una tangente en el origen a la característica de salida del rectificador, equivale a considerar el primer tramo de la característica de salida del rectificador que es cuando conducen 1 ó 2 diodos simultáneamente $\Rightarrow \Delta_1 V_L = \frac{q}{2\pi} \cdot L \cdot w \cdot I_0$.

Tensión entregada a la carga:

$$V_{LC}' = V_{LC} - \Delta_1 V_L = \frac{q}{\pi} \cdot V_0 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q} - \frac{q}{2\pi} \cdot L \cdot w \cdot I_0$$

En cortocircuito:

$$0 = \frac{q}{\pi} \cdot V_0 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q} - \frac{q}{2\pi} \cdot L \cdot w \cdot I_{CC \text{ TEÓRICA}} \Rightarrow I_{CC \text{ TEÓRICA}} = 2 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q} \cdot \frac{V_0}{L \cdot w}$$

Valor real de la corriente de cortocircuito: $I_{CC} = \frac{q \cdot V_0}{L \cdot w}$

Relación de cortocircuito:

$$k_{CC} = \frac{I_{CC}}{I_{CC \text{ TEÓRICA}}} = \frac{\frac{q \cdot V_0}{L \cdot w}}{2 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q} \cdot \frac{V_0}{L \cdot w}} \Rightarrow \boxed{k_{CC} = \frac{q}{2 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q}} > 1}$$

k_{CC} aumenta con el número de fases.

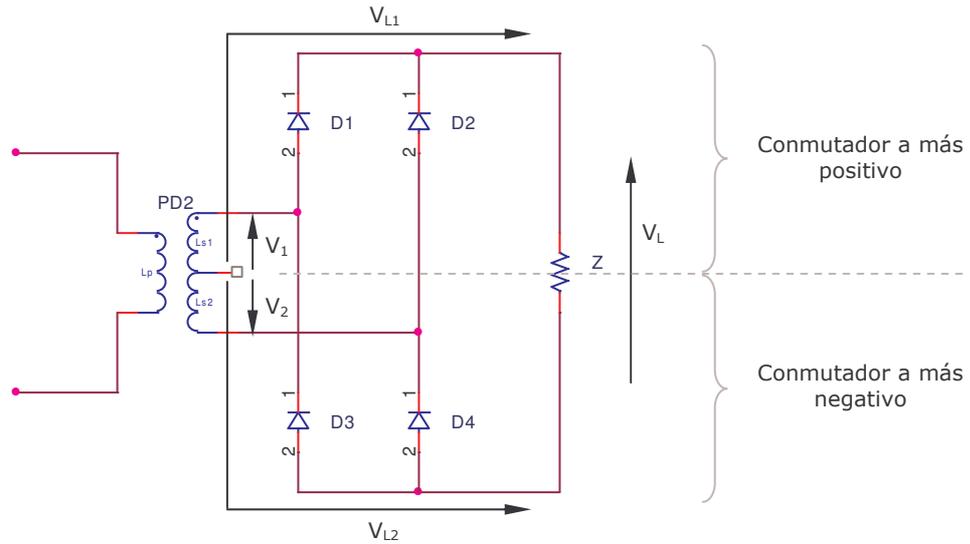
Los rectificadores de conmutación serie tienen una característica que se aproxima al ideal.

2.2. RECTIFICADOR DE CONMUTACIÓN PARALELA DOBLE

Está constituido por dos rectificadores de conmutación paralela de media onda, uno es un conmutador a más positivo y el otro un conmutador a más negativo. Por lo tanto, las fases del secundario de cada rectificador están conectadas en estrella.

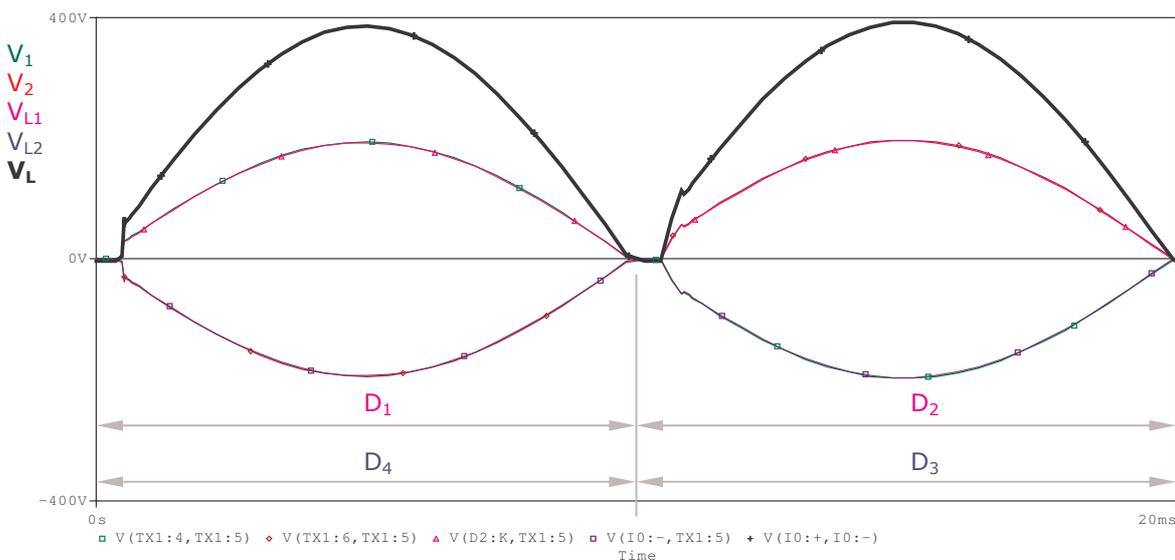
La tensión entregada a la carga (V_L) es la diferencia entre las tensiones suministradas por cada rectificador.

- **Rectificador PD para q par**



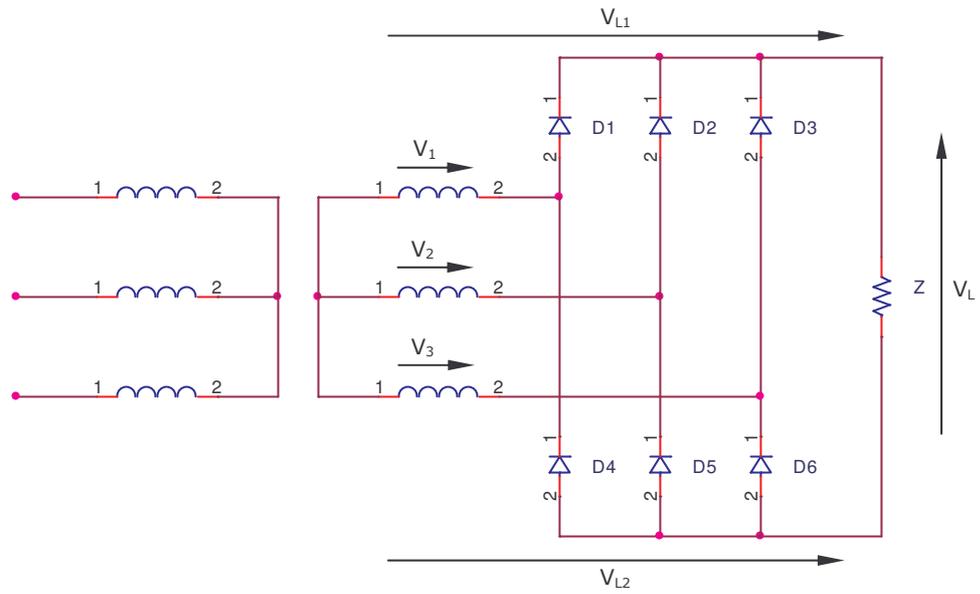
En cada instante conducen dos diodos, un diodo del conmutador a más positivo (aquel cuyo ánodo es el más positivo) y otro diodo del conmutador a más negativo (aquel cuyo cátodo es el más negativo).

V_L es la composición de las tensiones suministradas por cada rectificador: $V_L = V_{L1} - V_{L2}$

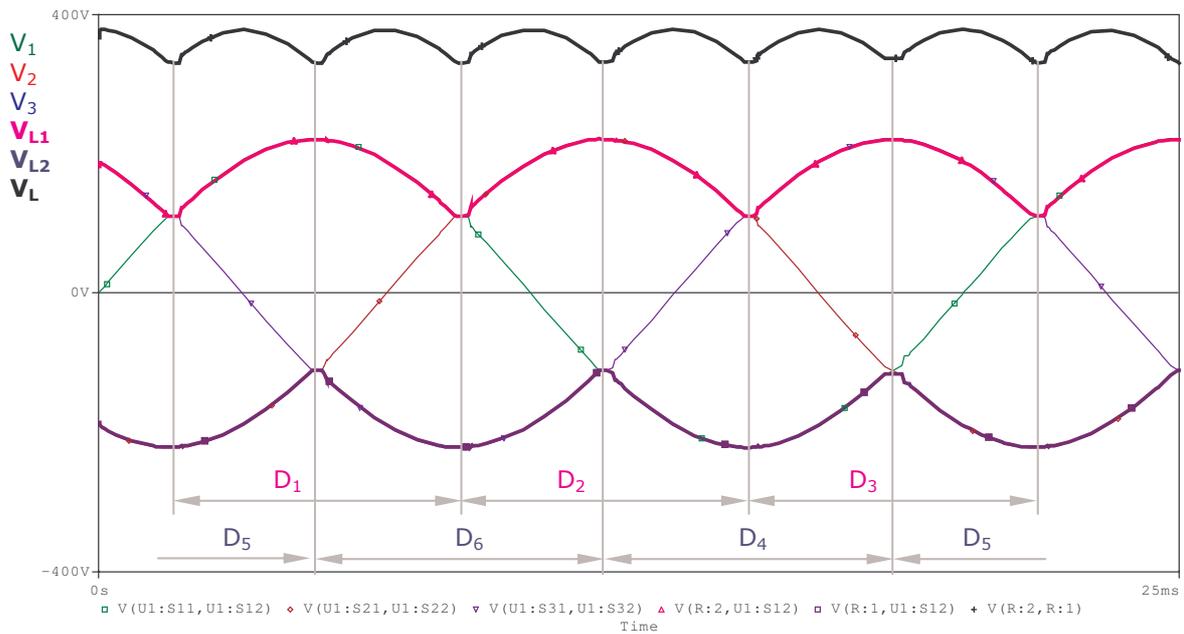


Cuando q es par, en un periodo de la tensión de red (2π) aparecen q fragmentos de la tensión entregada a la carga (V_L).

▪ Rectificador PD para q impar



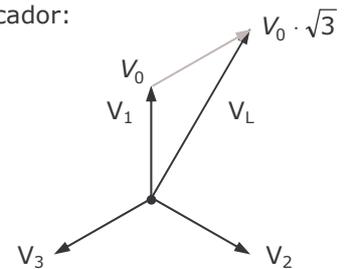
En cada instante conducen dos diodos, un diodo del conmutador a más positivo (aquel cuyo ánodo es el más positivo) y otro diodo del conmutador a más negativo (aquel cuyo cátodo es el más negativo).



V_L es la composición de las tensiones suministradas por cada rectificador:

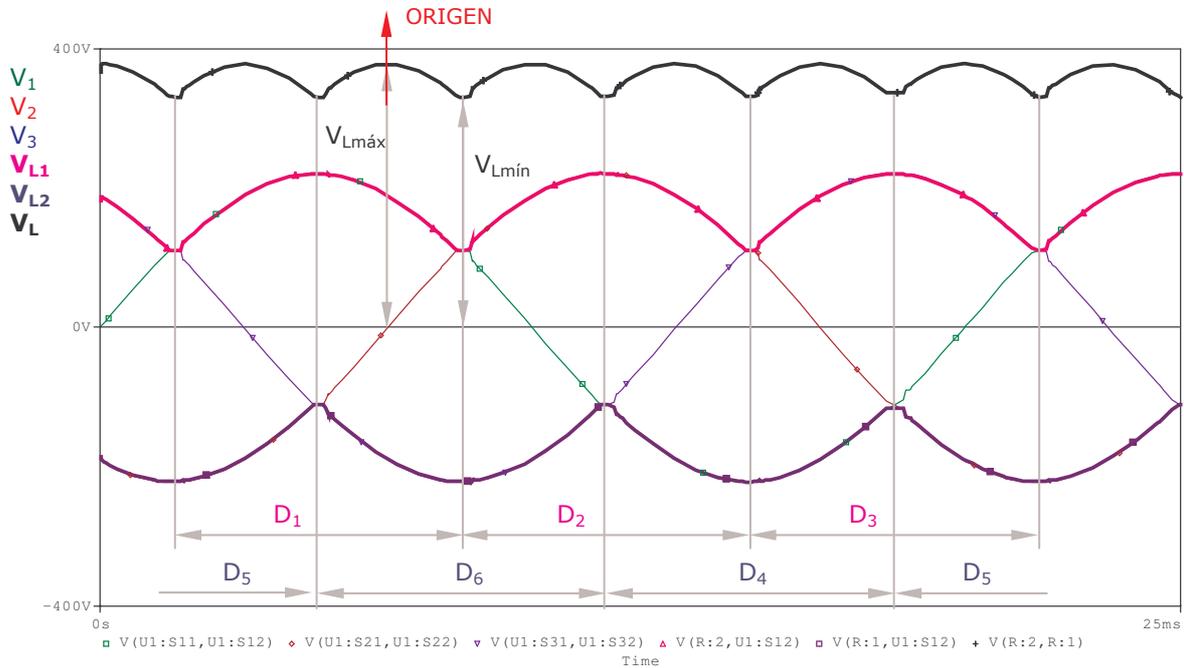
$$V_L = V_{L1} - V_{L2}$$

Ej: Si conducen D_1 y $D_6 \Rightarrow V_L = V_{L1} - V_{L2} = V_1 - V_3$



Cuando q es impar, en un periodo de la tensión de red (2π) aparecen $2q$ fragmentos de la tensión entregada a la carga (V_L) \Rightarrow Interesa un rectificador con q impar porque el primer armónico estará más alejado de la frecuencia de red que en un rectificador con q par.

2.2.1. Valor medio de la tensión entregada a la carga



El valor medio de V_L de los dos rectificadores de conmutación paralela de media onda que constituyen el rectificador de conmutación paralela doble es:

- Conmutador a más positivo $\Rightarrow V_{LC1} = \frac{q}{\pi} \cdot V_0 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q}$
- Conmutador a más negativo $\Rightarrow V_{LC2} = -\frac{q}{\pi} \cdot V_0 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q}$

Valor medio de la tensión entregada a la carga del rectificador de conmutación paralela doble:

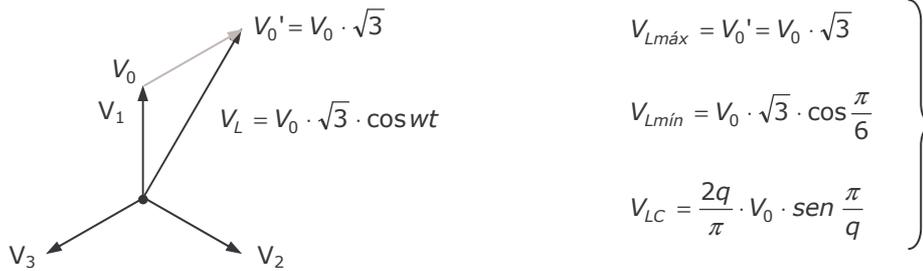
$$V_L = V_{L1} - V_{L2} \Rightarrow V_{LC} = V_{LC1} - V_{LC2} \Rightarrow \boxed{V_{LC} = \frac{2q}{\pi} \cdot V_0 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q}} \quad \text{Ecuación válida sólo para R.C.C.}$$

2.2.2. Factor de rizado

La calidad de la tensión entregada a la carga se conoce por el valor del factor de rizado y se define:

$$k = \frac{V_{Lmáx} - V_{Lmín}}{2 \cdot V_{LC}} \Rightarrow \text{Interesa un valor bajo de factor de rizado.}$$

Para $q=3$, si se considera el origen en la posición marcada en la gráfica superior y conduce D_1 y D_6 :



2.2.3. Armónicos

Como la función es par solo hay términos en cos.

Desarrollando por Fourier:

$$V_L(\omega t) = V_{LC} + \sum_{k=1}^{k=\infty} B_{kx} \cdot \cos(k \cdot x \cdot \omega t)$$

$B_{kx} \equiv$ amplitud del armónico.

$k \cdot x \equiv$ n° de orden de armónico.

$x \equiv$ n° de fragmentos de la tensión entregada a la carga (V_L) en un periodo de la tensión alterna de una fase:

Si q par $\Rightarrow x = q$.

Si q impar $\Rightarrow x = 2 \cdot q$.

$k \equiv$ número natural (1, 2, 3, ..., ∞).

Para $q=3$, si se considera el origen en la posición marcada en la gráfica de la página anterior, conduce D_1 y D_6 , e integramos en medio fragmento de V_L :

$$B_{kx} = \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\pi/x} V_0' \cdot \cos \omega t \cdot \cos(k \cdot x \cdot \omega t) d\omega t = \frac{2 \cdot x \cdot V_0'}{\pi \cdot (k^2 \cdot x^2 - 1)} \cdot (-1)^k \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi}{x}$$

Interesa el valor máximo de cada armónico. Además, $V_{LC} = \frac{2q}{\pi} \cdot V_0 \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi}{q}$, sustituyendo en B_{kx} :

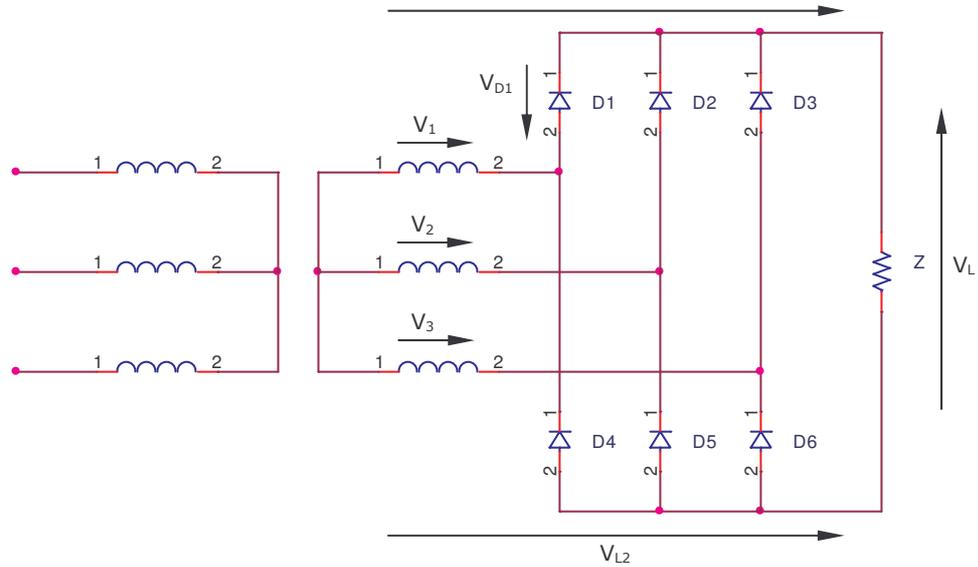
- Si q par ($x = q$; $V_0' = 2 \cdot V_0$) \Rightarrow $B_{kx} = \frac{2 \cdot V_{LC}}{k^2 \cdot q^2 - 1} \cdot (-1)^k \Rightarrow |B_{kx}| = \frac{2 \cdot V_{LC}}{k^2 \cdot q^2 - 1}$

- Si q impar \Rightarrow $B_{kq} = \frac{2 \cdot \sqrt{3} \cdot V_{LC}}{4 \cdot k^2 \cdot q^2 - 1} \cdot (-1)^k \cdot \frac{\operatorname{sen} \frac{\pi}{2q}}{\operatorname{sen} \frac{\pi}{q}} \Rightarrow |B_{kq}| = \frac{2 \cdot \sqrt{3} \cdot V_{LC}}{4 \cdot k^2 \cdot q^2 - 1} \cdot \frac{\operatorname{sen} \frac{\pi}{2q}}{\operatorname{sen} \frac{\pi}{q}}$
 $(x = 2 \cdot q; V_0' = V_0 \cdot \sqrt{3})$

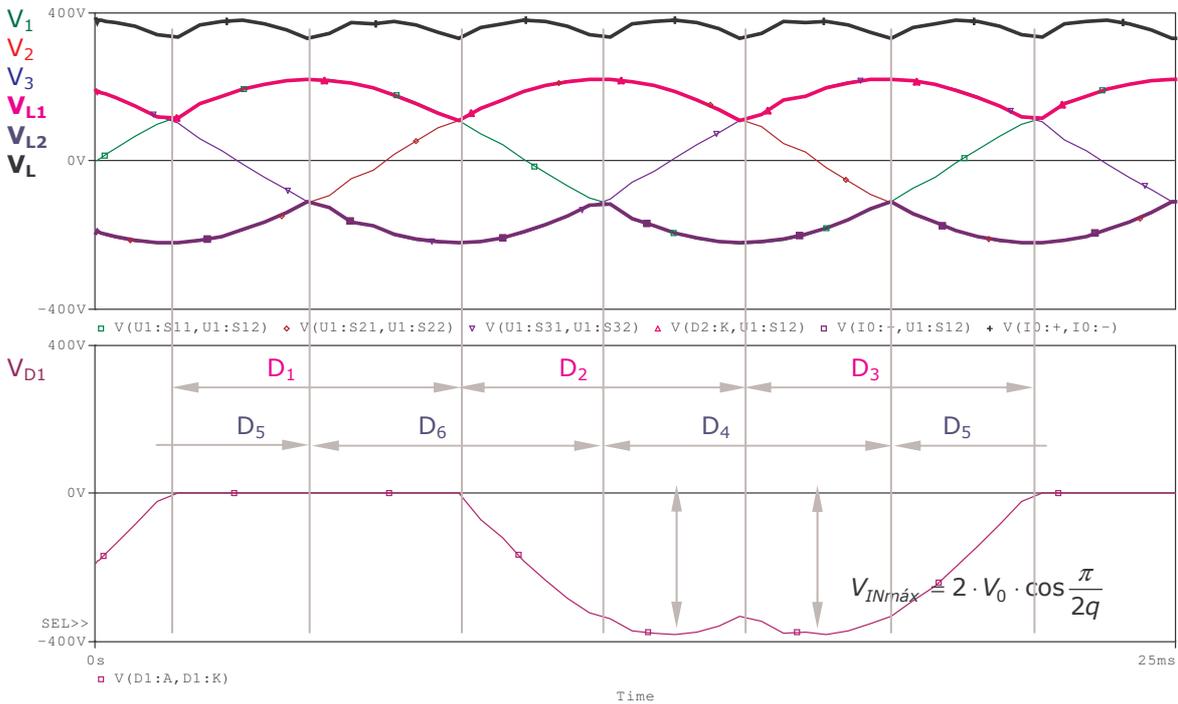
El primer armónico es el más problemático para su eliminación por ser el armónico de mayor amplitud y el más próximo a la componente deseada.

2.2.4. Tensión inversa en los diodos

La tensión inversa que deben soportar los diodos cuando no conducen es un parámetro importante para dimensionar los semiconductores.



La tensión inversa que soporta D_1 se calcula resolviendo una malla cerrada: $V_{D1} = V_1 - V_{L1}$

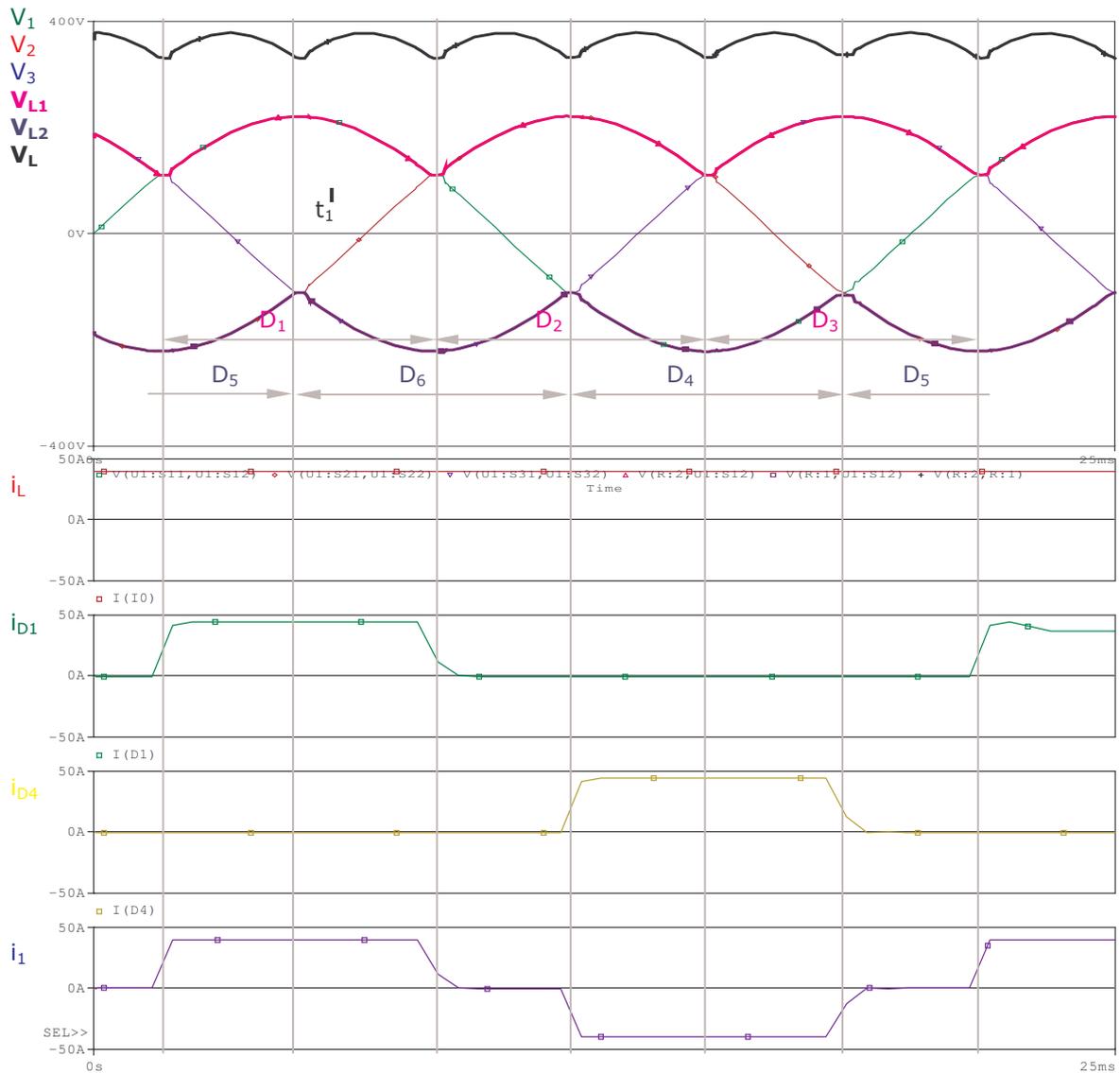
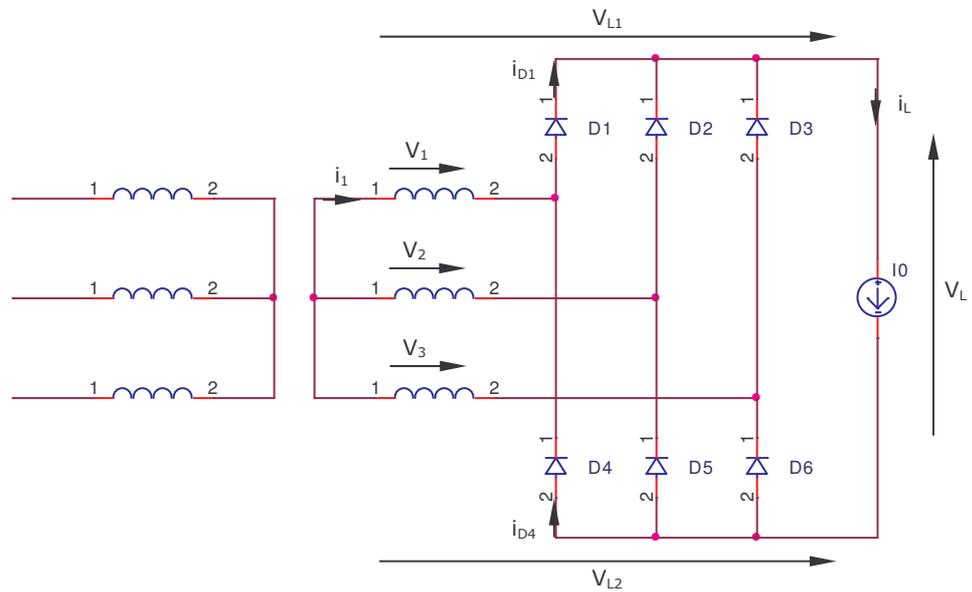


La tensión que soporta cada diodo en un rectificador de conmutación paralela doble es la misma que en el caso de un rectificador de conmutación paralela de media onda:

$$V_{INmáx\ PD} = V_{INmáx\ P} \left\{ \begin{array}{l} \text{Si } q \text{ es par: } V_{INmáx} = 2 \cdot V_0 \\ \text{Si } q \text{ es impar: } V_{INmáx} = 2 \cdot V_0 \cdot \cos \frac{\pi}{2q} \end{array} \right.$$

2.2.5. Intensidades y factor de potencia del secundario del transformador

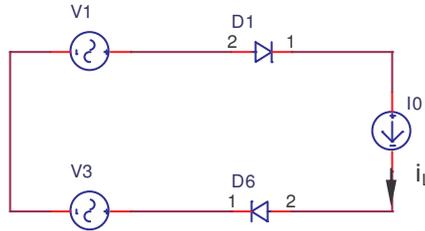
2.2.5.1. Carga fuente de corriente constante



El régimen de conducción siempre es continuo (R.C.C.).

Corriente por el secundario del transformador: $i_1 = i_{D1} - i_{D4}$

Circuito equivalente en el instante $t = t_1 \Rightarrow$ conduce D_1 y D_6 :

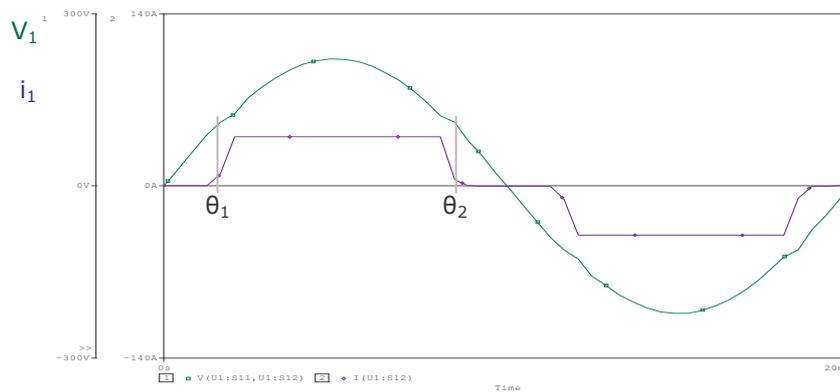


Corriente media en la carga: $I_{LC} = I_0$

Si el montaje suministra una I_L constante, cada diodo permite el paso de I_L durante $2\pi/q$. El valor medio y máximo de la corriente por el diodo es:

$$I_{LD} = \frac{I_{LC}}{q} = \frac{I_0}{q} \quad I_{Dm\acute{a}x} = I_0$$

En el secundario del transformador:



- Potencia aparente del secundario del transformador

$$\left. \begin{aligned} V_{1ef} &= \frac{V_0}{\sqrt{2}} \\ I_{1ef} &= \sqrt{\frac{1}{\pi} \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} I_0^2 dwt} \end{aligned} \right\} S_2 = q \cdot V_{1ef} \cdot I_{1ef}$$

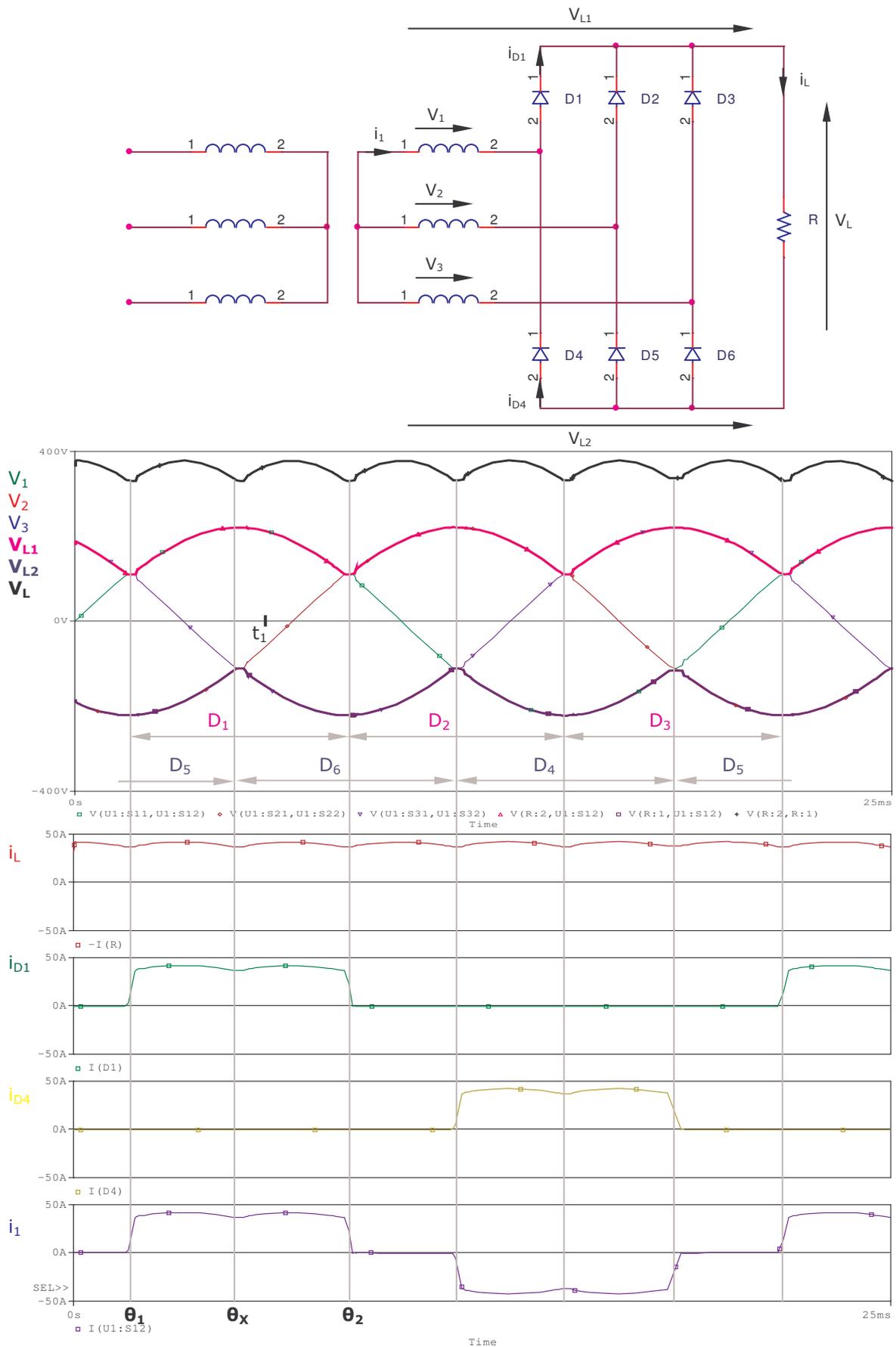
- Potencia activa del secundario del transformador

$$P_2 = \frac{q}{\pi} \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} I_0 \cdot V_0 \cdot \text{sen}wt dwt$$

- Factor de utilización del secundario

$$f.u.\text{sec} = \frac{P_2}{S_2}$$

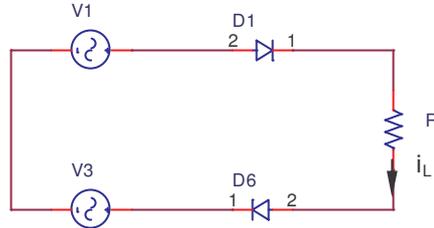
2.2.5.2. Carga óhmica pura



El régimen de conducción siempre es continuo (R.C.C.).

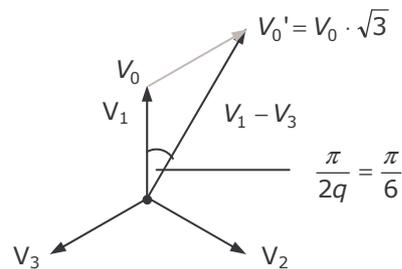
Corriente por el secundario del transformador: $i_1 = i_{D1} - i_{D4}$

Circuito equivalente en el instante $t = t_1 \Rightarrow$ conduce D_1 y D_6 :



Corriente en la carga:

$$i_L = \frac{V_1 - V_3}{R} = \frac{V_0 \cdot \sqrt{3} \cdot \text{sen}\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)}{R}$$



Corriente media en la carga:

$$I_{LC} = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{\theta x}^{\theta 2} i_L(\omega t) d\omega t$$

El valor medio y máximo de la corriente por el diodo es:

$$I_{LD} = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{\theta x}^{\theta 2} i_L(\omega t) d\omega t = \frac{I_{LC}}{q}$$

$$I_{Dm\acute{a}x} = \frac{V_0 \cdot \sqrt{3}}{R}$$

En el secundario del transformador:

- Potencia aparente del secundario del transformador

$$\left. \begin{aligned} V_{1ef} &= \frac{V_0}{\sqrt{2}} \\ I_{1ef} &= \sqrt{\frac{1}{\pi} \cdot \int_{\theta x}^{\theta 2} i_L(\omega t)^2 d\omega t} \end{aligned} \right\} S_2 = q \cdot V_{1ef} \cdot I_{1ef}$$

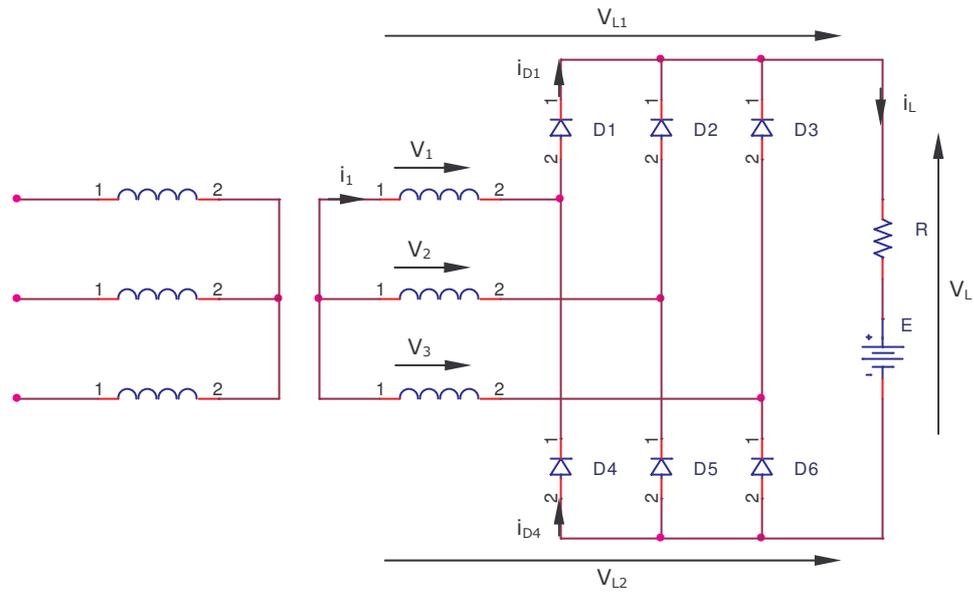
- Potencia activa del secundario del transformador

$$P_2 = \frac{q}{\pi} \cdot \int_{\theta x}^{\theta 2} i_L(\omega t) \cdot V_0 \cdot \text{sen}\omega t d\omega t$$

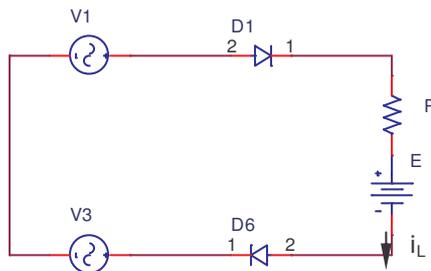
- Factor de utilización del secundario

$$f.u.\text{sec} = \frac{P_2}{S_2}$$

2.2.5.3. Carga RE

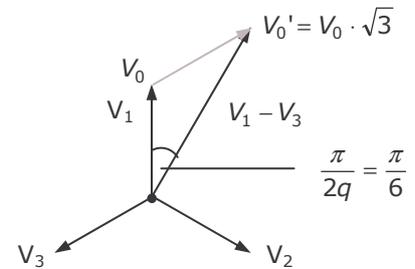


Circuito equivalente en el instante $t = t_1 \Rightarrow$ conduce D_1 y D_6 :



Corriente en la carga:

$$i_L = \frac{V_1 - V_3 - E}{R} = \frac{V_0 \cdot \sqrt{3} \cdot \text{sen}\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right) - E}{R}$$



$$i_L = \frac{V_0 \cdot \sqrt{3} \cdot \text{sen}\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right) - E}{R} > 0 \Rightarrow \text{Condición para que } D_1 \text{ y } D_6 \text{ conduzcan.}$$

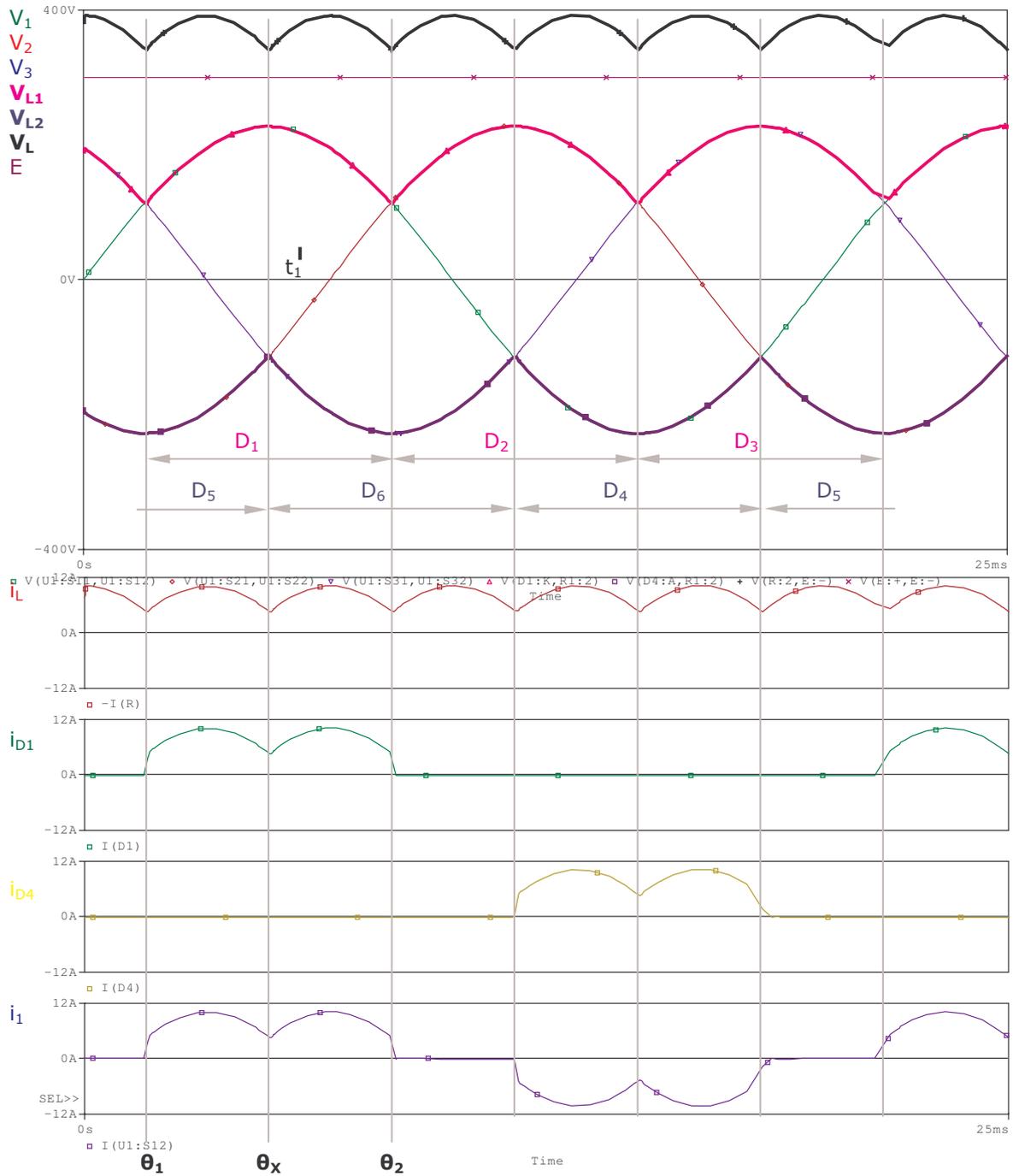
Valor mínimo de la tensión entregada a la carga ($V_{L\text{mín}}$):

$$\text{Si origen en } 0 \Rightarrow V_L = V_0 \cdot \sqrt{3} \cdot \text{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{2q}\right) \Rightarrow V_{L\text{mín}} = V_0 \cdot \sqrt{3} \cdot \text{sen}\frac{\pi}{q}$$

Puede haber dos situaciones:

- Si $V_{L\text{mín}} > E \Rightarrow$ R.C.C. (Régimen de conducción continuo).
- Si $V_{L\text{mín}} < E \Rightarrow$ R.C.D. (Régimen de conducción discontinuo).

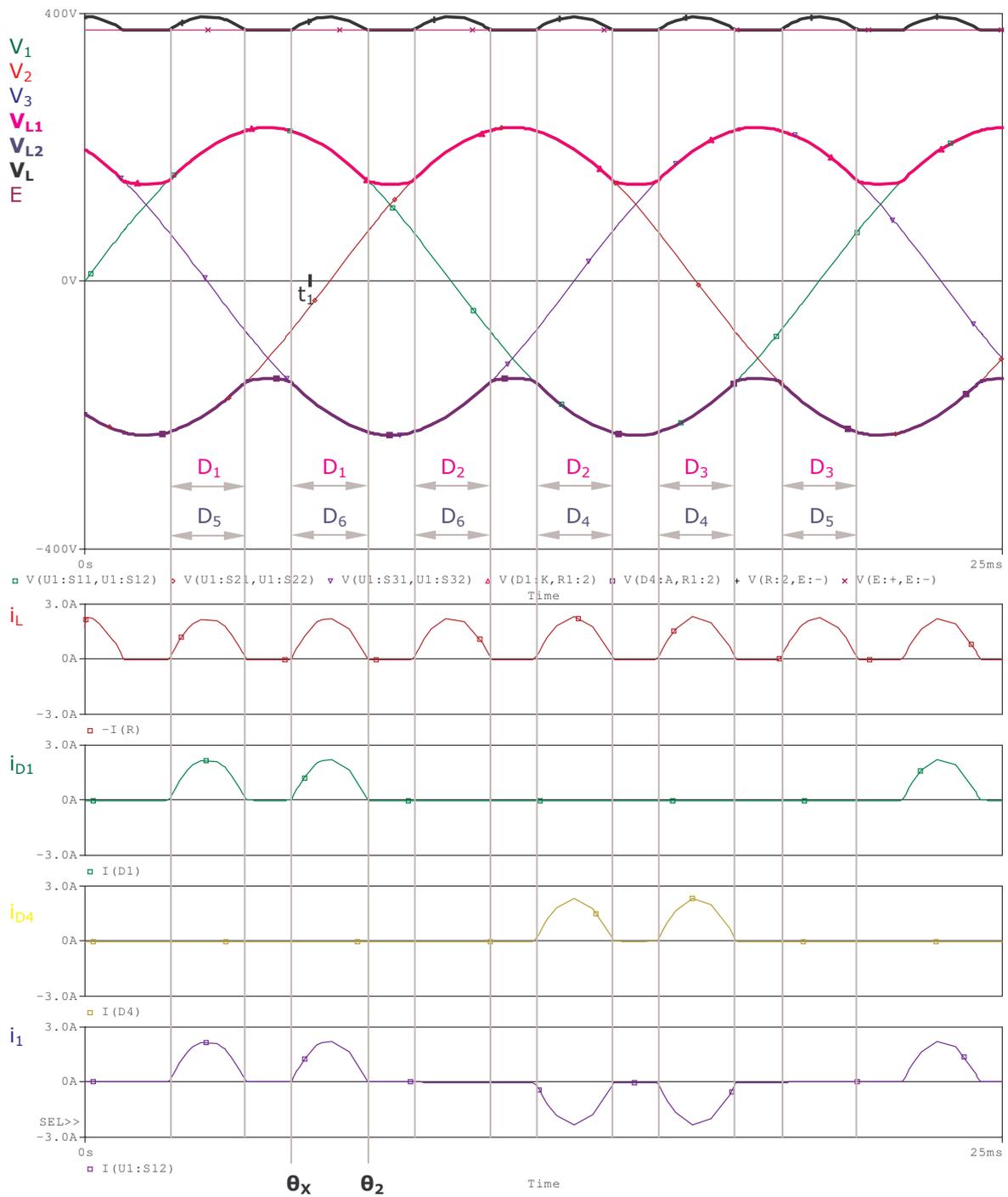
- Situación R.C.C. (Régimen de conducción continuo):



Valor de los límites: $\theta_1 = \frac{\pi}{6}$; $\theta_x = \frac{\pi}{2}$; $\theta_2 = \frac{5\pi}{6}$.

Corriente por el secundario del transformador: $i_1 = i_{D1} - i_{D4}$

- Situación R.C.D. (Régimen de conducción discontinuo):



Valor de los límites: $V_0 \cdot \sqrt{3} \cdot \text{sen} \left(\theta_x - \frac{\pi}{6} \right) = E \Rightarrow \theta_x = \arcsen \left(\frac{E}{V_0 \cdot \sqrt{3}} \right) + \frac{\pi}{6}$

$$\theta_2 = \frac{5\pi}{6} - \left(\theta_x - \frac{\pi}{2} \right)$$

Corriente por el secundario del transformador: $i_1 = i_{D1} - i_{D4}$

Corriente media en la carga:

$$I_{LC} = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{\theta x}^{\theta 2} i_L(wt) dwt$$

El valor medio y máximo de la corriente por el diodo es:

$$I_{LD} = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{\theta x}^{\theta 2} i_L(wt) dwt = \frac{I_{LC}}{q}$$

$$I_{Dmáx} = \frac{V_0 \cdot \sqrt{3} - E}{R}$$

En el secundario del transformador:

- Potencia aparente del secundario del transformador

$$\left. \begin{aligned} V_{1ef} &= \frac{V_0}{\sqrt{2}} \\ I_{1ef} &= \sqrt{\frac{1}{\pi} \cdot \int_{\theta x}^{\theta 2} i_L(wt)^2 dwt} \end{aligned} \right\} S_2 = q \cdot V_{1ef} \cdot I_{1ef}$$

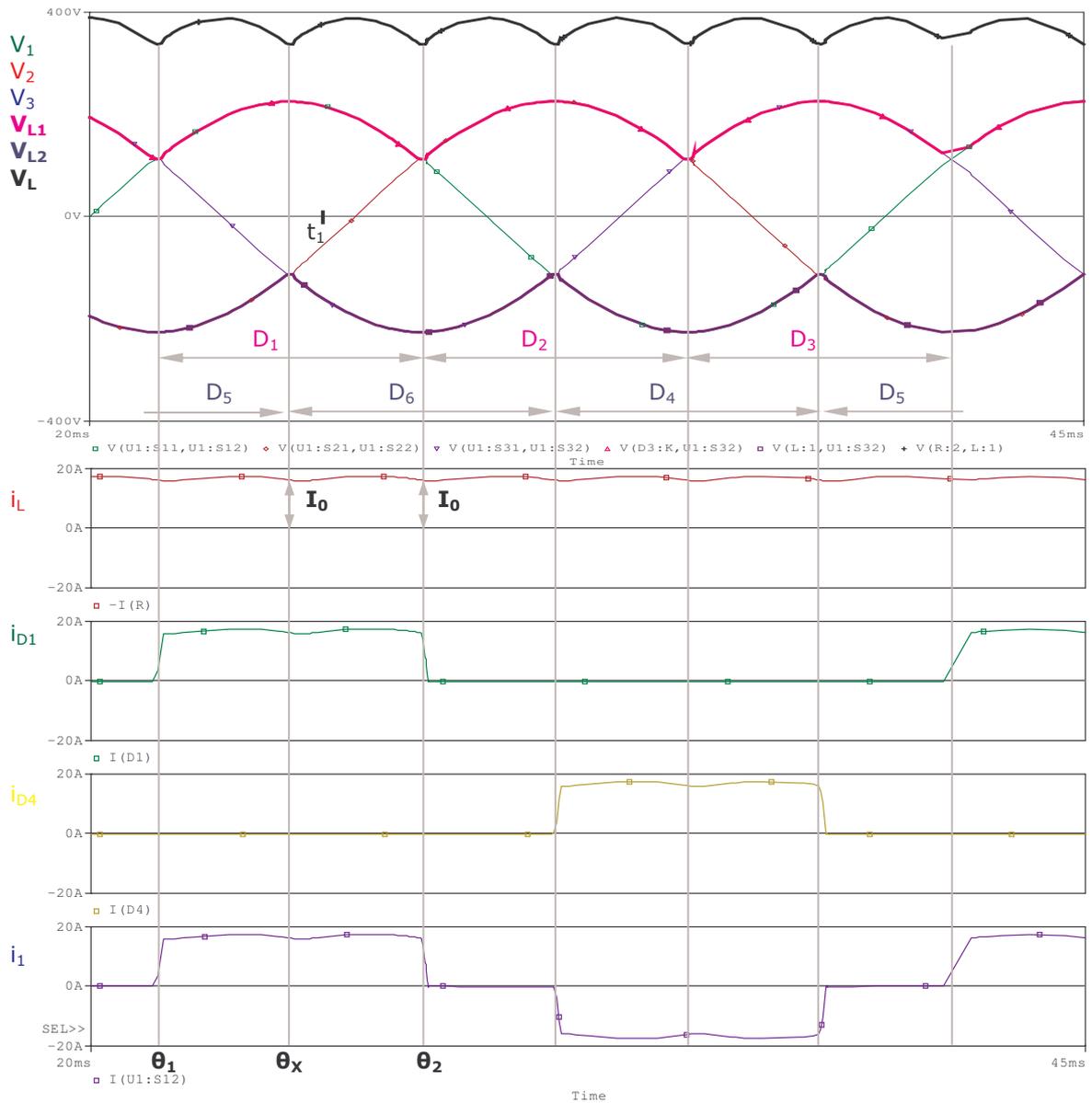
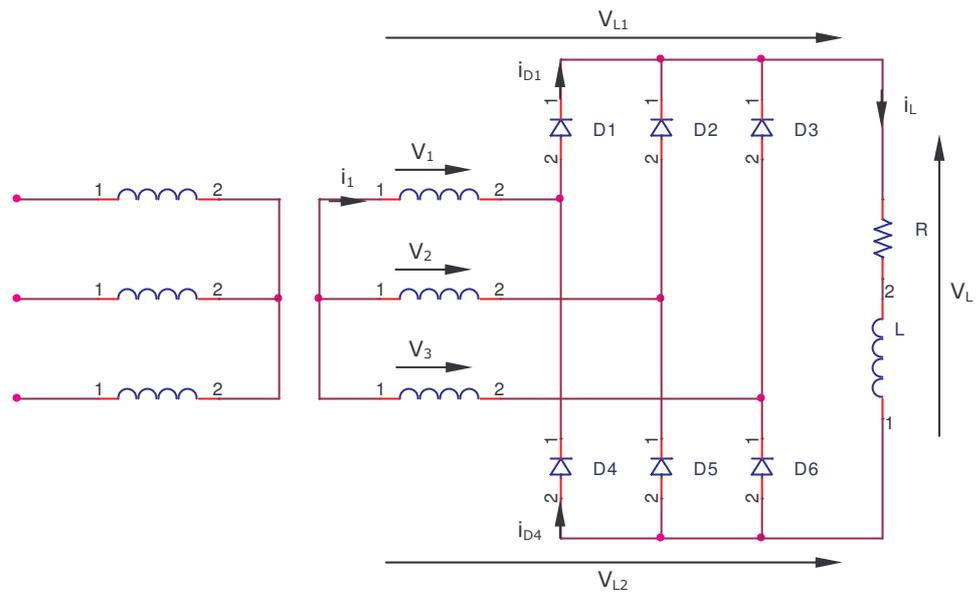
- Potencia activa del secundario del transformador

$$P_2 = \frac{q}{\pi} \cdot \int_{\theta x}^{\theta 2} i_L(wt) \cdot V_0 \cdot \text{sen}wt dwt$$

- Factor de utilización del secundario

$$f.u.\text{sec} = \frac{P_2}{S_2}$$

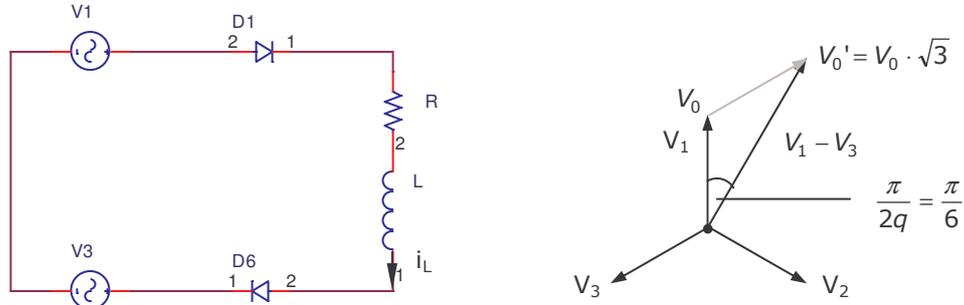
2.2.5.4. Carga RL



El régimen de conducción siempre es continuo (R.C.C.).

Corriente por el secundario del transformador: $i_1 = i_{D1} - i_{D4}$

Circuito equivalente en el instante $t = t_1 \Rightarrow$ conduce D_1 y D_6 :



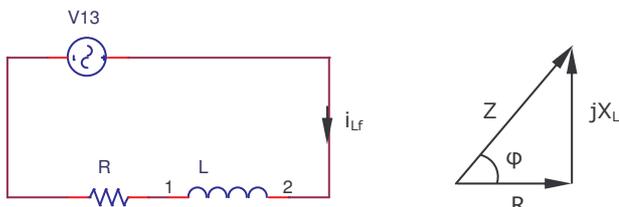
Corriente en la carga:

$$V_1 - V_3 = R \cdot i_L + L \cdot \frac{di_L}{dt}$$

$$V_0 \cdot \sqrt{3} \cdot \text{sen} \left(wt - \frac{\pi}{6} \right) = R \cdot i_L + L \cdot \frac{di_L}{dt} \quad (\text{Ecuación diferencial lineal de primer grado})$$

Solución ec. diferencial: $i_L = A \cdot e^{-\frac{R}{Lw}(wt-\theta_x)} + i_{Lf} \quad (\theta_x = \frac{\pi}{2})$

Cálculo de i_{Lf} (solución en régimen permanente):



$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \quad (f = 50 \text{ Hz} \equiv f \text{ red})$$

$$\left. \begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + X_L^2} \\ \varphi &= \text{arctg} \frac{X_L}{R} \end{aligned} \right\} \bar{Z} = Z \angle \varphi$$

$$i_{Lf} = \frac{V_{13}}{Z} = \frac{V_0 \cdot \sqrt{3}}{Z} \cdot \text{sen} \left(wt - \frac{\pi}{6} - \varphi \right)$$

Corriente en la carga:

$$i_L = A \cdot e^{-\frac{R}{Lw}(wt-\theta_x)} + \frac{V_0 \cdot \sqrt{3}}{Z} \cdot \text{sen} \left(wt - \frac{\pi}{6} - \varphi \right)$$

Cálculo de A: $wt = \theta_x \Rightarrow i_L = I_0$

$$I_0 = A + \frac{V_0 \cdot \sqrt{3}}{Z} \cdot \text{sen} \left(\theta_x - \frac{\pi}{6} - \varphi \right) \Rightarrow A = I_0 - \frac{V_0 \cdot \sqrt{3}}{Z} \cdot \text{sen} \left(\theta_x - \frac{\pi}{6} - \varphi \right)$$

Corriente en la carga:

$$i_L = \left(I_0 - \frac{V_0 \cdot \sqrt{3}}{Z} \cdot \text{sen} \left(\theta_X - \frac{\pi}{6} - \varphi \right) \right) \cdot e^{-\frac{R}{L\omega}(wt - \theta_X)} + \frac{V_0 \cdot \sqrt{3}}{Z} \cdot \text{sen} \left(wt - \frac{\pi}{6} - \varphi \right)$$

Cálculo de I_0 : $wt = \theta_2 \Rightarrow i_L = I_0 \quad (\theta_2 = \frac{5\pi}{6})$

$$I_0 = \left(I_0 - \frac{V_0 \cdot \sqrt{3}}{Z} \cdot \text{sen} \left(\theta_X - \frac{\pi}{6} - \varphi \right) \right) \cdot e^{-\frac{R}{L\omega}(\theta_2 - \theta_X)} + \frac{V_0 \cdot \sqrt{3}}{Z} \cdot \text{sen} \left(\theta_2 - \frac{\pi}{6} - \varphi \right)$$

Corriente media en la carga:

$$I_{LC} = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{\theta_X}^{\theta_2} i_L(wt) dwt$$

El valor medio y máximo de la corriente por el diodo es:

$$I_{LD} = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{\theta_X}^{\theta_2} i_L(wt) dwt = \frac{I_{LC}}{q}$$

$$\frac{di_L}{dwt} = 0 \Rightarrow \theta_3 \Rightarrow I_{Dmáx} = i_L(\theta_3)$$

En el secundario del transformador:

- Potencia aparente del secundario del transformador

$$\left. \begin{aligned} V_{1ef} &= \frac{V_0}{\sqrt{2}} \\ I_{1ef} &= \sqrt{\frac{1}{\pi} \cdot \int_{\theta_X}^{\theta_2} i_L(wt)^2 dwt} \end{aligned} \right\} S_2 = q \cdot V_{1ef} \cdot I_{1ef}$$

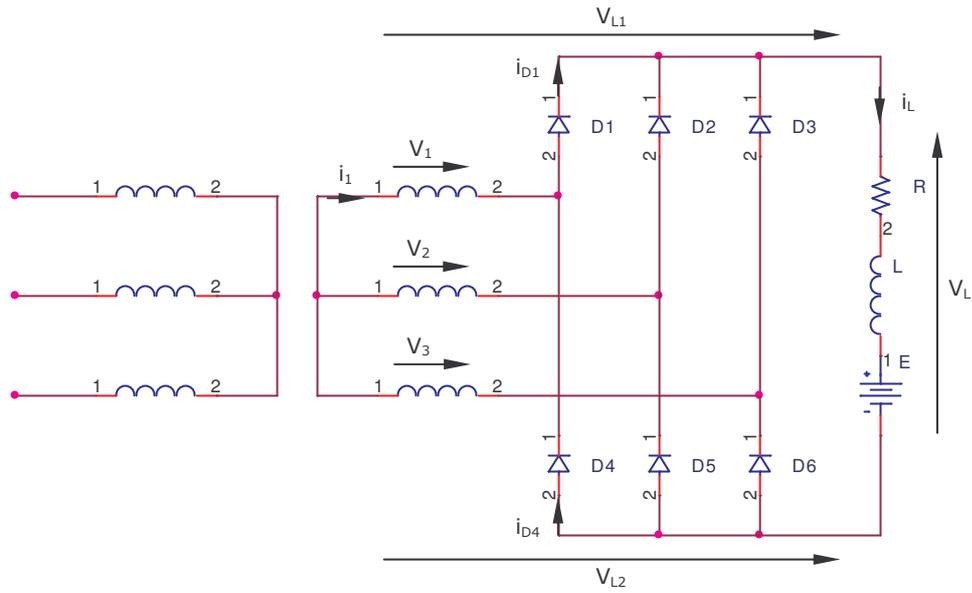
- Potencia activa del secundario del transformador

$$P_2 = \frac{q}{\pi} \cdot \int_{\theta_X}^{\theta_2} i_L(wt) \cdot V_0 \cdot \text{sen}wt dwt$$

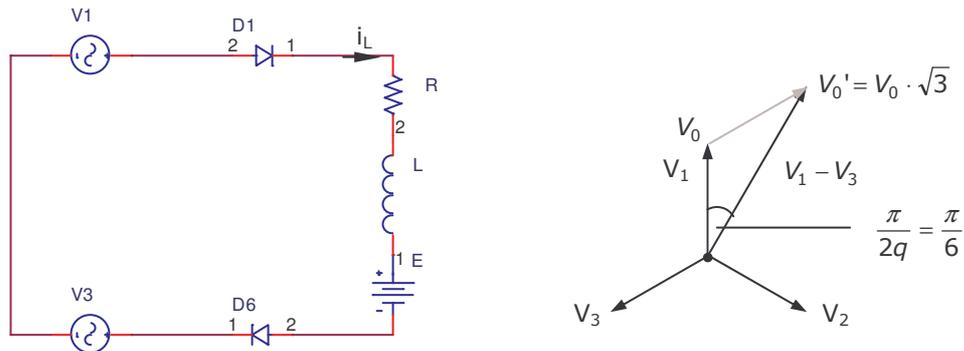
- Factor de utilización del secundario

$$f.u.\text{sec} = \frac{P_2}{S_2}$$

2.2.5.5. Carga RLE



Circuito equivalente en el instante $t = t_1 \Rightarrow$ conduce D_1 y D_6 :



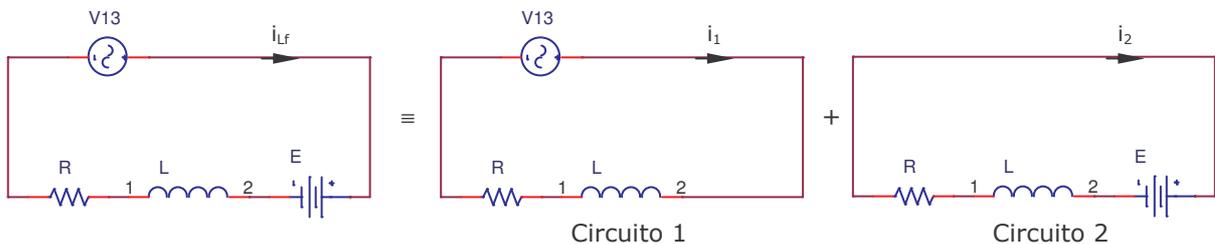
Corriente en la carga:

$$V_1 - V_3 = R \cdot i_L + L \cdot \frac{di_L}{dt} + E$$

$$V_0 \cdot \sqrt{3} \cdot \text{sen} \left(\omega t - \frac{\pi}{6} \right) = R \cdot i_L + L \cdot \frac{di_L}{dt} + E \quad (\text{Ecuación diferencial lineal de primer grado})$$

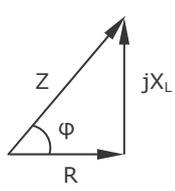
Solución ec. diferencial: $i_L = A \cdot e^{-\frac{R}{L\omega}(wt-\theta x)} + i_{Lf}$

Cálculo de i_{Lf} (solución en régimen permanente):



Resolviendo por superposición: $i_{Lf} = i_1 + i_2$

Circuito 1:



$$\left. \begin{aligned} X_L &= 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \quad (f = 50 \text{ Hz}) \\ Z &= \sqrt{R^2 + X_L^2} \\ \varphi &= \arctg \frac{X_L}{R} \end{aligned} \right\} \bar{Z} = Z \angle \varphi$$

$$i_1 = \frac{V_{13}}{Z} = \frac{V_0 \cdot \sqrt{3}}{Z} \cdot \text{sen} \left(\omega t - \frac{\pi}{6} - \varphi \right)$$

Circuito 2:

$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 0 \quad \text{porque C.C.} \Rightarrow f = 0 \text{ Hz}$$

$$i_2 = -\frac{E}{R}$$

$$i_{Lf} = \frac{V_0 \cdot \sqrt{3}}{Z} \cdot \text{sen} \left(\omega t - \frac{\pi}{6} - \varphi \right) - \frac{E}{R}$$

Corriente en la carga:

$$i_L = A \cdot e^{-\frac{R}{L\omega}(wt - \theta_x)} + \frac{V_0 \cdot \sqrt{3}}{Z} \cdot \text{sen} \left(\omega t - \frac{\pi}{6} - \varphi \right) - \frac{E}{R}$$

Cálculo de A: $\omega t = \theta_x \Rightarrow$ Puede ocurrir:

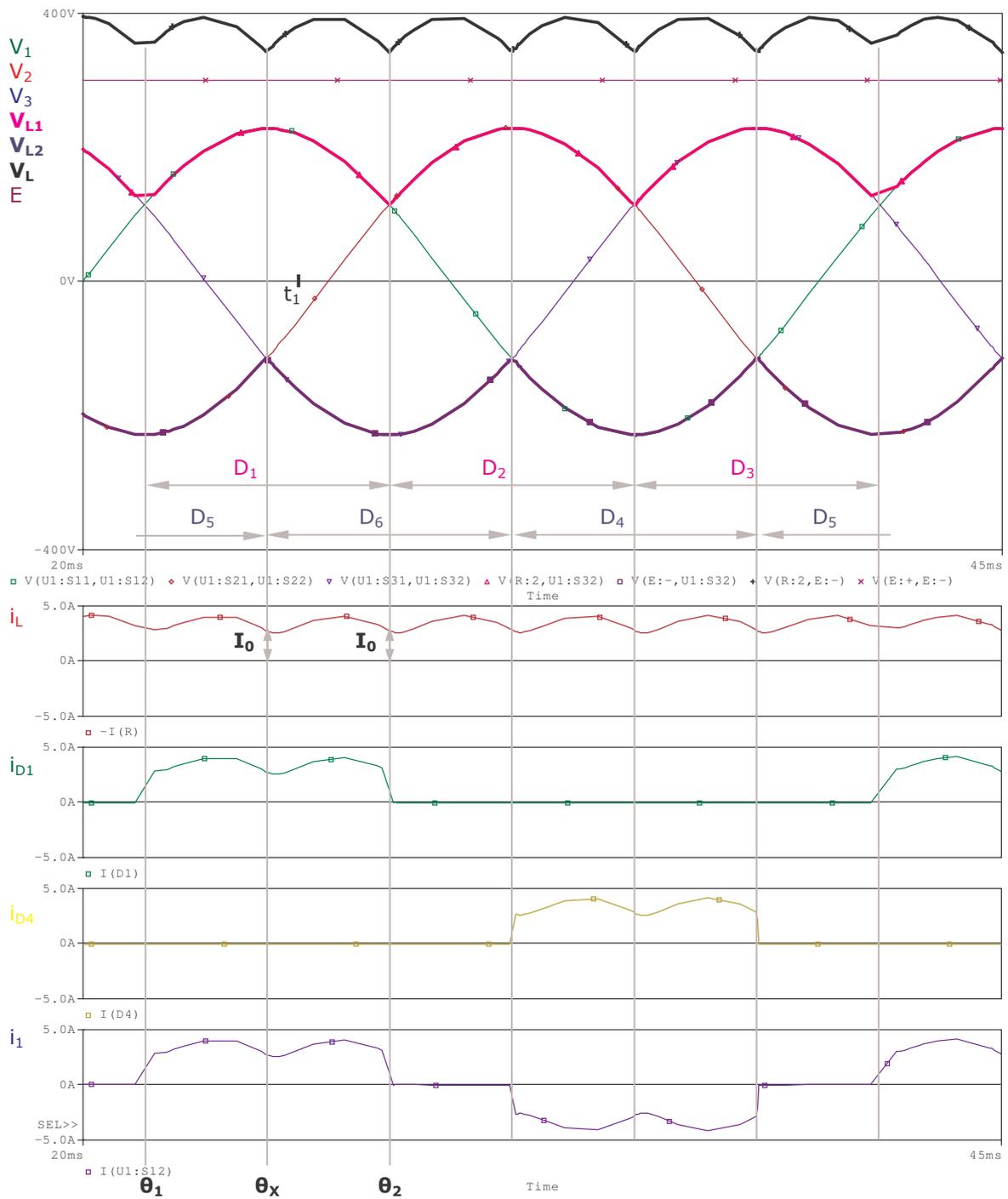
- $V_{L\text{mín}} > E \Rightarrow$ R.C.C. (Régimen de conducción continuo).
- $V_{L\text{mín}} < E \Rightarrow \begin{cases} \text{R.C.C. (Régimen de conducción continuo).} \\ \text{R.C.D. (Régimen de conducción discontinuo).} \end{cases}$

Valor mínimo de la tensión entregada a la carga ($V_{L\text{mín}}$):

$$\text{Si origen en } 0 \Rightarrow V_L = V_0 \cdot \sqrt{3} \cdot \text{sen} \left(\omega t + \frac{\pi}{2q} \right) \Rightarrow V_{L\text{mín}} = V_0 \cdot \sqrt{3} \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q}$$

Corriente por el secundario del transformador: $i_1 = i_{D1} - i_{D4}$

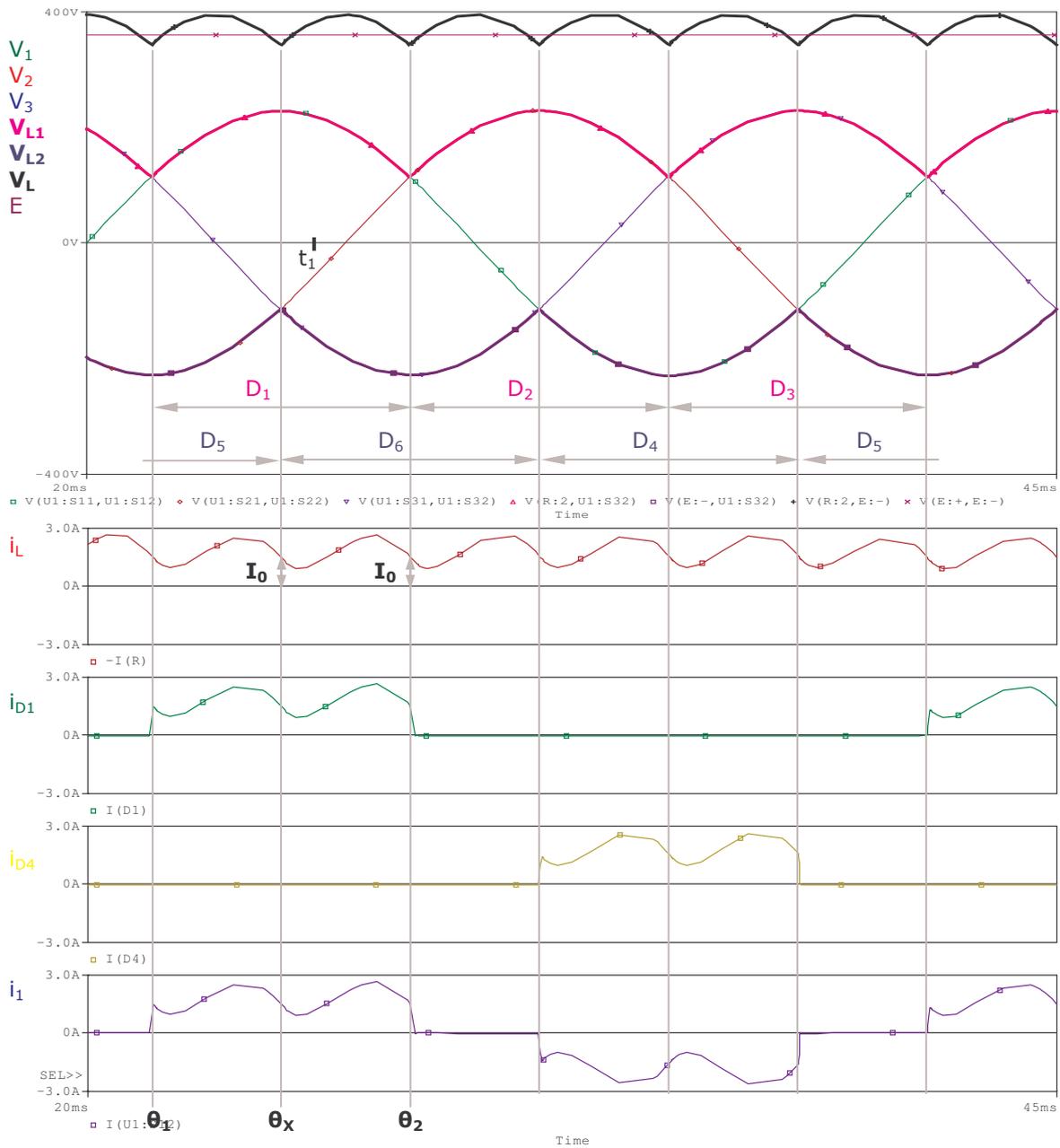
▪ $V_{Lmin} > E \Rightarrow R.C.C. \Rightarrow wt = \theta_x \Rightarrow i_L = I_0$



▪ $V_{Lmin} < E \Rightarrow R.C.C. \text{ ó } R.C.D. \Rightarrow wt = \theta_x \left\{ \begin{array}{l} \text{Suposición} \Rightarrow i_L = I_0 \text{ (R.C.C.)} \\ \text{Suposición} \Rightarrow i_L = 0 \text{ (R.C.D.)} \end{array} \right.$

La suposición depende de la relación E/V_{Lmin} y del $\cos \phi$ de la carga.

- Suposición $\Rightarrow i_L = I_0$ (R.C.C.)



Cálculo de A $\Rightarrow wt = \theta_x \Rightarrow i_L = I_0 \quad (\theta_x = \frac{\pi}{2})$

$$I_0 = A + \frac{V_0 \cdot \sqrt{3}}{Z} \cdot \text{sen} \left(\theta_x - \frac{\pi}{6} - \varphi \right) - \frac{E}{R} \Rightarrow A = I_0 - \frac{V_0 \cdot \sqrt{3}}{Z} \cdot \text{sen} \left(\theta_x - \frac{\pi}{6} - \varphi \right) + \frac{E}{R}$$

Corriente en la carga:

$$i_L = \left(I_0 - \frac{V_0 \cdot \sqrt{3}}{Z} \cdot \text{sen} \left(\theta_x - \frac{\pi}{6} - \varphi \right) + \frac{E}{R} \right) \cdot e^{-\frac{R}{Lw}(wt - \theta_x)} + \frac{V_0 \cdot \sqrt{3}}{Z} \cdot \text{sen} \left(wt - \frac{\pi}{6} - \varphi \right) - \frac{E}{R}$$

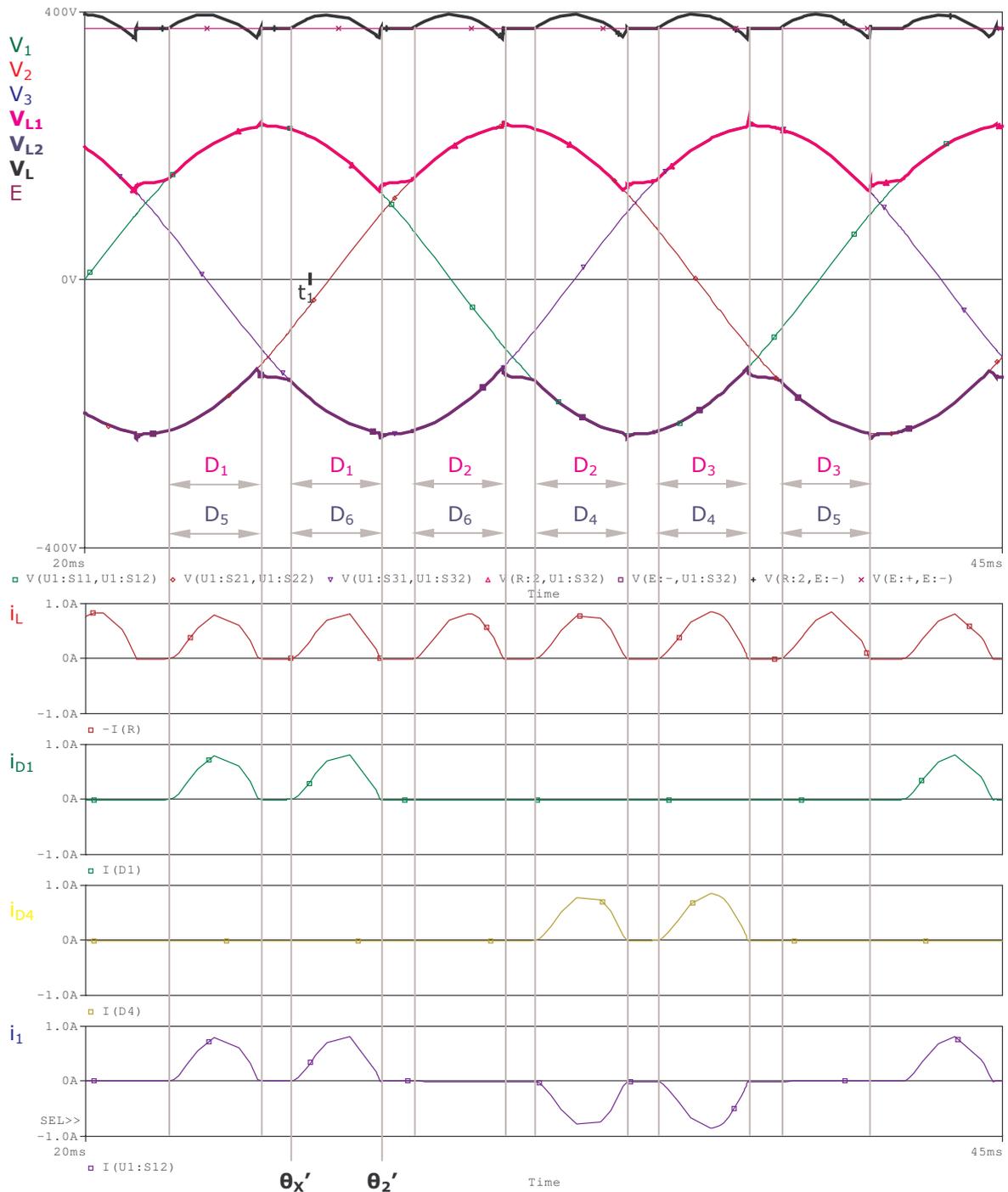
Cálculo de I_0 : $wt = \theta_2 \Rightarrow i_L = I_0 \quad (\theta_2 = \frac{5\pi}{6})$

$$I_0 = \left(I_0 - \frac{V_0 \cdot \sqrt{3}}{Z} \cdot \text{sen} \left(\theta_x - \frac{\pi}{6} - \varphi \right) + \frac{E}{R} \right) \cdot e^{-\frac{R}{Lw}(\theta_2 - \theta_x)} + \frac{V_0 \cdot \sqrt{3}}{Z} \cdot \text{sen} \left(\theta_2 - \frac{\pi}{6} - \varphi \right) - \frac{E}{R}$$

Comprobación de la suposición:

- $V_{Lmin} > E \Rightarrow I_0 > 0$ (R.C.C.)
- $V_{Lmin} < E \left\{ \begin{array}{l} I_0 > 0 \Rightarrow \text{Suposición correcta (R.C.C.)} \\ I_0 < 0 \Rightarrow \text{Sup. incorrecta (No es R.C.C., sino R.C.D.)} \Rightarrow \text{Rehacer problema} \end{array} \right.$

Rehacer el problema:



Corriente en la carga:

$$V_1 - V_3 = R \cdot i_L + L \cdot \frac{di_L}{dt} + E$$

$$V_0 \cdot \sqrt{3} \cdot \text{sen} \left(\omega t - \frac{\pi}{6} \right) = R \cdot i_L + L \cdot \frac{di_L}{dt} + E \quad (\text{Ecuación diferencial lineal de primer grado})$$

$$\text{Solución ec. diferencial: } i_L = A \cdot e^{-\frac{R}{L\omega}(wt-\theta_x')} + i_{Lf} \quad \left(\theta_x' = \arcsen \left(\frac{E}{V_0 \cdot \sqrt{3}} \right) + \frac{\pi}{6} \right)$$

Cálculo de i_{Lf} (sol. en rég. permanente): Igual que en el caso anterior, pues es el mismo circuito.

Corriente en la carga:

$$i_L = A \cdot e^{-\frac{R}{L\omega}(wt-\theta_x')} + \frac{V_0 \cdot \sqrt{3}}{Z} \cdot \text{sen} \left(\omega t - \frac{\pi}{6} - \varphi \right) - \frac{E}{R}$$

Cálculo de A: $\omega t = \theta_x' \Rightarrow i_L = 0$

$$0 = A + \frac{V_0 \cdot \sqrt{3}}{Z} \cdot \text{sen} \left(\theta_x' - \frac{\pi}{6} - \varphi \right) - \frac{E}{R} \Rightarrow A = -\frac{V_0 \cdot \sqrt{3}}{Z} \cdot \text{sen} \left(\theta_x' - \frac{\pi}{6} - \varphi \right) + \frac{E}{R}$$

Corriente en la carga:

$$i_L = \left(-\frac{V_0 \cdot \sqrt{3}}{Z} \cdot \text{sen} \left(\theta_x' - \frac{\pi}{6} - \varphi \right) + \frac{E}{R} \right) \cdot e^{-\frac{R}{L\omega}(wt-\theta_x')} + \frac{V_0 \cdot \sqrt{3}}{Z} \cdot \text{sen} \left(\omega t - \frac{\pi}{6} - \varphi \right) - \frac{E}{R}$$

Cálculo de θ_2' (ángulo donde se anula i_L): $\omega t = \theta_2' \Rightarrow i_L = 0$

$$0 = \left(-\frac{V_0 \cdot \sqrt{3}}{Z} \cdot \text{sen} \left(\theta_x' - \frac{\pi}{6} - \varphi \right) + \frac{E}{R} \right) \cdot e^{-\frac{R}{L\omega}(\theta_2' - \theta_x')} + \frac{V_0 \cdot \sqrt{3}}{Z} \cdot \text{sen} \left(\theta_2' - \frac{\pi}{6} - \varphi \right) - \frac{E}{R} \Rightarrow \theta_2'$$

Corriente media en la carga:

- R.C.C.:
$$I_{LC} = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{\theta_X}^{\theta_2} i_L(wt) dt$$
- R.C.D.:
$$I_{LC} = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{\theta_X'}^{\theta_2'} i_L(wt) dt$$

El valor medio y máximo de la corriente por el diodo es:

- R.C.C.:
$$I_{LD} = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{\theta_X}^{\theta_2} i_L(wt) dt = \frac{I_{LC}}{q}$$
- R.C.D.:
$$I_{LD} = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{\theta_X'}^{\theta_2'} i_L(wt) dt = \frac{I_{LC}}{q}$$
- R.C.C. o R.C.D.:
$$\frac{di_L}{dwt} = 0 \Rightarrow \theta_3 \Rightarrow I_{Dmáx} = i_L(\theta_3)$$

En el secundario del transformador:

- Potencia aparente del secundario del transformador

$$V_{1ef} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$$

$$I_{1ef} \left\{ \begin{array}{l} \text{R.C.C.: } I_{1ef} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \cdot \int_{\theta_X}^{\theta_2} i_L(wt)^2 dt} \\ \text{R.C.D.: } I_{1ef} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \cdot \int_{\theta_X'}^{\theta_2'} i_L(wt)^2 dt} \end{array} \right\} S_2 = q \cdot V_{1ef} \cdot I_{1ef}$$

- Potencia activa del secundario del transformador

$$\text{R.C.C.: } P_2 = \frac{q}{\pi} \cdot \int_{\theta_X}^{\theta_2} i_L(wt) \cdot V_0 \cdot \text{sen}wt dt$$

$$\text{R.C.C.: } P_2 = \frac{q}{\pi} \cdot \int_{\theta_X'}^{\theta_2'} i_L(wt) \cdot V_0 \cdot \text{sen}wt dt$$

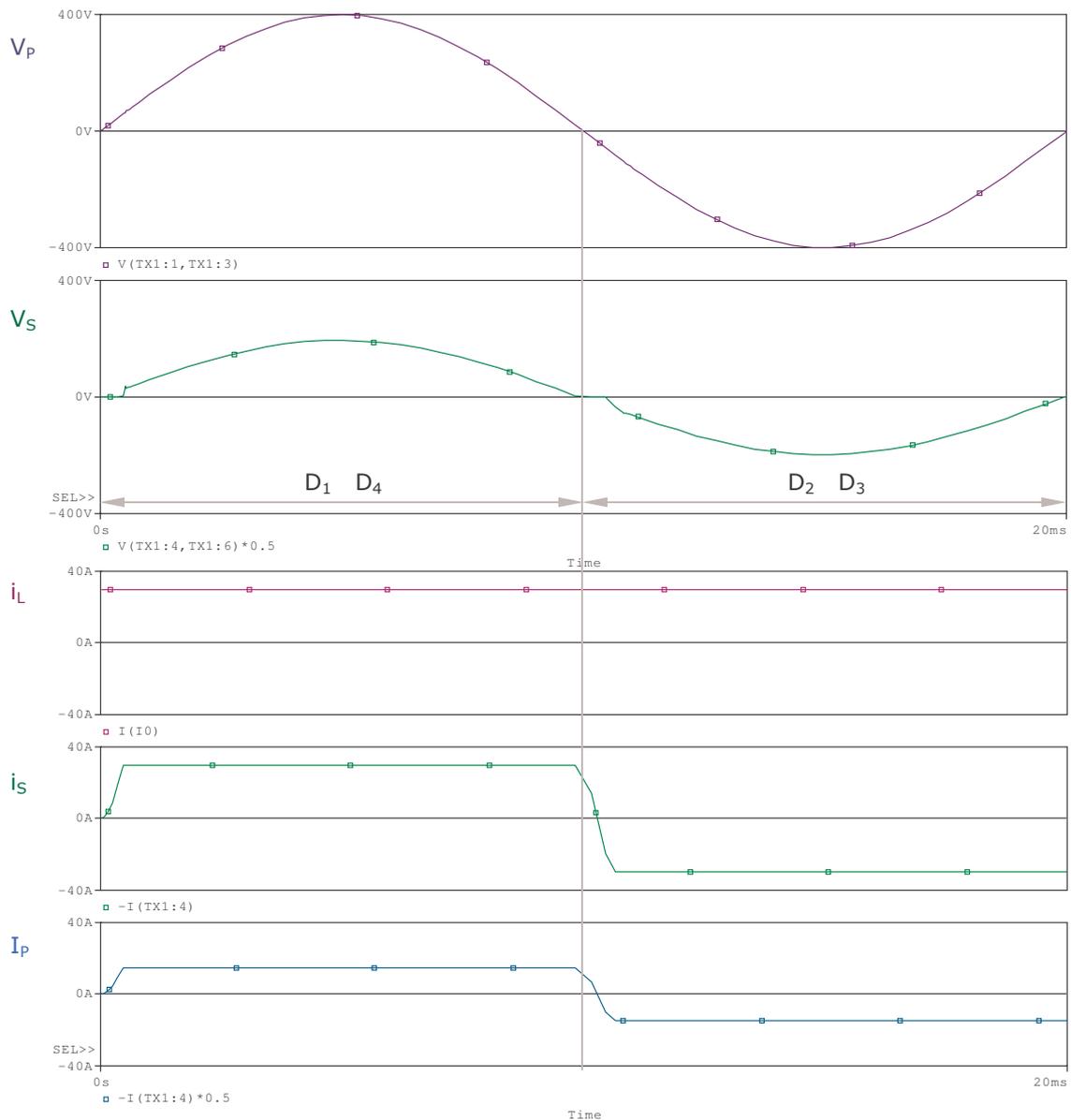
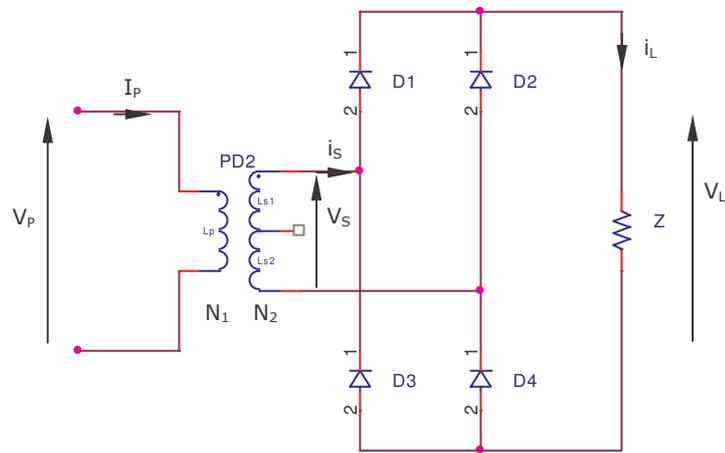
- Factor de utilización del secundario

$$\text{R.C.C. o R.C.D.: } f.u.\text{sec} = \frac{P_2}{S_2}$$

2.2.6. Factor de potencia del primario del transformador

Para realizar este análisis se considerará la carga como fuente de corriente constante.

2.2.6.1. Montaje PD2



En un transformador se cumple siempre que la suma de f.m.m. es igual a cero:

$$N_1 \cdot I_p = N_2 \cdot i_S \Rightarrow \boxed{I_p = \frac{N_2}{N_1} \cdot i_S = \frac{N_2}{N_1} \cdot I_0}$$

En el primario del transformador:

- Potencia aparente del primario del transformador:

$$\left. \begin{aligned} V_{Pef} &= \frac{V_{P0}}{\sqrt{2}} \\ I_{Pef} &= \frac{N_2}{N_1} \cdot i_S \end{aligned} \right\} S_1 = V_{Pef} \cdot I_{Pef} = \frac{V_{P0}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{N_2}{N_1} \cdot i_S$$

- Potencia activa del primario del transformador:

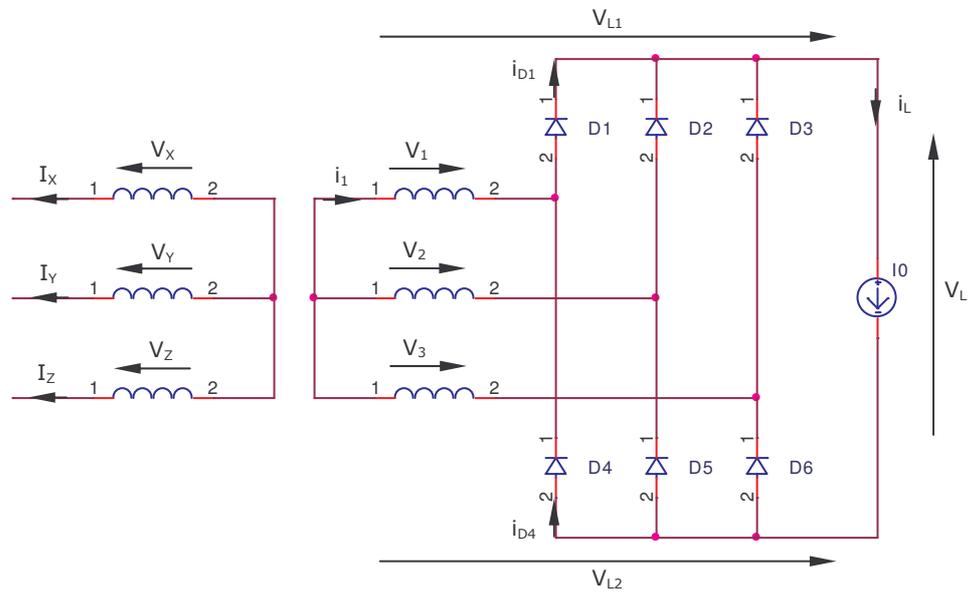
$$P_1 = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \frac{N_2}{N_1} \cdot i_S \cdot V_{P0} \cdot \text{senwt} \, dwt$$

- Factor de utilización del primario:

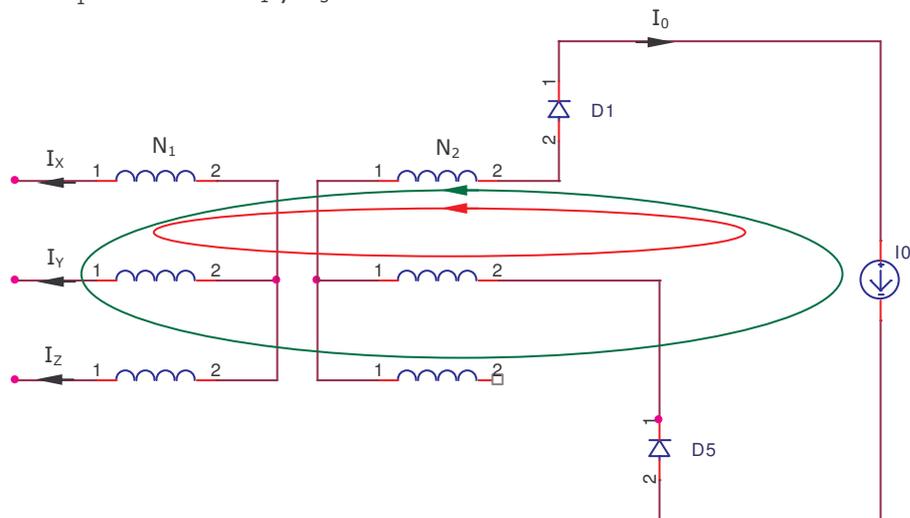
$$f.u.prim = \frac{P_1}{S_1}$$

2.2.6.2. Montaje PD3YY

El rectificador trifásico de conmutación paralela doble sin controlar, con el primario y el secundario del transformador conectados en estrella.



En el instante $t = t_1 \Rightarrow$ conduce D_1 y D_5 :



1ª Ley de Kirchoff: $I_X + I_Y + I_Z = 0$ (ec. 1)

Ec. circuito magnético: $\sum F = \sum N \cdot I = \sum R \cdot \phi \approx 0$ (en un transformador la reluctancia ≈ 0)

Se plantean otras dos ecuaciones utilizando dos mallas:

Convenio: Cuando se recorre la malla en el sentido fijado y se encuentra la punta de la flecha de la corriente \Rightarrow f.m.m. positiva; en caso contrario \Rightarrow f.m.m. negativa.

Malla 1: $N_2 \cdot I_0 - N_1 \cdot I_X + N_1 \cdot I_Y + N_2 \cdot I_0 = 0$ (ec. 2)

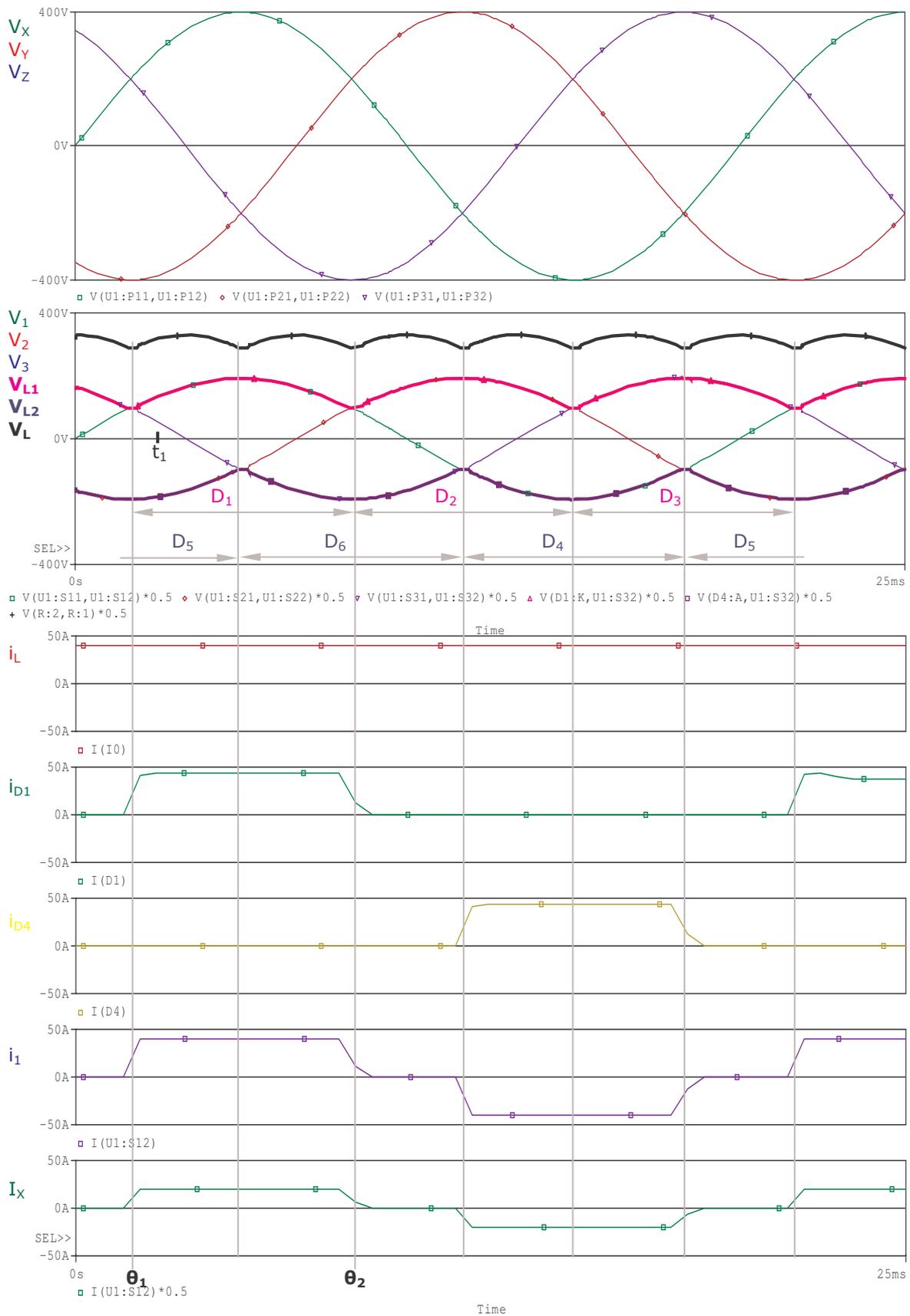
Malla 2: $N_2 \cdot I_0 - N_1 \cdot I_X + N_1 \cdot I_Z = 0$ (ec. 3)

Resolviendo el sistema planteado por las ecuaciones 1, 2 y 3 se obtiene:

$$I_X = \frac{N_2}{N_1} \cdot I_0$$

$$I_Y = -\frac{N_2}{N_1} \cdot I_0$$

$$I_Z = 0$$



En el transformador la compensación de amperios vuelta se realiza a nivel de columna.

Las corrientes por el primario y el secundario del transformador tienen la misma forma.

En el primario del transformador:

- Potencia aparente del primario del transformador

$$\left. \begin{aligned} V_{Xef} &= \frac{V_{X0}}{\sqrt{2}} \\ I_{Xef} &= \sqrt{\frac{1}{\pi} \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} I_X(wt)^2 dt} \end{aligned} \right\} S_1 = 3 \cdot V_{Xef} \cdot I_{Xef}$$

- Potencia activa del primario del transformador

$$P_1 = q_1 \cdot P_X = \frac{3}{\pi} \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} I_X(wt) \cdot V_{X0} \cdot \text{sen}wt dt$$

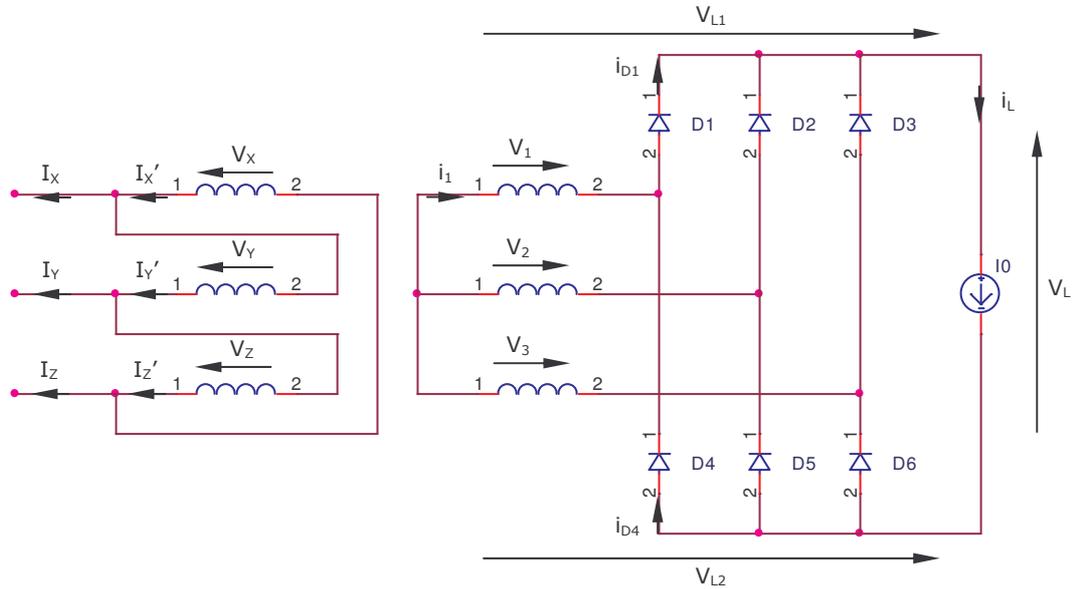
- Factor de utilización del primario

$$f.u.prim = \frac{P_1}{S_1}$$

2.2.6.3. Montaje PD3ΔY

El rectificador trifásico de conmutación paralela doble sin controlar con el primario del transformador conectado en triángulo y el secundario del transformador conectado en estrella.

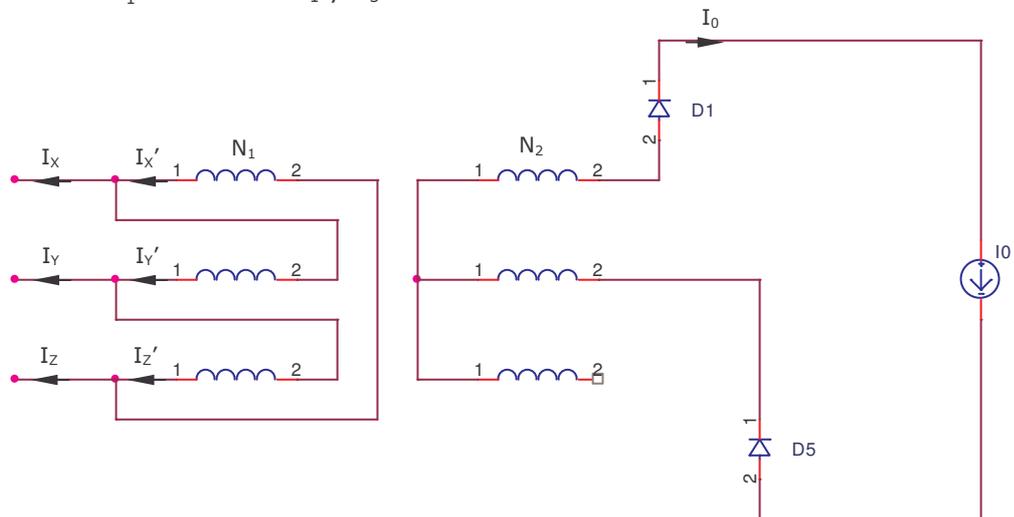
Se supone que la carga es fuente de corriente constante para simplificar.



$I_{X'}, I_{Y'}$ e $I_{Z'}$ ≡ Corrientes en los bobinados primarios del transformador.

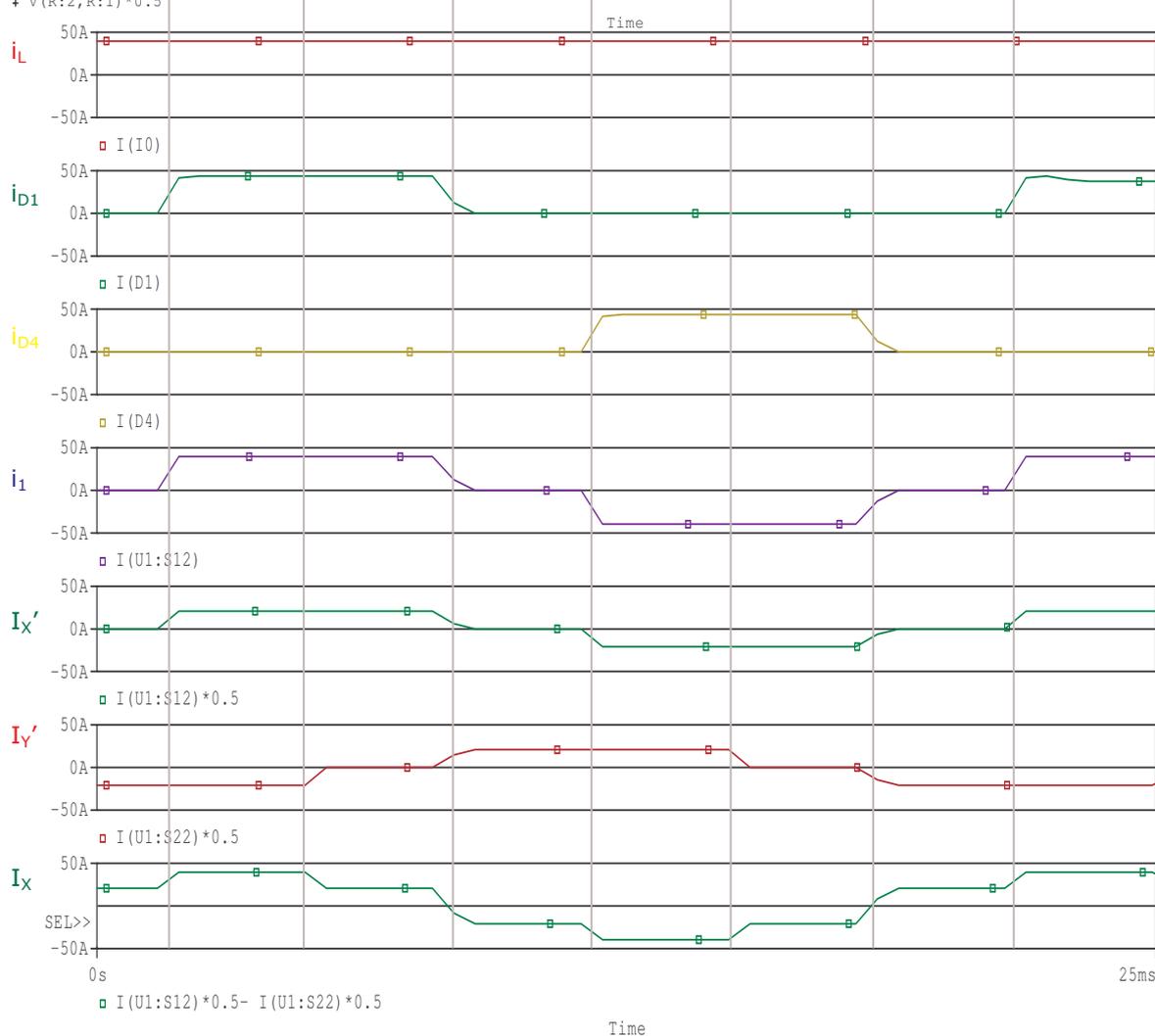
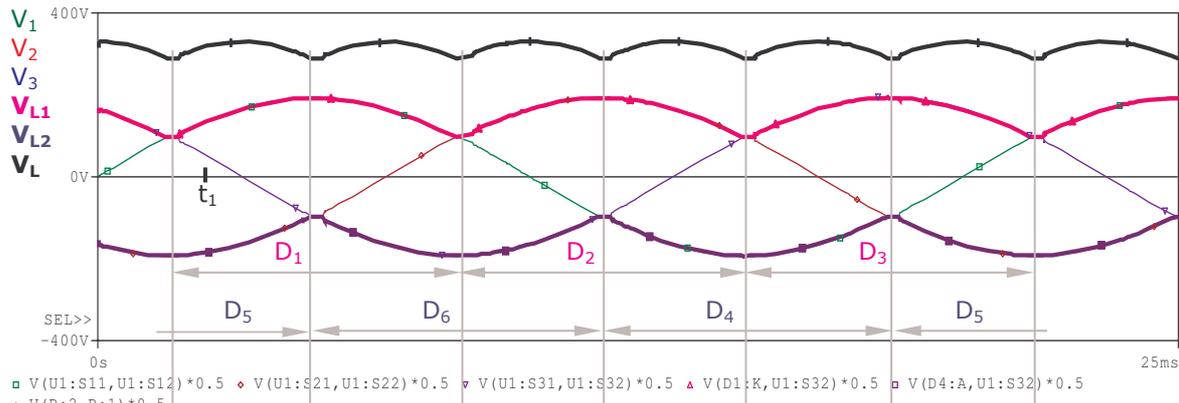
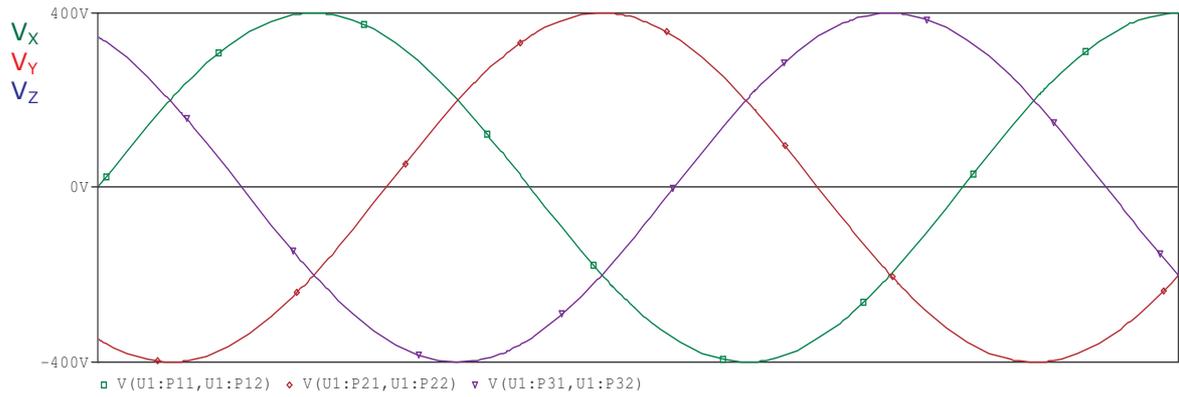
I_X, I_Y e I_Z ≡ Corrientes inyectadas en la red.

En el instante $t = t_1 \Rightarrow$ conduce D_1 y D_5 :



En el transformador la compensación de amperios vuelta se realiza a nivel de columna y las corrientes del primario y secundario tienen la misma forma.

- Corriente por el secundario del transformador: $i_1 = i_{D1} - i_{D4} = I_0$
- Corriente por el primario del transformador: $I_{X'} = \frac{N_2}{N_1} \cdot i_1$
- Corriente inyectada en la red: $I_X = I_{X'} - I_{Y'}$



Las corrientes por el primario y el secundario del transformador tienen la misma forma.

En el primario del transformador:

- Potencia aparente del primario del transformador

$$\left. \begin{aligned} V_{Xef} &= \frac{V_{X0}}{\sqrt{2}} \\ I_{X'ef} &= \sqrt{\frac{1}{\pi} \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} I_X'(wt)^2 dt} \end{aligned} \right\} S_1 = 3 \cdot V_{Xef} \cdot I_{X'ef}$$

- Potencia activa del primario del transformador

$$P_1 = q_1 \cdot P_X = \frac{3}{\pi} \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} I_X'(wt) \cdot V_{X0} \cdot \text{sen}wt dt$$

- Factor de utilización del primario

$$f.u.prim = \frac{P_1}{S_1}$$

2.2.7. Caídas de tensión internas del rectificador

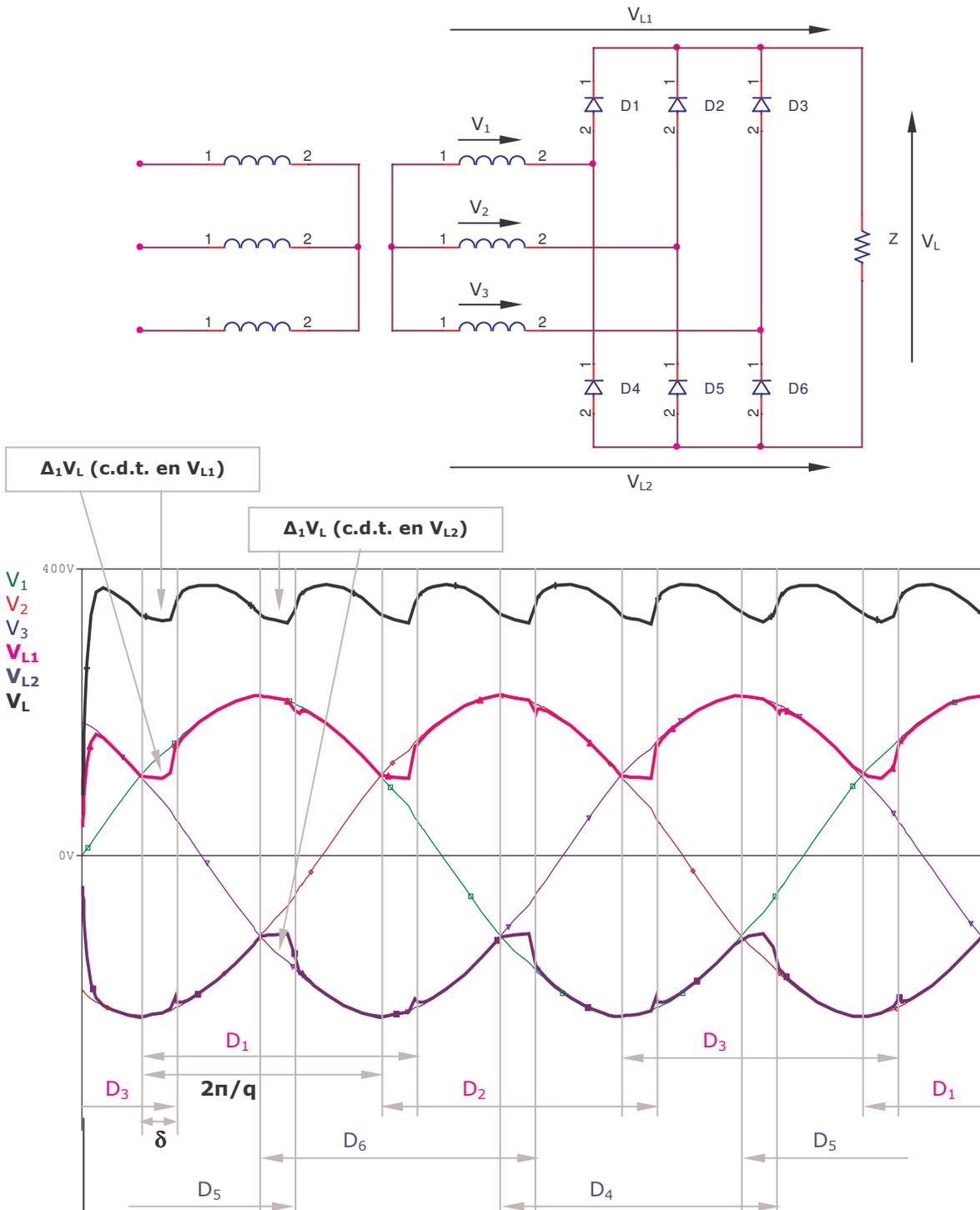
Equivale a realizar el estudio real del rectificador.

Se calculará cada caída de tensión de forma independiente, sin tener en cuenta los fenómenos originados por las otras c.d.t.

2.2.7.1. C.D.T. por recubrimiento de fases ($\Delta_1 V_L$)

La c.d.t. por recubrimiento de fases ($\Delta_1 V_L$) es debida a la autoinducción que presentan los bobinados del transformador.

- $\Delta_1 V_L$ y ángulo de recubrimiento de fases (δ) si $q=3$:



Rectificador de conmutación paralela doble \Rightarrow En $2\pi/q$ se produce c.d.t. en V_{L1} y V_{L2} , por lo tanto la c.d.t. por recubrimiento de fases ($\Delta_1 V_L$) es el doble que en un rectificador de conmutación paralela de media onda: $\Delta_1 V_{LPD} = 2 \cdot \Delta_1 V_{LP}$

Valor medio de la c.d.t. por recubrimiento de fases ($\Delta_1 V_L$):

$$\Delta_1 V_L = \frac{q}{\pi} \cdot L \cdot \omega \cdot I_0$$

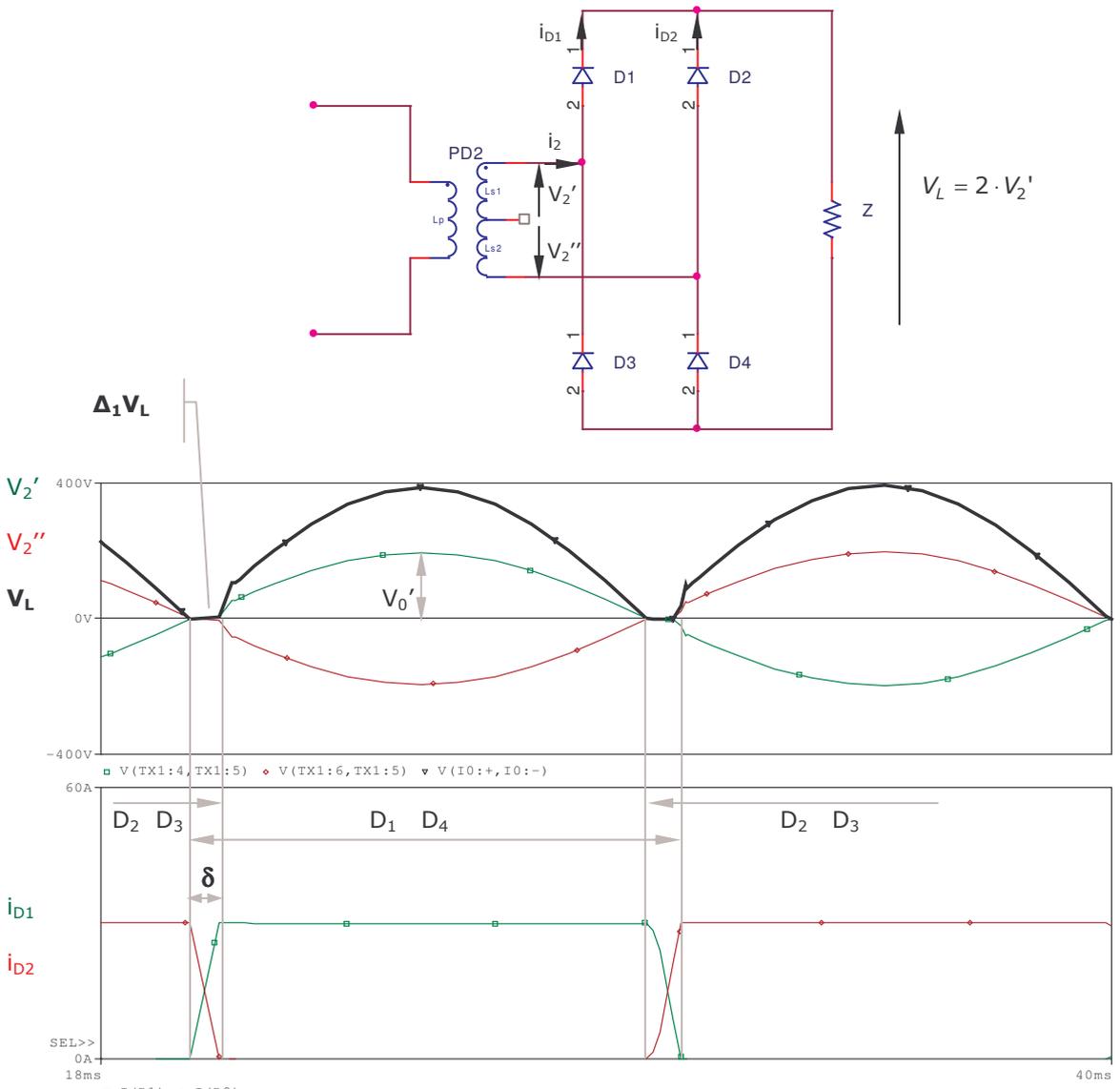
Ángulo de recubrimiento de fases (δ):

$$1 - \cos \delta = \frac{L\omega \cdot I_0}{V_0 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q}} \Rightarrow \text{Se deduce el ángulo de recubrimiento de fases } (\delta).$$

El ángulo de recubrimiento de fases (δ) es el mismo que en un rectificador de conmutación paralela de media onda: $\delta_{PD} = \delta_P$

Las dos ecuaciones anteriores son aplicables para cualquier valor de q , excepto para $q \neq 2$ y si no hay más de dos diodos del mismo conmutador en conducción simultánea.

▪ **$\Delta_1 V_L$ y ángulo de recubrimiento de fases (δ) si $q=2$:**



Ángulo de recubrimiento de fases (δ):

Inicia la conmutación:

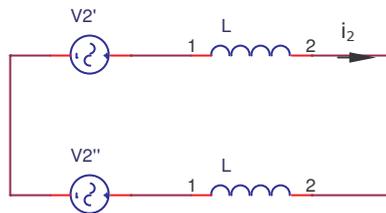
$$wt = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} i_{D1} = 0 \\ i_{D2} = I_0 \\ i_2 = -I_0 \end{array} \right.$$

Finaliza la conmutación:

$$wt = \delta \quad \left\{ \begin{array}{l} i_{D1} = I_0 \\ i_{D2} = 0 \\ i_2 = +I_0 \end{array} \right.$$

Es decir, en la conmutación, i_2 pasa de $-I_0$ a I_0 , y como conducen los cuatro diodos a la vez, el secundario del transformador está en cortocircuito.

Por tanto en la conmutación el circuito equivalente del secundario del transformador es :



$$2 \cdot V_2' = 2 \cdot L \cdot \frac{di_2}{dt}$$

$$i_2 = -I_0 + \int_0^{wt} \frac{V_0'}{Lw} \cdot \text{sen } wt \, dwt = -I_0 + \frac{V_0'}{Lw} \cdot (1 - \cos wt)$$

El ángulo de recubrimiento de fases (δ) se halla con la condición de que $i_2 = +I_0$, para $wt = \delta$.

$$wt = \delta \Rightarrow i_2 = I_0 = -I_0 + \frac{V_0'}{Lw} \cdot (1 - \cos \delta) \Rightarrow \boxed{1 - \cos \delta = \frac{2 \cdot Lw \cdot I_0}{V_0'}} \Rightarrow \text{Se deduce } \delta.$$

Valor medio de la c.d.t. por recubrimiento de fases ($\Delta_1 V_L$):

$$\Delta_1 V_L = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^\delta 2 \cdot V_0' \cdot \text{sen } wt \, dwt \Rightarrow \boxed{\Delta_1 V_L = \frac{4}{\pi} \cdot L \cdot w \cdot I_0}$$

2.2.7.2. C.D.T. por efecto Joule (Δ_2V_L)

La c.d.t. por efecto Joule (Δ_2V_L) es debida a la resistencia óhmica que presentan la red de alimentación y los bobinados primarios y secundarios del transformador.

Δ_2V_L se deduce de la expresión de las pérdidas por efecto Joule:

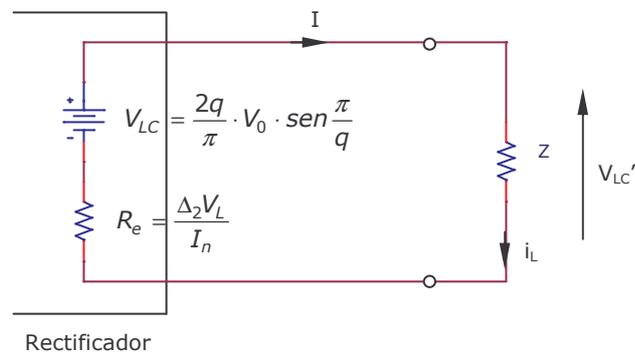
$$P_j = q \cdot r_s \cdot I_s^2 + q_1 \cdot r_p \cdot I_x'^2 + q_1 \cdot r_L \cdot I_x^2$$

q y $q_1 \equiv$ número de fases del secundario y primario.

r_s , r_p y $r_L \equiv$ resistencia secundaria, primaria del transformador y la de la red.

I_s , I_x' e $I_x \equiv$ valores eficaces de las corrientes; secundaria, primaria y la red.

Considerando que sólo se produce Δ_2V_L y sin tener en cuenta los fenómenos originados por las otras c.d.t.:



La resistencia equivalente (R_e) es una resistencia que recorrida por la corriente de la carga (I), produce una pérdida de potencia por efecto Joule (P_j) igual a la suma de las que se producen en el circuito real del rectificador.

$$\Delta_2V_L = R_e \cdot I = \frac{P_j}{I} = \frac{1}{I} \cdot [q \cdot r_s \cdot I_s^2 + q_1 \cdot r_p \cdot I_x'^2 + q_1 \cdot r_L \cdot I_x^2]$$

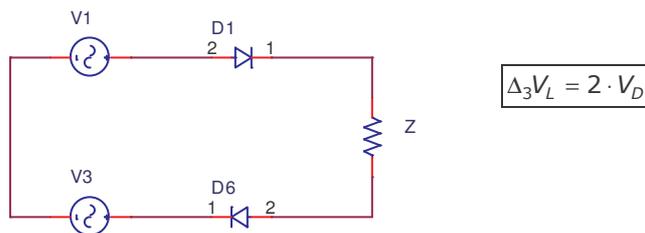
Los valores I_s , I_x' e I_x dependen del conexionado de los bobinados primarios y secundarios del transformador.

2.2.7.3. C.D.T. en los diodos (Δ_3V_L)

Δ_3V_L recoge la c.d.t. en los diodos.

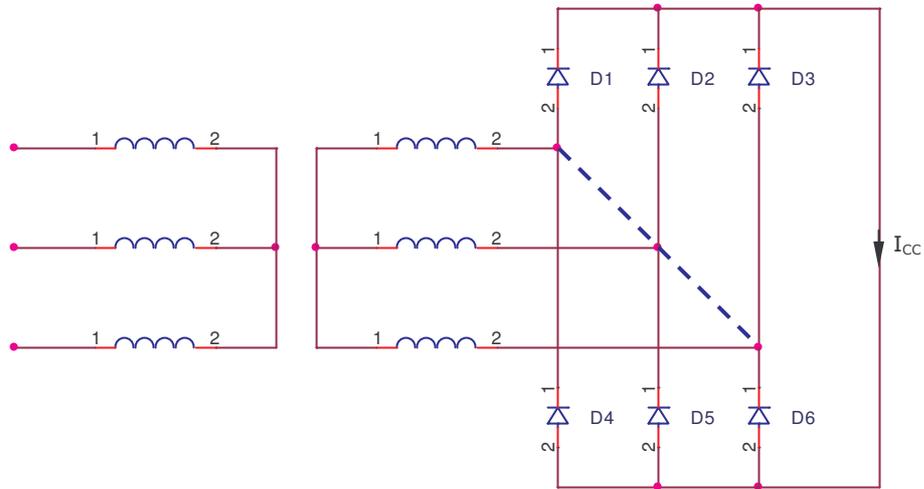
En cada instante conducen dos diodos al ser un rectificador de conmutación paralela de doble onda.

Circuito equivalente cuando conduce D_1 y D_6 :



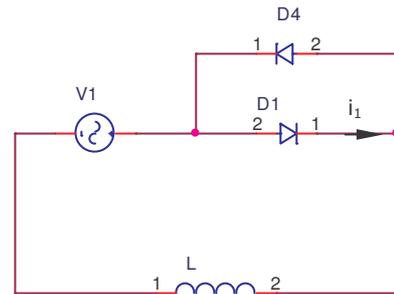
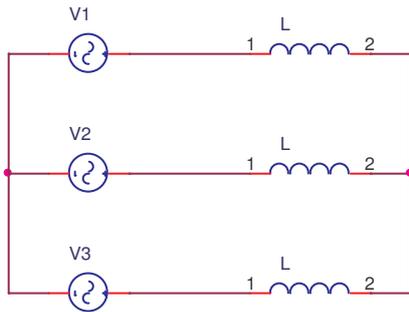
2.2.8. Funcionamiento en cortocircuito

Debido al cortocircuito, la conducción de los diodos, hace que las bornas secundarias estén en cortocircuito como se indica en la figura



Se tiene un sistema equilibrado en estrella que alimenta una impedancia equilibrada en estrella

⇒ Para una fase se tiene el circuito:



La corriente que circula por cada bobinado secundario, en la situación de cortocircuito (i_1):

$$V_1 = V_0 \cdot \text{sen}wt = L \cdot \frac{di_1}{dt} \Rightarrow i_1 = -\frac{V_0}{L \cdot w} \cdot \text{cos}wt$$

Valor medio de la corriente por D_1 :

$$I_{DC1} = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} -\frac{V_0}{L \cdot w} \cdot \text{cos}wt \, dwt = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{V_0}{L \cdot w}$$

El valor medio de la corriente que circula por el cortocircuito es la suma de los valores medios de la corriente de los diodos de un o de los conmutadores. Por ejemplo la del conmutador a mas positivo:

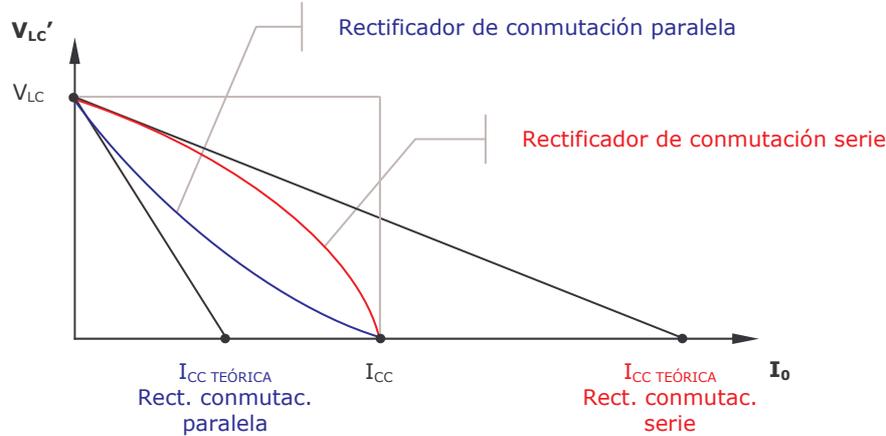
$$I_{CC} = i_{D1} + i_{D2} + i_{D3} \Rightarrow I_{CC} = \frac{q}{\pi} \cdot \frac{V_0}{L \cdot w}$$

La frecuencia de I_{CC} es q ó $2q$ veces la onda fundamental, según sea q par o impar.

2.2.9. Relación de cortocircuito (k_{CC})

La relación de cortocircuito (k_{CC}) permite analizar la calidad del rectificador en lo que se refiere a las c.d.t. que en él se producen.

Característica de salida del rectificador:



$I_{CC} \equiv$ Corriente real que circula cuando se produce el cortocircuito.

$I_{CC \text{ TEÓRICA}} \equiv$ Intersección con el eje de las x de la tangente trazada en el origen a la característica de salida del rectificador.

Relación de cortocircuito:
$$k_{CC} = \frac{I_{CC}}{I_{CC \text{ TEÓRICA}}}$$

$k_{CC} < 1 \Rightarrow$ Rectificador de conmutación serie.

$k_{CC} > 1 \Rightarrow$ Rectificador de conmutación paralela.

Interesa una relación de cortocircuito (k_{CC}) pequeña para acercarse más a la característica de salida del rectificador ideal, es decir menos c.d.t. tiene el rectificador.

Relación de cortocircuito (k_{CC}) para un rectificador de conmutación paralela doble con $q \neq 2$:

En el caso de rectificadores de conmutación paralela, sólo se va a considerar la c.d.t. por recubrimiento de fases ($\Delta_1 V_L$) al ser la de mayor valor, y se van a despreciar la c.d.t. por efecto Joule ($\Delta_2 V_L$) y la c.d.t. en los diodos ($\Delta_3 V_L$).

Al definir $I_{CC \text{ TEÓRICA}}$ trazando una tangente en el origen a la característica de salida del rectificador, equivale a considerar el primer tramo de la característica de salida del rectificador que es cuando conducen 1 ó 2 diodos simultáneamente $\Rightarrow \Delta_1 V_L = \frac{q}{\pi} \cdot L \cdot w \cdot I_o$.

Tensión entregada a la carga:

$$V_{LC}' = V_{LC} - \Delta_1 V_L = \frac{2q}{\pi} \cdot V_0 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q} - \frac{q}{\pi} \cdot L \cdot w \cdot I_o$$

En cortocircuito:

$$0 = \frac{2q}{\pi} \cdot V_0 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q} - \frac{q}{\pi} \cdot L \cdot w \cdot I_{CC \text{ TEÓRICA}} \Rightarrow I_{CC \text{ TEÓRICA}} = 2 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q} \cdot \frac{V_0}{L \cdot w}$$

Corriente de cortocircuito: $I_{CC} = \frac{q}{\pi} \cdot \frac{V_0}{L \cdot W}$

Relación de cortocircuito:

$$k_{CC} = \frac{I_{CC}}{I_{CC \text{ TEÓRICA}}} = \frac{\frac{q}{\pi} \cdot \frac{V_0}{L \cdot W}}{2 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q} \cdot \frac{V_0}{L \cdot W}} \Rightarrow \boxed{k_{CC} = \frac{q}{2\pi \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q}}}$$

El rectificador de conmutación paralela doble presenta una relación de cortocircuito (k_{CC}) mejor que un rectificador de conmutación paralela de media onda, ya que es n veces menor.

$$\boxed{k_{CCPD} < k_{CCP}}$$

Relación de cortocircuito (k_{CC}) para un rectificador de conmutación paralela doble con $q = 2$:

Tensión entregada a la carga:

$$V_{LC}' = V_{LC} - \Delta_1 V_L = \frac{4}{\pi} \cdot V_0 - \frac{4}{\pi} \cdot L \cdot W \cdot I_0$$

En cortocircuito:

$$0 = \frac{4}{\pi} \cdot V_0 - \frac{4}{\pi} \cdot L \cdot W \cdot I_{CC \text{ TEÓRICA}} \Rightarrow I_{CC \text{ TEÓRICA}} = \frac{V_0}{L \cdot W}$$

Corriente de cortocircuito: $I_{CC} = \frac{q}{\pi} \cdot \frac{V_0}{L \cdot W}$

Relación de cortocircuito:

$$k_{CC} = \frac{I_{CC}}{I_{CC \text{ TEÓRICA}}} = \frac{\frac{q}{\pi} \cdot \frac{V_0}{L \cdot W}}{\frac{V_0}{L \cdot W}} \Rightarrow \boxed{k_{CC} = \frac{2}{\pi}}$$

En el montaje PD2 $k_{CC} \approx 1$.

2.3. RECTIFICADOR DE CONMUTACIÓN SERIE

Este rectificador se caracteriza porque los bobinados del secundario del transformador se conectan en triángulo.

La tensión de salida (V_L) en cada instante es la suma de las tensiones secundarias positivas, en ese instante.

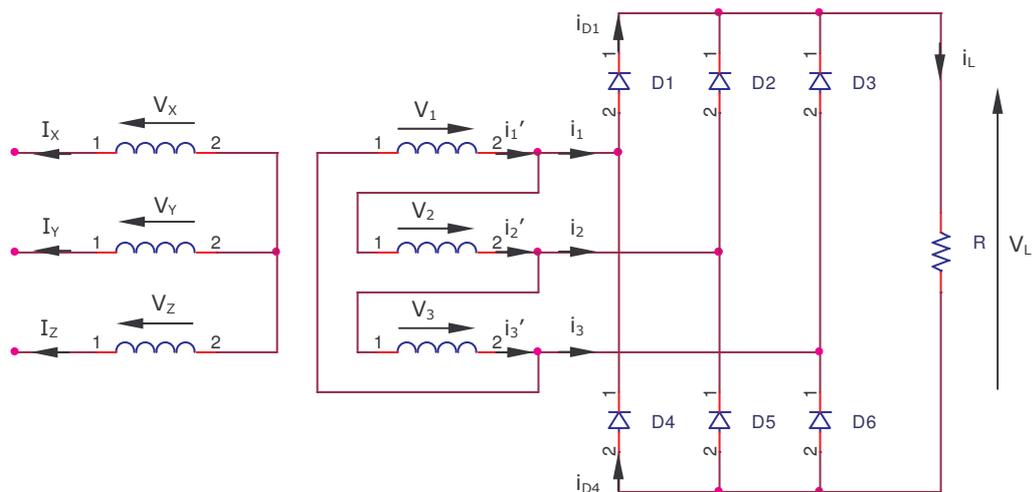
Conducen en cada instante dos diodos; el diodo cuya fase se hizo positiva en último lugar y el diodo cuya fase se hizo negativa en último lugar.

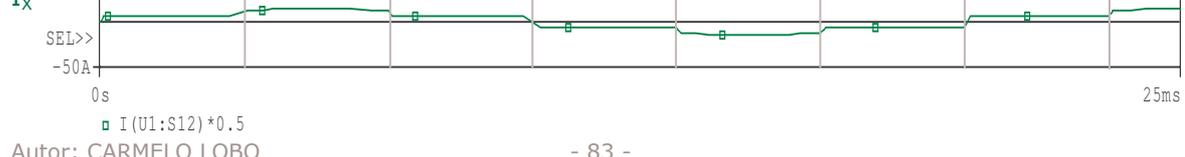
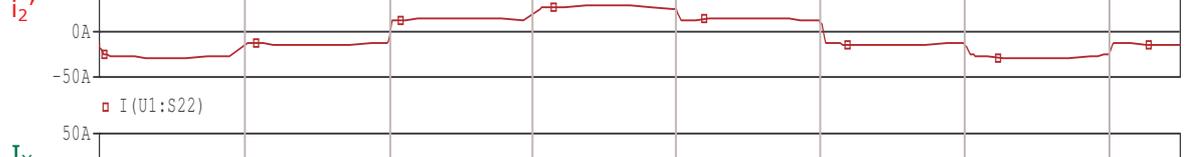
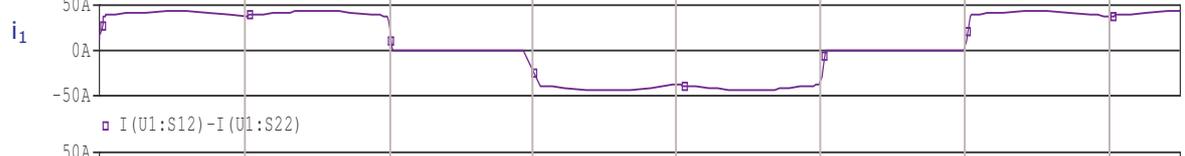
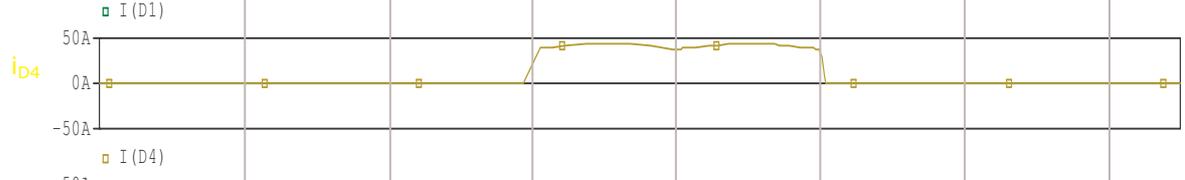
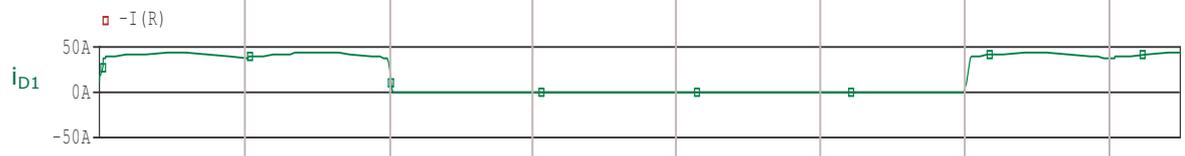
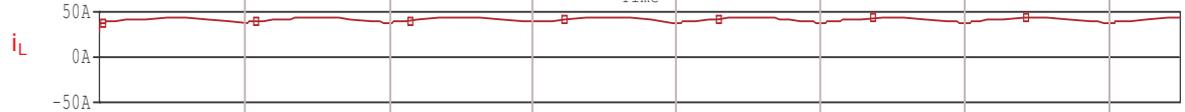
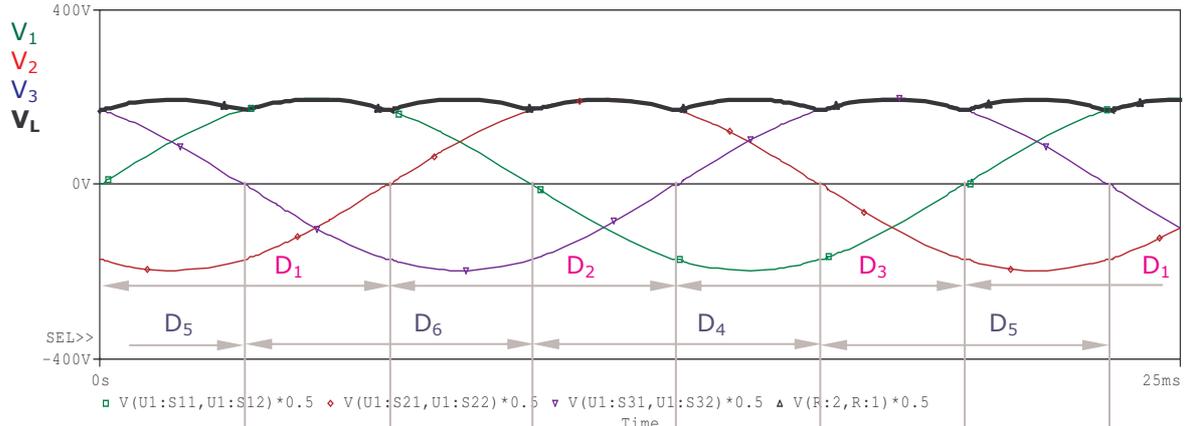
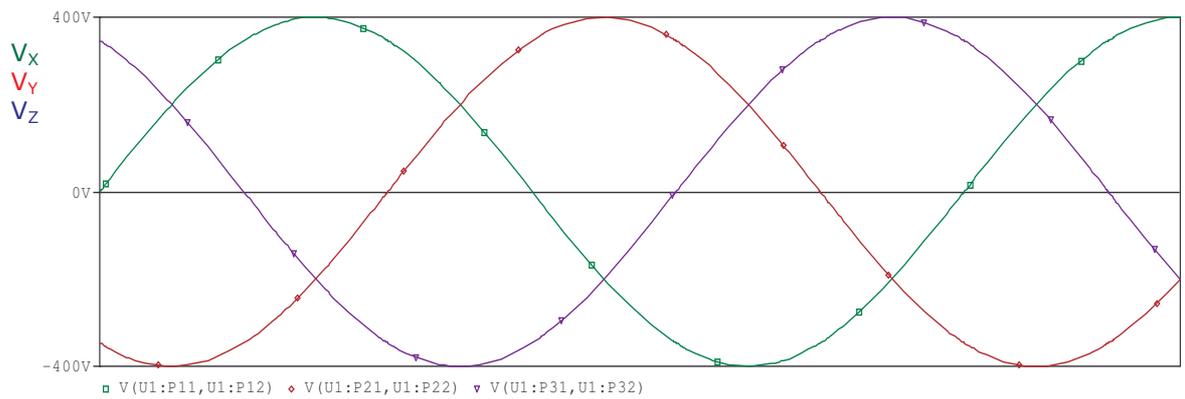
Cada diodo conduce durante un ángulo $2\pi/q$, cerrándose siempre la corriente a través de dos diodos.

Por los devanados del secundario circula corriente de forma continua repartiéndose por dos caminos, uno formado por los devanados positivos y otro que va a los negativos.

Como la suma de las q tensiones es nula, no hay corriente de circulación por los bobinados secundarios.

Circuito de un rectificador trifásico de conmutación serie con carga óhmica pura:





2.4. RECTIFICADORES ACOPLADOS EN PARALELO

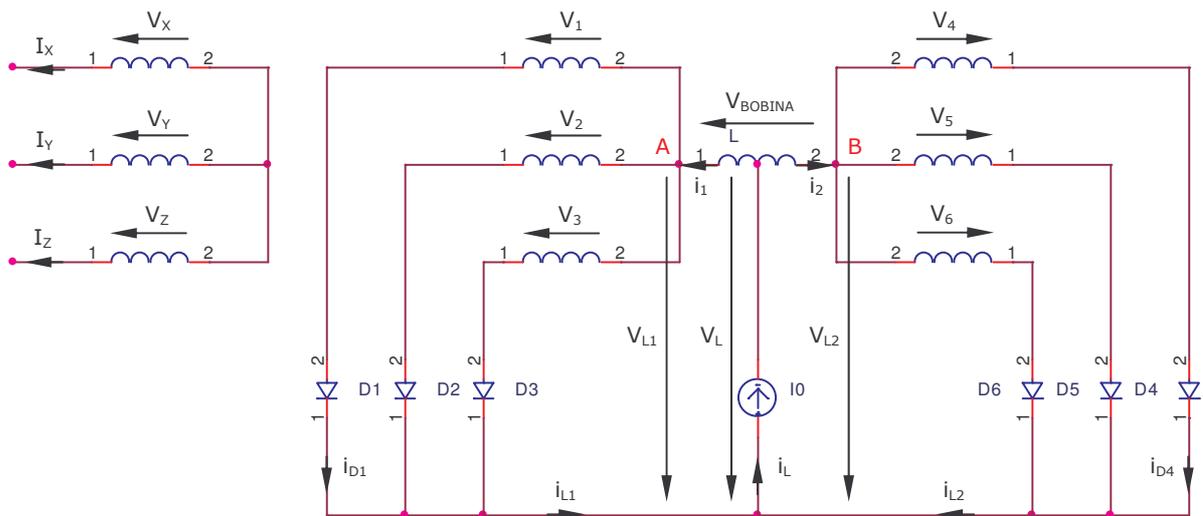
Es necesario que en vacío ambos suministren la misma tensión media, y que las c.d.t. en ambos sean iguales.

Razones que aconsejan utilizar rectificadores acoplados en paralelo:

- Obtener en la carga una tensión con un rizado menor que el entregado por un solo de los rectificadores.
- El f.u.sec. es mejor que el de un rectificador que entrega a la carga una tensión con un factor de rizado igual al que se obtiene acoplando en paralelo los rectificadores.
- Proporcionar a la carga una corriente superior a la máxima que puede suministrar un solo rectificador.

Ej: Al acoplar 2 rectificadores trifásicos en paralelo mediante bobina de absorción, se obtiene en la carga una tensión con factor de rizado, el correspondiente a un rectificador hexafásico, mientras que el f.u.sec. es, el correspondiente a un rectificador trifásico.

Circuito de dos rectificadores trifásicos de conmutación paralela acoplados en paralelo con bobina de absorción y carga fuente de corriente constante:



Los dos rectificadores suministran las mismas tensiones medias pero sus valores instantáneos no coinciden. Las tensiones de salida están desfasadas con objeto de disminuir el factor de rizado.

$$V_{LC1} = V_{LC2}$$

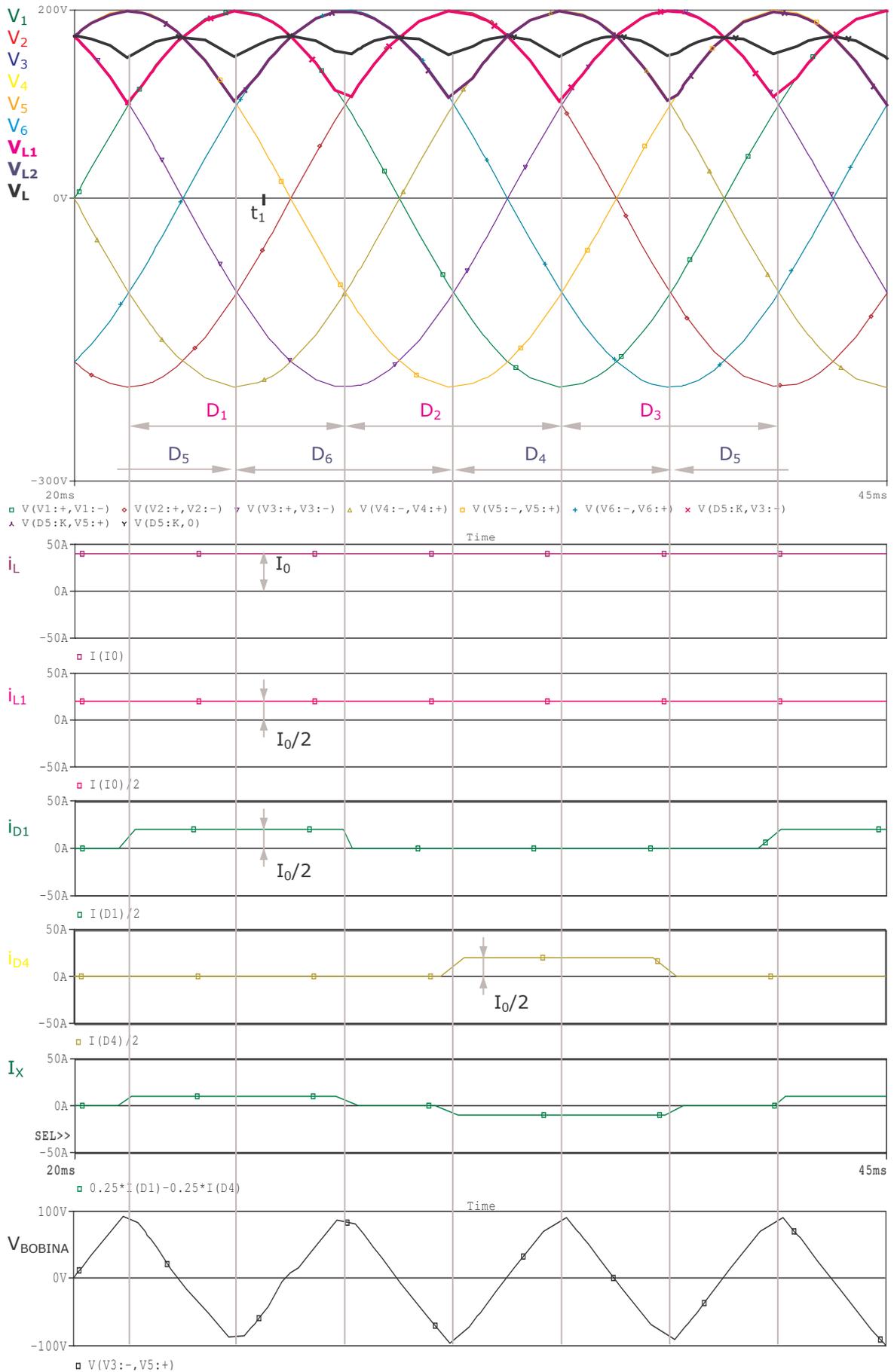
$$V_{LC1} \neq V_{LC2}$$

La diferencia entre V_{L2} y V_{L1} es absorbida por la bobina de absorción (bobina limitadora de corriente de circulación) \Rightarrow Los puntos **A** y **B** tienen distinto potencial \Rightarrow Son dos sistemas trifásicos independientes en vez de un sistema hexafásico \Rightarrow Cada diodo conduce durante un ángulo $2\pi/3$.

$$V_{BOBINA} = V_{L2} - V_{L1}$$

(La tensión en la bobina es aproximadamente triangular)

Si el circuito entrega una corriente I_0 , cada rectificador da una corriente $I_0/2$.



Condición: Las impedancias de los dos rectificadores tienen que ser iguales para que la distribución de corriente sea uniforme.

Valor de la tensión entregada a la carga:

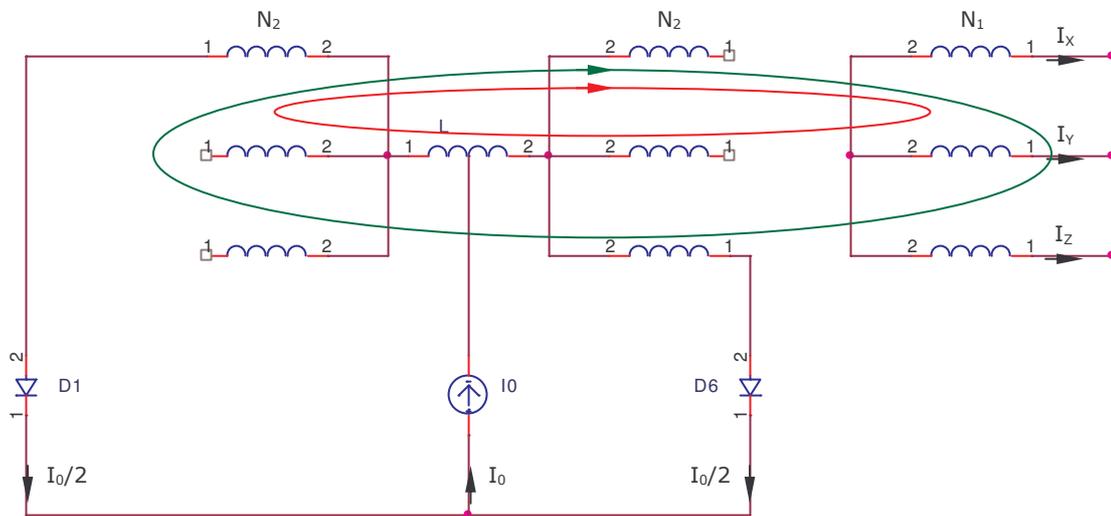
$$V_L = V_{L1} + \frac{V_{BOBINA}}{2} = V_{L1} + \frac{V_{L2} - V_{L1}}{2} \Rightarrow \boxed{V_L = \frac{V_{L1} + V_{L2}}{2}}$$

La frecuencia de esta tensión es seis veces la de la red, mientras que la tensión en la bobina de absorción es tres veces la de la red.

Valor medio de la tensión entregada a la carga:

$$V_{LC} = \frac{V_{LC1} + V_{LC2}}{2} \Rightarrow \boxed{V_{LC} = \frac{q}{\pi} \cdot V_0 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q}}$$

En el instante $t = t_1 \Rightarrow$ conduce D_1 y D_6 :



1ª Ley de Kirchoff: $I_X + I_Y + I_Z = 0$ (ec. 1)

Ec. circuito magnético: $\sum F = \sum N \cdot I = \sum R \cdot \phi \approx 0$ (en un transformador la reluctancia ≈ 0)

Se plantean otras dos ecuaciones utilizando dos mallas:

Convenio: Cuando se recorre la malla en el sentido fijado y se encuentra la punta de la flecha de la corriente \Rightarrow f.m.m. positiva; en caso contrario \Rightarrow f.m.m. negativa.

Malla 1: $N_2 \cdot \frac{I_0}{2} - N_1 \cdot I_X + N_1 \cdot I_Y = 0$ (ec. 2)

Malla 2: $N_2 \cdot \frac{I_0}{2} - N_1 \cdot I_X + N_1 \cdot I_Z + N_2 \cdot \frac{I_0}{2} = 0$ (ec. 3)

Resolviendo el sistema planteado por las ecuaciones 1, 2 y 3 se obtiene:

$$\boxed{I_X = \frac{N_2}{N_1} \cdot \frac{I_0}{2}} \quad \boxed{I_Y = 0} \quad \boxed{I_Z = -\frac{N_2}{N_1} \cdot \frac{I_0}{2}}$$

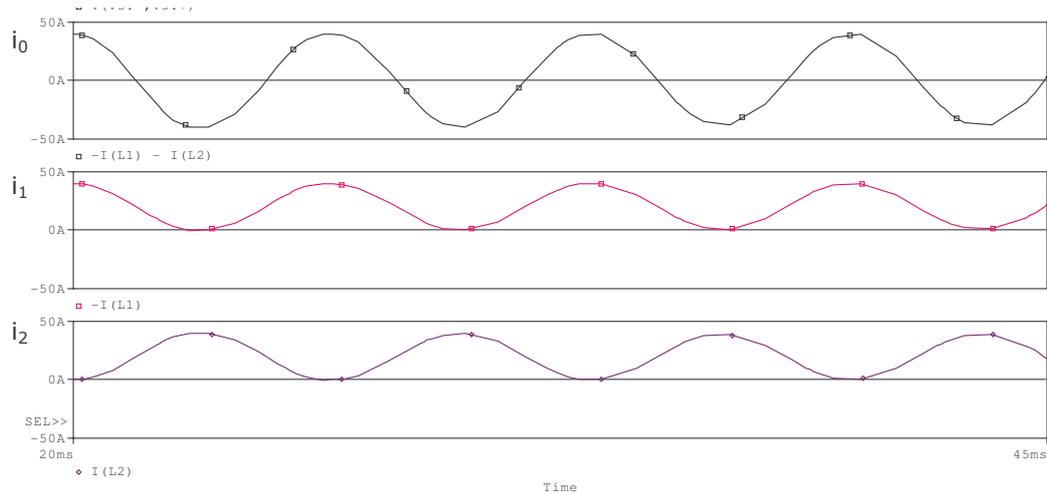
Las corrientes por el primario y el secundario del transformador tienen la misma forma.

Las caídas de tensión son las mismas que en un rectificador de conmutación paralela de media onda, considerando solo la c.d.t. por recubrimiento de fases ($\Delta_1 V_L$):

$$\text{En } 2\pi/q \Rightarrow \Delta_1 V_L = 2 \cdot \Delta_1 V_L' \Rightarrow \Delta_1 V_L = 2 \cdot \frac{q}{2\pi} \cdot L \cdot w \cdot \frac{I_0}{2} \Rightarrow \Delta_1 V_L = \frac{q}{2\pi} \cdot L \cdot w \cdot I_0$$

$\Delta_1 V_L'$: c.d.t. por recubrimiento de fases de un solo rectificador.

La corriente magnetizante (i_0) esta producida por la tensión V_{BOBINA} . Esta corriente se suma a la producida por un rectificador y se resta a la producida por el otro rectificador.



La corriente magnetizante es muy pequeña, por eso no se tiene en cuenta en los cálculos anteriores.

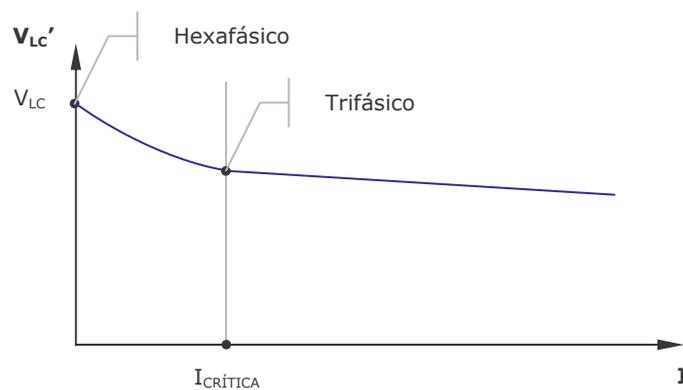
Las corrientes i_1 e i_2 son siempre positivas, ninguna de ellas puede ser negativa, ya que los diodos no pueden conducir en sentido contrario.

En los intervalos en que i_1 e i_2 fueran cero, $V_{BOBINA} = 0$, es como si la bobina de absorción no existiera.

$I_{CRÍTICA}$ es el valor mínimo de I_0 que permite conducir un ángulo $2\pi/3$ a cada diodo:

$$\frac{I_0}{2} \geq i_0 \Rightarrow I_{CRÍTICA} = 2 \cdot i_0$$

En vacío cada diodo conduce durante $2\pi/6$, comportándose el circuito como un rectificador hexafásico de conmutación paralela.



3. RECTIFICADORES CONTROLADOS

Permiten modificar el valor medio de la tensión continua entregada a la carga.

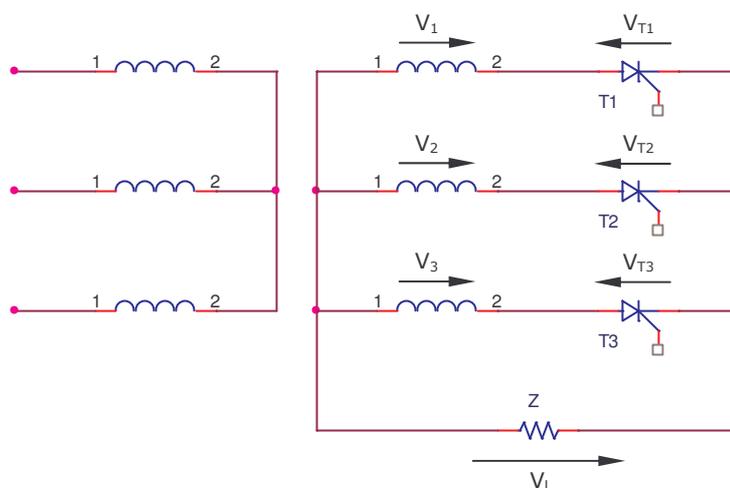
En un rectificador controlado la tensión entregada a la carga puede ser positiva o negativa y la corriente por la carga tiene un único sentido debido a los dispositivos semiconductores que son elementos unidireccionales.

Clasificación de los rectificadores controlados:

Clasificación rectificadores controlados			
Conexión del secundario del transformador	Tipos	Implementación del rectificador	
		Totalmente controlado (SCR's)	Semicontrolado (Diodos + SCR's)
Conmutación paralela (Conexión en Y)	Media Onda	✓	---
	Onda completa o Doble	✓	✓
Conmutación serie (Conexión en Δ)		✓	✓

3.1. RECTIFICADOR TOTALMENTE CONTROLADO DE CONMUTACIÓN PARALELA

Circuito de un rectificador trifásico totalmente controlado de conmutación paralela:

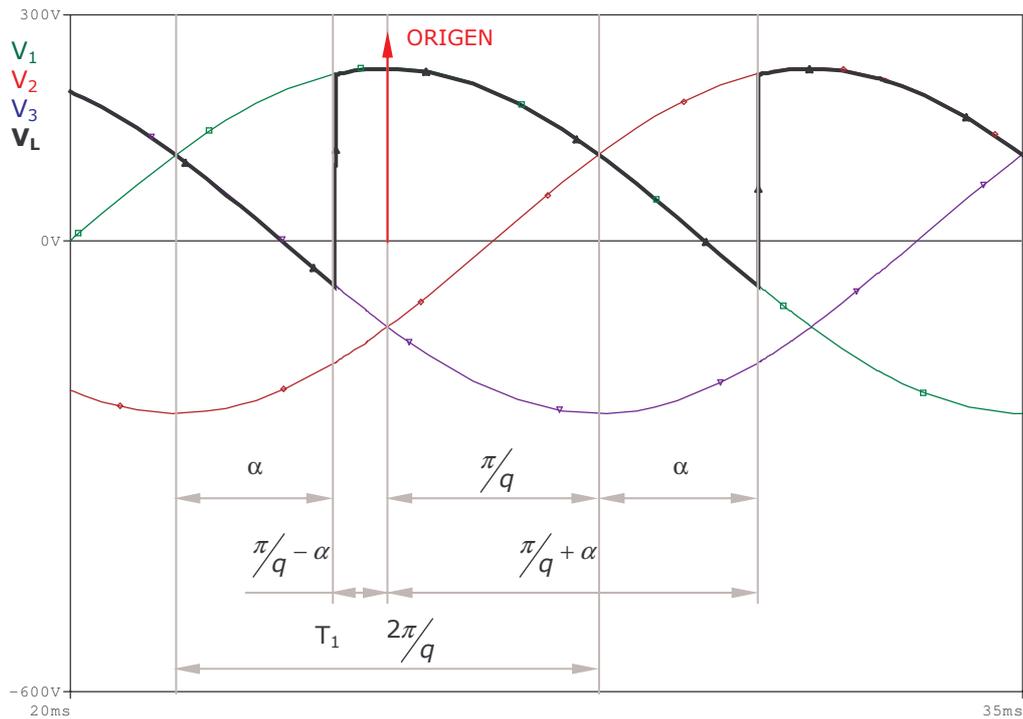


El SCR para hacerse conductor necesita que el ánodo (A) sea más positivo que el cátodo (K) (polaridad directa entre el A y el K) y se hace conductor en el instante que la puerta (G) reciba un impulso positivo respecto del cátodo.

El instante de referencia es el ángulo de conmutación natural (instante que se iniciaría la conducción si en vez de SCR's se tuvieran diodos).

Los SCR's se ceban con un ángulo α , denominado ángulo de encendido.

Valor medio de la tensión entregada a la carga:



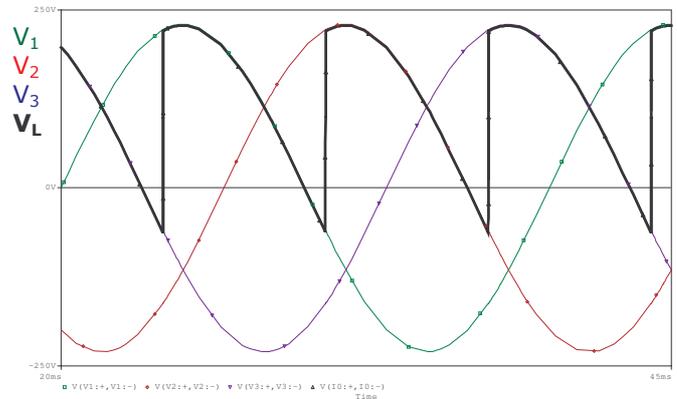
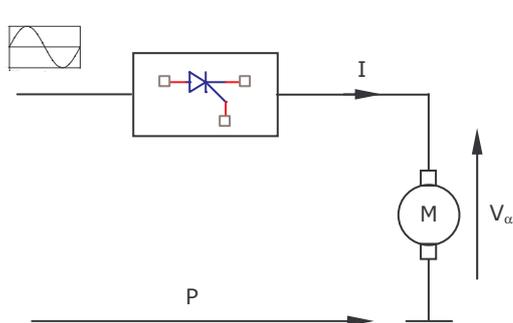
Si se considera el origen en la posición marcada en la gráfica superior:

$$V_{\alpha} = \frac{1}{\frac{2\pi}{q}} \cdot \int_{\frac{\pi}{q}-\alpha}^{\frac{\pi}{q}+\alpha} V_0 \cdot \cos \omega t \, d\omega t = \frac{q}{\pi} \cdot V_0 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q} \cdot \cos \alpha$$

$$V_{\alpha} = V_{LC} \cdot \cos \alpha$$

De la expresión obtenida se observa que si varía el ángulo de encendido (α), que puede tomar valores entre 0 y π , varía la tensión media entregada a la carga (V_{α}).

- Si $\alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow V_{\alpha} > 0 \Rightarrow P = V_{\alpha} \cdot I > 0$



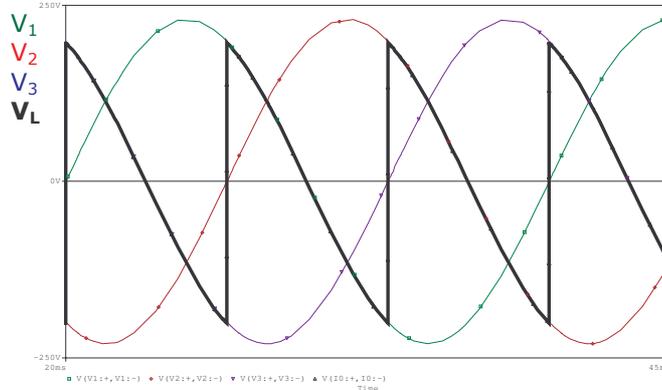
El área positiva de V_L es mayor que el área negativa $\Rightarrow V_{\alpha} > 0$.

El circuito se comporta como un **rectificador controlado**, toma energía de una red de C.A. y la entrega a una carga de C.C.

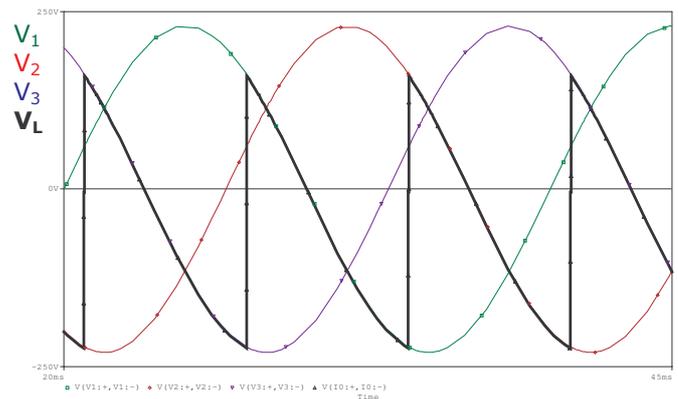
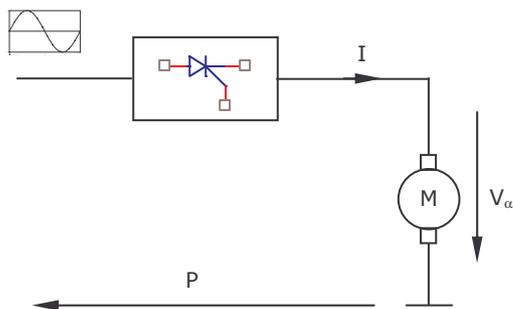
- Si $\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow V_{\alpha} = V_{LC} \cdot \cos \alpha = 0 \Rightarrow P = V_{\alpha} \cdot I = 0$

En este caso, solo se intercambia potencia reactiva (Q).

Las áreas positiva y negativa de V_L son iguales $\Rightarrow V_{\alpha} = 0$.



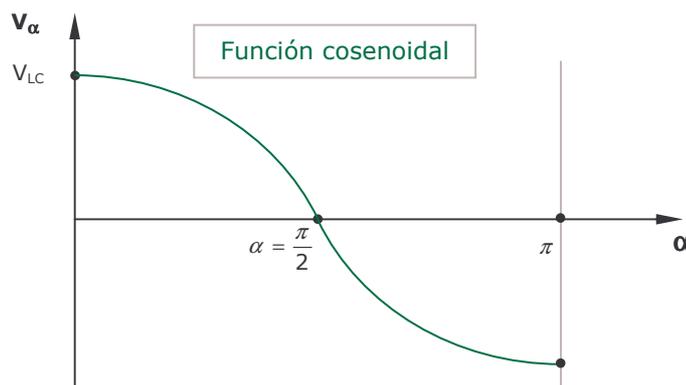
- Si $\alpha > \frac{\pi}{2} \Rightarrow V_{\alpha} < 0 \Rightarrow P = V_{\alpha} \cdot I < 0$



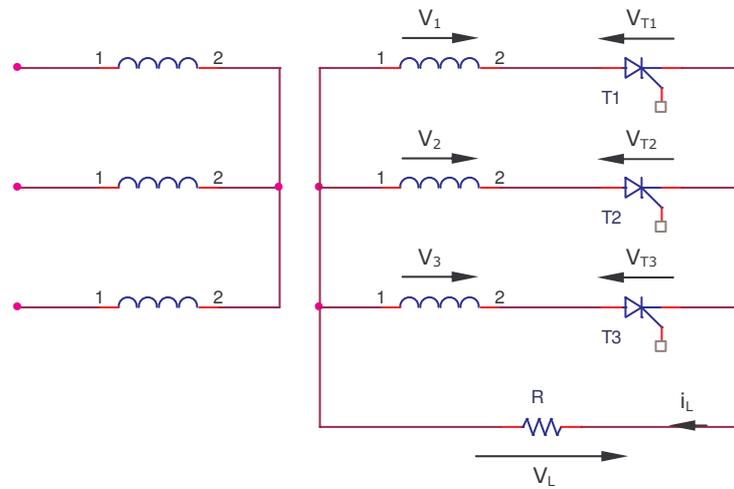
El área positiva de V_L es menor que el área negativa \Rightarrow El valor medio de la tensión es negativo, la corriente sigue circulando en el mismo sentido. La potencia es negativa, es decir, la carga suministra energía a la red \Rightarrow Frenados con recuperación de energía.

El circuito se comporta como un **ondulador no autónomo**, que se caracteriza porque no puede conmutar sólo, sino que necesita de la red para ello. El bloqueo de un SCR se produce con el encendido del siguiente.

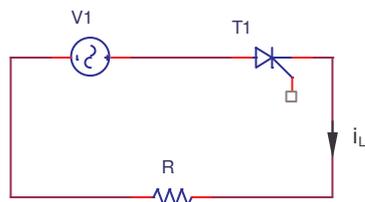
Gráfica $V_{\alpha} = f(\alpha)$ para cualquier q:



3.1.1.2. Carga óhmica pura



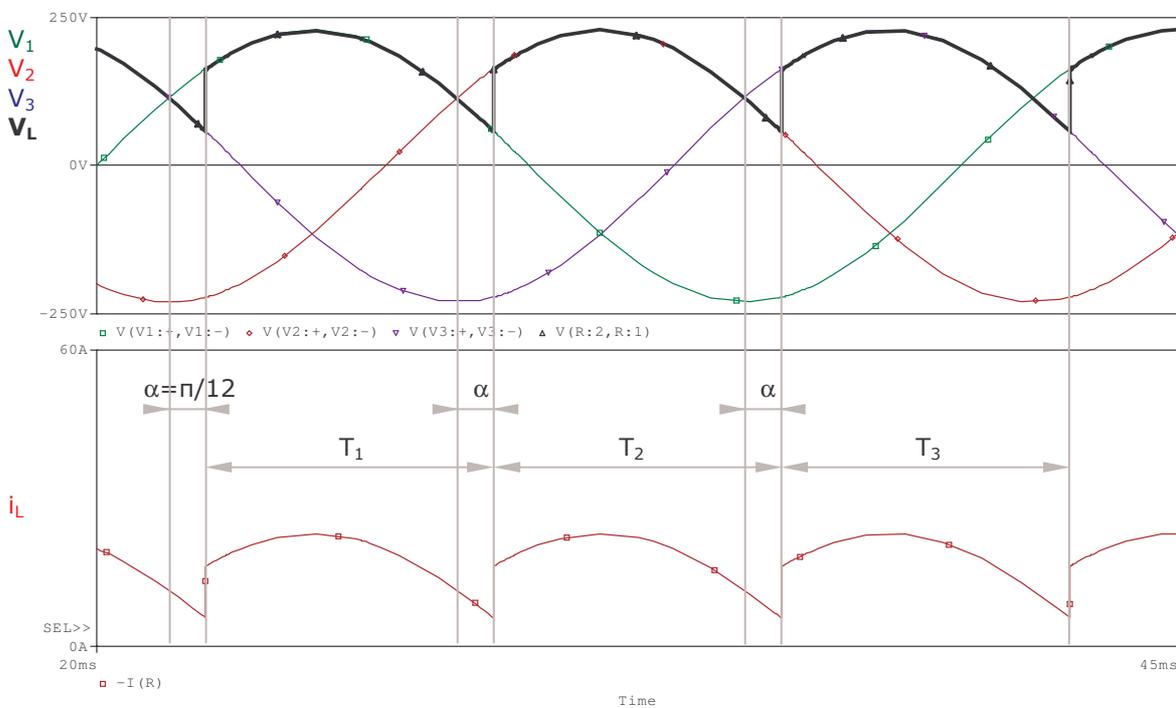
Circuito equivalente cuando conduce T₁:



Corriente en la carga:

$$i_L = \frac{V_1}{R} = \frac{V_0 \cdot \text{sen} \omega t}{R}$$

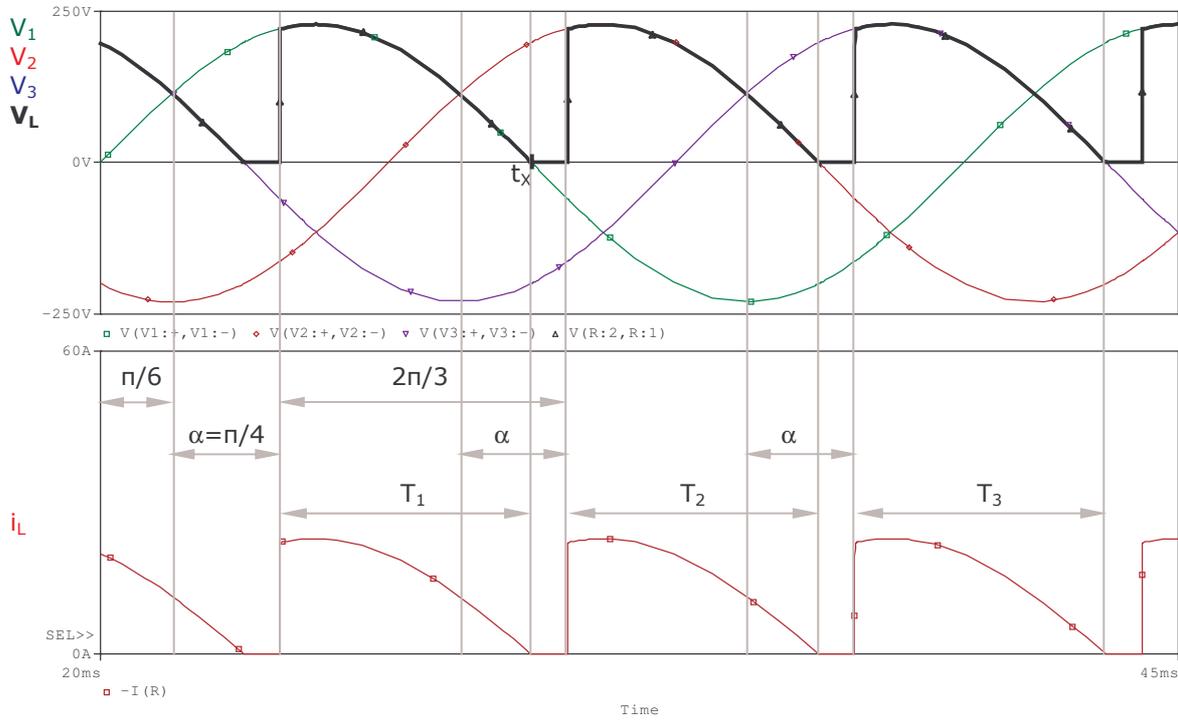
- Si $\alpha < \frac{\pi}{6}$



Cada SCR conduce hasta que se ceba el siguiente (ej: T₁ conduce hasta que se ceba T₂) ⇒
 $i_L > 0 \Rightarrow$ Régimen de conducción continuo (R.C.C.), si $\alpha < \frac{\pi}{6}$.

Valor medio de la tensión entregada a la carga: $V_\alpha = \frac{q}{\pi} \cdot V_0 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q} \cdot \cos \alpha$ (1)

- Si $\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{5\pi}{6}$



Cada SCR conduce hasta que su tensión ánodo-cátodo se hace negativa (ej: A partir de $t_x \Rightarrow V_1$ se hace negativo $\Rightarrow T_1$ se bloquea) \Rightarrow Régimen de conducción discontinuo (R.C.D.).

Valor medio de la tensión entregada a la carga:

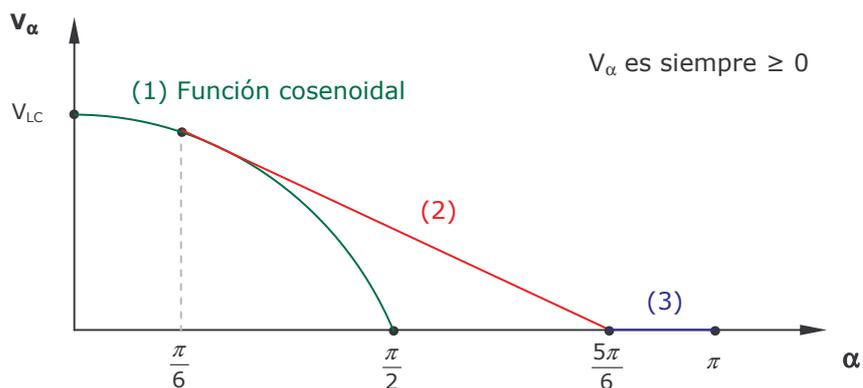
$$V_\alpha = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\pi} V_0 \cdot \text{sen} \omega t \, d\omega t \Rightarrow V_\alpha = \frac{3 \cdot V_0}{\pi} \cdot \left(1 + \cos \left(\frac{\pi}{6} + \alpha \right) \right) \quad (2)$$

- Si $\alpha > \frac{5\pi}{6}$

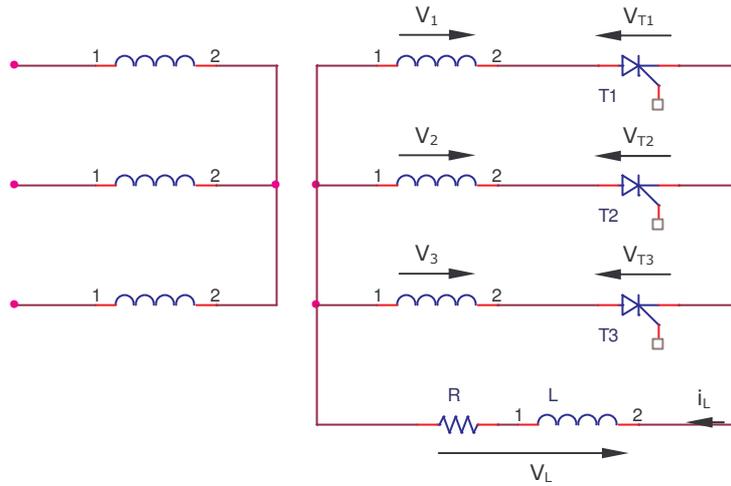
Los SCR no se ceban porque su tensión ánodo-cátodo es negativa (ej: T_1 no se ceba porque $V_1 < 0$).

Valor medio de la tensión entregada a la carga: $V_\alpha = 0$ (3)

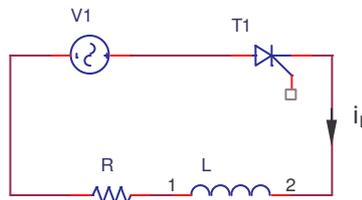
Gráfica $V_\alpha = f(\alpha)$ si $q=3$:



3.1.1.3. Carga RL



Circuito equivalente cuando conduce T₁:

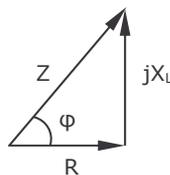
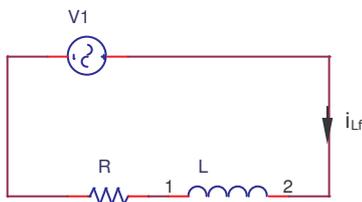


Corriente en la carga:

$$V_0 \cdot \text{sen} \omega t = R \cdot i_L + L \cdot \frac{di_L}{dt} \quad (\text{Ecuación diferencial lineal de primer grado})$$

$$\text{Solución ec. diferencial: } i_L = A \cdot e^{-\frac{R}{L\omega}(wt-\theta_1)} + i_{Lf} \quad (\theta_1 = \frac{\pi}{6} + \alpha)$$

Cálculo de i_{Lf} (solución en régimen permanente):



$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \quad (f = 50 \text{ Hz} \approx f \text{ red})$$

$$\left. \begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + X_L^2} \\ \varphi &= \text{arctg} \frac{X_L}{R} \end{aligned} \right\} \bar{Z} = Z(\varphi)$$

$$i_{Lf} = \frac{V_1}{Z} = \frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen}(wt - \varphi)$$

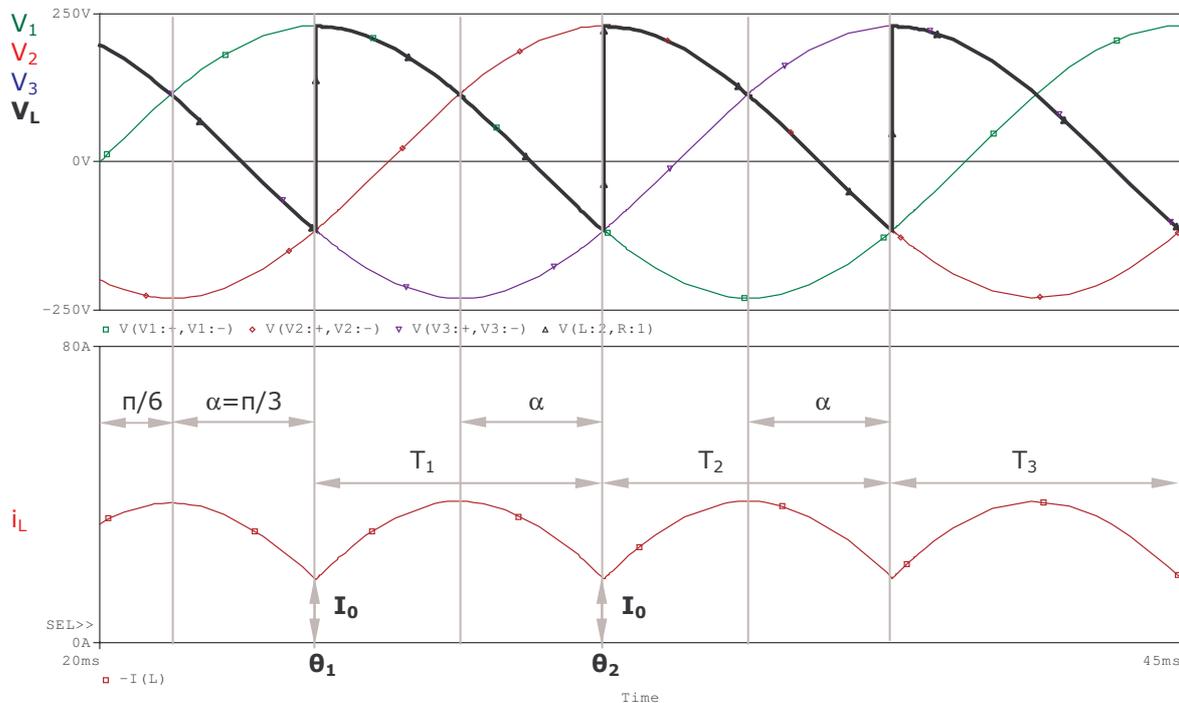
Corriente en la carga:

$$i_L = A \cdot e^{-\frac{R}{L\omega}(wt-\theta_1)} + \frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen}(wt - \varphi)$$

Cálculo de A: $\omega t = \theta_1 \Rightarrow$ Puede ocurrir:

- R.C.C. (Régimen de conducción continuo) \Rightarrow Suposición $\Rightarrow i_L = I_0$
- R.C.D. (Régimen de conducción discontinuo) \Rightarrow Suposición $\Rightarrow i_L = 0$

Suposición $\Rightarrow i_L = I_0$ (R.C.C.)



Cálculo de A $\Rightarrow \omega t = \theta_1 \Rightarrow i_L = I_0 \quad (\theta_1 = \frac{\pi}{6} + \alpha)$

$$I_0 = A + \frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen}(\theta_1 - \varphi) \Rightarrow A = I_0 - \frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen}(\theta_1 - \varphi)$$

Corriente en la carga:

$$i_L = \left(I_0 - \frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen}(\theta_1 - \varphi) \right) \cdot e^{-\frac{R}{L\omega}(wt - \theta_1)} + \frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen}(wt - \varphi)$$

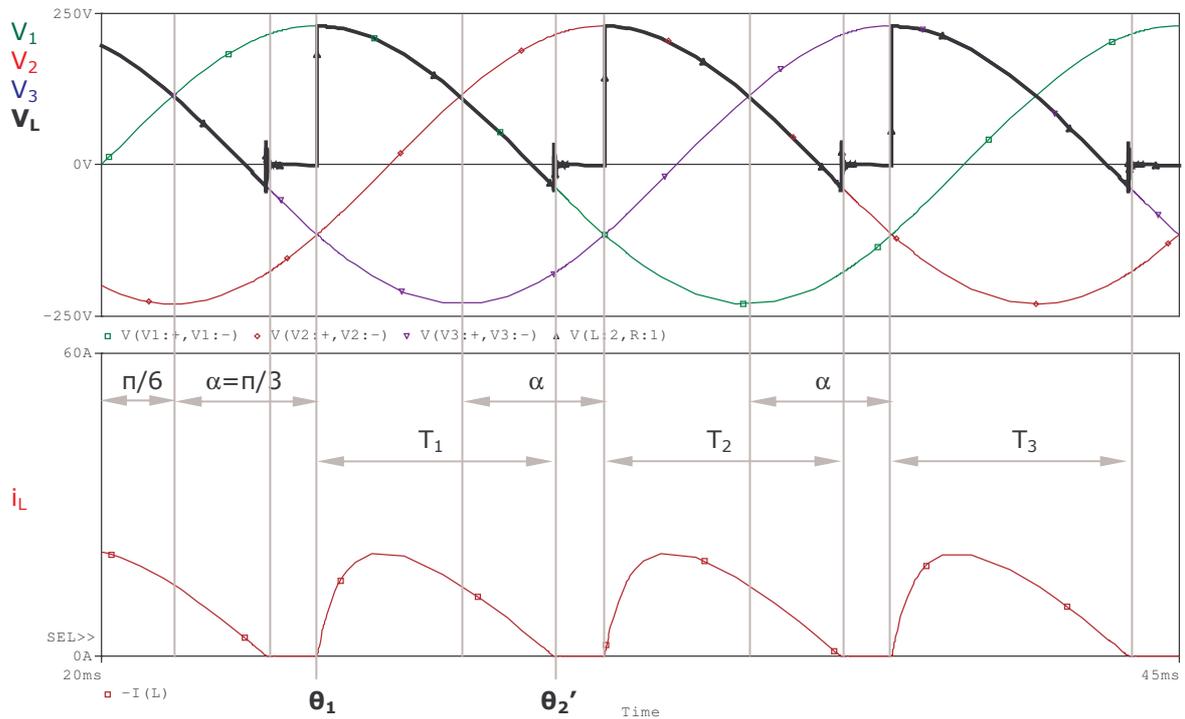
Cálculo de I_0 : $\omega t = \theta_2 \Rightarrow i_L = I_0 \quad (\theta_2 = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} + \alpha)$

$$I_0 = \left(I_0 - \frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen}(\theta_1 - \varphi) \right) \cdot e^{-\frac{R}{L\omega}(\theta_2 - \theta_1)} + \frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen}(\theta_2 - \varphi)$$

Comprobación de la suposición:

- $I_0 > 0 \Rightarrow$ Suposición correcta (R.C.C.)
- $I_0 < 0 \Rightarrow$ Suposición incorrecta (No es R.C.C., sino R.C.D.) \Rightarrow Hacer suposición R.C.D.

Suposición $\Rightarrow i_L = 0$ (R.C.D.)



Cálculo de A: $wt = \theta_1 \Rightarrow i_L = 0 \quad (\theta_1 = \frac{\pi}{6} + \alpha)$

$0 = A + \frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen}(\theta_1 - \varphi) \Rightarrow A = -\frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen}(\theta_1 - \varphi)$

Corriente en la carga:

$$i_L = \left(-\frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen}(\theta_1 - \varphi) \right) \cdot e^{-\frac{R}{Lw}(wt - \theta_1)} + \frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen}(wt - \varphi)$$

Calculo de θ_2' (ángulo donde se anula $i_L \Rightarrow$ se bloquea el SCR): $wt = \theta_2' \Rightarrow i_L = 0$

$$0 = \left(-\frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen}(\theta_1 - \varphi) \right) \cdot e^{-\frac{R}{Lw}(\theta_2' - \theta_1)} + \frac{V_0}{Z} \cdot \text{sen}(\theta_2' - \varphi) \Rightarrow \theta_2'$$

3.1.2. Factor de rizado

La calidad de la tensión entregada a la carga se determina por su factor de rizado y se define:

$$k = \frac{V_{Lm\acute{a}x} - V_{Lm\acute{i}n}}{2 \cdot V_{\alpha}}$$

$$\left. \begin{array}{l} V_{Lm\acute{a}x} = V_0 \quad \text{para } 0 < \alpha < \frac{\pi}{q} \\ V_{Lm\acute{a}x} = V_0 \cdot \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{q}\right) \quad \text{para } \frac{\pi}{q} < \alpha < \frac{\pi}{2} \\ V_{Lm\acute{i}n} = V_0 \cdot \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{q}\right) \quad \text{para } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \end{array} \right\} \text{ Valido para R.C.C.}$$

El factor de rizado es peor que en el caso de rectificadores sin controlar.

3.1.3. Armónicos

Como la función es par solo hay términos en cos.

Desarrollando por Fourier:

$$V_L(wt) = V_{\alpha} + \sum_{k=1}^{k=\infty} X_{kq} \cdot \cos(k \cdot q \cdot wt)$$

X_{kq} \equiv amplitud del armónico.
 $k \cdot q$ \equiv n^o de orden de armónico.
 q \equiv n^o de fases.
 k \equiv número natural (1, 2, 3, ..., ∞).

En un ciclo de la tensión de red, la onda rectificadora presenta q ciclos. Por eso en el desarrollo de Fourier el primer armónico que aparece en la carga tendrá una frecuencia q veces la de la red.

Para trifásicos $k=1$, el primer armónico es el tercero, el segundo armónico es el sexto,...

$$X_{kq} = \frac{2 \cdot V_{LC}}{(k \cdot q)^2 - 1} \cdot \sqrt{1 + (k \cdot q \cdot \operatorname{tg} \alpha)^2} \cdot \cos \alpha$$

La amplitud de los armónicos aumenta con α , siendo el valor máximo para $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

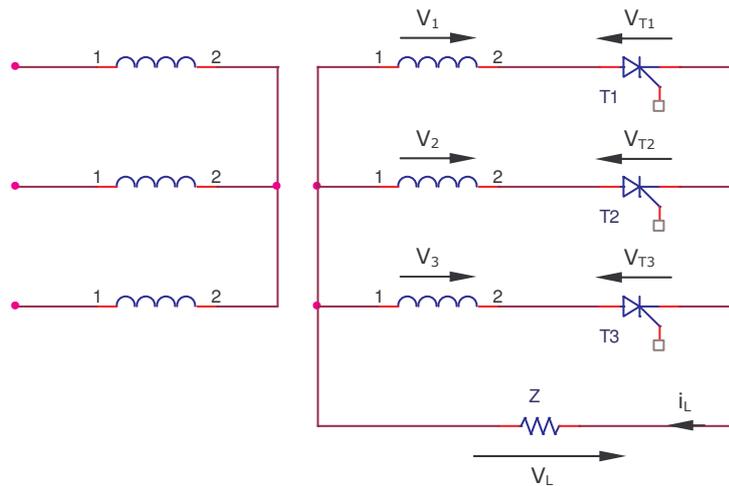
Interesa el valor máximo de cada armónico y se determina aplicando L'Hopital a la expresión anterior:

$$X_{kq \text{ máx}} = \frac{2 \cdot k \cdot q \cdot V_{LC}}{k^2 \cdot q^2 - 1}$$

A medida que aumenta la frecuencia del armónico, la amplitud de éste disminuye.

El primer armónico es el más problemático para su eliminación por ser el armónico de mayor amplitud y el más próximo a la componente deseada.

3.1.4. Tensión inversa en los SCR's



Los SCR's deben soportar tensiones de bloqueo directo y tensiones de bloqueo inverso, siendo ambas inferiores a las máximas que permite el SCR.

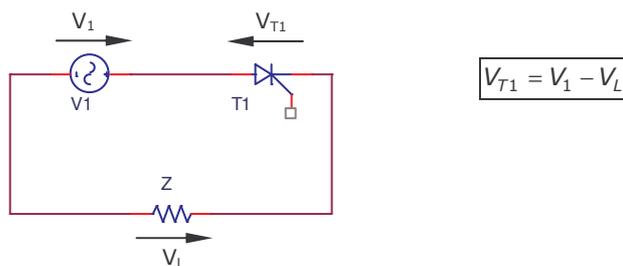
- Si SCR ON \Rightarrow Soporta $V_{AK} \approx 1,5 V \Rightarrow$ Se tiene en cuenta para calcular pérdidas en el SCR.
- Si SCR OFF \Rightarrow Soporta V_{IN} :
 - $V_{IN} > 0 \Rightarrow$ Bloqueo Directo.
 $V_{IN\ DTO.} < V_{BO(null)}$ para que el SCR no se ceba en instantes indeseados.
 - $V_{IN} < 0 \Rightarrow$ Bloqueo Inverso.
 $V_{IN\ INV.} > V_{(BR)R}$ para que el SCR no se destruya.

La tensión inversa máxima ($V_{INmáx}$) que aparece en los SCR's es la misma que para el mismo montaje sin controlar, con diodos.

- Si q es par: $V_{INmáx} = 2 \cdot V_0$
- Si q es impar: $V_{INmáx} = 2 \cdot V_0 \cdot \cos \frac{\pi}{2q}$

Para determinar la $V_{INmáx}$ se pueden usar los mismos métodos que en el caso de diodos: analítico, gráfico y vectorial.

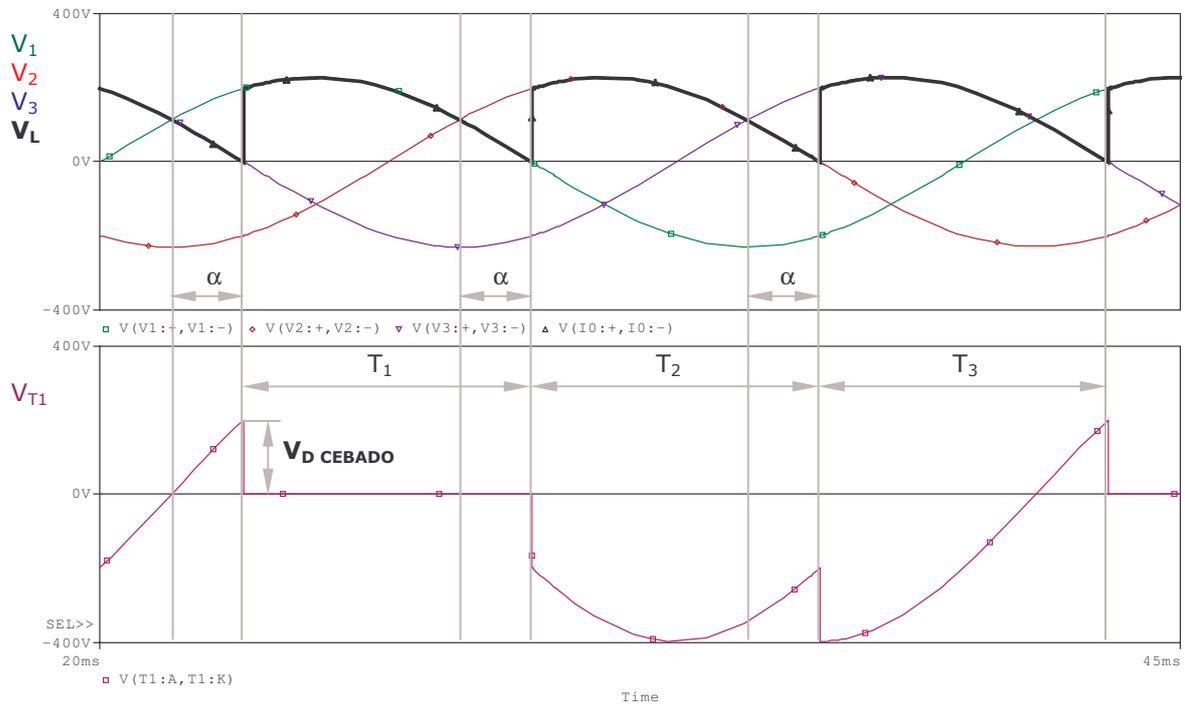
Cálculo de la tensión de bloqueo directo:



El SCR soporta tensión directa a partir del instante en que es posible cebarle.

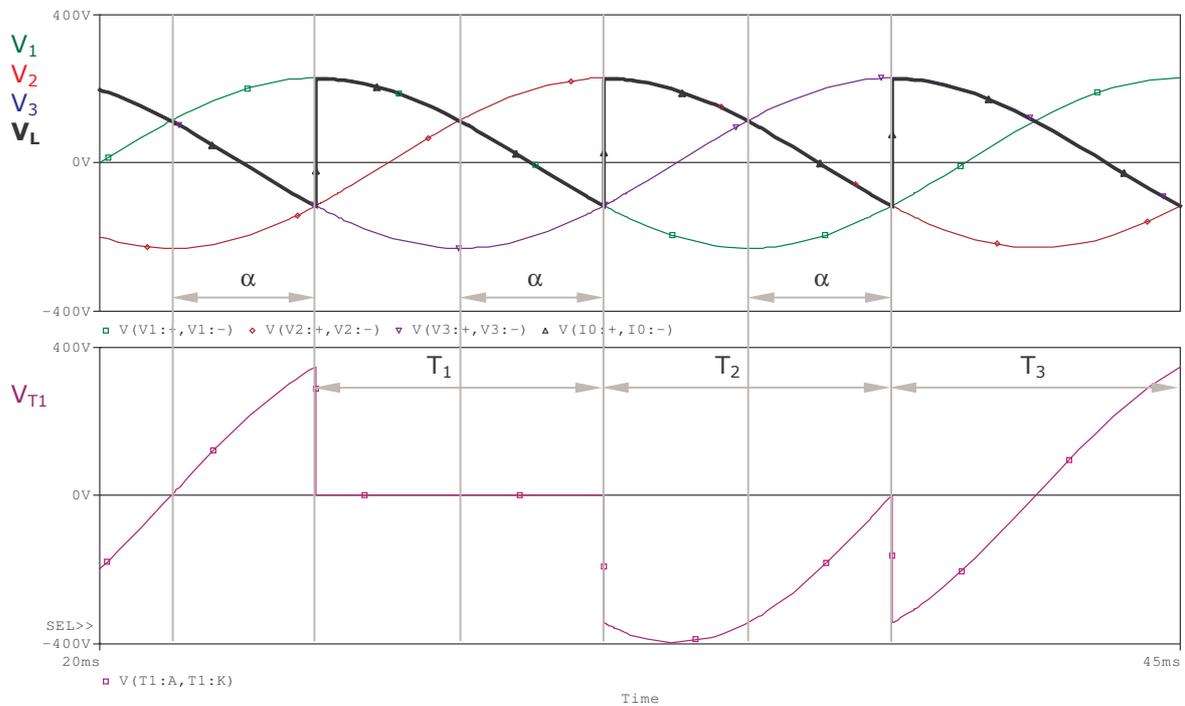
Para la determinación de las tensiones inversas siguientes, Se supone (R.C.C.).

- Si $\alpha = \frac{\pi}{6}$



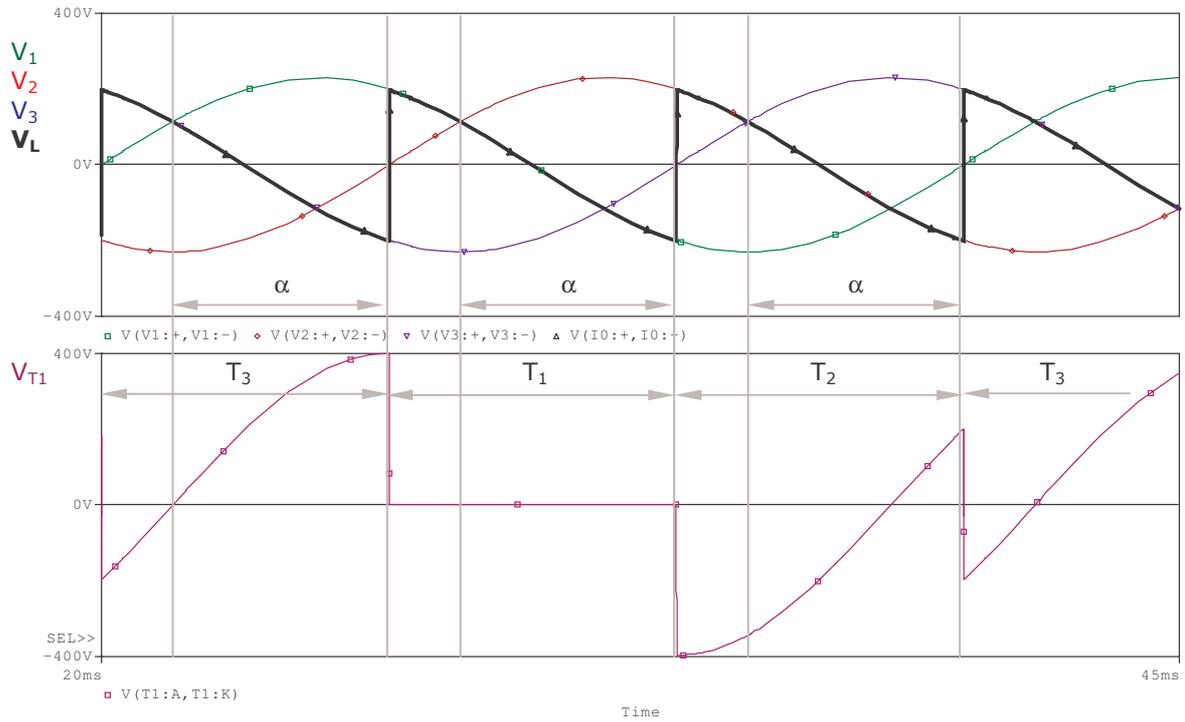
El circuito se comporta como un rectificador controlado $\Rightarrow V_\alpha > 0$.

- Si $\alpha = \frac{\pi}{3}$



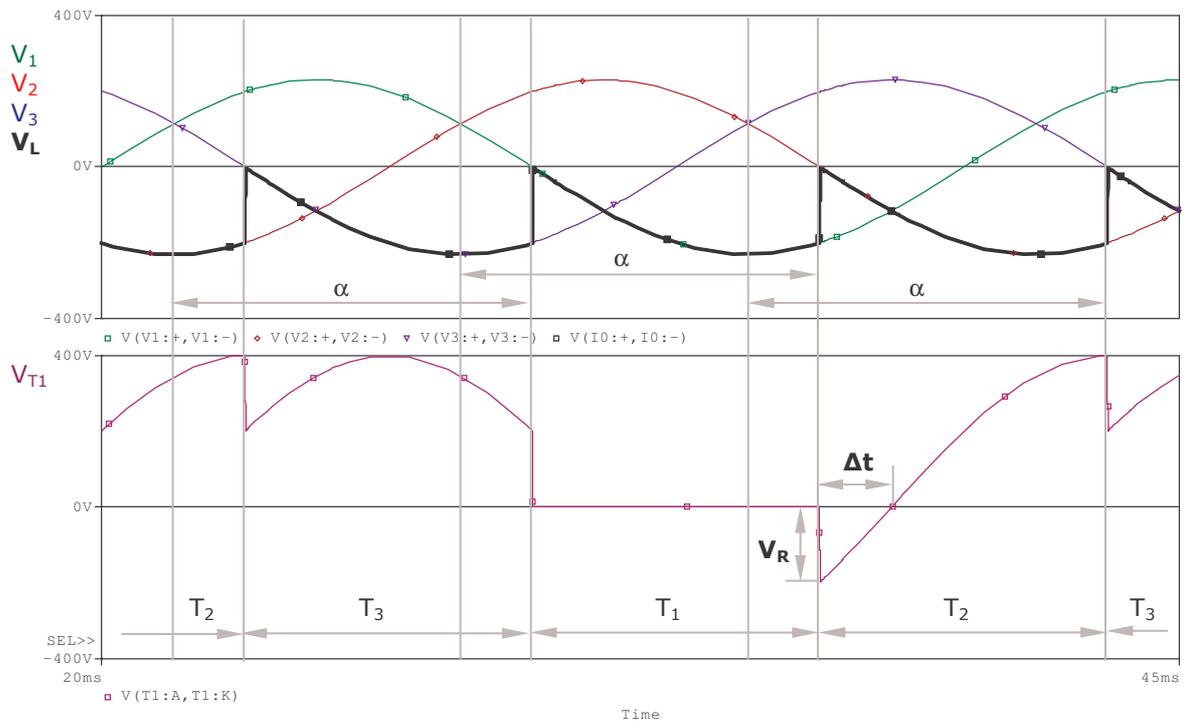
El circuito se comporta como un rectificador controlado $\Rightarrow V_\alpha > 0$.

- Si $\alpha = \frac{\pi}{2}$



El circuito se comporta como reactancia, sólo intercambia potencia reactiva $\Rightarrow V_\alpha = 0$.

- Si $\alpha = \frac{5\pi}{6}$



El circuito se comporta como un ondulator no autónomo $\Rightarrow V_\alpha < 0$.

Conclusiones:

- A medida que α aumenta, para valores próximos a π , la tensión directa que soportan los SCR's en el instante del disparo ($V_{D\text{ CEBADO}}$) es menor.
- Para valores de $\alpha > \pi$ el SCR no se puede cebar pues tiene aplicado entre ánodo y cátodo tensión inversa ($V_{D\text{ CEBADO}} < 0$) \Rightarrow Valor teórico máximo del ángulo de encendido: $\alpha_{\text{máx}} = \pi$.
- Cuando un SCR se bloquea porque se hace conductor el siguiente, la tensión en sus bornes (V_R) es negativa y se debe mantener negativa durante un tiempo lo suficientemente grande para que dicho SCR se recupere, pues hay que extraer las cargas acumuladas en él.

Si α aumenta \Rightarrow $\begin{cases} \text{Tensión inversa aplicada } (V_R) \text{ disminuye.} \\ \text{Tiempo que se mantiene } V_R < 0 \text{ } (\Delta t) \text{ disminuye.} \end{cases}$

Cálculo de V_R aplicada en el instante de bloqueo de un SCR (T_1) (ver gráfica $\alpha=5\pi/6$):

Si T_1 conduce, al hacerse conductor T_2 , T_1 se bloquea.

$$V_{T_1} = V_1 - V_L = V_1 - V_2 = V_0 \cdot \text{sen } \omega t - V_0 \cdot \text{sen} \left(\omega t - \frac{2\pi}{q} \right) \Rightarrow V_{T_1} = 2 \cdot V_0 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q} \cdot \text{sen} \left(\omega t + \frac{\pi}{2q} \right)$$

Para calcular V_R se considera que T_2 inicia su conducción en $\omega t = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} + \alpha$:

$$V_R = V_{T_1} \left(\omega t = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} + \alpha \right) \Rightarrow V_R = 2 \cdot V_0 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q} \cdot \text{sen} \alpha \Rightarrow \text{Tensión negativa que bloquea al SCR}$$

El SCR debe soportar tensión inversa (V_R) durante un tiempo superior al tiempo de bloqueo propio de ese SCR, es decir, superior al tiempo necesario para que el SCR recupere su capacidad de bloqueo directo.

$$\Delta t > t_q \quad \text{siendo } t_q \equiv \text{tiempo de recuperación o de bloqueo del SCR.}$$

Cálculo del valor máximo que puede tomar el ángulo de cebado $\alpha_{\text{máx}}$:

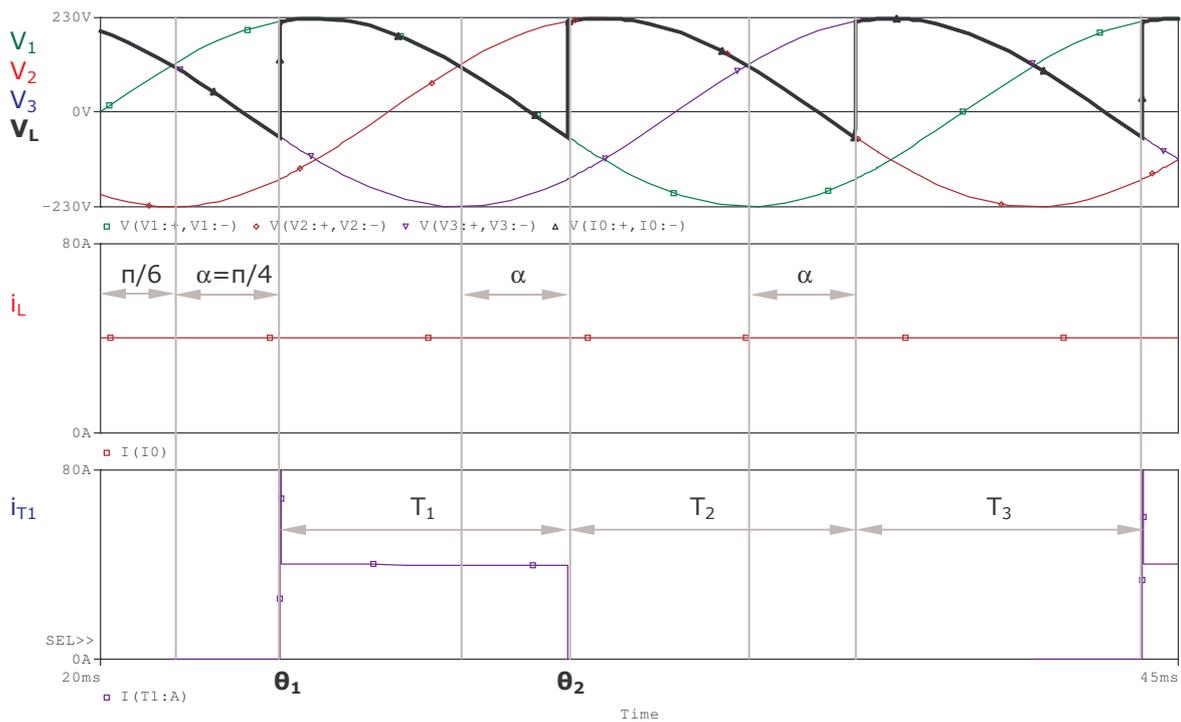
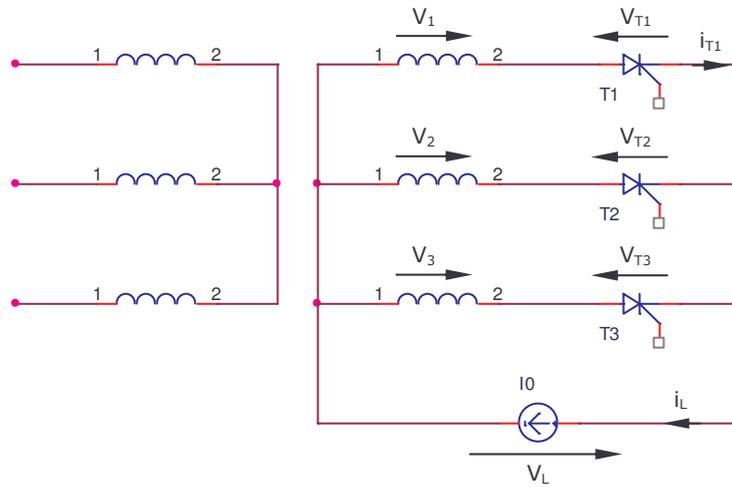
$$\Delta t = \frac{1}{\omega} \cdot \left(\left(\pi + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} \right) - \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} + \alpha \right) \right) \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi - \alpha}{\omega} \Rightarrow \alpha_{\text{máx}} = \pi - t_q \cdot \omega$$

Como la conmutación tampoco es instantánea:

$$\alpha_{\text{máx}} = \pi - t_q \cdot \omega - \delta \quad \text{siendo } \delta \equiv \text{tiempo de conmutación.}$$

3.1.5. Intensidades, f.u.sec. y f.u.prim.

Consideramos para el análisis como carga, fuente de corriente constante, la corriente por los SCR's es igual que en los correspondientes montajes con diodos con la misma carga, pero desfasada un ángulo α .



Valor de los límites: $\theta_1 = \frac{\pi}{6} + \alpha$; $\theta_2 = \frac{5\pi}{6} + \alpha$.

Corriente media en la carga: $I_{LC} = I_0$

Cada SCR permite el paso de I_L durante $2\pi/q$. El valor medio, eficaz y máximo de la corriente por el SCR es:

$$I_{TAV} = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} I_0 \, dwt = \frac{I_{LC}}{q} = \frac{I_0}{q}$$

$$I_{TRMS} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} I_0^2 \, dwt} = \frac{I_{LC}}{q} = \frac{I_0}{q}$$

$$I_{Tm\acute{a}x} = I_0$$

Las corrientes por el secundario y primario del transformador son iguales pero desfasadas α que en rectificadores sin controlar.

Considerando elementos ideales, se cumple: $P_L \approx P_2 \approx P_1$

Valor medio de la potencia entregada a la carga:

$$P_{L \text{ SCR's}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} I_0 \cdot V_0 \cdot \text{sen } wt \, dwt = \underbrace{\frac{q}{2\pi} \cdot V_0 \cdot I_0}_{P_L \text{ para diodos}} \cdot \text{sen } \frac{\pi}{q} \cdot \cos \alpha \Rightarrow \boxed{P_{L \text{ SCR's}} = P_{L \text{ diodos}} \cdot \cos \alpha}$$

El valor medio de la potencia entregada a la carga con SCR's es menor que la potencia en el caso de rectificadores sin controlar.

Las potencias aparentes primarias y secundarias tienen el mismo valor que en rectificadores sin controlar porque los valores de tensión y corriente son iguales en ambos casos:

$$\boxed{S_2 \text{ SCR's} = q \cdot V_1 \cdot I_1 = S_2 \text{ diodos}}$$

$$\boxed{S_1 \text{ SCR's} = S_1 \text{ diodos}}$$

Los factores de utilización son peores que en el montaje con diodos y, además dependen de α :

$$\boxed{f.u. \text{ sec.} = \frac{P_2}{S_2} = \frac{P_2 \text{ diodos} \cdot \cos \alpha}{S_2 \text{ diodos}} = f.u. \text{ sec. diodos} \cdot \cos \alpha}$$

$$\boxed{f.u. \text{ prim.} = \frac{P_1}{S_1} = \frac{P_1 \text{ diodos} \cdot \cos \alpha}{S_1 \text{ diodos}} = f.u. \text{ prim. diodos} \cdot \cos \alpha}$$

Los factores de potencia disminuyen a medida que α se acerca a $\pi/2$ debido al desfase introducido entre tensiones y corrientes.

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow f.u. = 0 \Rightarrow \text{Sólo se intercambia potencia reactiva.}$$

El rendimiento del transformador es menor que en rectificadores sin controlar pues las pérdidas en el cobre y en el hierro se pueden considerar las mismas porque los valores de tensión y corriente son iguales en ambos casos, pero la potencia suministrada (P_1) disminuye con α .

$$\eta_{\text{trafo}} = \frac{P_1}{P_1 + P_{Fe} + P_{Cu}}$$

3.1.6. Caídas de tensión internas del rectificador

Debido a la impedancia de los bobinados del transformador, la resistencia interna de la red de alimentación, y la existencia de SCR no ideales, se producen c.d.t. que hacen que la tensión suministrada a la carga (V_{α}') disminuya al aumentar I .

Tensión entregada a la carga:

$$V_{\alpha}' = V_{\alpha} - \Delta_1 V_L - \Delta_2 V_L - \Delta_3 V_L$$

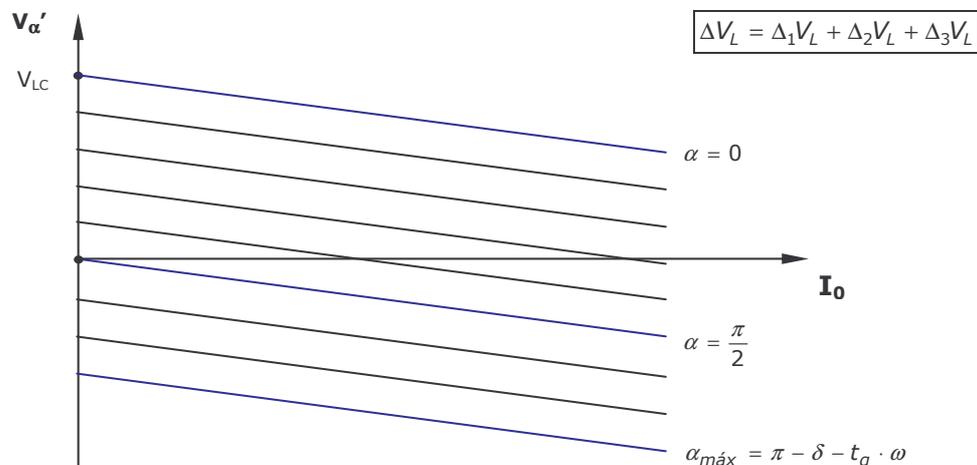
$V_{\alpha} \equiv$ Tensión ideal entregada a la carga (sin considerar c.d.t.)

$$V_{\alpha}' = \underbrace{V_{LC}}_{\text{diodos}} \cdot \cos \alpha - \Delta_1 V_L - \Delta_2 V_L - \Delta_3 V_L$$

Estas caídas de tensión son:

- $\Delta_1 V_L \equiv$ c.d.t. por recubrimiento de fases y es debida a la autoinducción que presentan los bobinados del transformador. Es la c.d.t. más importante y es del orden del 7-10% de V_{LC} .
- $\Delta_2 V_L \equiv$ c.d.t. por efecto Joule y es debida a la resistencia óhmica que presentan la red de alimentación y los bobinados primarios y secundarios del transformador. Suele ser del orden del 3-5% de V_{LC} .
- $\Delta_3 V_L \equiv$ c.d.t. en los SCR's (de 1 a 2 V).

El valor de las caídas de tensión, ΔV_L (que es independiente de α), es de gran interés para el control de los motores de CC.



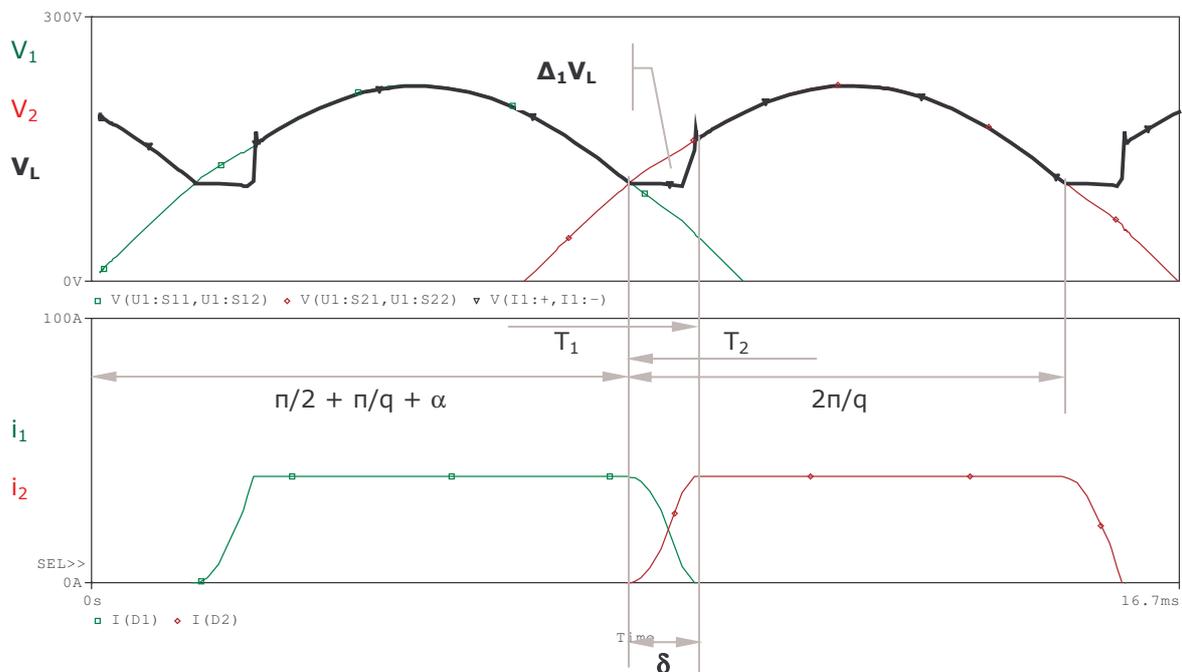
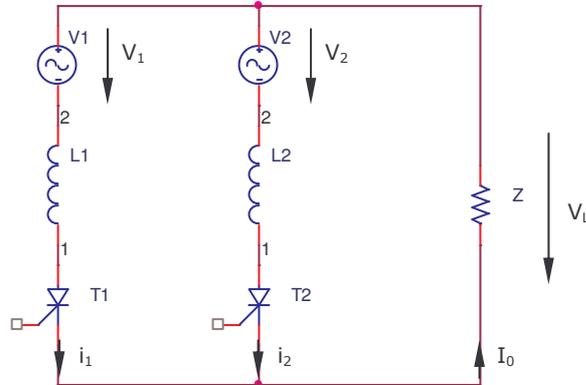
El valor medio de la tensión entregada a la carga puede ser positivo o negativo:

- Si $\alpha < \pi/2 \Rightarrow V_{\alpha} > 0 \Rightarrow$ Rectificador controlado, toma energía de una red C.A. y la entrega a una carga de C.C.
- Si $\alpha = \pi/2 \Rightarrow V_{\alpha} = 0 \Rightarrow$ En este caso, se intercambia potencia reactiva (Q) \Rightarrow Problema de Q inyectada en la red.
- Si $\alpha > \pi/2 \Rightarrow V_{\alpha} < 0 \Rightarrow$ Ondulador no autónomo, la carga suministra energía a la red (frenados con recuperación de energía).

Se calcularán cada c.d.t. de forma independiente.

3.1.6.1. C.D.T. por recubrimiento de fases ($\Delta_1 V_L$)

La c.d.t. por recubrimiento de fases ($\Delta_1 V_L$) es debida a la autoinducción que presentan los bobinados del transformador.



$\delta \equiv$ Ángulo de recubrimiento de fases

Cuando un SCR inicia su conducción la corriente por él pasa de valor 0 a valor I_0 empleando un tiempo δ en pasar de un estado a otro. Lo mismo ocurre cuando el SCR que estaba conduciendo pasa al bloqueo, el paso de un estado al siguiente exige un tiempo.

Es decir, no puede haber variaciones bruscas de corriente pues el circuito es inductivo.

La conmutación, el paso de conducir T_1 a T_2 no es instantáneo, se necesita un tiempo δ durante el cual conducen T_1 y T_2 simultáneamente (están en cortocircuito 2 fases) \Rightarrow origina una c.d.t. $\Delta_1 V_L \Rightarrow$ la tensión entregada a la carga V_L mientras dura la conmutación tiene un valor distinto a V_2 que se calcula a continuación.

Se considera la carga fuente de corriente cte., de esta forma la corriente que circula por ella es cte.

Al ser los dos bobinados idénticos $\Rightarrow L_1 = L_2 = L$

$L \equiv$ autoinducción del transformador (la del secundario más la del primario reducida al secundario).

Durante la conmutación (se considera que sólo se produce $\Delta_1 V_L$):

Aplicando las leyes de Kirchoff al nudo y las las dos mallas.

$$\left\{ \begin{array}{l} i_1 + i_2 = I_0 \quad (\text{ec.1}) \\ V_L = V_1 - L \cdot \frac{di_1}{dt} \quad (\text{ec.2}) \\ V_L = V_2 - L \cdot \frac{di_2}{dt} \quad (\text{ec.3}) \end{array} \right.$$

$$\text{Derivando la ec.1} \Rightarrow \frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{di_1}{dt} = -\frac{di_2}{dt}$$

Las pendientes de i_1 e i_2 son iguales y de signos opuestos.

$$\text{Sumando ec.2 + ec.3} \Rightarrow 2 \cdot V_L = V_1 + V_2 - L \cdot \underbrace{\left(\frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} \right)}_0 \Rightarrow \boxed{V_L = \frac{V_1 + V_2}{2}}$$

La tensión entregada a la carga V_L durante la conmutación es $V_L = \frac{V_1 + V_2}{2}$.

Ángulo de recubrimiento de fases (δ):

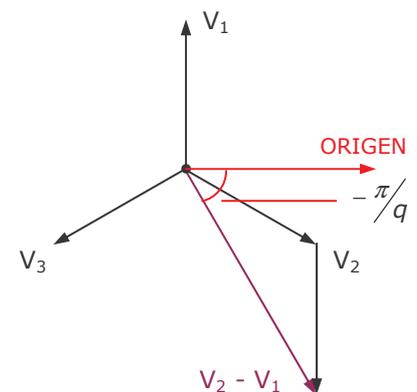
$$\text{Restando ec.2 - ec.3} \Rightarrow V_1 - V_2 = L \cdot \frac{di_1}{dt} - L \cdot \frac{di_2}{dt} \Rightarrow V_1 - V_2 = -2 \cdot L \cdot \frac{di_2}{dt} \Rightarrow \frac{di_2}{dt} = \frac{V_2 - V_1}{2 \cdot L}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{di_2}{dt} = \frac{V_2 - V_1}{2 \cdot L} \\ V_1 = V_0 \cdot \text{sen} wt \\ V_2 = V_0 \cdot \text{sen} \left(wt - \frac{2\pi}{q} \right) \end{array} \right\} \frac{di_2}{dt} = \frac{V_0}{2 \cdot L} \cdot \left[\text{sen} \left(wt - \frac{2\pi}{q} \right) - \text{sen} wt \right]$$

$$\frac{di_2}{dt} = \frac{V_0}{L} \cdot \text{sen} \left(-\frac{\pi}{q} \right) \cdot \cos \left(wt - \frac{\pi}{q} \right)$$

$$i_2 = \int -\frac{V_0}{L} \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q} \cdot \cos \left(wt - \frac{\pi}{q} \right) \cdot dt + C$$

$$i_2 = -\frac{V_0}{Lw} \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q} \cdot \text{sen} \left(wt - \frac{\pi}{q} \right) + C$$



Para calcular C (constante de integración): $wt = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} + \alpha \Rightarrow i_2 = 0$

$$0 = -\frac{V_0}{Lw} \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q} \cdot \underbrace{\text{sen} \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} + \alpha - \frac{\pi}{q} \right)}_{\cos \alpha} + C \Rightarrow C = \frac{V_0}{Lw} \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q} \cdot \cos \alpha$$

La corriente i_2 durante la conmutación es:
$$i_2 = \frac{V_0}{Lw} \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q} \cdot \left[\cos \alpha - \text{sen} \left(wt - \frac{\pi}{q} \right) \right]$$

Cuando termina la conmutación: $wt = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} + \alpha + \delta \Rightarrow i_2 = I_0$

$$I_0 = \frac{V_0}{Lw} \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q} \cdot \left[\cos \alpha - \underbrace{\text{sen} \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} + \alpha + \delta - \frac{\pi}{q} \right)}_{\cos \alpha + \delta} \right]$$

$$\boxed{\cos \alpha - \cos(\alpha + \delta) = \frac{Lw \cdot I_0}{V_0 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q}}} \Rightarrow \text{Se deduce el ángulo de recubrimiento de fases } (\delta).$$

Si aumenta la corriente entregada a la carga (I_0) \Rightarrow Aumenta δ .

Para los mismos valores de V_0 , L e I_0 , el valor del ángulo de recubrimiento de fases (δ) obtenido usando SCR's es menor que el obtenido usando rectificadores sin controlar.

Valor medio de la c.d.t. por recubrimiento de fases ($\Delta_1 V_L$):

$$\text{Valor instantáneo de } \Delta_1 V_L: \Delta_1 V_L = V_2 - \frac{V_1 + V_2}{2}$$

Valor medio de $\Delta_1 V_L$:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_1 V_L &= \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} + \alpha}^{\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} + \alpha + \delta} \left(V_2 - \frac{V_1 + V_2}{2} \right) \cdot dwt \\ V_1 &= V_0 \cdot \text{sen} wt \\ V_2 &= V_0 \cdot \text{sen} \left(wt - \frac{2\pi}{q} \right) \end{aligned} \right\} \boxed{\Delta_1 V_L = \frac{q}{2\pi} \cdot L \cdot w \cdot I_0}$$

La c.d.t. por recubrimiento de fases ($\Delta_1 V_L$) es proporcional a I_0 , al nº de fases del secundario del transformador (q) y a la inductancia del transformador (L).

$\Delta_1 V_L$ es independiente del ángulo de encendido (α).

Esta fórmula es válida para rectificadores sin controlar y controlados, cuando conducen simultáneamente sólo dos semiconductores.

3.1.6.2. C.D.T. por efecto Joule ($\Delta_2 V_L$)

La c.d.t. por efecto Joule ($\Delta_2 V_L$) es debida a la resistencia óhmica que presentan la red de alimentación y los bobinados primarios y secundarios del transformador.

$\Delta_2 V_L$ se determina de la misma forma que en el caso de rectificadores sin controlar y es independiente del ángulo de encendido (α):

$$\Delta_2 V_L = R_e \cdot I = \frac{P_j}{I} = \frac{1}{I} \cdot [q \cdot r_s \cdot I_s^2 + q_1 \cdot r_p \cdot I_X'^2 + q_1 \cdot r_L \cdot I_X^2]$$

q y $q_1 \equiv$ número de fases del secundario y primario.

r_s , r_p y $r_L \equiv$ resistencia secundaria, primaria del transformador y la de la red.

I_s , I_X' e $I_X \equiv$ valor eficaz de las corrientes: secundaria, primaria y red.

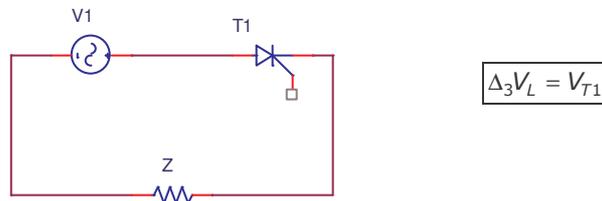
Los valores I_s , I_X' e I_X dependen del conexionado de los bobinados primarios y secundarios del transformador.

3.1.6.3. C.D.T. en los SCR's ($\Delta_3 V_L$)

$\Delta_3 V_L$ recoge la c.d.t. en los SCR's y es independiente del ángulo de encendido (α).

En cada instante conducirá un solo SCR por lo ser un rectificador de conmutación paralela de media onda.

Circuito equivalente cuando conduce T_1 :

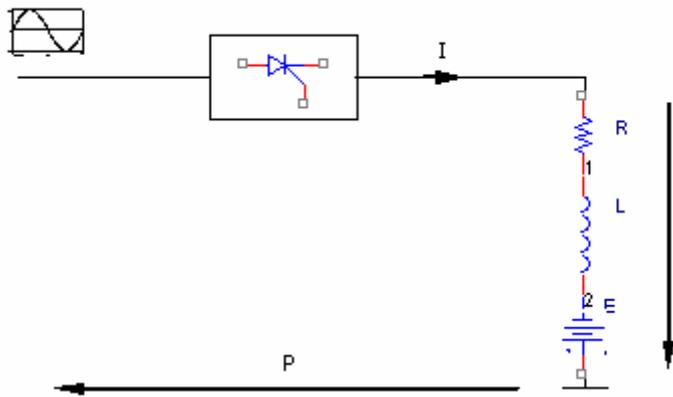


3.1.7. Funcionamiento en cortocircuito

En un rectificador controlado se puede evitar la situación de cortocircuito porque es necesario aplicar un impulso de puerta para que un SCR entre en conducción.

3.1.8. Ondulador no autónomo

Si $\alpha > \frac{\pi}{2} \Rightarrow V_\alpha < 0 \Rightarrow P = V_\alpha \cdot I < 0 \Rightarrow$ El circuito se comporta como un ondulator no autónomo.



Carga RLE \equiv Motor C.C.

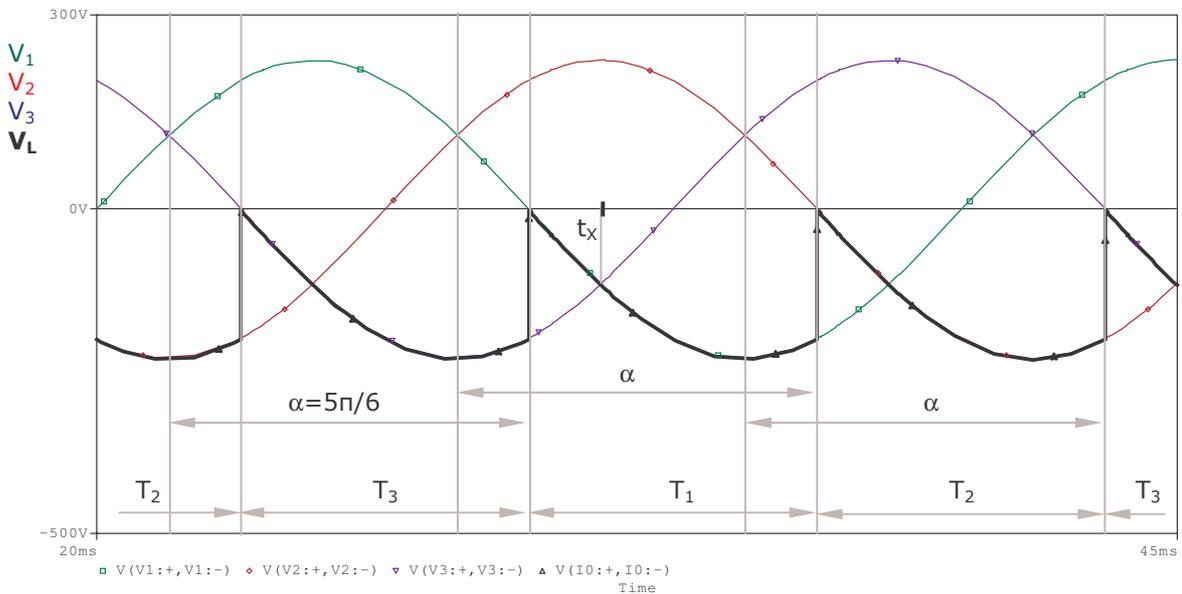
Corriente en el circuito:

$$I = \frac{E - V_\alpha}{\sum r}$$

$r \equiv$ resistencia en el circuito

Cuando el circuito funciona como ondulator y el ángulo de encendido (α) es muy grande, si un SCR no se bloquea en el instante que le corresponde debido a que la conmutación no es instantánea, su tensión se invierte $\Rightarrow V_L > 0 \Rightarrow$ La f.e.m. E y la tensión V_α en serie, dan lugar a una corriente muy elevada: $I = \frac{E + V_\alpha}{\sum r} \Rightarrow$ Se puede destruir el rectificador y el motor.

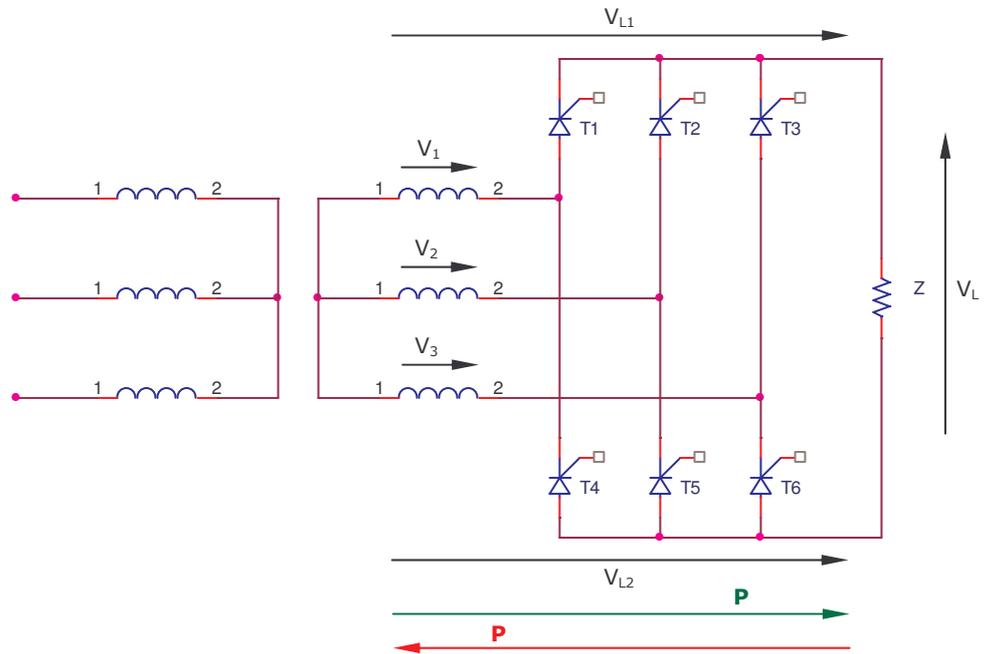
Si $\alpha > \frac{5\pi}{6}$:



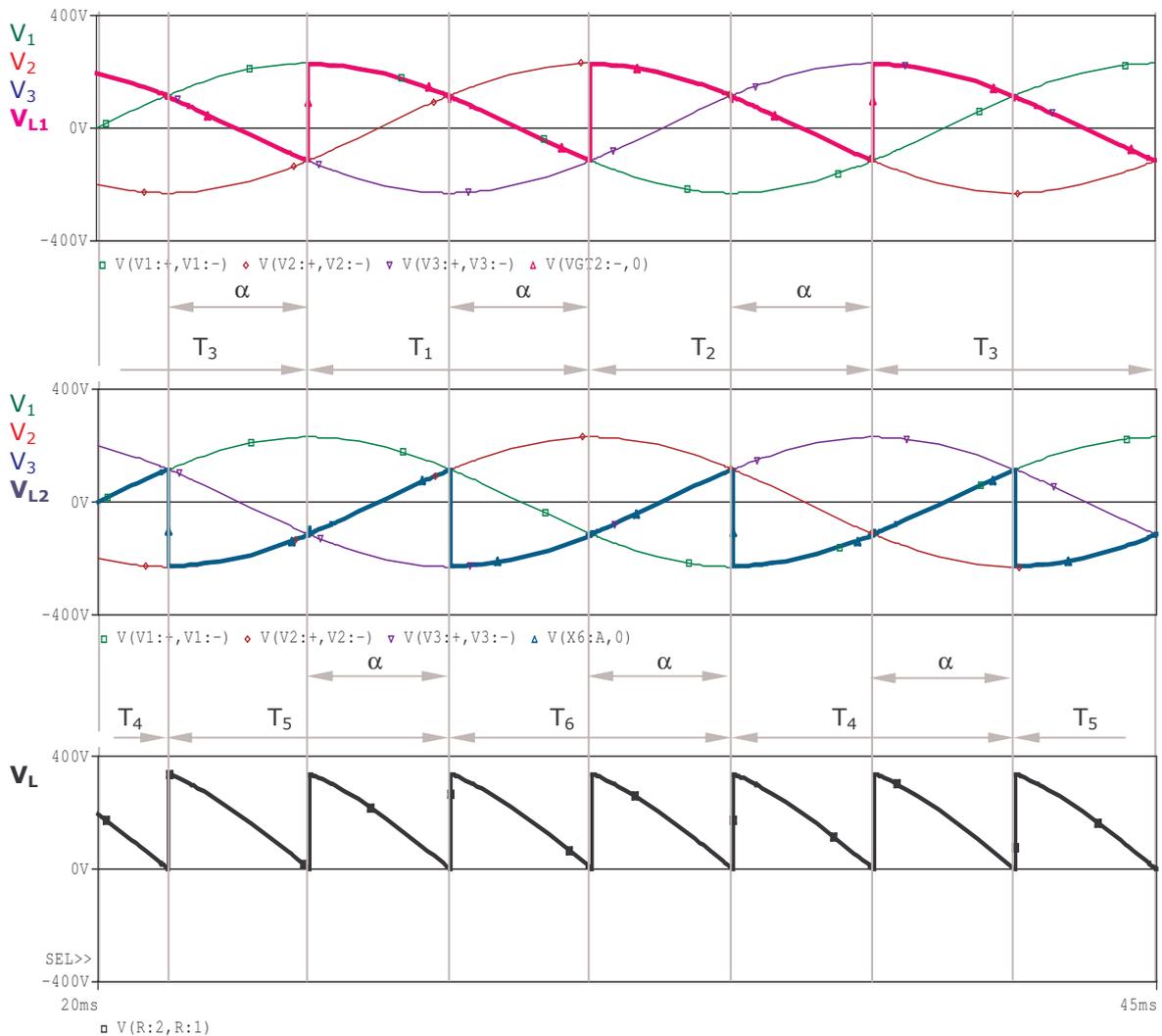
En la gráfica superior, si T_3 no se hubiese bloqueado antes del instante t_x debido a que la conmutación no es instantánea $\Rightarrow T_3$ seguiría conduciendo y T_1 no se cebaría porque $V_3 > V_1$ a partir de t_x .

3.2. RECTIFICADOR TOTALMENTE CONTROLADO DE CONMUTACIÓN PARALELA DOBLE

3.2.1. Valor medio de la tensión entregada a la carga



Si $\alpha > \frac{\pi}{3}$:



V_L es la composición de las tensiones suministradas por cada rectificador:

$$V_L = V_{L1} - V_{L2}$$

El valor medio de V_L de los dos rectificadores de conmutación paralela de media onda que constituyen el rectificador de conmutación paralela doble es:

- Conmutador a más positivo $\Rightarrow V_{\alpha 1} = \frac{q}{\pi} \cdot V_0 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q} \cdot \cos \alpha$
- Conmutador a más negativo $\Rightarrow V_{\alpha 2} = -\frac{q}{\pi} \cdot V_0 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q} \cdot \cos \alpha$

Valor medio de la tensión entregada a la carga del rectificador de conmutación paralela doble:

$$V_L = V_{L1} - V_{L2} \Rightarrow V_\alpha = V_{\alpha 1} - V_{\alpha 2} \Rightarrow V_\alpha = \frac{2q}{\pi} \cdot V_0 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q} \cdot \cos \alpha \quad \text{Ecuación válida sólo para R.C.C.}$$

El rectificador totalmente controlado de conmutación paralela doble tiene dos comportamientos:

- Si $\alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow V_\alpha > 0 \Rightarrow$ Se comporta como **Rectificador controlado** \Rightarrow Toma energía de una red C.A. y la entrega a una carga C.C. (Ej: regular velocidad de un motor).

P

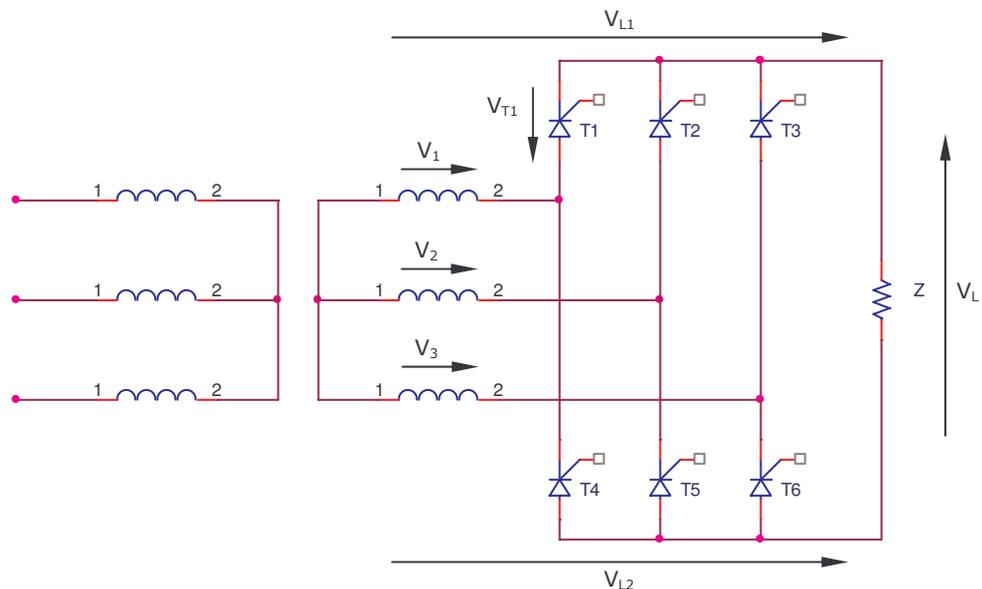


- Si $\alpha > \frac{\pi}{2} \Rightarrow V_\alpha < 0 \Rightarrow$ Se comporta como **Ondulador no autónomo** \Rightarrow La carga suministra energía a la red (Ej: frenado de un motor de C.C. con recuperación de energía).

P

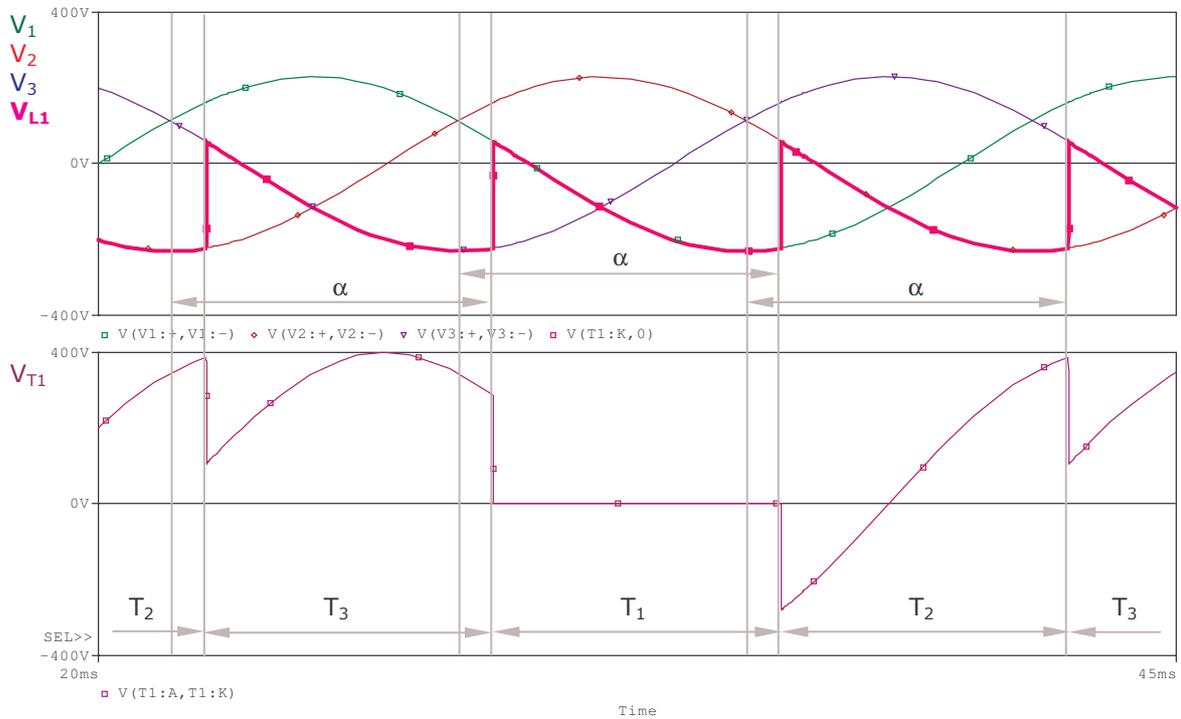


3.2.2. Tensión inversa en los SCR's



La tensión inversa que soporta T_1 se calcula resolviendo una malla cerrada: $V_{T1} = V_1 - V_{L1}$

- Si $\alpha = \frac{3\pi}{4}$ (Se supone R.C.C.)

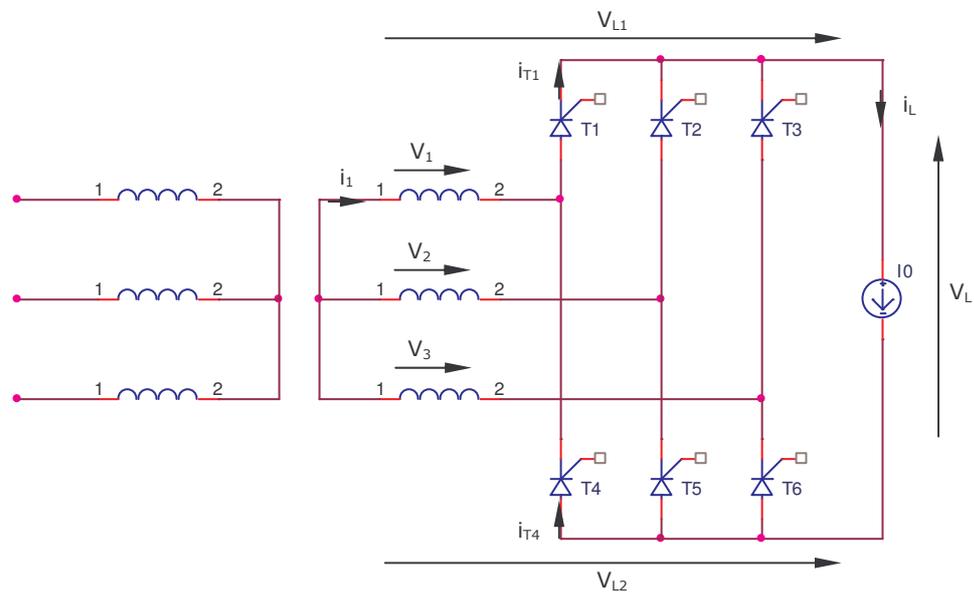


La tensión que soporta cada SCR en un rectificador T.C. de conmutación paralela doble es la misma que en el caso de un rectificador T.C. de conmutación paralela de media onda.

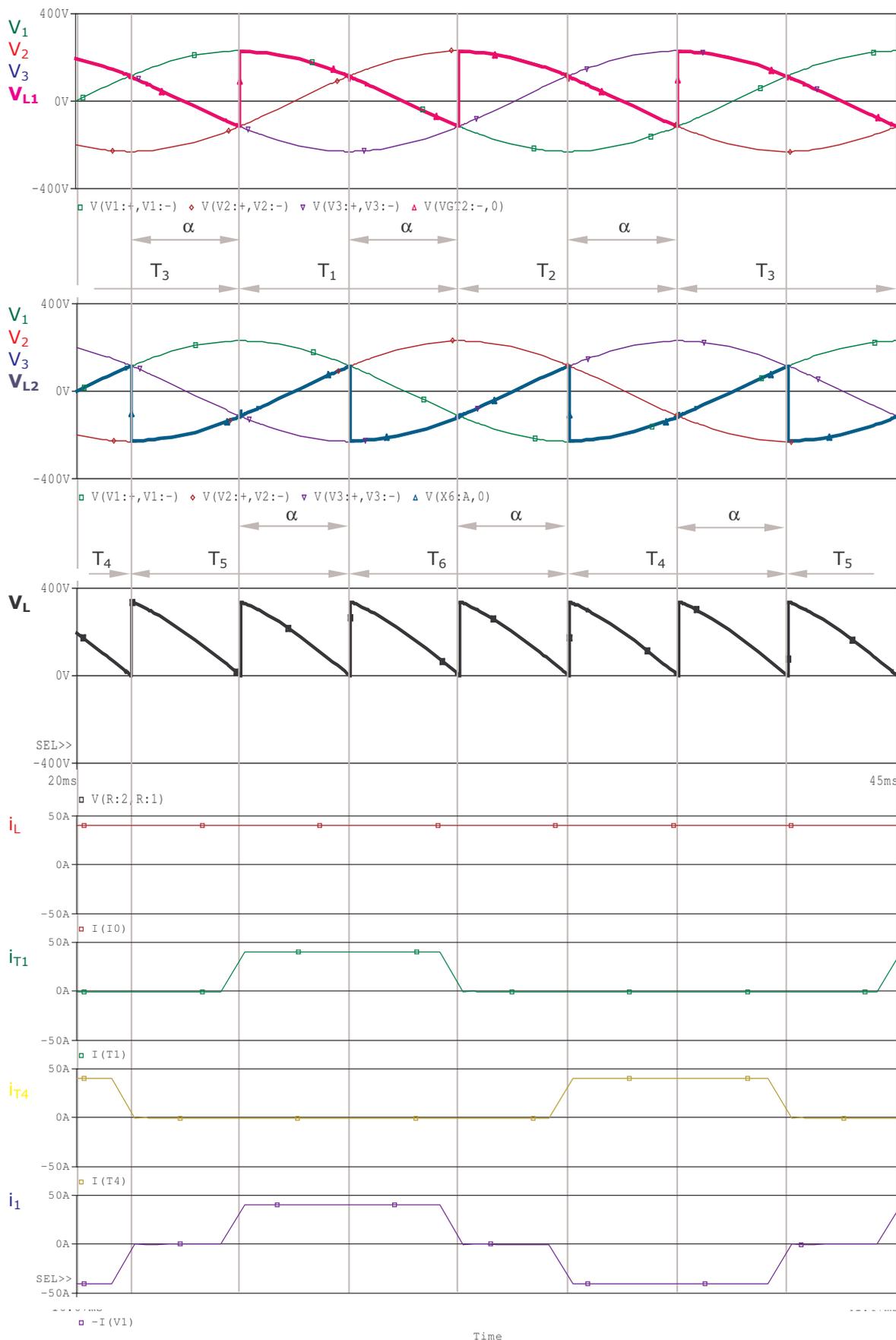
3.2.3. Intensidades, f.u.sec. y f.u.prim.

Las corrientes por los SCR's y transformador son iguales que en los correspondientes montajes con diodos pero desfasadas un ángulo, α .

Suponiendo que la carga es fuente de corriente constante:



Si $\alpha > \frac{\pi}{3}$:



Los factores de utilización son peores que en el montaje con diodos y, además dependen de α :

$$f.u.sec. = \frac{P_2}{S_2} = \frac{P_2 \text{ diodos} \cdot \cos \alpha}{S_2 \text{ diodos}} = f.u.sec. \text{ diodos} \cdot \cos \alpha$$

$$f.u.prim. = \frac{P_1}{S_1} = \frac{P_1 \text{ diodos} \cdot \cos \alpha}{S_1 \text{ diodos}} = f.u.prim. \text{ diodos} \cdot \cos \alpha$$

3.2.4. Caídas de tensión internas del rectificador

Las c.d.t. $\Delta_1 V_L$, $\Delta_2 V_L$ y $\Delta_3 V_L$ son las mismas y se calculan igual que en el correspondiente montaje con diodos (rectificador sin controlar de conmutación paralela doble).

Ángulo de recubrimiento de fases (δ):

$$\cos \alpha - \cos(\alpha + \delta) = \frac{Lw \cdot I_0}{V_0 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q}} \Rightarrow \text{Se deduce el ángulo de recubrimiento de fases } (\delta).$$

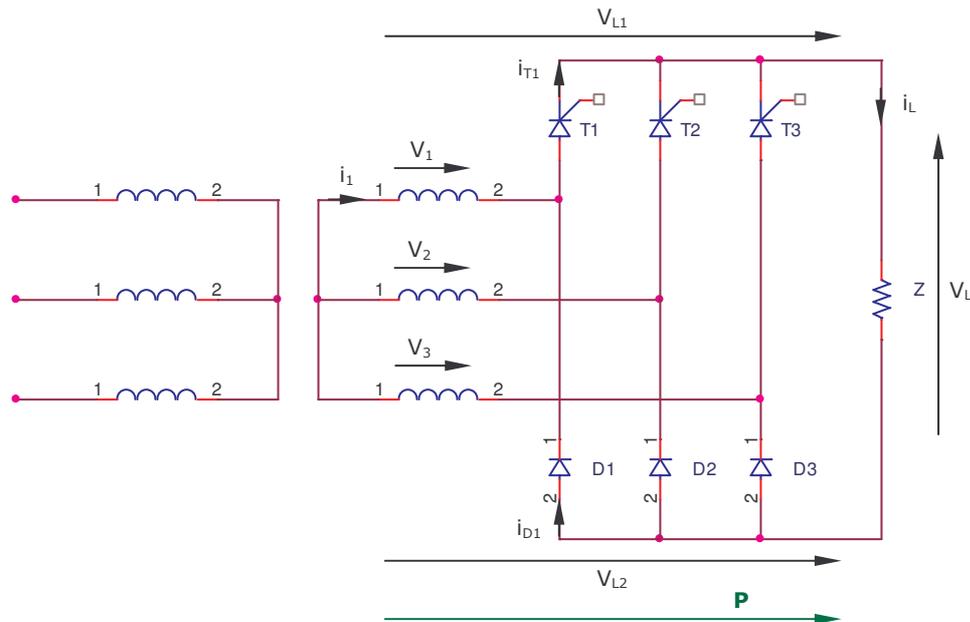
El ángulo de recubrimiento de fases (δ) es el mismo que en un rectificador T.C. de conmutación paralela de media onda: $\delta_{PD} = \delta_p$

3.3. RECTIFICADOR SEMICONTROLADO DE CONMUTACIÓN PARALELA

Está constituido por dos rectificadores de media onda: un conmutador a más positivo controlado y un conmutador a más negativo sin controlar.

El rectificador controlado de conmutación paralela de media onda es el conmutador a más positivo para simplificar el circuito de control (Generador de Impulsos), ya que los cátodos de los SCR's están unidos al mismo potencial.

La tensión entregada a la carga (V_L) es la diferencia entre las tensiones suministradas por cada rectificador.



3.3.1. Valor medio de la tensión entregada a la carga

V_L es la composición de las tensiones suministradas por cada rectificador: $V_L = V_{L1} - V_{L2}$

El valor medio de V_L de los dos rectificadores de conmutación paralela de media onda que constituyen el rectificador de conmutación paralela doble es:

- Conmutador a más positivo $\Rightarrow V_{\alpha 1} = \frac{q}{\pi} \cdot V_0 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q} \cdot \cos \alpha$
- Conmutador a más negativo $\Rightarrow V_{LC2} = -\frac{q}{\pi} \cdot V_0 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q}$

Valor medio de la tensión entregada a la carga del rectificador de conmutación paralela doble:

$$V_L = V_{L1} - V_{L2} \Rightarrow V_{LC} = V_{\alpha 1} - V_{LC2} \Rightarrow V_{\alpha} = \frac{2q}{\pi} \cdot V_0 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{q} \cdot \frac{1 + \cos \alpha}{2} > 0 \quad \text{Ec. válida sólo para R.C.C.}$$

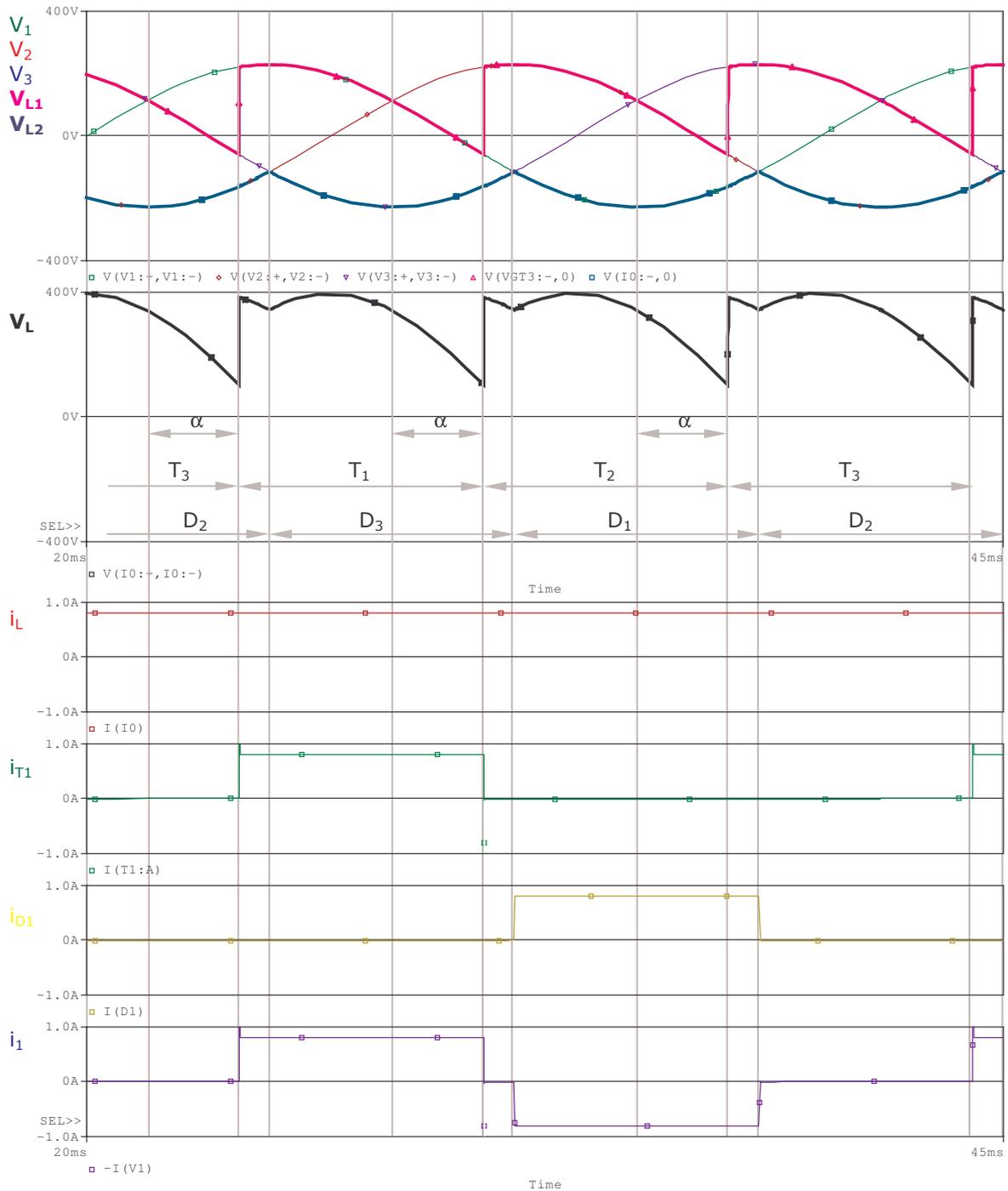
V_L siempre es positiva para cualquier valor de α , este circuito sólo funciona como **Rectificador** (Ej: En un motor de C.C. sólo se podría regular la velocidad y no se podría realizar frenados con recuperación de energía).

3.3.2. Intensidades

Suponiendo que la carga es fuente de corriente constante (R.C.C.), se estudian dos situaciones distintas:

- Si $\alpha < \pi - \frac{2\pi}{q}$ \Rightarrow En estas condiciones no conducen de forma simultánea los dos semiconductores de la misma rama del rectificador.

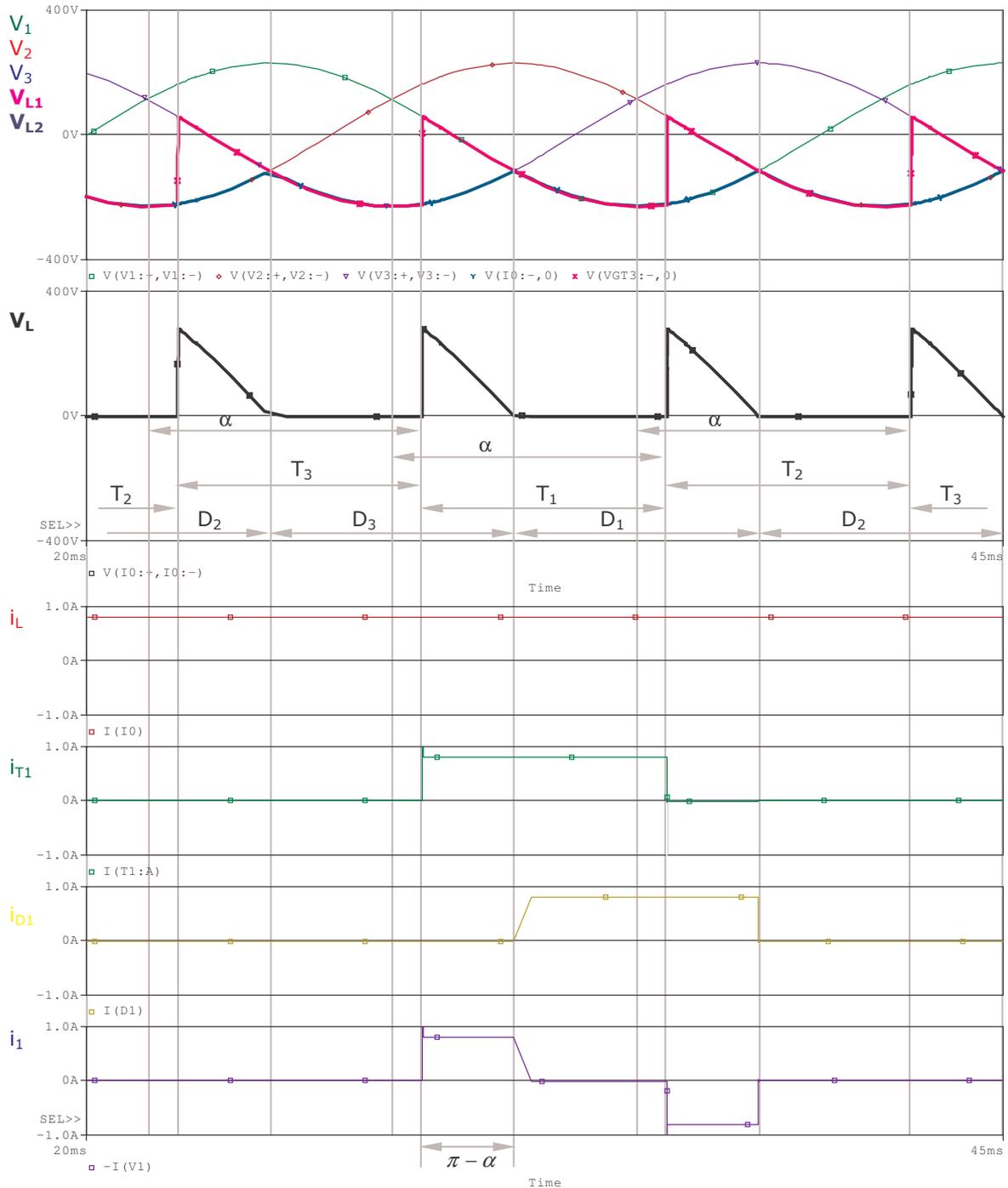
Ej: Si $\alpha = \frac{\pi}{4}$



$$i_1 = i_{T1} - i_{D1}$$

- Si $\alpha > \pi - \frac{2\pi}{q}$ \Rightarrow Hay intervalos en los que la tensión entregada a la carga (V_L) es cero, ya que un SCR y un diodo conectados a la misma fase conducen de forma simultánea.

Ej: Si $\alpha = \frac{3\pi}{4}$



$$i_1 = i_{T1} - i_{D1}$$

La principal ventaja de los rectificadores semicontrolados es su f.u.sec., que hace que las corrientes primarias y secundarias del transformador sean bajas y las pérdidas en el cobre también.

4. EFECTOS NEGATIVOS DE LOS RECTIFICADORES SOBRE LA RED DE C.A.

Los efectos negativos que un rectificador produce sobre la red de CA a la que está conectado son los propios de una carga no lineal, siendo estos:

- Inyección de potencia reactiva en la red.
- Inyección de armónicos de corriente.
- Desequilibrios de red.

4.1. POTENCIA REACTIVA

Un rectificador con SCR sobre la red de C.A. origina una potencia reactiva que se descompone en:

- **Potencia reactiva de mando (Q_{mando}):** originada por el desfase entre la tensión de la red y la onda fundamental de la corriente inyectada en la red, debido al ángulo de encendido (α).
- **Potencia reactiva de desequilibrio ($Q_{\text{desequilibrio}}$):** originada por los armónicos de la corriente (la corriente inyectada en la red no es senoidal).
- **Potencia reactiva de conmutación ($Q_{\text{conmutación}}$):** originada por la conmutación no instantánea de los dispositivos semiconductores.

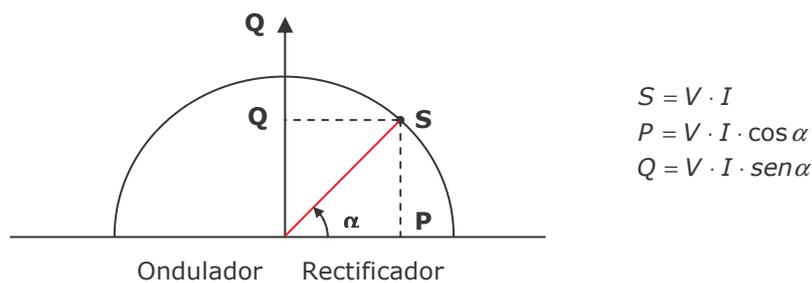
Las la potencia reactiva de mando la más importante en los rectificadores controlados.

4.1.1. Potencia reactiva de mando (Q_{mando})

En los rectificadores controlados debido al ángulo de encendido (α) \Rightarrow Se produce un desfase entre la tensión de la red y la corriente del primer armónico \Rightarrow Se origina potencia reactiva de mando.

Sin embargo, en los rectificadores sin controlar no se produce tal desfase y, por ello, no se origina potencia reactiva de mando.

El rectificador se comporta como una bobina porque retrasa la intensidad respecto a la tensión.

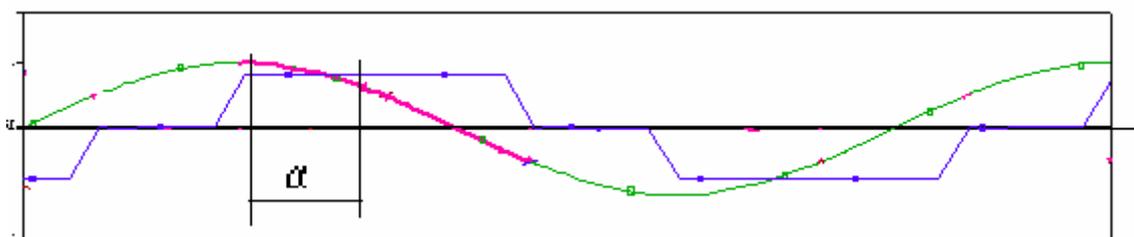


Características:

- Si $\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow P = 0 \Rightarrow Q_{\text{máx}} = V \cdot I$
- Si $\alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow$ Rectificador $\Rightarrow P > 0$ (P es absorbida) $\Rightarrow Q > 0$ (Q es inductiva)
- Si $\alpha > \frac{\pi}{2} \Rightarrow$ Ondulador $\Rightarrow P < 0$ (P es devuelta) $\Rightarrow Q > 0$ (Q es inductiva)

Para arranques pesados puede haber grandes cargas de potencia reactiva en la red y grandes derrumbes de tensión.

La potencia reactiva de mando depende del tipo de rectificador, del ángulo de cebado y de la corriente inyectada en la red. En un rectificador semicontrolado la potencia reactiva máxima es aproximadamente la mitad que en el rectificador totalmente controlado.



4.1.2. Potencia reactiva de desequilibrio ($Q_{\text{desequilibrio}}$)

La corriente tomada de la red es aproximadamente rectangular, se puede descomponer por Fourier en una onda fundamental, más una cierta cantidad de armónicos cuya amplitud y frecuencia dependen del rectificador utilizado.

La potencia activa llega al rectificador a través de la componente fundamental de la corriente.

Los armónicos forman la potencia reactiva de desequilibrio. El espectro de los armónicos es independiente del ángulo de disparo (α).

4.1.3. Potencia reactiva de conmutación ($Q_{\text{conmutación}}$)

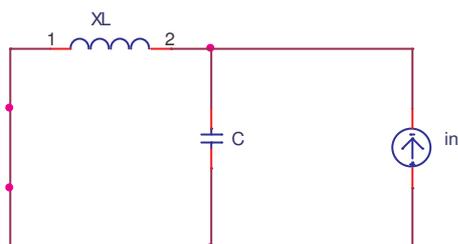
La potencia reactiva de conmutación es debida a la conmutación no instantánea de los semiconductores.

4.2. EFECTOS DE LOS ARMÓNICOS DE CORRIENTE INYECTADOS EN LA RED

Los armónicos provocan los efectos siguientes sobre la red:

- Potencia reactiva de desequilibrio.
- Introducen pérdidas suplementarias en la red que aumentan cuanto mayor es la potencia de la red.
- Distorsionan la onda de tensión de la red.

El circuito de la figura representa el comportamiento ante los armónicos de: el generador, red y rectificador, también se ha incluido un condensador de compensación de la potencia reactiva.



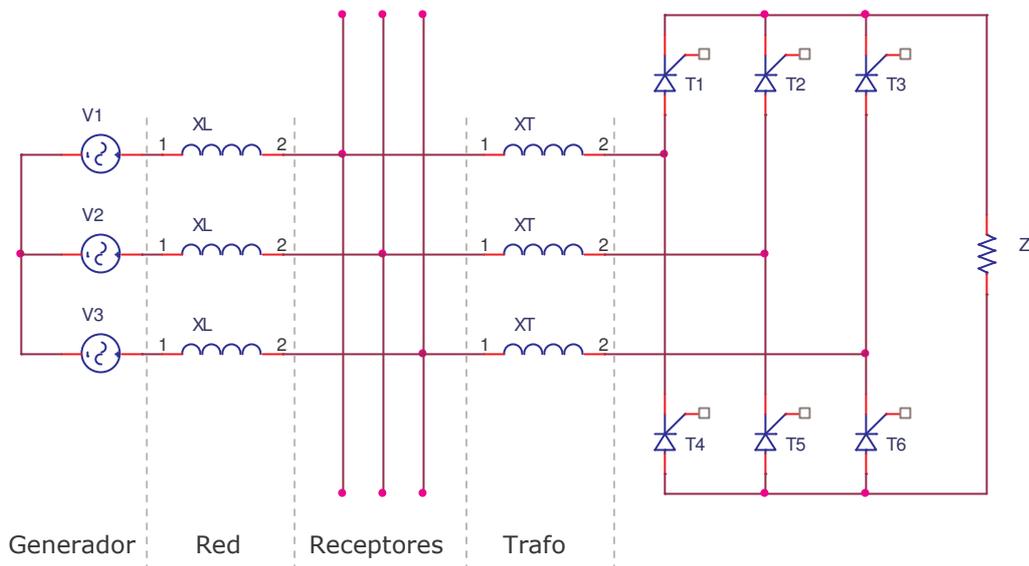
La fuente de armónicos es el rectificador. El generador de red es un cortocircuito aproximadamente para los armónicos ya que él genera la onda fundamental.

Los armónicos producidos dependen de, la conexión de los bobinados del primario del transformador del rectificador, del tipo de rectificador y de la naturaleza de la carga.

El efecto de estos armónicos es grave si existen en la red condensadores como se muestra en la figura de circuito equivalente, ya que forma un circuito resonante en paralelo y su impedancia será elevada para la frecuencia de resonancia, (pudiendo coincidir esta con la de alguno de los armónicos de corriente) siendo la deformación de la onda de tensión elevada pues es una impedancia alimentada por una fuente de corriente constante.

La expresión de las pérdidas que provocan es la siguiente: $Pérdidas = r \cdot \sum I_{xn}^2$

4.3. DESEQUILIBRIOS DE RED

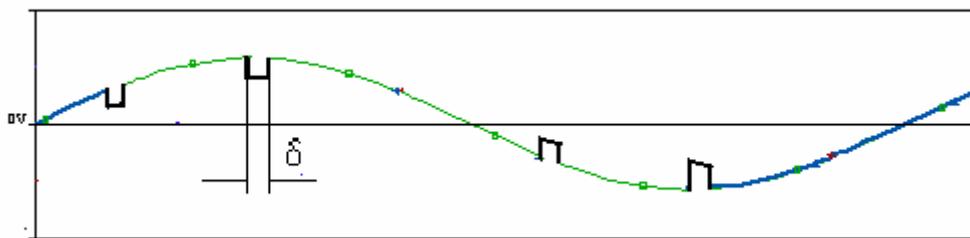


$X_L \equiv$ Impedancia de la línea (red) + generador

$X_T \equiv$ Impedancia del flujo de dispersión del transformador

Los desequilibrios de tensión de red cuando hay rectificadores en servicio, se manifiesta en forma de derrumbes de tensión periódicos, originados por los cortocircuitos entre fases que se producen en los procesos de conmutación que no son instantáneos. La situación de estos derrumbes referidos a la tensión de la red depende del ángulo de encendido.

La duración de los derrumbes se corresponde con el ángulo de recubrimiento de fases (δ) durante el cual dos fases secundarias están en cortocircuito.



Estos cortocircuitos originan derrumbes de tensión en la red. La amplitud de dichos derrumbes es la siguiente:

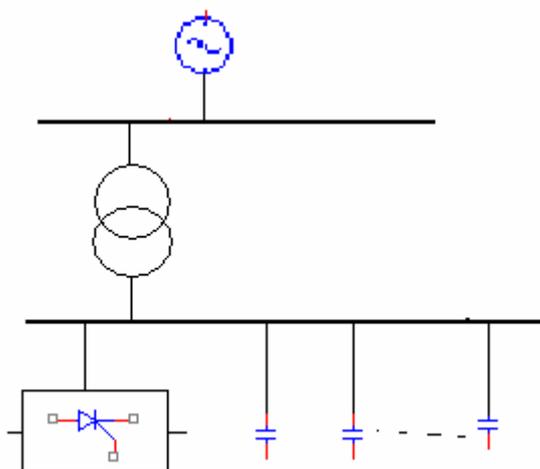
$$Amplitud_{derrumbes} = \frac{X_T}{X_L + X_T} \%$$

4.4. COMPENSACIÓN DE LA POTENCIA REACTIVA DE MANDO

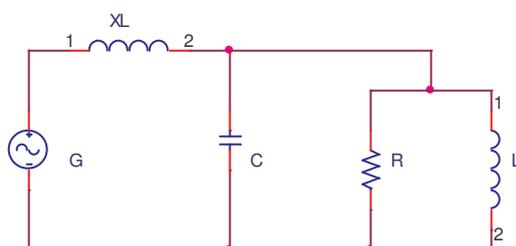
Si el ángulo de encendido (α) es fijo $\Rightarrow Q$ es cte \Rightarrow Se pueden usar básicamente condensadores para compensar la potencia reactiva de mando.

En el caso de que la potencia reactiva varíe lentamente se usa una batería de condensadores conectados a la red en escalones ajustables mediante contactores.

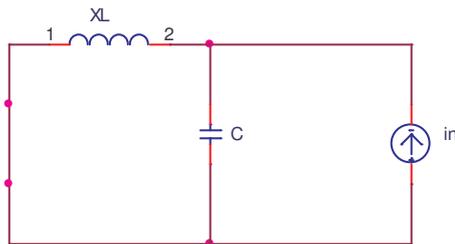
Si la potencia reactiva tiene variaciones dinámicas fuertes se necesita un ajuste continuo y sin retrasos, se usan baterías de condensadores que se conectan a la red mediante SCR.



Para la onda fundamental, el convertidor equivale a una bobina L que en paralelo con una resistencia que representa la potencia activa entregada a la carga, el condensador C compensan la potencia reactiva.



Para cada armónico de orden n se tiene:



El convertidor es un generador de armónicos.

El generador de red es un cortocircuito pues sólo produce la onda fundamental.

El condensador y la red forman un circuito resonante LC en paralelo, alimentado por una corriente casi constante, de modo que la c.d.t. es proporcional a la impedancia del circuito.

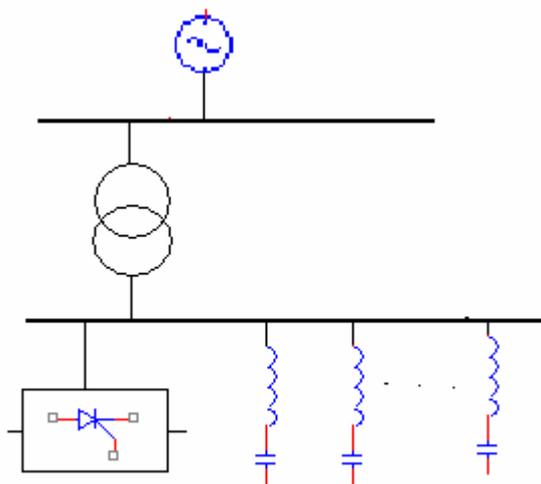
$$\text{Impedancia del circuito: } Z = \frac{X_L \cdot X_C}{X_L - X_C}$$

Frecuencia de resonancia del circuito: f_0

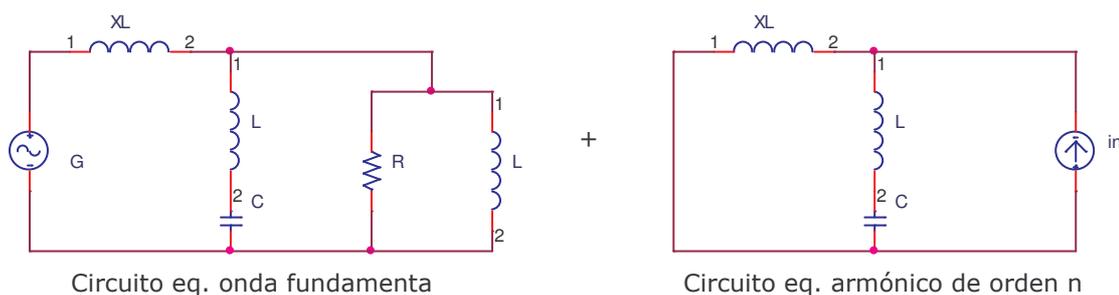
Si la frecuencia de un armónico está próxima a la frecuencia de resonancia del circuito \Rightarrow Causará c.d.t. armónicas elevadas ($Z_0 = \infty$), que pueden deformar la tensión de la red más de lo permitido.

Una compensación de esta manera puede ser más problemática que beneficiosa.

Esta resonancia en paralelo se evita colocando un filtro LC:



En las figuras siguientes se tiene el circuito equivalente a la onda fundamental y a los armónicos



El filtro se diseña para que:

$$f_{\text{onda fundamental}} (f_{1^o}) < f_{\text{armónicos}} (f_n)$$

- X_L se dimensiona de modo que para los armónicos la impedancia de la rama serie resulte inductiva:

$$f_{\text{armónicos}} (f_n) \Rightarrow X_C < X_L \Rightarrow \text{Rama Inductiva} \Rightarrow \text{Se elimina el efecto del circuito resonante.}$$

Para los armónicos, X_L ($X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$) y en serie X_C ($X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$) prácticamente un cortocircuito.

- Cada circuito serie para la onda fundamental se comporta capacitivamente:

$$f_{\text{onda fundamental}} (f_{1^o}) \Rightarrow X_C > X_L \Rightarrow \text{Rama Capacitiva.}$$

- Cada filtro compensa un armónico.