

UNIVERSIDAD DE BURGOS  
MÁSTER EN PROFESORADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA Y  
BACHILLERATO, FORMACIÓN PROFESIONAL Y ENSEÑANZA DE IDIOMAS

**TRABAJO FIN DE MÁSTER:  
DISEÑO PARA LA PUESTA EN PRÁCTICA  
DEL EXPERIMENTO DE ROSSI Y HALL  
EN 2º DE BACHILLERATO**

---

CURSO 2019 - 2020

Apellidos y nombre de la alumna: **GARCÍA AHEDO, ALICIA**

Especialidad: **FÍSICA Y QUÍMICA**

Director: **ALFREDO BOL ARREBA**



## RESUMEN

En esta memoria se plantea una propuesta didáctica para la disciplina de Física para el curso de 2º de Bachillerato, en la que se definen diferentes sesiones y se describe una propuesta de práctica experimental basada en el experimento de Rossi y Hall para abordar la teoría de la relatividad. A partir del análisis de este experimento, se deduce que además de contenidos sobre relatividad, se pueden tratar contenidos de radiactividad, por lo que para esta propuesta se tratarán ambas ramas de la física moderna.

Es un hecho que los alumnos muestran numerosas dificultades y deficiencias durante el estudio de este tema, además de que generalmente los libros de texto son incompletos, así que se ha creído conveniente abordar este problema y tratar de solucionarlo mediante una posible alternativa educativa, evitando utilizar la metodología tradicional generalmente expositiva, centrándonos más en lograr en los alumnos un aprendizaje constructivo.

En esta memoria se expone un amplio fundamento teórico, tanto de radiactividad como de relatividad además del estudio completo del experimento de Rossi y Hall y las consecuentes sesiones basadas en el mismo. Estas sesiones se han pretendido organizar de modo que se aumente la motivación de los alumnos ante esta ciencia, estableciendo conexiones entre la vida real y la física para fomentar su curiosidad, de manera que la comprensión de los contenidos tratados se vaya construyendo de forma más natural y fácil. Además, se trata de una propuesta económica, y por lo tanto viable para su implementación en cualquier centro educativo.

## ABSTRACT

## ÍNDICE

RESUMEN.....	3
ABSTRACT.....	4
PARTE I.....	7
1. ANTECEDENTES Y CONTEXTUALIZACIÓN.....	7
2. INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN.....	9
2.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	10
2.2 ESTADO DE LA CUESTIÓN.....	12
2.3 OBJETIVOS.....	12
2.4 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	13
PARTE II.....	14
3. FUNDAMENTO TEÓRICO.....	14
3.1 INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA NUCLEAR.....	14
3.2 CONSTRUYENDO LA RELATIVIDAD.....	19
3.3 EXPERIMENTO DE ROSSI Y HALL.....	27
3.4 EXPERIMENTO DE FRISCH Y SMITH.....	32
PARTE III.....	37
4. DISEÑO DE LA PROPUESTA DIDÁCTICA.....	37
4.1 CONTENIDOS, CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES.....	37
4.2 COMPETENCIAS CLAVES.....	37
4.3 METODOLOGÍA.....	38
4.4 SECUENCIACIÓN, TEMPORALIZACIÓN Y RECURSOS.....	39
4.5 PRESUPUESTO.....	42
5. CONCLUSIONES E IMPLICACIONES.....	44
ANEXO I.....	46
CONTENIDOS, CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES.....	46
ANEXO II.....	48
DADOS Y MONEDAS RADIATIVAS.....	48
A) Explicación.....	48
B) Guión de laboratorio.....	52
ANEXO III.....	55
COCINANDO MUONES.....	55

A) Explicación:.....	55
B) Guión de laboratorio.....	57
ANEXO IV.....	59
DETERMINANDO LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD .....	59
BIBLIOGRAFÍA.....	66
NORMATIVA LEGAL .....	67

## PARTE I

---

### 1. ANTECEDENTES Y CONTEXTUALIZACIÓN

El descubrimiento de la **radiactividad** por Henri Becquerel en 1896, tras observar el fenómeno de fosforescencia en determinados materiales después de haber estado sometidos a luz solar, puede considerarse el comienzo de lo que hoy se conoce como **física nuclear**. Posteriormente otros científicos como Rutherford, Paul Villard, Pierre y Marie Curie continuaron estudiando este tipo de radiactividad que se producía de forma espontánea, llamada **radiactividad natural**, siendo estos dos últimos quienes descubrieron más sustancias radiactivas como el torio, el polonio y el radio y atribuyeron la radiactividad como una propiedad atómica. Aprovechando y modelando este fenómeno a nuestro antojo, nos encontramos con la **radiactividad artificial** o inducida, siendo los pioneros la pareja Frédéric e Irène Joliot-Curie, al descubrir radiactividad al bombardear con las partículas y energía adecuadas determinados núcleos. Ahora estos principios han supuesto un gran impacto en otras ciencias como en medicina, geología, arqueología y en la industria (Atwood & Sheline, 1989, citado por Lavín & Mínguez, 2017).

Por otro lado, Albert Einstein publica en 1905 en la revista *Annalen der Physik* el artículo “Sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento”, entre otros, en el que introduce una nueva visión de entender algunas magnitudes que desde la física clásica se concebían como constantes, como el espacio, el tiempo, la masa o la energía. Es decir, modificó por completo la idea “universal” de que el tiempo y el espacio eran constantes, pasando ahora a ser variables, y por lo tanto una nueva concepción del espacio-tiempo, con las consecuencias que esto trae en el estudio de la cinemática y la dinámica. Revoluciona el mundo de la física al afirmar que magnitudes como el tiempo, el espacio o la energía dependían del observador y por lo tanto no eran absolutas. Esta nueva perspectiva se denominó Teoría de la Relatividad Especial (TRE), que a su vez fue perfeccionada en 1915 con la Teoría de la Relatividad General (TRG), también introducida por Einstein, ya que la TRE había quedado incompleta a la hora de explicar determinados fenómenos desde sistemas de referencia acelerados. Así, en esta última, se tomaban en consideración los efectos de la gravedad y la aceleración en el movimiento de los cuerpos (Alonso & Soler, 2006; Alonso & Soler, 2009).

Con este trabajo, Einstein pretende crear un puente entre los principios de la mecánica newtoniana (clásica) y los fenómenos electromagnéticos, que no se podían explicar desde los principios de esta mecánica clásica. Más adelante en este proyecto se explica de manera más técnica la evolución de la física clásica a la moderna. Estas publicaciones sobre relatividad suponen un punto de inflexión en la ciencia de la física, y un importante avance científico pues actualmente, a pesar de que haya supuesto un cambio de pensamiento, de la concepción del movimiento de los cuerpos, así como de prejuicios y que se escapa del “sentido común”, esta teoría está reconocida y aceptada hoy en día.

La **física nuclear o de partículas** y la **teoría de la relatividad** son hoy en día dos importantes ramas de la **física moderna** (la física del siglo XX), que, superando las limitaciones clásicas, tratan de explicar mediante teorías el funcionamiento de sistemas, desde los más pequeños (estudio de los átomos y partículas subatómicas) hasta los más grandes (a nivel planetario, la composición del universo, etc.).

Desde finales del siglo XX hasta la actualidad, el estudio de la física moderna a nivel de secundaria y bachillerato ha sido un tema recurrente entre las administraciones. Los planes educativos marcados por ley no contemplaban dentro del temario contenidos sobre esta área de conocimiento, en concreto sobre contenidos de relatividad, o tenían muy poca presencia, hasta la reforma de la LOGSE (RD1178/1992), en la cual se le empezó a dar importancia, pero no duró mucho pues en las primeras reformas de esta misma ley (RD3437/2000) se acortaron mucho los contenidos sobre relatividad, dejando estas competencias a las comunidades autónomas, por lo que algunas lo contemplaban y otras no (Alonso & Soler, 2006). Desde la LOE (RD1467/2007) hasta la ley vigente actual LOMCE (RD1105/2014) se contempla para la asignatura de física de bachillerato la rama de la física moderna, en concreto la teoría de la relatividad, introducción a la física cuántica y física nuclear.



## **2. INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN**

Entre los alumnos existe una cierta desilusión, desinterés y desmotivación hacia las ciencias, en particular la física, que provoca que pocos de ellos elijan el bachillerato científico o incluso estudios superiores relacionados con esta disciplina. Los alumnos consideran que es una asignatura difícil, aburrida y alejada de la vida cotidiana (Solbes, Montserrat, & Furió, 2007).

Después de revisar las causas que pueden conllevar a este tipo de sentimientos entre los alumnos, para conocer el origen e intentar solucionarlo en la medida de lo posible, en este proyecto se diseña una serie de sesiones educativas abordando contenidos sobre la física moderna del siglo XX (de la que se hablaba anteriormente) para el curso de 2º de bachillerato. Así, se intenta proporcionar un diseño de práctica experimental que ayude a comprender conceptos a menudo complejos desde un proceso enseñanza-aprendizaje constructivista, donde se vayan construyendo los conocimientos desde la base, intentando evitar la enseñanza tradicional, que generalmente es expositiva. Para ello, nos basamos en un experimento realizado por los científicos Rossi y Hall publicado en 1941, mediante el cual se demostraron los postulados de la teoría de la relatividad predichos por Einstein, además de llevarlo a la práctica experimental. A través de este experimento se puede tratar, no sólo la teoría de la relatividad, si no otros contenidos como la radiactividad. Además de plantear una serie de actividades alternativas, es un intento de demostrar que la enseñanza de la física no siempre requiere de grandes recursos materiales ni económicos, que se pueden llevar al aula unas experiencias completamente válidas y eficaces con pocos medios.

A nivel curricular y social, se considera que estas ramas de la física moderna son lo suficientemente importantes como para ser estudiadas en bachillerato. En cuanto al estudio de física nuclear, se podrían numerar varias aplicaciones que a día de hoy son fundamentales y resultan imprescindibles, como obtención de energía en centrales nucleares o el tratamiento de enfermedades por radioterapia. En cuanto al estudio de la relatividad, se considera interesante como mínimo para los alumnos del bachillerato científico. Además de ampliar su cultura general, una introducción de la teoría de la relatividad ayuda a la comprensión de la propia física clásica que los estudiantes han aprendido durante años, al presentarse ahora esta última como un caso límite de la relatividad especial (Alonso & Soler, 2006; Arriasecq, Greca, & Cayul, 2017).

## 2.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

A pesar de que el estudio de la física moderna a nivel de bachillerato ya lleva implantado en el sistema educativo un tiempo, siguen existiendo numerosas dificultades y carencias que obstaculizan el proceso enseñanza-aprendizaje en este campo, tanto para docentes como para alumnos, como se pone de manifiesto en varias investigaciones (Fischler & Lichtfeldt, 1992; Gil & Solbes, 1993; Petri y Niedderer, 1998; Johnston *et al.*, 1998; Kalkanis *et al.*, 2003, citado por Sinarcas & Solbes, 2013).

La problemática principal reside en la dificultad que presentan los alumnos para comprender determinados contenidos científicos. Diferentes factores comentados a continuación influyen de manera significativa agravando este problema, que además es bastante generalizado, no solo a nivel nacional, sino que también se da en otros países (Hewson, 1982; Villani & Pacca, 1987; Okun, 1989, citado por Alonso y Soler, 2006).

A parte de las numerosas reformas educativas sobre los contenidos de física moderna anteriormente descritos, que ya de por sí traen cambios e incertidumbre, se le suma que este tema siempre se ha contemplado en los planes de estudio de una forma poco estructurada, con conceptos muy superficiales, sin una introducción y relaciones con la física clásica adecuadas, sin considerar las diferencias entre ellas, etc.

Además, por lo general los libros de texto presentan muchas limitaciones, con errores conceptuales, tratando los contenidos de una forma superficial, poco clara, etc. Alonso y Soler (2006), después de analizar el tema de relatividad en varios libros de texto de bachillerato, concluyen:

- El tema de relatividad es muy breve, tratando escasos conceptos y definiéndolos de forma aislada.
- Tratan de encaminar el aprendizaje de relatividad hacia un sistema repetitivo, mecánico, sin desarrollar el método científico, sin dar pie a que los alumnos critiquen, analicen, formulen hipótesis o extraigan conclusiones.
- No presentan los contenidos de relatividad de una forma estructurada y coherente, a menudo las expresiones no son adecuadas y favorecen interpretaciones erróneas, no se muestra una continuidad entre la cinemática y la dinámica relativista.
- No se describen claras las diferencias entre la mecánica clásica y la mecánica relativista, por lo que los estudiantes solapan conceptos entre ambas (Villani &

Pacca, 1987; Toledo *et al.*, 1997; Villani & Arruda, 1998, citado por Alonso y Soler, 2006).

A esto se le añade una escasa formación del profesorado en esta rama de la física, puesto que generalmente los docentes no han recibido formación sobre relatividad en sus correspondientes estudios universitarios, y se limitan a documentarse en los libros de texto que, como ya se ha visto, presentan generalmente unos contenidos muy pobres (Alonso & Soler, 2006; Arriasecq, Greca, & Cayul, 2017).

En estos temas, los alumnos suelen tener ya ideas preconcebidas, que en muchas ocasiones resultan ser erróneas, incompletas o alternativas, adquiridas en cursos inferiores o por medios de comunicación y redes sociales (Esteban & Pérez-Esteban, 2012), lo que influye negativamente en el aprendizaje posterior. Por ejemplo en cuanto a radiactividad, estudios (De Posada & Prieto, 1989; Millar & Gill, 1996; Gutiérrez *et al.*, 2000, citado por Lavín & Mínguez, 2017) indican que estudiantes de bachillerato no distinguen entre conceptos centrales (radiación o material radiactivo), tienen la idea de que si un objeto es expuesto a radiactividad se convierte en radiactivo o entienden el período de semidesintegración como el tiempo en el que la masa de una sustancia radiactiva se reduce a la mitad.

Por último destacar que, generalmente, esta ciencia se les presenta a los alumnos de secundaria y bachillerato desde una perspectiva tradicional, donde la dinámica de las clases se limita a explicaciones teóricas de tipo expositivo, experiencias de laboratorio bastante guiadas y resolución mecánica de ejercicios. Esto no suele ayudar a que los alumnos desarrollen un sentido crítico, que formulen hipótesis, que se equivoquen y aprendan de sus errores, que sean creativos, que relacionen los principios y fundamentos científicos con la vida real y fenómenos cotidianos o que no alteren ideas mal preconcebidas. Debido a que es una ciencia teórico-experimental, las prácticas de laboratorio o la experimentación resultan imprescindibles, aunque según Barberá & Valdés (1996), citado por Lavín & Mínguez (2017) los guiones de laboratorio “tipo receta de cocina”, guían demasiado al estudiante sin permitir su desarrollo mediante el método científico.

## 2.2 ESTADO DE LA CUESTIÓN

Debido a que el estudio de contenidos relacionados con la teoría de la relatividad son obligatorios por normativa y caen en las pruebas de acceso a la universidad, que por lo general los alumnos del bachillerato científico muestran interés en este tema y en concreto a los numerosos obstáculos presentados anteriormente durante el proceso enseñanza-aprendizaje sobre este tema, que resumiendo son: la falta de comprensión conceptual de este tema por parte de los alumnos y por tanto tener que recurrir al estudio memorístico pero no constructivo y al escaso material didáctico disponible para docentes, nos encontramos ante una oportunidad de solucionar, por mínimo que sea, alguna de estas deficiencias que entorpecen el estudio de la teoría de la relatividad especial.

Así, este proyecto se presenta como una propuesta didáctica para el estudio de la relatividad y otros contenidos sobre física moderna (relacionados con radiactividad) a nivel de 2º de bachillerato. Para ello, se utilizará como base un experimento realizado por los científicos Rossi y Hall publicado en 1941 (posterior a las publicaciones de Einstein de la TRE en 1905), que constituyó una confirmación de los postulados de la TRE. Como para este experimento se requiere del estudio de partículas subatómicas que emiten radiación, por tanto sustancias radiactivas, se puede aprovechar y tratar también en esta propuesta contenidos obligatorios relacionados con la física nuclear. El experimento de estos científicos es fácil de simular en el aula, no requiere de numerosos recursos y hace que estos contenidos, en principio abstractos y complejos, se lleguen a entender mejor simplemente por el hecho de analizar empíricamente estos fenómenos, es por ello que se ha optado por basarnos en esta experiencia, llevarla a cabo en el aula y por lo tanto diseñar esta propuesta.

## 2.3 OBJETIVOS

El **objetivo principal** es diseñar una alternativa eficaz a los libros de texto, sencilla y económica para abordar contenidos de la física moderna de 2º de bachillerato, que consiste en la puesta en práctica de una experiencia de laboratorio basada en un experimento histórico que confirma la TRE. Se pretende mejorar el rendimiento académico además de la calidad de aprendizaje del alumno.

En cuanto a los **objetivos secundarios**:

- Este proyecto pretende dirigirse directamente a docentes, en cuanto a proporcionar una estrategia didáctica y un conocimiento técnico sobre conceptos de física moderna, que como antes se comentaba, muchas veces los docentes no presentan una buena base en estos temas. También pretende dirigirse indirectamente a los alumnos del bachillerato científico.
- Que en un futuro se pueda llegar a implantar en las aulas, y que como consecuencia, se concluya que realmente es una alternativa eficaz para el estudio de la teoría de la relatividad y por tanto que los alumnos logren un aprendizaje significativo. En esta línea, demostrar que la enseñanza tradicional para el estudio de estos temas es la más recurrida por su facilidad pero no la óptima.
- Demostrar que para el estudio de la física no siempre es necesario utilizar muchos recursos de elevado coste, y más a nivel de secundaria o bachillerato, sino que se puede poner en práctica un experimento válido, que no lleve a confusión y que cumpla con el objetivo de explicar o demostrar una teoría o modelo, mediante el cual además se pueden explicar varios contenidos.

## 2.4 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Las fuentes de información principales que han servido como base e inspiración para el presente trabajo son las siguientes:

Alonso & Soler (2006), donde afirman que “es posible desarrollar elementos importantes de introducción a la relatividad a través de un tema coherente, sin requerir un consumo excesivo de tiempo y promoviendo en los estudiantes un aprendizaje significativo de aspectos esenciales de la teoría”.

López & Barrio (2016), que desarrollan una experiencia mediante la cual se puede estudiar la teoría de la relatividad especial midiendo la variación en el flujo de muones que llegan a la superficie terrestre.

El experimento de Rossi y Hall (1941). Smith (2003) detalla la experiencia llevada a cabo por estos científicos que lleva a la confirmación de la TRE propuesta por Einstein, a partir de la cual se puede desarrollar una unidad didáctica interesante.

## PARTE II

---

### 3. FUNDAMENTO TEÓRICO

En este apartado se realiza una revisión teórica sobre los contenidos principales a tratar, de manera que la posterior transmisión de estos durante las actividades sea desde un conocimiento técnico amplio de modo que se garantice el mejor proceso enseñanza-aprendizaje. Se describen a continuación: conceptos básicos de física nuclear, centrándose en un tipo de radiación natural concreto (la radiación cósmica y unas partículas subatómicas relevantes para el experimento a llevar a cabo: los muones), una introducción a la relatividad de Einstein y la transición desde la mecánica clásica y un amplio estudio de los experimentos a partir de los cuales nos basamos para esta propuesta, el de Rossi y Hall (1941) y una versión posterior filmada del mismo: el de Frisch y Smith (1963).

#### 3.1 INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA NUCLEAR

La **radiactividad** es el proceso mediante el cual el núcleo de un átomo inestable pierde energía llamada **radiación**, ya sea en forma de ondas electromagnéticas (radiación electromagnética) o en partículas subatómicas (radiación corpuscular). Por tanto, una sustancia que presenta núcleos inestables es radiactiva.

La **desintegración de una especie radiactiva** se trata de un proceso espontáneo, aleatorio, completamente destinado al azar y que no está influenciado por agentes externos, es el proceso mediante el cual un núcleo radiactivo se disocia en otras partículas hasta que estas partículas lleguen a ser estables.

La **radiación corpuscular** incluye partículas **alfa**  $\alpha$  (cuando en la desintegración de una sustancia radiactiva surgen núcleos de helio-4), **beta** (cuando surgen electrones o positrones), **protones**, **neutrones** u otras partículas resultantes de la desintegración de los **rayos cósmicos**, como más tarde se explicará.

Se distinguen dos tipos de radiactividad: la **radiactividad artificial**, que tiene lugar como consecuencia de una reacción nuclear provocada y la **radiactividad natural**, que se trata de un proceso espontáneo.

El **contador Geiger** es un aparato para medir la radiactividad de un objeto o un lugar.

*Magnitudes características de la desintegración radiactiva:*

Como la desintegración radiactiva es un proceso aleatorio, solo se puede predecir mediante aproximaciones estadísticas, tomando grandes cantidades de núcleos radiactivos para que la aproximación sea lo más precisa posible. El número de núcleos que se desintegran es directamente proporcional al número de núcleos existentes, según:

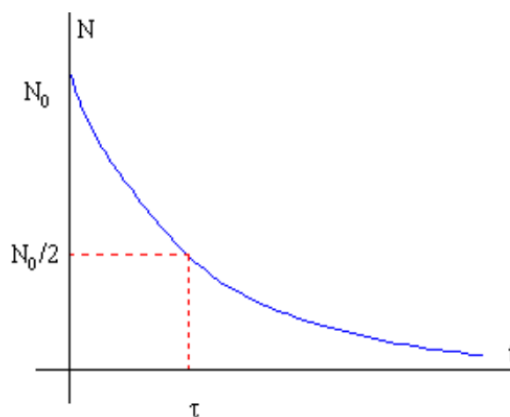
$$\frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N \quad (\text{Ec. 1})$$

Siendo  $\lambda$  ( $s^{-1}$ ) la **constante de desintegración**, que es característica de cada núcleo radiactivo y representa la probabilidad de que se desintegre y  $N$  el número de núcleos que permanecen sin desintegrar. El signo menos indica que el número de núcleos disminuye con el tiempo.

Se ha observado que el número de núcleos radiactivos que permanecen sin desintegrar en una muestra disminuye exponencialmente con el tiempo (Gráfica 1), lo que integrando la Ec. 1 se obtiene la **ecuación de la ley de desintegración radiactiva**:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \quad (\text{Ec. 2})$$

Siendo  $N$  el número de núcleos que permanecen inestables después de un cierto tiempo  $t$ (s),  $N_0$  el número de núcleos radiactivos iniciales y  $\lambda$ ( $s^{-1}$ ) la constante de desintegración.



**Gráfica 1:** Representación de la desintegración radiactiva. Número de partículas radiactivas en función del tiempo. Fuente: <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/cuantica/desintegracion/radio.htm>

Se denomina **actividad** o **velocidad de desintegración** de una sustancia radiactiva al número de desintegraciones que se producen en la unidad de tiempo, según:

$$A = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda \cdot N \quad (\text{Ec. 3})$$

Siendo  $A(\text{Bq})$  la actividad de una sustancia radiactiva. Como la actividad y la masa  $m(\text{kg})$  de una especie radiactiva son directamente proporcionales al número de núcleos existentes se cumple:

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \quad (\text{Ec. 4})$$

$$m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \quad (\text{Ec. 5})$$

Se denomina **periodo de desintegración**,  $T_{1/2}(\text{s})$  al tiempo que debe transcurrir para que el número de núcleos radiactivos presentes en una muestra se reduzca a la mitad, por lo tanto si  $N=N_0/2$ , de la Ec. 2 se deduce:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad (\text{Ec. 6})$$

Se denomina **vida media**,  $\tau(\text{s})$  de un núcleo al tiempo que por término medio tardará un núcleo en desintegrarse. Se trata de la inversa de la constante de desintegración:

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \quad (\text{Ec. 7})$$

Para este proyecto resulta relevante estudiar un tipo de radiactividad natural, la **radiación cósmica** y una partícula resultante de esta, los **muones**.

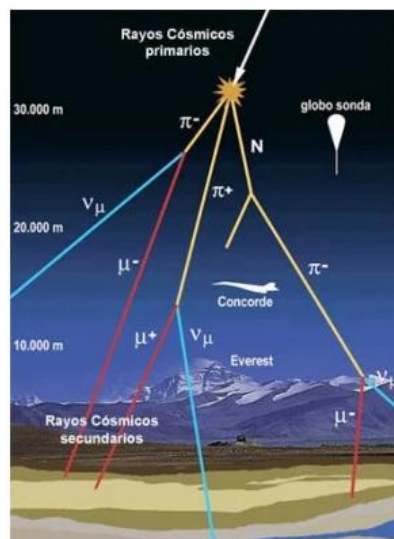
#### *Radiación cósmica:*

Los rayos cósmicos son partículas subatómicas procedentes del espacio que llegan a la Tierra con una elevada velocidad y por tanto muy energéticas. Durante la década de 1900, tras el descubrimiento de la radiactividad, se comienza a investigar sobre la “ionización del aire”, es decir, sobre la procedencia de la radiación ionizante de la atmósfera como causa de su conductividad eléctrica. Así, el primer experimento relevante en esta línea se desarrolló en 1909, cuando Theodor Wulf demostró que la radiación ionizante era mayor cuanto mayor fuera la altitud. Más tarde, Victor Hess lo confirmó, por lo que se llevó el Premio Nobel de Física en 1936. Por lo tanto, se demostró que estas partículas subatómicas procedían del espacio, desde incluso más lejos de la Vía Láctea. Fue Robert Millikan quien asignó el término de rayos cósmicos a



este tipo de partículas (Millikan, 1926). Aún hay muchos interrogantes sobre de dónde provienen, cómo pueden llegar a tener energías tan altas, cómo se propagan por el espacio, etc. (Alonso & Soler, 2009).

Los rayos cósmicos primarios (los primeros que llegan a interactuar con la atmósfera) son principalmente protones y partículas alfa de alta energía (un 98 %) y en menor medida son positrones y antiprotones. Estos viajan a velocidades muy elevadas y su energía es muy elevada, mayor a  $10^{20}$  eV. Cuando estas partículas primarias interactúan con las moléculas presentes en la atmósfera terrestre (como  $N_2$ ,  $O_2$  o  $CO_2$ ), se liberan electrones, proceso que excita los átomos y genera nuevas partículas, llamadas partículas secundarias. Estas a su vez pueden generar otras, llegándose a formar hasta  $10^{11}$  nuevas partículas, desencadenándose así una serie de reacciones nucleares, en un fenómeno denominado cascadas atmosféricas extendidas (Imagen 1). Las partículas secundarias son principalmente fotones, leptones y hadrones, como electrones, positrones, muones y piones. Se pueden medir con distintos detectores, principalmente basados en la ionización de la materia.



**Imagen 1:** Representación esquemática del fenómeno cascada atmosférica extendida, el cual refleja la interacción del rayo cósmico primario con los componentes de la atmósfera terrestre y la consecuente formación de partículas secundarias como los muones ( $\mu$ ). Fuente:

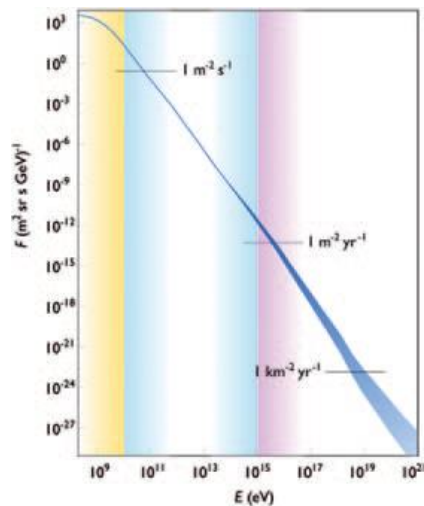
<https://cienciaonthecrest.com/2015/11/26/los-muones-y-la-dilatacion-del-tiempo/>

### *Muones:*

Los muones ( $\mu$ ) son por tanto partículas subatómicas elementales generadas a partir de la desintegración de rayos cósmicos, en concreto a partir de piones ( $\pi$ ) a unos 10000 m de la superficie terrestre. Presentan carga negativa, una masa de unas 200 veces mayor a

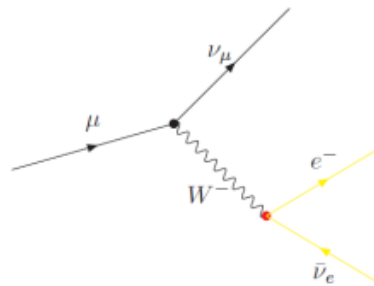
la del electrón y viajan a una velocidad de aproximadamente  $0,995c$  m/s, es decir, muy próxima a la de la luz. El flujo de muones en la superficie terrestre varía según la presión y temperatura atmosférica, lo que hace que consecuentemente varíe según las estaciones (López & Barrio, 2016).

Como se observa en la Imagen 2, el mayor flujo se corresponde con muones de baja energía procedentes del Sol. Son muy fácilmente detectables ya que son partículas con mucha masa y cargadas negativamente, por lo que se pueden detectar por sus efectos ionizantes al atravesar medios densos (Barrio, López, Senku, Ergül, & Thongnueaha), es por esto que se puede utilizar un contador Geiger comercial de bajo coste para su detección, capaces de detectar muones de energía inferior a  $10^{14}$  eV (López & Barrio, 2016).



**Imagen 2:** Diagrama de flujo de rayos cósmicos frente a su energía. Fuente: (López & Barrio, 2016)

Estas partículas, a su vez se desintegran en otras partículas continuando con el proceso cascada comentado anteriormente (Imagen 1), produciendo un electrón, un antineutrino electrónico y un neutrino muónico (Imagen 3) con un periodo de  $1,53 \cdot 10^{-6}$  s.



**Imagen 3:** Proceso de desintegración de un muón ( $\mu$ ). Fuente: <https://cienciaonthecrest.com/2015/11/26/los-muones-y-la-dilatacion-del-tiempo/>

No se conoce de forma precisa cuándo se desintegran estas partículas, ya que se trata de un proceso estocástico (aleatorio), pero se puede aproximar mediante predicciones estadísticas. Por tanto, si se tienen 1024 muones en un determinado instante y su periodo de semidesintegración es de  $1,53 \cdot 10^{-6}$  s, al cabo de este periodo, existirán en promedio la mitad, es decir, 512 muones, de la misma manera, después del doble del periodo ( $3,06 \cdot 10^{-6}$  s) existirán la mitad, 256 muones, y así sucesivamente. Para la medida de estos tiempos se toma como sistema de referencia los muones en reposo (Smith, 2003).

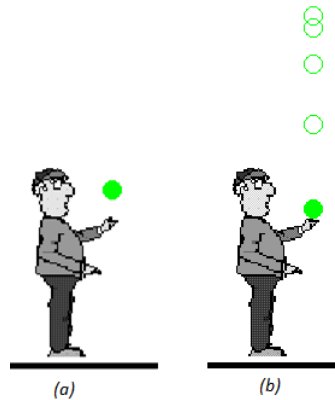
Mediante estos datos de periodos de desintegración de los muones, estos se pueden utilizar como “relojes” midiendo cortos instantes de tiempo, de tal manera que si en un punto encontramos 1024 muones y en otro 128, sabremos que han pasado tres periodos ( $4,59 \cdot 10^{-6}$  s). En este fundamento se basan los primeros experimentos realizados para demostrar los postulados de dilatación del tiempo y contracción de longitudes de la Teoría de la Relatividad Especial, que más tarde se desarrollarán (Smith, 2003).

### 3.2 CONSTRUYENDO LA RELATIVIDAD

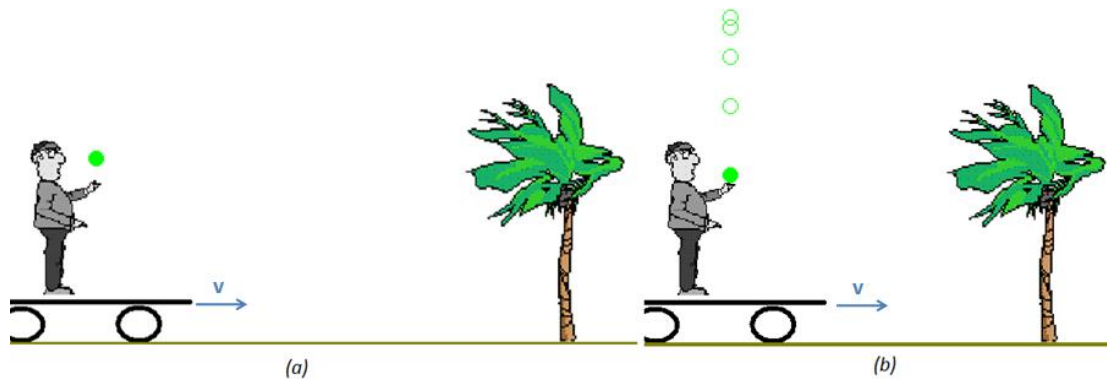
Cuando se intenta describir el reposo o el estado de movimiento de un cuerpo, es preciso definir un sistema de referencia adecuado. El gran reto relativista consiste en una búsqueda de leyes únicas y capaces de proporcionar descripciones diferentes de todo movimiento según cuál sea el sistema de referencia que se adopte (Alonso & Soler, 2009).

La **mecánica de Newton** o mecánica clásica ya contempla el concepto de relatividad, en cuanto a que el movimiento de un cuerpo es relativo con respecto a un observador. Newton propone una primera solución, que no será la definitiva, a este reto relativista, definiendo un tipo especial de sistemas de referencia, los **Sistemas de Referencia Inerciales (SRI)**. Para ello se basa en el principio de Galileo, en el que sostiene que “es imposible distinguir entre los acontecimientos físicos que ocurren entre dos sistemas de referencia en movimiento relativo de traslación rectilínea uniforme, por lo que desde un punto de vista mecánico son equivalentes”. Esto último se puede explicar mediante la siguiente situación: imaginemos dos observadores, uno en reposo en el suelo (observador A, OA) y otro en un vagón de tren que se mueve con movimiento rectilíneo uniforme respecto de OA, al que llamaremos observador B, (OB). Los dos lanzan una pelota hacia arriba y observan el movimiento que ésta describe. Ambos observan y

podrían describir el mismo movimiento que ha llevado la pelota, vertical acelerado (Imagen 4 y 5). Entonces, ¿cuál de los dos observadores se está moviendo? Para el OA, el OB se está moviendo con M.R.U. pero, para OB, OA se está moviendo (en sentido contrario) con M.R.U. ya que, como la propia experiencia nos indica, para el OB, dentro del tren, es como si estuviera parado y el exterior se moviese (Imagen 6). En definitiva, dos SR, uno en reposo y otro con M.R.U. con respecto al de reposo, son equivalentes. De lo que se está seguro es del movimiento relativo entre ambos, pero no se les puede atribuir la propiedad de reposo o de movimiento. Como el movimiento de la pelota es equivalente para los dos puntos de vista (los dos SR), se pueden considerar SRI (Alonso & Soler, 2009).



**Imagen 4:** Observador OA en reposo describe un movimiento vertical y acelerado de la pelota. (a) Momento inicial. (b) Momento final. Fuente: <http://rsefalicante.umh.es/TemasSR/sistemas-referencia04.htm>

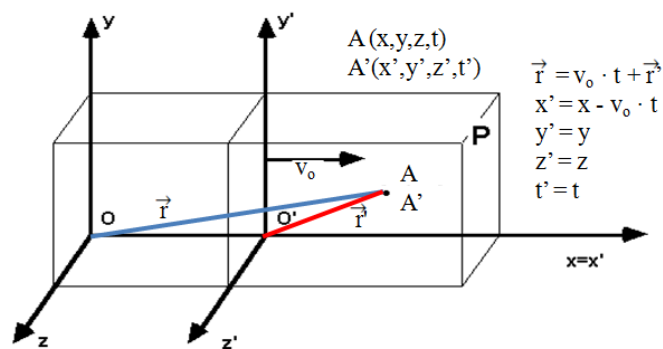


**Imagen 5:** Observador OB con M.R.U. describe un movimiento vertical y acelerado de la pelota. (a) Momento inicial. (b) Momento final. Fuente: <http://rsefalicante.umh.es/TemasSR/sistemas-referencia04.htm>



**Imagen 6:** Representación de la relatividad de los movimientos. Para un observador dentro de un tren con M.R.U. está quieto, es el exterior el que se mueve con una velocidad en sentido contrario.

Como se ha visto, distintos observadores situados en distintos sistemas de referencia pueden definir un mismo movimiento, por lo tanto se pueden relacionar las magnitudes cinemáticas entre ellos mediante las transformaciones de Galileo, que se consideran las bases de la mecánica newtoniana.



**Imagen 7:** Transformaciones de Galileo para dos observadores, O en reposo y O' moviéndose con velocidad constante. Fuente: <https://cuentos-cuanticos.com/2011/10/19/pildorazo-relatividad-especial-transformaciones-de-galileo/>

Siendo O el observador en reposo y O' el que se mueve con velocidad constante (M.R.U.). En la Imagen 7 se representan las ecuaciones matemáticas que relacionan las observaciones entre ambos SRI. Derivando, se pueden así obtener las ecuaciones que describen las velocidades y aceleraciones respectivas,  $v' = v - v_0$  y  $a' = a$ . En definitiva, como la aceleración para ambos es la misma, las leyes de Newton comentadas a continuación también, por lo que mediante estas transformaciones se deduce que **las leyes de la mecánica son las mismas para todos los sistemas de referencia inerciales**.

Los principios fundamentales de la Mecánica de Newton, enunciados por este en 1687 en *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, hoy en día adaptados (Alonso & Soler, 2009), son:

- Todo cuerpo se mantiene en su estado de reposo o movimiento uniforme y rectilíneo a no ser que sea obligado por fuerzas externas a cambiar su estado.
- El cambio de movimiento es proporcional a la fuerza motriz impresa y ocurre según la línea recta a lo largo de la cual aquella fuerza se imprime. (Lo que hoy en día es la segunda ley de Newton: fuerza resultante  $F_{RES}$ (N) que actúa sobre un cuerpo, es directamente proporcional a su aceleración  $a$ (m/s<sup>2</sup>), siendo  $m$ (kg) la masa del cuerpo  $\rightarrow F_{RES} = m \cdot a$ ).
- Con toda acción ocurre siempre una reacción igual y contraria: o sea, las acciones mutuas de los cuerpos siempre son iguales y dirigidas en sentidos opuestos.

Resumiendo los postulados de la **mecánica newtoniana**, se podría destacar (Alonso & Soler, 2009):

1. La solución que propone Newton al reto relativista teniendo en cuenta las transformaciones de Galileo es que para todos los SRI se escribe igual la segunda ley de Newton y el principio de conservación de la cantidad de movimiento, entonces:
  - El **tiempo**/intervalos de tiempo, el **espacio**/intervalo espacial (proporciona al espacio el privilegio de estar en reposo absoluto), la **masa** y la **aceleración** son **magnitudes absolutas**.
  - Las únicas **magnitudes relativas** hasta el momento son la **velocidad** y la **posición** (y todas las derivadas de ellas, como la energía o la cantidad de movimiento).

*El problema del electromagnetismo y limitaciones de la mecánica clásica:*

Durante el siglo XIX, diversos científicos estudian fenómenos relacionados con el electromagnetismo que van a tener repercusión en la TRE de Einstein. Así, Maxwell, asumiendo la naturaleza ondulatoria de la luz, calcula velocidad a la que viaja en el vacío, mediante:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}} = 299795637,7 \text{ m/s} \quad (\text{Ec. 8})$$

Siendo  $c$ (m/s) la velocidad de la luz,  $\epsilon$ (F/m) la constante de permitividad eléctrica en el vacío y  $\mu$ (H/m) la constante de permeabilidad magnética en el vacío, consigue calcular la velocidad de la luz, aproximadamente con un valor de  $3 \cdot 10^8$  m/s.

Por lo tanto, para Maxwell la luz se trata de una forma de radiación electromagnética, que en el vacío tenía un valor de  $3 \cdot 10^8$  m/s, pero, que al tratarse de una onda electromagnética, debía haber un medio por el cual se propagase en el que tuviera una velocidad característica. Así, los físicos del siglo XIX establecieron la existencia de un medio denominado 'éter lumífero' que estaba en reposo, por el cual se propagaban las ondas luminosas y por tanto la Ec. 8 de Maxwell era válida. Sin embargo, el experimento realizado por Michelson y Morley en el mismo siglo en el cual se pretendía calcular la velocidad a la que se mueve la tierra en este medio, el éter, resultó ser contradictorio, pues concluía que el éter no debería existir y que la luz presenta una velocidad definida, independiente del estado de movimiento del observador o del foco luminoso.

Tras estas teorías sobre electromagnetismo, Einstein supone que, si la velocidad de la luz sigue siendo la misma ( $3 \cdot 10^8$  m/s) para cualquier observador (incluso uno que se mueva casi tan deprisa como ésta) sólo cabe contemplar la **variación del espacio y el tiempo**, ya que, si la luz ha recorrido una distancia muy pequeña con respecto a este último observador (el que se mueve con una velocidad próxima a la luz), el tiempo se ha debido casi detener, puesto que el cociente espacio tiempo debe ser **constante**, igual a  $c$ (m/s), la única magnitud absoluta. Es por ello que nada puede viajar a más velocidad que la luz, pues sería un viaje al pasado. Así, Einstein supone que la velocidad de la luz es invariante independientemente del SR elegido, hecho que contradice la afirmación clásica, por lo que debía rechazar las transformaciones de Galileo y proponer otras teorías.

#### *Transformaciones de Lorentz y teoría especial de la relatividad:*

A partir de los avances anteriores, la teoría de la relatividad se basa en los siguientes principios:

1. Las leyes de la física son válidas y tienen la misma expresión matemática en todos los SRI.
2. La velocidad de la luz es la misma para todos los SRI, y representa un límite de velocidad superior a la velocidad de cualquier objeto.

Al ser ahora variantes las magnitudes de tiempo y espacio, se rechazan las transformaciones de Galileo de la Imagen 7, al encontrarse ciertas inconsistencias con

los avances de las teorías del electromagnetismo. Lorentz supone que todos los cuerpos se contraen en la dirección del movimiento respecto al éter estacionario en un factor, denominado **factor de Lorentz** (Alonso & Soler, 2009):

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (\text{Ec.9})$$

E introduciendo este factor en las transformaciones de Galileo, resultan otras nuevas ecuaciones que, al igual que las anteriores, relacionan magnitudes físicas de dos observadores diferentes. Así, sea un SR ( $O' x'y'z'$ ) que se mueve respecto de otro SR fijo ( $O xyz$ ) se contemplan las ecuaciones de transformación de Lorentz:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (\text{Ec.10})$$

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2} \cdot x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (\text{Ec.11})$$

$$y' = y \quad (\text{Ec.12})$$

$$z' = z' \quad (\text{Ec.13})$$

En comparación con las ecuaciones de transformación de Galileo (Imagen 7) ahora sí se tiene en cuenta que tiempos medidos por observadores distintos difieren (Ec.11). Se observa además que para velocidades pequeñas en comparación con la velocidad de la luz, el cociente  $v^2/c^2$  es prácticamente nulo y por tanto despreciable, por lo que las ecuaciones de transformación de Lorentz se convierten en las de Galileo, y en consecuencia el efecto relativista solo se aprecia en velocidades altas.

De esto se puede deducir que **la mecánica clásica es un caso límite de la TRE**, válida cuando el cociente  $v^2/c^2$  tiende a cero.

#### *Consecuencias de los postulados de Einstein de la TRE:*

El hecho de medir magnitudes desde distintos sistemas de referencia, trae las siguientes consecuencias:

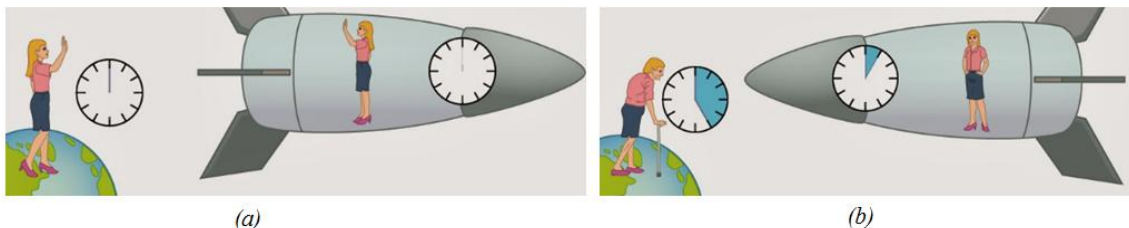


## 1. La dilatación de tiempos:

Para un observador O' situado en un sistema de referencia en reposo, el intervalo de tiempo que pasa para un proceso físico es  $\Delta t(s)$ , mientras que para un observador O situado en un sistema de referencia en movimiento con respecto a O, el intervalo de tiempo entre ese proceso físico es  $\Delta t_0(s)$ , y de acuerdo con las transformaciones de Lorentz:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow \Delta t = \gamma \cdot \Delta t_0 \quad (\text{Ec.14})$$

Siendo  $\gamma$  el factor de Lorentz,  $\Delta t(s)$  el intervalo de tiempo entre dos sucesos medido por un observador (situado en un SR en reposo con respecto al proceso físico) para el que los dos sucesos ocurren en distinta posición, denominado **tiempo impropio** y  $\Delta t_0(s)$  el intervalo de tiempo medido por un observador (situado en un SRI que se mueve con respecto al observador O' con una velocidad  $v(m/s)$ ), para el que los dos sucesos ocurren en la misma posición, denominado **tiempo propio**. Como la velocidad  $v(m/s)$  a la que viaja el observador O no puede ser mayor que la velocidad de la luz,  $\gamma$  siempre va a ser mayor a 1, por tanto el tiempo impropio siempre va a ser mayor al tiempo propio, fenómeno que se denomina **dilatación del tiempo**.



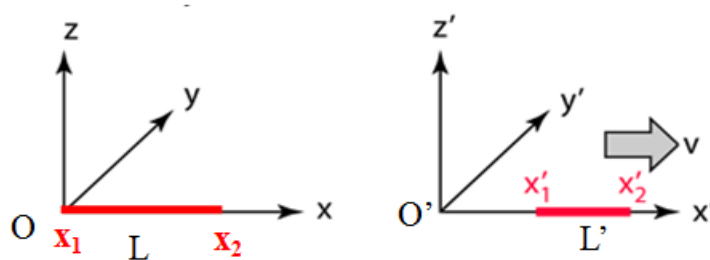
**Imagen 8:** Representación fenómeno de la dilatación temporal. (a) Momento inicial. (b) Momento final. Fuente: <http://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/ecoblog/mramrodp/2017/04/14/fisica-del-siglo-xx-relatividad/>

## 2. La contracción de longitudes:

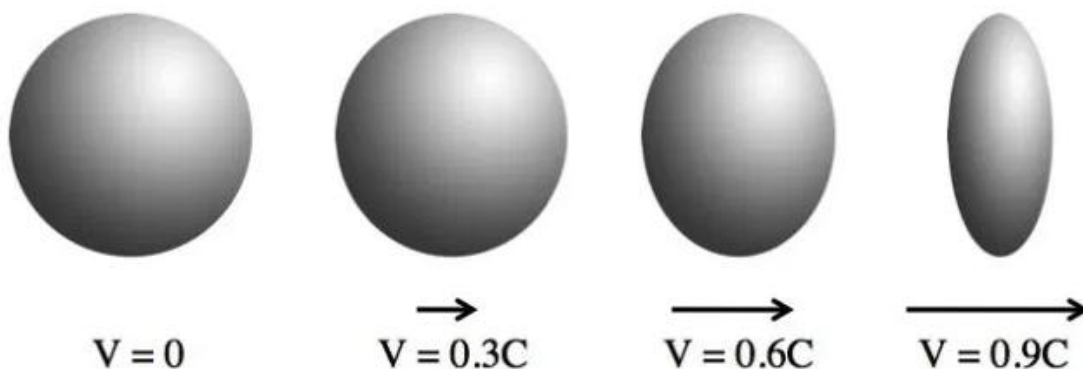
Para un observador O situado en un SR en reposo, la longitud de una varilla situada sobre el eje x, será  $L_0(m)$ , mientras que para un observador O' situado en un SR que se mueve con respecto del anterior, la longitud de la varilla será  $L(m)$ , y de acuerdo con las transformaciones de Lorentz:

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rightarrow L = \frac{L_0}{\gamma} \quad (\text{Ec.15})$$

Siendo  $\gamma$  el factor de Lorentz,  $L_0(\text{m})$  la longitud medida por un observador en reposo con respecto a la varilla, denominada **longitud propia** y  $L(\text{m})$  la longitud medida por un observador que tiene una velocidad  $v(\text{m/s})$  respecto de la varilla, denominada **longitud impropia**. Como  $\gamma$  es mayor que 1, la longitud impropia siempre será menor que la longitud propia, fenómeno que se denomina **contracción de longitudes**.



**Imagen 9:** Fenómeno denominado contracción de longitudes para dos observadores, O y O' en distintos SR. Fuente: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/Relativ/dil.html>



**Imagen 10:** Representación contracción de longitudes. Fuente: <http://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/ecoblog/mramrod/2017/04/14/fisica-del-siglo-xx-relatividad/>

### 3. La equivalencia masa-energía:

La teoría de la relatividad pone de manifiesto la equivalencia entre la energía y la masa de los cuerpos. Si un cuerpo en reposo tiene una masa  $m_0(\text{kg})$  respecto de un observador, su masa  $m(\text{kg})$  en movimiento con respecto al mismo observador, teniendo en cuenta las transformaciones de Lorentz, se define:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow m = \gamma \cdot m_0 \quad (\text{Ec.16})$$

Como  $\gamma$  es mayor que 1, la masa  $m$  (kg) de un cuerpo aumenta a medida que aumenta su velocidad. La ecuación relativista que describe la energía  $E$ (J) que posee un cuerpo en movimiento es:

$$E = \sqrt{(p \cdot c)^2 + (m \cdot c^2)^2} = \gamma \cdot m \cdot c^2 \quad (\text{Ec.17})$$

Siendo  $p$ (kg·m/s) el momento lineal del objeto. De la Ec. 17 se deduce que si un **objeto** está **en reposo** su momento lineal es nulo, además de que el cociente  $v^2/c^2$  es nulo y por tanto  $\gamma$  es 1, la energía que posee es:

$$E_0 = m_0 \cdot c^2 \quad (\text{Ec.18})$$

Representando esta vez la masa  $m$ (kg) y la energía  $E$ (J) con los subíndices cero indicando que se trata de la **energía propia** que posee una partícula en reposo con respecto a ella misma (situada en su SR). Se atribuye a toda partícula una energía propia proporcional a su masa, es por ello que se afirma que **la masa es en definitiva una medida de la energía** de un sistema.

La ley que relaciona la energía propia e impropia se describe por la Ec.19 e indica que la energía total que posee una partícula es la suma de la energía propia,  $E_0$ (J) que es invariante y proporcional a su masa más una energía cinética  $E_c$ (J) asociada al movimiento de esta partícula. Por tanto la energía cinética relativa  $E_c$  (J) es:

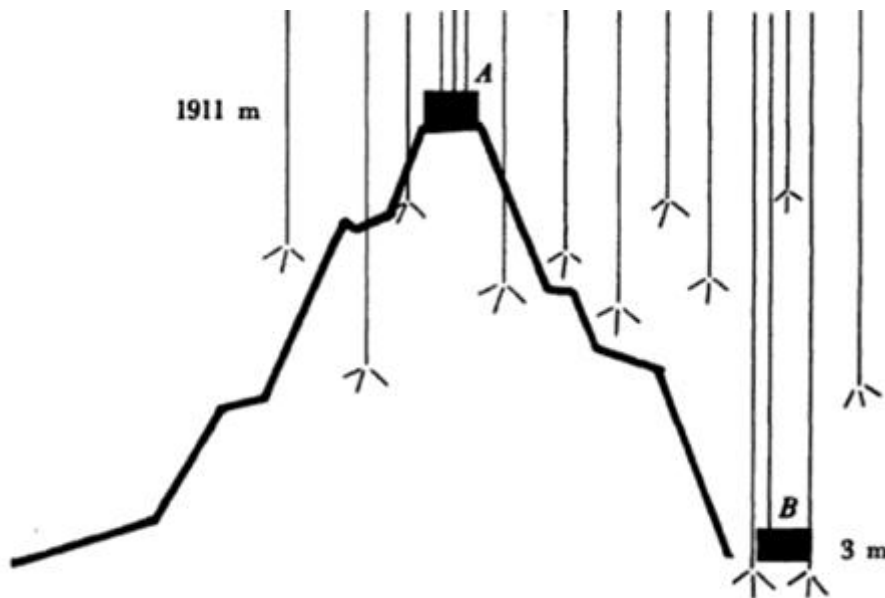
$$E_c = E_{total} - E_0 = (\gamma \cdot m_0 \cdot c^2) - m_0 \cdot c^2 = m_0 c^2 (1 - \gamma) \quad (\text{Ec.19})$$

### 3.3 EXPERIMENTO DE ROSSI Y HALL

En un intento de confirmar los fenómenos de dilatación del tiempo y contracción de longitudes predichos por la Teoría de la Relatividad Especial, los científicos Rossi y Hall llevaron a cabo en 1941 un experimento comentado a continuación (Smith, 2003) que les llevó a la observación y por lo tanto un primer paso de confirmación experimental de estos fenómenos.

Para ello colocaron dos detectores de muones, uno a lo alto del Monte Washington, New Hampshire, a unos 1911 metros a nivel del mar llamado A en la Imagen 11 y otro

a 3 metros sobre el nivel del mar, llamado B en la Imagen 11. Con los dos detectores funcionando durante una hora, mediante un parámetro que contaba partículas que viajan entre  $0,9950c$  y  $0,9954c$  (es decir aproximadamente 99,52 % de la velocidad de la luz), contaron que la cantidad de muones detectados en A fue de  $563 \pm 10$  muones / hora y en B  $408 \pm 9$  muones en una hora. Para ser más precisos en sus medidas, deberían haber colocado los dos detectores en la misma vertical, hecho que experimentalmente era imposible, pero, mediante varias medidas previas en el área cercana, se consideró que prácticamente el flujo de muones por hora era igual alrededor de esa zona, por lo que el error que se cometía era despreciable.



**Imagen 11:** Representación situación de los detectores de muones A y B. Fuente: (Smith, 2003).

Mediante las predicciones estadísticas explicadas anteriormente en las que se pronosticaba el tiempo de desintegración de los muones, se deduce que el tiempo que mide el “reloj muón” tiene que ser menor a  $1,53 \cdot 10^{-6}$  s. Para calcular precisamente el tiempo propio que miden los muones desde el detector A a B, se sustituye la Ec.7 en la Ec.2, quedando:

$$N = N_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (\text{Ec.20})$$

Siendo  $N$  el número de muones que se registran en el detector B,  $N_0$  el número de muones de los que se parte (los registrados en el detector A),  $t$ (s) el tiempo propio que miden los muones y  $\tau$ (s) la vida media de los muones en reposo. Cuando quedan la mitad de las partículas:

$$N = \frac{N_0}{2} \quad (\text{Ec.21})$$

$$\frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad ; \quad \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\left(\frac{t}{\tau}\right) \quad (\text{Ec.22})$$

Despejando la vida media de la Ec. 22, resulta un valor de vida media  $\tau$ (s) para los muones en reposo de  $2,2 \mu\text{s}$ :

$$\tau = -\frac{t}{\ln\left(\frac{1}{2}\right)} = -\frac{1,53 \cdot 10^{-6}\text{s}}{\ln\left(\frac{1}{2}\right)} \simeq 2,21 \cdot 10^{-6}\text{s} \quad (\text{Ec.23})$$

Por lo tanto, el problema que se les presentaba era el siguiente: ¿llegará un muón, que viaja a una velocidad  $0,9952c$  m/s, presenta una vida media de  $2,2 \cdot 10^{-6}$  s y tiene que recorrer 1908 m ( $1911 \text{ m} - 3\text{m}$ ) desde que se detecta en A hasta B? ¿Se desintegrará antes de llegar a B? En el caso de que lleguen a B ¿Cuántos de los muones detectados en A llegan a B?

Debido al rozamiento de los muones con el aire, para los cálculos se consideró una velocidad ligeramente menor, de  $0,992c$  m/s.

*Según la Mecánica Clásica:*

Tomando como **referencia un reloj situado en la superficie de la tierra**, se calcula el tiempo de vuelo que tardan los muones entre que se detectan en A y posteriormente en B. Este será un tiempo impropio, porque el sistema de referencia utilizado ha medido el intervalo de tiempo de este proceso físico en dos posiciones distintas (posición inicial en el detector A y posición final en el detector B). Teniendo en cuenta estos aspectos:

$$t = \frac{L_0}{v} = \frac{1908 \text{ m}}{0,992 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 6,4 \cdot 10^{-6}\text{s} \quad (\text{Ec.24})$$

Siendo  $t$ (s) el intervalo de tiempo impropio medido entre los dos sucesos (detector A y detector B),  $L_0$ (m) el espacio a recorrer entre los dos sucesos y  $v$ (m/s) la velocidad a la que viajan los muones. Este tiempo impropio nos indica el tiempo que tardarían los muones en recorrer ese determinado espacio viajando a esa determinada velocidad. De este resultado se puede concluir que los muones detectados en A, no llegarán a B, ya que su tiempo de vida media ( $2,2 \mu\text{s}$ ) es menor al que necesitan para llegar hasta B ( $6,4 \mu\text{s}$ ).

Otra forma de ver esto último es calculando el espacio, también impropio, que pueden recorrer los muones tomando en cuenta el tiempo de vida media ( $2,2 \mu\text{s}$ ) calculado

experimentalmente (seguimos tomando como sistema de referencia la superficie terrestre):

$$L = v \cdot \tau = 0,9952 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \cdot 2,2 \cdot 10^{-6} s = 656,83 m \quad (\text{Ec.25})$$

Siendo  $L(m)$  el espacio impropio,  $v(m/s)$  la velocidad de los muones y  $\tau(s)$  su tiempo de vida media. Este resultado confirma la conclusión a la que se ha llegado antes, los muones no llegan al detector B, ya que la distancia que tienen que recorrer (1908 m) es mayor a la que pueden recorrer (656 m) debido a su vida media.

Sin embargo, experimentalmente se comprueba que no es así, puesto que al detector B llegan alrededor de un 72 % de los muones que se detectaban en A (como anteriormente se ha dicho, 408 muones/h detectados en B de los aproximadamente 563 que se detectaban en A), es decir, un porcentaje bastante alto como para determinar como válidos los postulados de la Mecánica Clásica.

*Según la Mecánica Relativista:*

Si se quiere medir un tiempo propio, se debe tomar un sistema de referencia en el cual el intervalo de tiempo medido desde el inicio hasta el fin (detector A hasta el detector B) ocurra en la misma posición. Para ello, se toman los muones como relojes, es decir, se toma ahora el **sistema de referencia del muón**. Se puede ver también como que el muón está en reposo y la superficie terrestre se le viene encima a una velocidad de  $0,992c$  m/s.

Por tanto, el tiempo de vuelo visto por el muón desde el detector A hasta B, resulta, utilizando la ecuación de la ley de desintegración Ec. 2, que despejando y sustituyendo:

$$t_0 = -\tau \cdot \ln\left(\frac{N}{N_0}\right) \quad (\text{Ec.26})$$

$$t_0 = -2,2 \cdot 10^{-6} s \cdot \ln\left(\frac{408 \text{ muones}}{563 \text{ muones}}\right) = 7,08 \cdot 10^{-7} s = 0,708 \mu s \quad (\text{Ec.27})$$

Esos  $0,708 \mu s$  se corresponden con el tiempo que los muones tardan en llegar desde el detector A hasta el detector B. Por lo tanto, es el tiempo propio medido por los relojes muón, desde su sistema de referencia.

¿Qué relación existe entre el tiempo impropio y el tiempo propio?

$$\frac{t_0}{t} = \frac{0,708 \mu s}{6,4 \mu s} \simeq \frac{1}{9} \simeq 0,11 \quad (\text{Ec.28})$$

Se puede entender como la proporción en la medición de un reloj respecto del otro, es decir, si para un reloj estacionario (el que se ha tomado desde la superficie terrestre que medía tiempo impropio) pasan  $6,4 \mu\text{s}$ , para un reloj que viaja a una velocidad cercana a la de la luz ( $0,992c \text{ m/s}$ ) pasan  $0,708 \mu\text{s}$  (el que se ha tomado desde el punto de vista del propio muón, tiempo propio). Esta relación resulta ser aproximadamente el factor de Lorentz:

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \sqrt{1 - \frac{\left(0,992 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{\left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}} \approx 0,12 \quad (\text{Ec.29})$$

Por lo tanto, si nos detenemos más en esta relación:

$$\frac{t_0}{t} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad ; \quad t_0 = t \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad ; \quad t = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot t_0 \quad (\text{Ec.30})$$

Se observa la relación dilatación de tiempos predicha por Einstein, Ec. 14:

$$t = \gamma \cdot t_0 \quad (\text{Ec.31})$$

Siendo  $\gamma$  el factor de dilatación, que siempre será mayor o igual que 1, ya que nada puede viajar a mayor velocidad que la luz. Por tanto, el tiempo impropio  $t(\text{s})$  siempre será mayor que el tiempo propio  $t_0(\text{s})$ , aspecto que se observa en este mismo problema, siendo el tiempo impropio aproximadamente 9 veces mayor que el propio.

Por lo que, teniendo en cuenta esta relación entre el tiempo impropio y propio (mediante el factor Lorentz) se procede a revisar los cálculos anteriores vistos desde la mecánica clásica y resolver en este caso desde el punto de vista relativista el problema que se había planteado.

Así, desde el **sistema de referencia** de la **superficie de la tierra** viendo los relojes muones viajar desde A hasta B, con una velocidad del 99,2 % la velocidad de la luz:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \approx 7,92 \quad (\text{Ec.32})$$

$$L = v \cdot (\gamma \cdot \tau) = 0,992 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 7,92 \cdot 2,2 \cdot 10^{-6} \text{s} = 5185,38 \text{ m} \quad (\text{Ec.33})$$

Se deduce que los muones llegan a B puesto que debido a su vida media son capaces de recorrer una distancia mayor (los 5185 m) a la que tienen que recorrer desde A hasta B (los 1908 m).

Desde el **sistema de referencia de los propios muones**:

$$L = \frac{L_0}{\gamma} = \frac{1908 \text{ m}}{7,92} \simeq 240,91 \text{ m} \quad (\text{Ec.34})$$

Siendo  $L(m)$  la longitud recorrida por los muones,  $L_0(m)$  la longitud propia y  $\gamma$  el factor de dilatación. Desde su punto de vista, el muón recorre 240 m, una longitud mucho menor que la longitud propia (1908 m), por lo que desde este punto de vista, el muón sí que alcanza el detector B. Este fenómeno es lo que se denomina **contracción de longitudes**.

### 3.4 EXPERIMENTO DE FRISCH Y SMITH

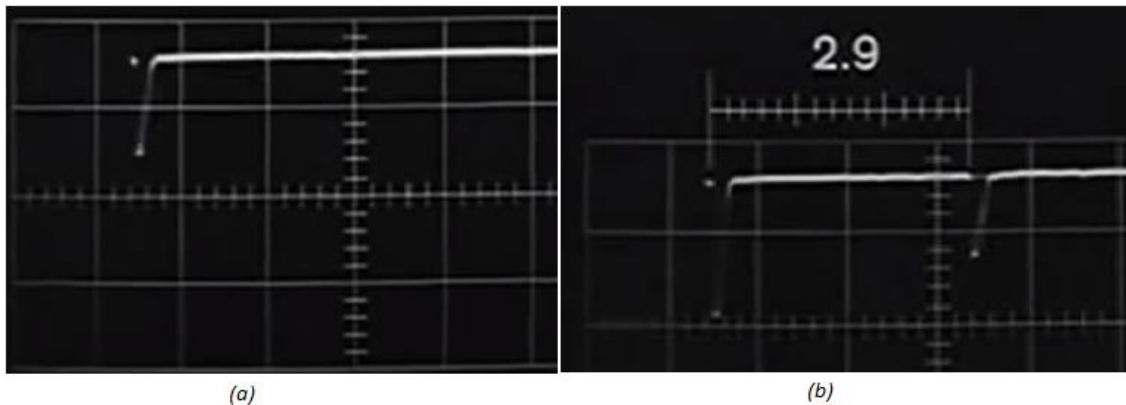
Años más tarde, en 1963, los científicos Frisch y Smith realizaron este mismo experimento en el mismo sitio y lo filmaron. El fundamento por tanto es el mismo, la utilización de los muones como “relojes” y la comparación de los tiempos y longitudes vistos desde el sistema de referencia de la Tierra y desde el propio muón. Como es de esperar, se obtuvieron los mismos resultados que en el experimento Rossi y Hall, confirmando una vez más la validez de la Teoría Especial de la Relatividad. A continuación se detalla más el desarrollo de este experimento.

Construyen un aparato compuesto por un centellador, que emite luz cuando pasa por él un muón, conectado a un fotomultiplicador, capaz de convertir esa señal luminosa en una señal eléctrica. Esta señal se trata con un amplificador y se muestra en un osciloscopio de alta velocidad. En el osciloscopio se muestra un pulso como se observa en la Imagen 12(a), que indica el paso de un muón por el centellador. La altura de este pico se corresponde con la intensidad de luz que emiten los muones en su paso por el centellador, si han pasado más al centro la intensidad será mayor que pegados a los bordes, por lo que la altura del pico no es relevante.

Como lo que les interesa es saber el tiempo de desintegración de los muones, ponen una capa de hierro encima del centellador con el objetivo de frenar algunas de estas partículas y que lleguen a desintegrarse dentro del aparato. De esta manera, si los muones se desintegran dentro, se produce un segundo pulso. Tomando la escala horizontal del osciloscopio para medir el tiempo, esta señal proporciona información



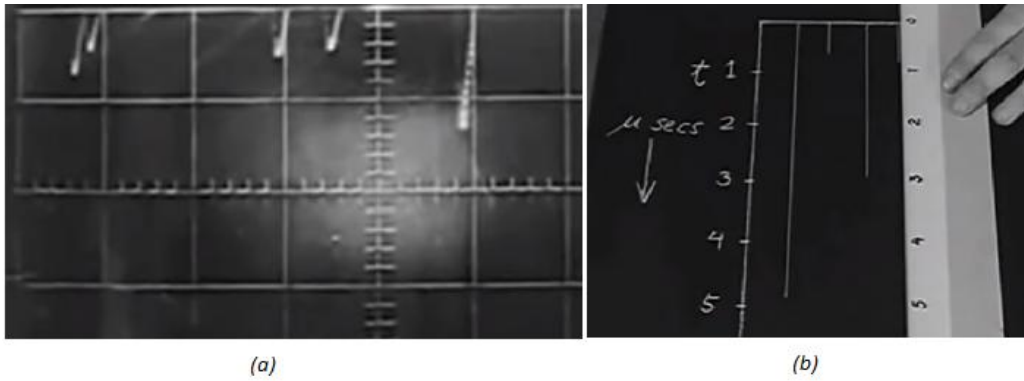
sobre el tiempo de desintegración de un muón desde que se detecta y frena (primer pico) hasta que se detecta la luz emitida por las partículas resultantes de la desintegración (segundo pico), como se muestra en la Imagen 12(b). La diferencia entre los dos se corresponde con la vida media de un muón en reposo con respecto a nosotros, en este caso, de  $2,9 \mu\text{s}$ .



**Imagen 12:** Señales vistas con el osciloscopio de alta velocidad. (a) Pulso que representa el paso de un muón por el centellador. (b) Segundo pulso correspondiente a la desintegración del muón dentro del centellador. Fuente: <https://www.youtube.com/watch?v=3I4Nh3ywsZE&t=518s>

Mediante un tratamiento de la señal utilizando una máscara, se consigue despejar la información que interesa, la correspondiente solo al pico de desintegración (segundo pico de la Imagen 12(b) de tal manera que definiendo el origen en el osciloscopio, se puede calcular el tiempo de vida media del muón. A partir de este punto, se trata de conseguir una cantidad de datos de tiempo de vida media considerable de tal forma que el error que se cometa sea el mínimo. Para ello, estos pulsos se graban en un fotomultiplicador conectado a un registro o contador de muones, que cuenta individualmente la cantidad de pulsos, es decir la cantidad de muones que han entrado y se han desintegrado en el centellador. Según esas grabaciones Imagen 13(a) se va graficando el tiempo de vida media de cada muón registrado (en reposo con respecto a nosotros, ya que se para en el centellador y se desintegra en el mismo), como se muestra en la Imagen 13(b).

Durante una hora en lo alto del Monte Washington (detector A Imagen 11) se registraron 568 muones que se paraban y se desintegraban dentro del centellador, una muestra correcta puesto que realizaron otras medidas previas en el mismo sitio, lo que les permitió graficar los tiempos de vida media de 568 muones, en la que cada línea vertical significa el tiempo de vida media (en  $\mu\text{s}$ ) de cada muón, resultando una gráfica similar a la de la Imagen 14.



**Imagen 13:** (a) Grabaciones de los muones que se han desintegrado en el centellador. (b) Grafica tiempo de desintegración en función del número de partículas. Fuente:

<https://www.youtube.com/watch?v=3I4Nh3ywsZE&t=518s>



**Imagen 14:** Gráfica resultante de la toma de datos de muones registrados durante 1 hora. Fuente:

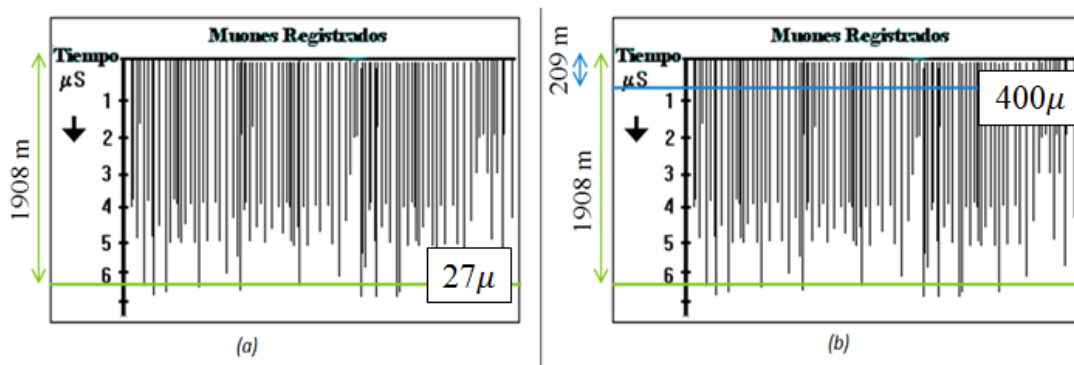
<http://rsefalicante.umh.es/TemasRelatividad/relatividad15.htm>

Si en vez de pararlos con la capa de hierro para que se desintegrasen dentro del centellador, se hubiera dejado que siguieran viajando a una velocidad próxima a la de la luz, ¿hasta dónde llegarían estos muones? ¿Llegarían hasta el nivel del mar? Sabiendo la velocidad con la que viajaban los muones, entre  $0,9950c$  y  $0,9954c$  porque el aparato construido estaba limitado para contar en ese rango, se puede calcular el tiempo de vida media que necesitarían como mínimo los muones para llegar hasta el detector en el nivel del mar (según la Mecánica Clásica como se ha visto anteriormente):

$$t = \frac{e}{v} = \frac{1908 \text{ m}}{0,9952 \cdot 3 \cdot \frac{10^8 \text{ m}}{\text{s}}} \approx 6,4 \mu\text{s} \quad (\text{Ec.35})$$

Si se utiliza la gráfica anterior (Imagen 14), pueden predecir de manera estadística los muones que llegarán a nivel del mar, así que pusieron una línea horizontal en el tiempo de vida media  $6,4 \mu\text{s}$  y contaron los muones cuyos tiempos de vida media eran mayores y por lo tanto llegarían a desintegrarse a nivel del mar. Contaron que llegarían 27 muones de los 568 que se detectaron en el pico de la montaña.

Para comprobar si realmente llegaban en torno a ese número de partículas, pusieron el aparato a nivel del mar (esta vez quitando la capa de hierro correspondiente al rozamiento que tienen los muones con el aire al recorrer los 1908 metros). Durante una hora funcionando, se registraron 412 muones (que paran y se desintegran dentro del centellador), un número bastante superior al que habían predicho. Contaron en la misma gráfica y extrajeron que, para que llegasen en torno a 400 muones al detector B, el tiempo de vida media debía ser de  $0,7 \mu\text{s}$  (tal y como se había calculado en el experimento de Rossi y Hall), como se muestra en la Imagen 15.



**Imagen 15:** (a) Muones esperados en el detector B después de recorrer 1908 m. (b) Muones encontrados en el detector B después de recorrer

La relación existente entre el tiempo impropio y el tiempo propio medido por los relojes muón es igual al valor extraído del experimento de Rossi y Hall e igual al factor de Lorentz introducido por Einstein con las transformaciones de Lorentz, por lo que se confirma una vez más los postulados de la Teoría Especial de la Relatividad.

$$\frac{t_0}{t} = \frac{0,7\mu\text{s}}{6,3\mu\text{s}} = \frac{1}{9} \approx \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (\text{Ec.36})$$

Resumiendo, de ambos experimentos se extraen las siguientes premisas:

- Los dos **sistemas de referencia** (el ligado a la tierra y el de los muones) que se han tomado para estos experimentos son **inerciales**, puesto que se puede entender que los muones viajan a una velocidad constante y por tanto su movimiento es rectilíneo y uniforme (verticalmente hacia abajo) y se desprecia la aceleración centrípeta por la rotación de la Tierra que tienen los dos detectores (A y B), ya que la velocidad es muy pequeña comparada con la de los muones, y por tanto despreciable.
- Desde el punto de vista de un observador en un **sistema de referencia ligado a la Tierra**: cuantitativamente con los resultados de los experimentos, para el

observador en la tierra, el muón recorre los 1908 m en  $6,4 \mu\text{s}$ , mientras que para el muón que se está moviendo a una velocidad próxima a la de la luz, pasan  $0,7 \mu\text{s}$ . El fenómeno que se produce es la **dilatación de tiempo** ((Imagen 16(a))), por el que el tiempo propio  $t_0(\text{s})$  es medido por el observador en movimiento (el muón) mientras que el tiempo impropio  $t(\text{s})$  lo mide el observador en reposo (el de la Tierra), según la ecuación:

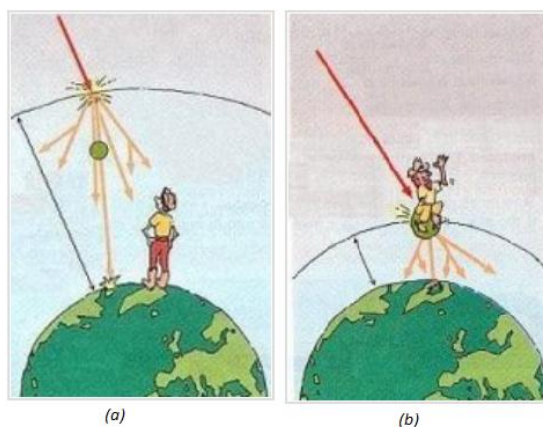
$$t = \gamma \cdot t_0 \quad (\text{Ec.37})$$

Siendo  $\gamma$  el factor dilatación. El tiempo impropio será siempre mayor que el tiempo propio. **Desde el SRI de la Tierra se mide longitud propia  $L_0(\text{m})$  y tiempo impropio  $t(\text{s})$ .**

- Desde el punto de vista de un observador en un **sistema de referencia ligado al los muones**: se podría ver como que el muón está en reposo y es la tierra la que viaja hacia él a una velocidad de  $0,9952c$ . Para el muón, recorre 240 m desde el detector A al B, en contraposición con la longitud propia de 1908 m. En este caso se ha producido el fenómeno de **contracción de longitudes** (Imagen 16(b)), por el que la longitud propia  $L_0(\text{m})$  la mide el observador en reposo (el de la tierra) mientras que la longitud impropia  $L(\text{m})$  es relativa puesto que la mide el observador en movimiento (el muón), según la ecuación:

$$L = \frac{L_0}{\gamma} \quad (\text{Ec.38})$$

Siendo  $\gamma$  el factor dilatación. La longitud impropia será siempre menor que la longitud propia. **Desde el SRI del muón se mide longitud impropia  $L(\text{m})$  y tiempo propio  $t_0(\text{s})$ .**



**Imagen 16:** (a) Dilatación de tiempo. (b) Contracción de longitudes. Fuente: <http://relativismo.weebly.com/experimento-de-los-muones.html>

## PARTE III

---

### 4. DISEÑO DE LA PROPUESTA DIDÁCTICA

Durante este apartado se detalla la propuesta didáctica planteada para la asignatura de física de 2º de bachillerato. Así, siguiendo la normativa vigente, seleccionando los contenidos a tratar y mediante la búsqueda de la metodología que mejor se adapte a estos contenidos y a los alumnos, se han diseñado una serie de sesiones presentadas a continuación.

#### 4.1 CONTENIDOS, CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES

Cumpliendo con la normativa en vigor, la **ORDEN EDU/363/2015**, se seleccionan aquellos contenidos que van a ser tratados y estudiados durante el desarrollo del presente proyecto, que como ya se viene insistiendo, son relacionados con la física moderna del siglo XX, en concreto sobre la **teoría de la relatividad** y sobre la **física de partículas**. En el Anexo I se especifica con más detalle aquellos contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje que se pretenden conseguir.

#### 4.2 COMPETENCIAS CLAVES

Las competencias claves, descritas en la normativa en vigor **ORDEN ECD/65/2015**, que se desarrollan directamente durante el desarrollo de las sesiones, son:

- **Competencia en matemáticas y competencias básicas en ciencia y tecnología**, ya que los conceptos y contenidos a estudiar son de carácter científico, ya sean teorías confirmadas empíricamente o leyes descritas por expresiones matemáticas, además de las aplicaciones tecnológicas a partir de estos fundamentos.
- **Aprender a aprender**, puesto que las actividades están pensadas para el fomento de un aprendizaje significativo, de modo que sea el alumno el que construya su conocimiento de forma autónoma a partir de un guión que va marcando el docente.
- **Competencia digital**, puesto que se utilizan herramientas informáticas como el *Excel* para el tratamiento de los datos de los experimentos, además de la búsqueda habitual de información en Internet.

- **Comunicación lingüística**, puesto que la metodología seleccionada requiere de la argumentación, el trabajo en grupo, el desarrollo del método científico, mediante la formulación de hipótesis para resolver un problema, buscar información y compartirla, etc. para lo que la interacción social y el diálogo es imprescindible.

### 4.3 METODOLOGÍA

La forma con la que generalmente se presenta la física a los alumnos es principalmente expositiva, mediante la explicación teórica de contenidos y una aplicación de estos en problemas. Sin embargo, muchos estudiantes siguen viendo esta ciencia complicada, abstracta, sin aplicación directa en la vida real, lo que hace que, en muchas ocasiones, se frustren por no entenderla, y al final dejen de estudiarla. Por esto se han decidido utilizar otras estrategias didácticas con el objetivo de incrementar la motivación, el interés, la participación del alumno, y consecuentemente su rendimiento académico. Además, también se busca que el aprendizaje sea significativo, lo que requiere modificar algunos aspectos de la metodología tradicional normalmente utilizada.

Así, se intentan evitar aquellas acciones que favorezcan un aprendizaje memorístico, mecánico y repetitivo, fomentando aquellas que incrementen la motivación del alumno consiguiendo su atención para que él mismo formule hipótesis y busque respuestas, es por ello que se propone otro tipo de estrategia. Para conseguir un aprendizaje constructivo y significativo en los alumnos, es necesario identificar las ideas preconcebidas, muchas veces erróneas, además de su conocimiento sobre el tema, de tal manera que sepamos desde qué punto partir y no se den por sentados conocimientos que los docentes suponemos que saben. De esta forma seguirán mejor el hilo de las explicaciones y finalmente modificarán sus conocimientos sobre el tema ampliándolos y clarificándolos.

De esta manera se pretende que la dinámica de las sesiones sigan una misma dirección, en cuanto a identificar ideas de los alumnos (erróneas o no), proponerles un problema, y que sean capaces de enfrentarse a él y resolverlo como mejor consideren y con los recursos de los que disponen. Evidentemente, se les irá guiando en este proceso de aprendizaje.

Debido a que la física se trata de una ciencia tanto teórica como experimental, es interesante la realización de **experimentos** que demuestren las teorías que están estudiando y acerquen esta ciencia a la vida real. Es por ello que se han decidido realizar prácticas experimentales. Los postulados de la Teoría de la Relatividad de **dilatación de tiempos** y **contracción de longitudes** se pueden ir deduciendo a partir de una práctica sencilla y económica que se desarrollará en apartados posteriores.

Como la mayoría de contenidos a tratar son abstractos y no son fácilmente observables, ni en la vida real ni en aplicaciones directas, muchas veces se escapan de la lógica y se explican mediante ecuaciones matemáticas complejas, se ha visto útil recurrir a ejemplos y situaciones que acerquen la realidad a la teoría física e incluso que la expliquen de una manera más sencilla, estrategia didáctica que desde el mundo de la investigación en didáctica de las ciencias se denomina **analogía**. De esta manera se explica algún concepto de **radiactividad**.

#### **4.4 SECUENCIACIÓN, TEMPORALIZACIÓN Y RECURSOS**

Las siguientes sesiones no deben impartirse seguidas, pues es muy recomendable alternarlas con las clases habituales con resolución de problemas y explicaciones teóricas, ya que a menudo requieren de conocimientos previos que de primeras no tienen, así, de esta forma se sacará el máximo provecho de éstas.

##### **Sesión 1: datos y monedas radiactivas:**

Se recurre a la **analogía** para explicar y construir contenidos de radiactividad, en concreto de: núcleos inestables, radiactividad natural, modos de desintegración radiactiva, ley de la desintegración radiactiva, periodo de semidesintegración y vida media.

Se van a utilizar monedas y dados, que representan núcleos inestables de una sustancia radiactiva, que mediante un juego por el que se van “desintegrando” a medida que se van tirando, una toma de datos y un tratamiento de los mismos, se pueden ir construyendo de manera más sencilla estos conceptos, además de que lleguen a comprender de una forma más natural las expresiones matemáticas que describen la ley de desintegración radiactiva definida por la Ec.2. Esta actividad está más completamente explicada en el Anexo II A), así como una ficha para el alumno que le sirva como guía y como apuntes detallada en el Anexo II B). El tiempo estimado para la

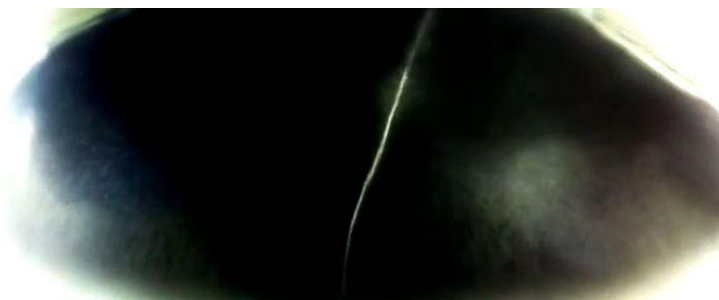
explicación del objetivo e introducción y la toma de datos es de una sesión (50 min) más un posterior trabajo de tratamiento de los mismos y la resolución de las cuestiones propuestas.

#### *Materiales y recursos:*

Se requiere de un aula de informática con al menos un ordenador con acceso a internet para cada grupo (6 grupos en total), ya que van a tener que utilizar *Excel* y consultar información. Como material adicional, se requiere de 240 monedas, 12 dados de 4 caras y 12 dados de 6 caras. El detalle del precio aproximado se encuentra en el apartado presupuesto.

#### **Sesión 2: cocinando muones:**

Siguiendo con el tema de radiactividad natural, y como puente para estudiar contenidos de relatividad, en esta sesión se demuestra mediante un experimento casero, económico y sencillo la existencia de radiación cósmica, en concreto de muones, en la superficie terrestre. Así, se construye un aparato al que llamaremos cámara de niebla que nos permite observar trazas que dejan los muones en su paso, como se observa en la Imagen 17 (Barrio, López, Senku, Ergül, & Thongnueaha). En grupos, los alumnos construirán una de éstas cámaras de niebla y contestarán a una serie de cuestiones, entre las que se encuentra el cálculo de magnitudes de desintegración radiactiva vistas en la anterior sesión (como constante de desintegración o tiempo de vida media de los muones). Así, aplican conceptos ya estudiados a un problema real. Este experimento se encuentra detallado en el Anexo III.



**Imagen 17:** Traza que deja un muón en su paso por la cámara de niebla. Fuente: <https://www.tiempo.com/ram/102642/la-camara-de-niebla-la-deuda-historica-de-la-fisica-de-particulas-a-la-meteorologia/>



*Materiales y recursos:*

Se requiere de un aula de informática con al menos un ordenador con acceso a internet para cada grupo (6 grupos en total), ya que van a tener que utilizar *Excel* y consultar información. Como material adicional, se requiere de: un bote transparente, un estropajo, un rotulador permanente negro, alcohol isopropílico al 91% o más concentrado, una linterna y hielo. El detalle del precio aproximado se encuentra en el apartado presupuesto.

**Sesiones 3 y 4: determinando la teoría de la relatividad:**

Los alumnos ya han adquirido unas nociones básicas de radiactividad y radiación cósmica (muones), por lo que se va a utilizar para desarrollar una práctica experimental basada en los experimentos de Rossi y Hall y Frisch y Smith para estudiar la Teoría de la Relatividad. Por lo tanto, se propone llevar a cabo una experiencia similar a la de los dos experimentos anteriores, utilizando un contador Geiger, de una gama media-baja con un coste asequible para cualquier centro educativo, que servirá para contar muones, y a partir de aquí desarrollar los postulados de esta teoría. De esta forma se van construyendo poco a poco y cada vez más complejos conceptos de la física moderna que no resultan fáciles de entender, pueden llegar a ser abstractos y complejos. El hecho de presentar la teoría de la relatividad mediante una práctica en lugar de teóricamente, puede facilitar su comprensión además de demostrar un fenómeno (la dilatación del tiempo o contracción de longitudes) que a simple vista resulta difícil de entender y visualizar, de esta forma se acerca mejor la ciencia al estudiante. En el Anexo IV se explica el desarrollo de esta sesión.

*Materiales y recursos:*

Como material adicional, se requiere de un contador Geiger para medir la radiación de los muones. El **contador Geiger** seleccionado es el modelo GMC-300E Plus de la marca GQ Electronics (Imagen 18). Presenta una pantalla LCD donde va indicando el nivel de radiación detectado, además, monitorea, graba y registra los datos en una memoria interna, permitiendo descargar los datos en un ordenador mediante un puerto USB. Su fuente de alimentación es una batería de Li-on recargable.

Más especificaciones:

- La radiación que es capaz de detectar es beta, gamma y Rayos X. En la pantalla LCD muestra los datos de radiación mediante tres puntos de calibración, cuentas por minuto (CPM), microSievert por hora ( $\mu\text{Sv/h}$ ) y miliRoentgenio por hora (mR/h). En la misma pantalla se pueden mostrar los gráficos a tiempo real, permitiendo observar las variaciones de radiación gráficamente.
- De las unidades anteriores, para este experimento solo es necesario el valor de CPM. El circuito contador es capaz de contar hasta 65,535 CPM.
- Rango de voltaje: 3,7 – 5V.
- Alimentación: batería recargable 3,7V Li-on 14500 y alimentación USB.

Se considera que se trata de un aparato fiable, López & Barrio (2016) utilizaron uno similar (de la misma compañía) en un experimento parecido.



Imagen 18: Contador Geiger GQ GMC-300E Plus. Fuente:

[https://www.gqelectronicsllc.com/comersus/store/comersus\\_viewItem.asp?idProduct=4570](https://www.gqelectronicsllc.com/comersus/store/comersus_viewItem.asp?idProduct=4570)

El detalle del precio aproximado se encuentra en el apartado presupuesto.

#### 4.5 PRESUPUESTO

El presupuesto total calculado a continuación en la Tabla 1 se trata de un presupuesto aproximado. Las fuentes de información para el cálculo de precios de cada material han sido principalmente Amazon y GQ Electronics (para el contador Geiger) resultando un presupuesto aproximado total de **175,6€**, correspondiente a las cuatro sesiones planteadas.

Material	Marca y modelo	Precio (€/UD)	Fuente	Cantidad	Total (€)
<b>Dados y monedas radiactivas</b>					
Dado 6 caras	-	1	Amazon	12	12
Dado 4 caras	-	1,20	Amazon	12	14,40
Monedas 5 cent	-	0,05	-	240	12
<b>Cocinando muones</b>					
Tarro transparente	-	1	-	6	6
Estropajo	-	0,5	-	6	3
Isopropanol	Ecosoluciones Químicas	19,80 / 1 L	Amazon	1	19,80
Rotulador permanente negro	Edding 3000	3,90	Amazon	1	3,90
Linterna	-	6	Amazon	6	36
Hielo	-	1 / 1 kg	-	1	1
<b>Determinando la teoría de la relatividad</b>					
Contador Geiger	GQ electronics GMC 300 E	67,5	GQ Electronics	1	67,5
<b>TOTAL (€)</b>				<b>175,6</b>	

**Tabla 1:** Resumen del presupuesto aproximado para el desarrollo de esta propuesta didáctica.

## 5. CONCLUSIONES E IMPLICACIONES

---

Llevar una propuesta didáctica alternativa en el curso de 2º de bachillerato es difícil, puesto que, tanto docentes como alumnos presentan una presión adicional al tener las pruebas de acceso a la universidad al finalizar, por lo que la programación de este curso suele estar muy cerrada y no dar pie a innovaciones en el aula o propuestas didácticas diferentes, ya que el tiempo es reducido y está muy medido.

Los conceptos relacionados con radiactividad y relatividad son bastante abstractos, ya que no es tarea fácil relacionarlos con algún fenómeno cotidiano que se pueda observar y analizar, las ecuaciones que describen estos modelos y teorías suelen ser complejas y los alumnos normalmente no tienen una base física consistente como para lograr que comprendan este tipo de conceptos de una forma significativa mediante la metodología tradicional, por lo que lograr diseñar una propuesta ha supuesto un reto personal.

Las sesiones se han intentado plantear de la forma más realista posible teniendo en cuenta el contexto y los tiempos aproximados destinados a cada actividad, esperando que en un futuro se lleguen a implantar y por tanto extraer conclusiones reales. Se han intentado también buscar actividades válidas y eficaces, en cuanto a que los objetivos que pretendemos alcanzar se logren con el desarrollo de cada actividad, además de económicas, demostrando que se pueden estudiar numerosos conceptos científicos a partir de uno o varios experimentos sencillos, fáciles, asequibles y que no requieren de un tiempo de preparación exagerado, que, puesto que la física es una ciencia experimental, es muy recomendable e incluso imprescindible la construcción de conocimientos a partir de experimentos.

El hecho de que todas las actividades sean grupales favorece la interacción social, el compromiso, la capacidad de comunicación lingüística, la argumentación, el trabajo en equipo, en definitiva, competencias que desde la metodología tradicional expositiva no se lograrían, además de una preparación para sus estudios superiores o situaciones laborales. Incluso, me atrevería a decir que puede ser un modo de atender a la diversidad, ya que si se tienen grupos de trabajo más reducidos, se pueden contemplar y acatar todo tipo de necesidades. También es interesante que comiencen a familiarizarse con herramientas informáticas para el tratamiento de datos como *Excel* (además de otras muchas) así como de buscar información en fuentes fiables y contrastar esa misma información, en un intento de fomentar el sentido crítico en los alumnos.

Puesto que esta propuesta no se ha probado aún, no se pueden extraer resultados ni conclusiones reales, pero sí es posible deducir algunas implicaciones que tendría su implantación en las aulas. Se considera que la propuesta presentada se presenta como una buena alternativa para el estudio de relatividad y radiactividad en este curso, las sesiones son bastante sólidas con las ideas pensadas para que el alumno vaya construyendo de forma significativa su conocimiento, guiándole lo justo para que sea él quien, de forma autónoma, crítica y competente, formule hipótesis, investigue y extraiga resultados, (mostrándoles así la metodología científica) de manera que alcance el aprendizaje deseado.

## ANEXO I

### CONTENIDOS, CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES

La Tabla 2 expresa los contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje extraídos directamente de la normativa en vigor ORDEN EDU/363/2015 que se van a tratar durante el desarrollo de las diferentes sesiones.

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
<b>Bloque 6: Física del siglo XX</b>		
<p>Introducción a la Teoría Especial de la Relatividad. Los postulados de la teoría de la relatividad de Einstein. Las ecuaciones de transformación de Lorentz. La contracción de la longitud. La dilatación del tiempo. Repercusiones de la teoría de la relatividad: modificación de los conceptos de espacio y tiempo y generalización de la teoría a sistemas no inerciales.</p>	<p>2. Aplicar las transformaciones de Lorentz al cálculo de la dilatación temporal y la contracción espacial que sufre un sistema cuando se desplaza a velocidades cercanas a las de la luz respecto a otro dado.</p> <p>3. Conocer y explicar los postulados y las aparentes paradojas de la física relativista.</p> <p>5. Analizar las fronteras de la física a finales del s. XIX y principios del s. XX y poner de manifiesto la incapacidad de la física clásica para explicar determinados procesos.</p>	<p>2.1. Calcula la dilatación del tiempo que experimenta un observador cuando se desplaza a velocidades cercanas a la de la luz con respecto a un sistema de referencia dado aplicando las transformaciones de Lorentz.</p> <p>2.2. Determina la contracción que experimenta un objeto cuando se encuentra en un sistema que se desplaza a velocidades cercanas a la de la luz con respecto a un sistema de referencia dado aplicando las transformaciones de Lorentz.</p> <p>3.1. Discute los postulados y las aparentes paradojas asociadas a la Teoría Especial de la Relatividad y su evidencia experimental.</p> <p>5.1. Explica las limitaciones de la física clásica al enfrentarse a determinados hechos físicos, como la radiación del cuerpo negro, el efecto fotoeléctrico o los espectros atómicos.</p>
<p>Física Nuclear. La radiactividad. Tipos. El núcleo atómico. Leyes de la desintegración radiactiva. Núcleos inestables: la radiactividad natural. Modos de desintegración radiactiva. Ley de la</p>	<p>12. Distinguir los distintos tipos de radiaciones y su efecto sobre los seres vivos.</p> <p>13. Establecer la relación entre la composición nuclear y la masa nuclear con los procesos nucleares de desintegración.</p> <p>14. Valorar las aplicaciones de la</p>	<p>12.1. Describe los principales tipos de radiactividad incidiendo en sus efectos sobre el ser humano, así como sus aplicaciones médicas.</p> <p>13.1. Obtiene la actividad de una muestra radiactiva aplicando la ley de desintegración y valora la utilidad de los datos obtenidos para la datación de restos arqueológicos.</p> <p>13.2. Realiza cálculos sencillos</p>

<p>desintegración radiactiva. Período de semidesintegración y vida media. Reacciones nucleares: la radiactividad artificial.</p>	<p>energía nuclear en la producción de energía eléctrica, radioterapia, datación en arqueología y la fabricación de armas nucleares.</p>	<p>relacionados con las magnitudes que intervienen en las desintegraciones radiactivas. 14.1. Explica la secuencia de procesos de una reacción en cadena, extrayendo conclusiones acerca de la energía liberada. 14.2. Conoce aplicaciones de la energía nuclear como la datación en arqueología y la utilización de isótopos en medicina.</p>
--	--	--

**Tabla 2:** Currículo de Física extraído de la ORDEN EDU 363/2015.

## ANEXO II

---

### DADOS Y MONEDAS RADIATIVAS

#### A) Explicación

En el aula de informática, se distribuye la clase en seis grupos. Se utilizan monedas y dados de 4 y 6 caras. Dos grupos van a ser los encargados de analizar las monedas, otros dos grupos los dados de 4 caras y los otros dos grupos los dados de 6 caras. Después de la toma de datos, compartirán entre ellos los resultados, de tal forma que todos los grupos analicen las tres situaciones (con monedas y dados de 4 y 6 caras). Esta sesión está inspirada en (Lavín & Mínguez, 2017; Bakaç, Taşoğlu, & Uyumaz, 2011).

Para que los alumnos comprendan los contenidos a tratar y esta sesión sea lo más eficaz posible, se les debe dejar claro desde el primer momento a qué tópico corresponde cada analogía, de lo contrario se convertiría una pérdida de tiempo. Es por ello que se debe dedicar la primera parte de la sesión a clarificar la analogía y el por qué de este experimento. Además, se les incita a formular hipótesis, con preguntas como, ¿Cuál de los grupos acabará de tomar datos el primero? ¿Qué material (moneda/dados de 4 o 6 caras) será más inestable? ¿Cuál poseerá un tiempo de desintegración mayor/menor? Esperando hipótesis (que más tarde se cumplirán o no) como:

- ✓ Acabará antes el grupo de las monedas, ya que al tener el mismo número de materiales (120) es más probable que salga antes la cara elegida que en los dados de 4 o 6 caras, por lo tanto el número de tiradas será menor.
- ✓ Por lo mismo que antes el “tiempo de desintegración de las monedas” será menor.
- ✓ ...

La **analogía** es la siguiente:

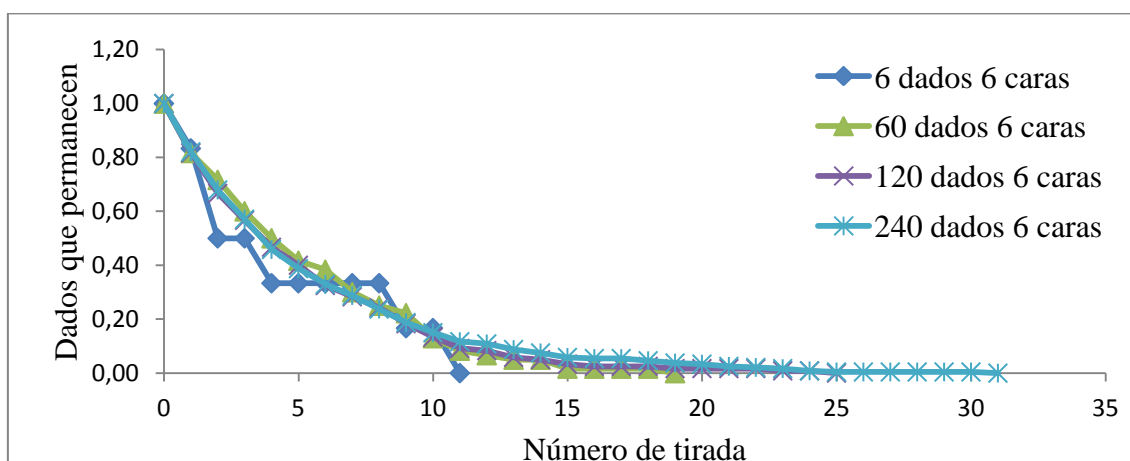
Las monedas y los dados de 4 y 6 caras representan tres diferentes sustancias radiactivas (sustancia A, B y C respectivamente), por lo tanto cada moneda/dado es un núcleo inestable de esa determinada especie radiactiva. Los grupos que analizan monedas disponen de 120 monedas. Cada grupo de dados dispone de 6 dados. Se lleva a cabo un juego en el cual se lanzan las monedas/dados, se retiran aquellos en los que ha salido la cara/número elegido previamente, y se vuelven a tirar hasta que no quede ninguno. Como cada moneda/dado representa un núcleo inestable de una sustancia radiactiva,



cada tirada representa la unidad de tiempo, cada moneda/dado retirado del juego representa que el núcleo ya se ha desintegrado y es estable, y los que permanecen en el juego aún son inestables por lo que se han de seguir tirando “hasta que se desintegren”. Apuntando los datos en un *Excel* de número de tiradas y monedas/dados que permanecen en el juego (núcleos inestables que aún no se han desintegrado) hasta que no queda ninguno, y después de un posterior tratamiento de estos, se observa una similitud entre el juego con monedas y dados y la desintegración de las sustancias radiactivas, de tal forma que comprendan mejor un concepto, la desintegración y las magnitudes que la describen, que no les es fácil de comprender.

A continuación se explica esta analogía y este juego con datos reales extraídos de una práctica experimental. Se espera conseguir que los alumnos vayan pasando por estos pasos para lograr el objetivo.

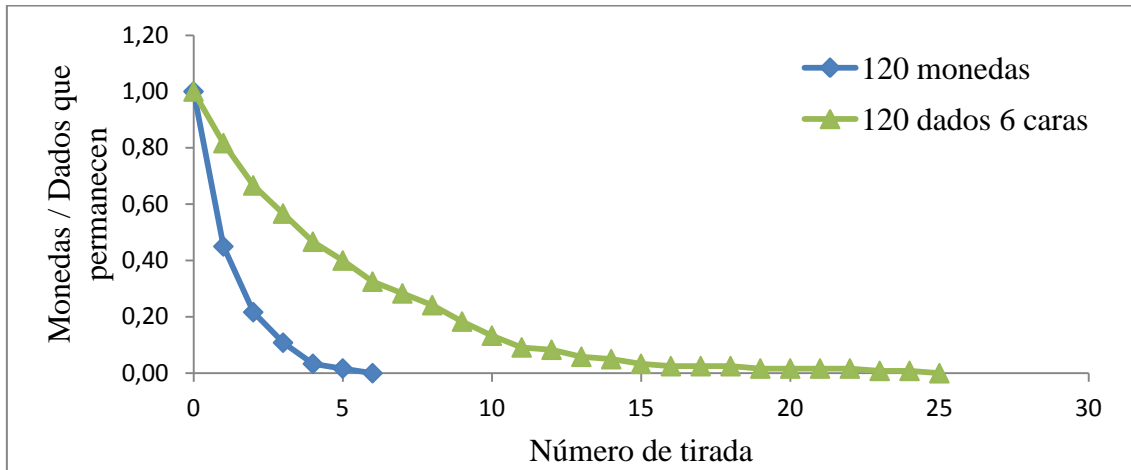
Se ha llevado a cabo esta experiencia con 6 dados de 6 caras y 120 monedas. En la Gráfica 2 se muestran los datos de 4 experimentos con diferentes muestras de dados, 6, 60, 120 y 240 dados, que estadísticamente, equivalen a repetir el juego anterior 1, 10, 20 y 40 veces respectivamente. Se puede observar cómo con una muestra de 6 dados, la aproximación que queremos hacer de este proceso aleatorio (la desintegración radiactiva) es muy pobre y errónea, pero a partir de 60 dados ya se pueden comenzar a sacar conclusiones fiables. Es por ello que cada grupo que analice los dados, va a realizar el juego anterior como mínimo 10 veces.



**Gráfica 2:** Representación de dados que permanecen en el juego (núcleos inestables) en función de los números de tiradas de 4 experiencias: con 6, 60, 120 y 240 dados.

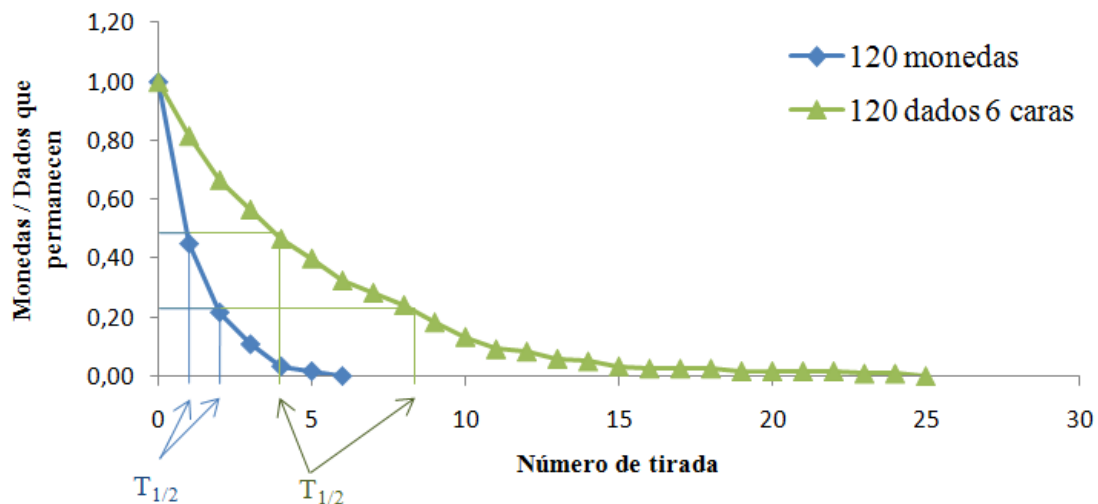
La Gráfica 3 es una comparativa entre los resultados de realizar el juego con las monedas y con los dados. En este caso se comparan 120 monedas con 20 tiradas de 6

dados (equivalente estadísticamente a  $20 \cdot 6 = 120$  dados). Se observa cómo la pendiente de la curva exponencial es más pronunciada en el caso de las monedas, que significa que se necesitan menos tiradas para retirar todas ellas, lo que representa en la analogía la **diferente estabilidad** de los diferentes núcleos radiactivos.



**Gráfica 3:** Representación de monedas/dados que permanecen (núcleos inestables) en función del número de tiradas. Presentan forma de curvas exponenciales.

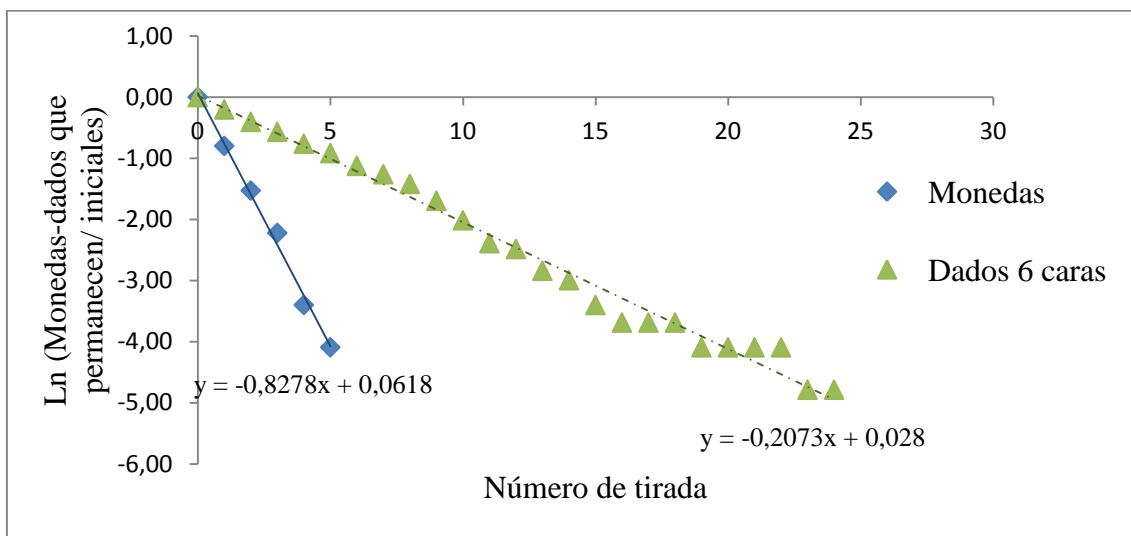
En la Gráfica 4 se extrae información de estas curvas exponenciales que representan la desintegración de núcleos radiactivos. En este caso se observan los **periodos de semidesintegración**, tanto para las monedas como para los dados.



**Gráfica 4:** Periodos de semidesintegración de las monedas y los dados "radiactivos".

Se puede seguir extrayendo información de los datos anteriores. Si se realiza el neperiano de la Ec. 2, queda  $\ln(N/N_0) = -\lambda \cdot t$ , que define la ecuación de una recta, siendo  $\lambda (s^{-1})$  la pendiente de la misma. En nuestra analogía, si se calcula el neperiano de la fracción de monedas/dados permanentes entre las monedas/dados iniciales en función

del número de tiradas, resulta la Gráfica 5, que, mediante un ajuste lineal de los puntos, se puede sacar la pendiente, que se correspondería con la **constante de desintegración**  $\lambda(\text{s}^{-1})$ . De esta manera, también los alumnos observan una constante de desintegración diferente para cada sustancia radiactiva, en este caso aproximadamente 0,8 para las monedas y 0,2 para los dados (en valor absoluto puesto que el signo menos significa que la cantidad de monedas/dados va disminuyendo con el tiempo). A su vez, también se puede calcular el valor de tiempo de vida media  $\tau(\text{s})$  mediante la Ec. 7.  $\tau(\text{s})$  será mayor cuanto menor sea  $\lambda(\text{s}^{-1})$ , es decir, cuanto más inestable sea el átomo.



**Gráfica 5:** Representación del neperiano de monedas/dados que permanecen entre los iniciales en función del número de tiradas. La pendiente de esta recta en valor absoluto se corresponde con la constante de desintegración radiactiva.

No ha sido posible llevar a cabo de manera experimental esta experiencia con dados de 4 caras, pero el resultado sería el mismo, es decir, en la Gráfica 3, la ecuación exponencial que definiría este juego se encontraría entre las monedas y los dados de 6 caras, ya que, al tener menos caras que los dados de 6, la probabilidad de que salga el número elegido será mayor, por lo que el número de tiradas será menor. El valor numérico del primer periodo de semidesintegración se encontraría entre aproximadamente 1 tirada y 4 tiradas (los periodos de semidesintegración de las monedas y los dados respectivamente) (Gráfica 4), y la constante de desintegración, entre 0,8 y 0,2 (Gráfica 5).

Las cuestiones finales van dirigidas a afianzar y clarificar los conceptos y contenidos aprendidos, así como a reflexionar sobre los mismos.

En conclusión, durante esta práctica se estudia: el proceso de **desintegración de una sustancia radiactiva**, su carácter espontáneo y aleatorio, y por lo tanto la **estabilidad característica de cada sustancia**, los conceptos de **vida media, periodo de semidesintegración y constante de desintegración**. Además, los alumnos han aprendido que el carácter espontáneo de un proceso se puede definir mediante aproximaciones estadísticas con una muestra lo suficientemente grande, a tratar datos y sacar la máxima información de ellos.

### B) Guión de laboratorio

Un tipo de ficha que se les podría presentar a los alumnos para que vayan rellenando de forma individual, estableciendo sus conocimientos y entreguen a modo de informe de laboratorio, sería la siguiente:

#### DADOS Y MONEDAS RADIATIVAS:

Objetivo: estudiar el proceso mediante el cual el núcleo de un átomo inestable se desintegra, es decir, se transforma, o decae espontáneamente en núcleos atómicos de otros elementos más estables (llamado desintegración radiactiva), mediante una simulación de este fenómeno con materiales cotidianos: monedas y dados. Estudiar la expresión matemática de la ley de desintegración radiactiva, así como el periodo de semidesintegración y la vida media.

La desintegración radiactiva es un proceso **espontáneo**, aleatorio, por lo que solo se puede describir mediante leyes estadísticas (probabilísticas). No se puede saber cuándo se va a desintegrar una partícula (como los años que puede vivir una persona).

Análogo	Tópico
Moneda	Núcleo de la sustancia radiactiva A
Dado de 4 caras	Núcleo de la sustancia radiactiva B
Dado de 6 caras	Núcleo de la sustancia radiactiva C
100 monedas	Sustancia radiactiva A
240 dados de 4 caras	Sustancia radiactiva B
240 dados de 6 caras	Sustancia radiactiva C

**Tabla 3:** Relación análogo con su tópico.

Formula hipótesis sobre los resultados que esperas obtener de este experimento:

---

Procedimiento:

1. (Para los grupos de monedas) Se escoge entre las dos caras de la moneda: cara/cruz.  
(Para los grupos de dados) Se escoge un número del dado.
2. (Para los grupos de monedas) Se tiran las monedas (es recomendable tirarlas de 20 en 20). Se descartan las monedas en las que haya salido la cara elegida.  
(Para los grupos de dados) Se tiran los dados y se van descartando aquellos en los que haya salido el número elegido.
3. Se cuentan los dados/monedas que permanecen en el juego y se van apuntando en una tabla *Excel* como la siguiente los datos (la tirada 0 se corresponde con el número de dados o monedas iniciales).

Número/cara que queremos que salga:	El 6 / cara	El 2 / cruz	...	...	Media	Fracción sobre 1
Número de tirada	Juego 1	Juego 2	...	Juego N	Media de los juegos	-
0	Dados/monedas iniciales	Dados/monedas iniciales	...	...		
1	Dados/monedas que quedan	Dados/monedas que quedan				
...	...	...				

**Tabla 4:** Plantilla de tabla para apuntar datos de las experiencias.

4. Se vuelve a repetir el paso 2 con las monedas o dados restantes y completando la tabla.  
(Grupos monedas) Recomendable realizar el juego como mínimo 2 veces.  
(Grupos de dados) Realizar el juego como mínimo 10 veces.

Tratamiento de datos:

Con los datos de tus compañeros grafica en *Excel* en una misma gráfica la fracción sobre 1 (eje y) en función del número de tiradas (eje x) de la experiencia con monedas y con dados de 4 y 6 caras. (Se busca que saquen la Gráfica 3).

Contesta:

¿Qué puedes observar en la gráfica?

¿Qué forma tiene esta gráfica? ¿Qué puede definir?

...

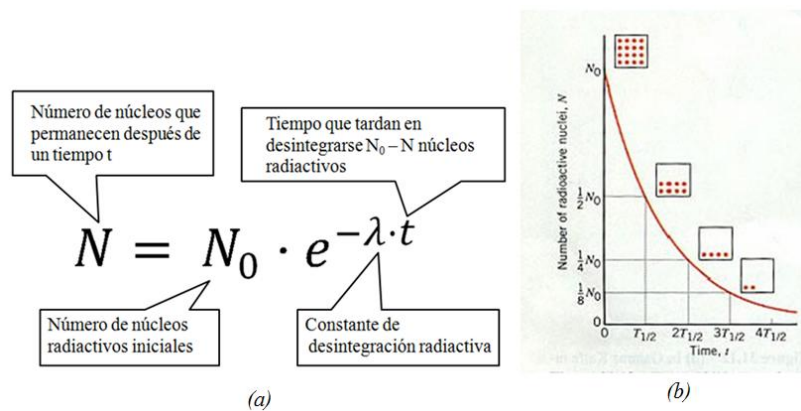
Completa ahora el resto de la tabla inicial:

Análogo	Tópico
Cada tirada	

Dados/monedas en los que ha salido el número/cara elegido (los que se van retirando)	
Dados/monedas que permanecen	
Número de tiradas hasta que se retiran la mitad de los dados iniciales	
Fin del juego	

**Tabla 5:** Relación análogo con su tópico correspondiente para que los alumnos identifiquen los fenómenos estudiados.

La expresión matemática y gráfica número de núcleos radiactivos en función del tiempo que describe la **ley de desintegración radiactiva**: “el número de núcleos radiactivos que permanecen sin desintegrar en una muestra disminuye exponencialmente con el tiempo” son las siguientes:



**Imagen 19:** (a) Ecuación que describe la ley de desintegración radiactiva. (b) Gráfica número de partículas radiactivas en función del tiempo. Fuente (b):

<http://www.escritoscientificos.es/trab1a20/carpetas/nuclear/nu03.htm>

Calcula la constante de desintegración  $\lambda(\text{s}^{-1})$  (se busca que saquen la Gráfica 5) y el tiempo de vida medio de las monedas y los dados de 4 y 6 caras.

¿Cómo se puede predecir la desintegración de un núcleo radiactivo? ¿Son valores exactos?

¿Qué muestra se ha utilizado para extraer los resultados de este experimento? ¿Qué hubiera pasado si la muestra hubiera sido mayor/menor?

¿Qué es la radiactividad? ¿Y la radiación?

¿Qué tipos de desintegraciones existen?

¿Qué significa tiempo de desintegración?

¿Cómo se relacionan los términos constante de desintegración radiactiva y tiempo de vida medio?

¿Qué significa que el proceso de desintegración radiactiva se describa gráficamente mediante una curva exponencial?

...

### ANEXO III

---

#### COCINANDO MUONES

##### A) Explicación:

En el laboratorio o aula habitual, se divide a la clase en los mismos seis grupos que la sesión 1. Cada grupo será el responsable de la fabricación de una cámara de niebla o instrumento para observar trazas que dejan los muones. Esta sesión está inspirada en el artículo (Barrio, López, Senku, Ergül, & Thongnueaha).

La cámara de niebla se trata de un sistema cerrado (Imagen 20). Es posible observar las trazas de los muones debido a que se genera una especie de niebla dentro del mismo correspondiente al vapor de alcohol isopropílico sobresaturado por la diferencia de temperatura entre el estropajo y la tapa enfriada. Este vapor se condensa cuando lo atraviesa una partícula cargada (muones) debido a los iones que se originan por estas y aparece una línea más condensada que se aprecia por poco tiempo (Imagen 17). Esta cámara de niebla no distingue entre partículas cargadas, por lo que una traza puede ser cualquier partícula cargada, no solo muones, aunque se considera un buen experimento para comprobar que estamos expuestos a radiación permanente, como si de lluvia se tratase.

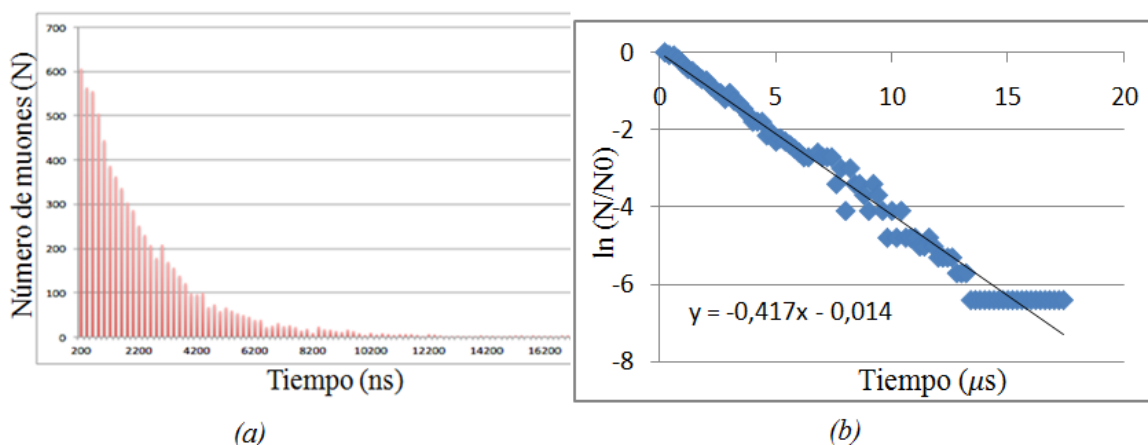


**Imagen 20:** Cámara de niebla casera.

En el vídeo [https://www.youtube.com/watch?v=Rsy\\_YuIGjNY](https://www.youtube.com/watch?v=Rsy_YuIGjNY) se observan perfectamente las trazas que dejan las partículas en su paso por esta cámara.

La organización de la sesión es la siguiente:

Se les proporciona un guión explicado en el apartado B) de este mismo Anexo. La primera actividad se trata de construir el aparato y visualizar los muones, así como sacar las fotos o vídeos necesarios para la realización de un informe. Seguidamente, se les propone una serie de ejercicios para resolver y cuestiones teóricas y reflexivas que tienen que resolver de manera grupal. En cuanto a las cuestiones finales, además de preguntas más teóricas, se les propone calcular, a partir de la Gráfica 6 (a) el **tiempo de vida media** de los muones, mediante un procedimiento similar al de la sesión 1, pero en este caso en vez de dados o monedas, se calculará de sustancias radiactivas reales, los muones. Así, deben extraer los datos de la Gráfica 6 (a) en una tabla *Excel* e ir transformándolos hasta conseguir el valor de la constante de desintegración  $\lambda(s^{-1})$ , que es la inversa de lo que se desea calcular, la vida media  $\tau(s)$  (Ec. 7). Así, la Gráfica 6 (b) se ha extraído de la misma forma que en la sesión anterior (Anexo II A)) resultando una constante de desintegración  $\lambda(s^{-1})$  con un valor de  $0,417 \mu s$  o  $0,417 \cdot 10^{-6} s$  (el signo menos significa la disminución de los núcleos con el tiempo, por lo que  $\lambda (s^{-1})$  es el valor absoluto de la pendiente de esta gráfica). La vida media  $\tau(s)$  es la inversa de la  $\lambda (s^{-1})$  según la Ec. 7, resultando un valor de  $2,40 \mu s$  o  $2,40 \cdot 10^{-6} s$ , un valor comparable (teniendo en cuenta errores experimentales) al valor teórico de tiempo de vida media de los muones en reposo, establecido en  $2,2 \mu s$ .



**Gráfica 6:** (a) Número de partículas en función del tiempo. (b) Neperiano del número de partículas entre las partículas iniciales en función del tiempo para calcular la constante de desintegración. Fuente (a): <https://respuestas.me/q/un-detector-de-muones-en-la-superficie-de-la-tierra-mide-correctamente-la-60870027046>



## B) Guión de laboratorio

Un tipo de ficha que se les podría presentar a los alumnos para que vayan rellenando de forma individual con consenso grupal y estableciendo y ordenando sus conocimientos, sería la siguiente:

### COCINANDO MUONES

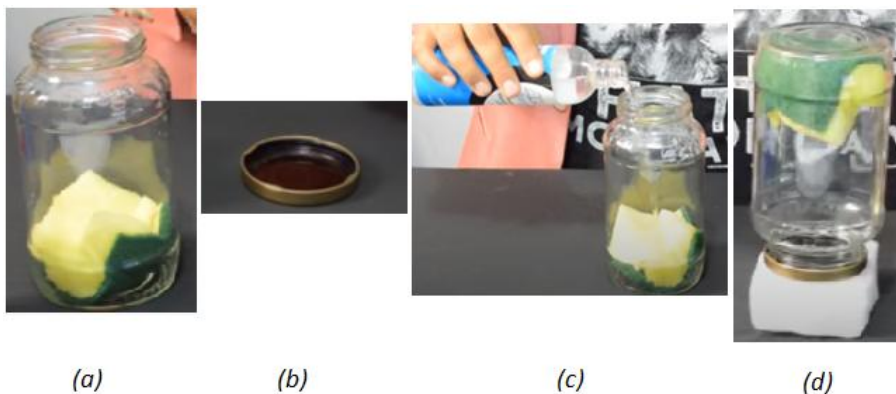
**Objetivo:** construir una cámara de niebla para visualizar partículas cósmicas, muones. Calcular su constante de desintegración y su tiempo de vida media.

#### Materiales:

- Tarro de cristal transparente con tapa opaca.
- Un estropajo.
- Un rotulador permanente negro.
- Alcohol isopropílico al 91% o más concentrado.
- Una linterna.
- Hielo.

#### Procedimiento:

1. Introducir dentro del tarro el estropajo hasta el fondo del tarro con la parte del estropajo hacia afuera y la parte de la esponja hacia dentro.
2. Pintar entera la parte de dentro de la tapa del tarro con el rotulador negro.
3. Verter un poco de alcohol isopropílico en la esponja.
4. Tapar el tarro y ponerlo boca abajo sobre el hielo y esperar unos minutos hasta que se enfríe la tapa.
5. Apagar la luz y alumbrar con una linterna.



**Imagen 21:** Pasos a seguir para la construcción de la cámara de niebla. (a) Paso 1. (b) Paso 2. (c) Paso 3. (d) Paso 4. Fuente: [https://www.youtube.com/watch?v=Rsy\\_YuIGjNY](https://www.youtube.com/watch?v=Rsy_YuIGjNY)

Cuestiones:

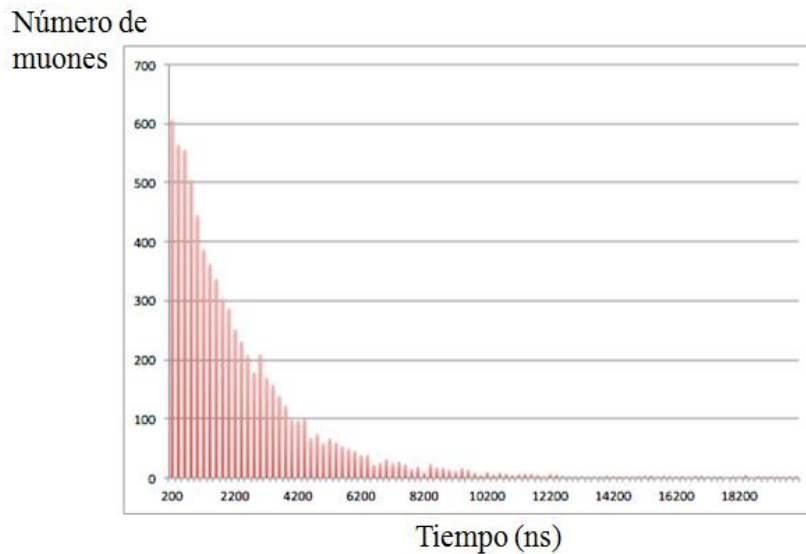
¿Qué es un muón? ¿Se trata de radiactividad natural? ¿Supone un riesgo para la salud?

¿Cómo se puede medir la radiación de un muón?

...

La siguiente gráfica (Gráfica 7) representa la desintegración de los muones. Calcula su tiempo de vida media.

¿Se puede tomar el resultado como válido? ¿Qué error se ha cometido?



**Gráfica 7:** Representación de la desintegración radiactiva de los muones: número de muones en función del tiempo. Fuente: <https://respuestas.me/q/un-detector-de-muones-en-la-superficie-de-la-tierra-mide-correctamente-la-60870027046>

## ANEXO IV

---

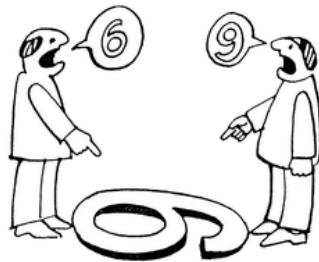
### DETERMINANDO LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD

El desarrollo de esta serie de sesiones también se realiza por los mismos grupos anteriores. Se pone a los alumnos en contexto mediante el planteamiento de un problema que deben resolver. Como los muones ya los han estudiado en la sesión 2, su utilización les resultará más familiar. Se trata de que los alumnos por grupos vayan resolviendo los diferentes problemas propuestos de forma autónoma, pero siempre con ayuda del docente. En esta sesión se les plantea un problema inicial, el cual se puede resolver por la relación velocidad es igual a espacio partido tiempo y con la ecuación de la ley de desintegración radiactiva Ec. 2, después se comprueba experimentalmente si el resultado anterior es correcto, y al ver que no es correcto, se les propone el mismo problema pero esta vez utilizando los postulados relativistas, de tal manera que comprueben experimentalmente los fenómenos de dilatación del tiempo y contracción de longitudes, y comprendan su fundamento y aplicaciones. Esta sesión está inspirada en (López & Barrio, 2016; Smith, 2003).

#### Sesión 3:

Dado a que generalmente no suelen tener nociones de relatividad, se debe comenzar a construir los conceptos desde la base, de tal manera que comprendan de un modo significativo estos contenidos.

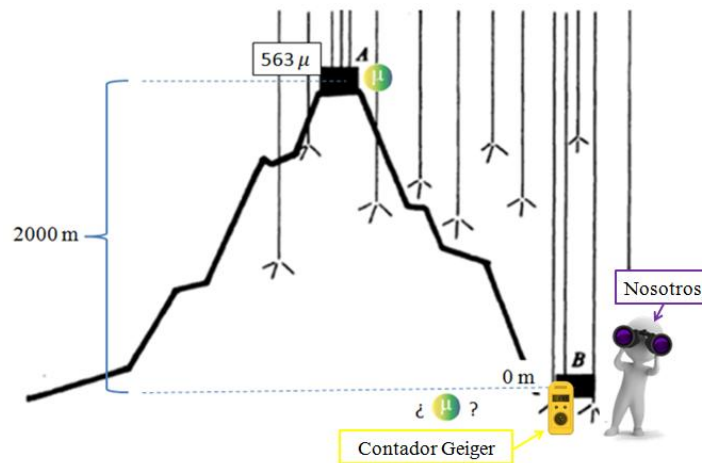
Tanto para el estudio del movimiento desde la mecánica clásica como desde la relatividad, se debe dejar claro desde qué sistema de referencia se está estudiando el fenómeno, así como explicar las diferencias entre los sistemas de referencia, la relatividad del movimiento (y por tanto de todas las magnitudes relacionadas) según el observador.



**Imagen 22:** Representación esquemática de diferentes observadores describiendo una situación diferente del mismo proceso físico. Fuente: <https://elblogdegonzalobermejo.wordpress.com/2018/04/18/cambio-de-observador/>

El problema planteado se resolvería como se explica a continuación:

**Problema:** A 2000 m de altura, en el punto A de la Imagen 23, se han contado con el detector Geiger un total de 563 muones en una hora. La vida media de un muón (correspondiente al tiempo, por término medio, que tarda un muón en desintegrarse) es  $2,2 \mu s$ , y su velocidad  $0,995c$ , siendo  $c$  la velocidad de la luz ( $3 \cdot 10^8 m/s$ ). Nosotros nos encontramos en el laboratorio, punto B de la misma imagen, a 0 metros de altura. Si ponemos el contador Geiger a contar en el punto B, por término medio, ¿cuántos muones detectará?



**Imagen 23:** Planteamiento del problema.

La respuesta y resultado con este primer planteamiento serían los correspondientes a una conclusión extraída al aplicar las ecuaciones de la mecánica clásica y la ley de desintegración radiactiva. Tomando el punto B, o nosotros como observadores en el sistema de referencia ligado a la Tierra, se calcula el espacio  $L(m)$  que pueden recorrer los muones debido a su vida media  $\tau(s)$  y a la velocidad con la que viajan  $v (m/s)$ :

$$L = v \cdot \tau = 0,995 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \cdot 2,2 \cdot 10^{-6} s = 656,7 m \quad (\text{Ec.39})$$

Se observa que la longitud que pueden recorrer antes de desintegrarse es menor a la que tienen que recorrer para llegar al contador Geiger en B y que se puedan detectar (656 m frente a 2000 m respectivamente), por lo que ya se puede comenzar a deducir que muy pocos muones llegarán a la superficie. En la misma línea, se calcula el tiempo  $t(s)$  que tardarían los muones en llegar desde el punto A al punto B:

$$t = \frac{L}{v} = \frac{2000 m}{0,995 \cdot 3 \cdot 10^8 m/s} = 6,7 \cdot 10^{-6} s \quad (\text{Ec.40})$$

Con estos primeros resultados ya se puede observar que los muones no llegarán al detector B, ya que el tiempo  $t(s)$  que necesitan para recorrer esa distancia  $L(m)$  a esa determinada velocidad  $v(m/s)$  es mayor que el tiempo promedio que tardan los muones en desintegrarse, es decir mayor a la vida media ( $6,7\mu s$  frente a  $2,2\mu s$  respectivamente). Para concretar más el resultado, se calculan los muones que, en promedio, llegarán al detector B, utilizando la ecuación de la ley de desintegración radiactiva Ec. 2, ya que se disponen de los datos suficientes. Como la vida media  $\tau(s)$  es la inversa de la constante de desintegración radiactiva  $\lambda(s^{-1})$ , la Ec. 2 se puede expresar como:

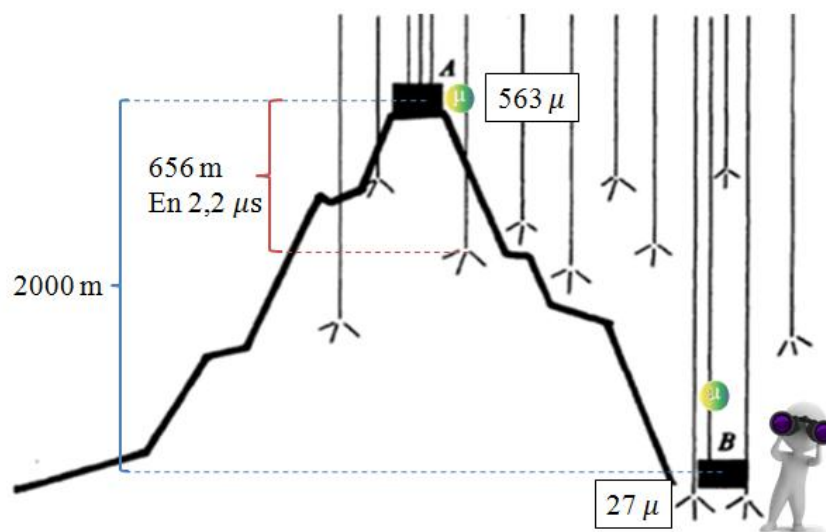
$$N = N_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (\text{Ec.41})$$

Que sustituyendo con los valores del enunciado, resulta:

$$N = 563 \cdot e^{-\frac{6,7 \cdot 10^{-6} s}{2,2 \cdot 10^{-6} s}} = 26,78 \approx 27 \text{ muones} \quad (\text{Ec.42})$$

Lo que indica que entorno a 27 muones de los 563 iniciales llegarán al detector B.

La Imagen 24 muestra una representación de estos los resultados.



**Imagen 24:** Resolución del problema según la mecánica clásica.

El resultado del problema planteado, utilizando la mecánica clásica, es que prácticamente todos los muones se desintegran antes de llegar a la superficie donde nos encontramos, por lo que, utilizando el contador Geiger, se espera encontrar un número próximo a 27 muones en una hora.

Se procede a realizar la práctica experimental, donde se pone el contador Geiger a contar durante una hora (se puede poner a contar al principio de la sesión) y se observa que el número de muones que llegan a la superficie no es nulo ni próximo a cero, si no

que es bastante elevado, muy cercano al número de partículas iniciales, que eran 563 (la práctica experimental no se ha llevado a cabo por lo que no se pueden dar datos exactos, pero se espera encontrar un número elevado de muones). Se les pregunta a los alumnos qué ha podido pasar, ya que se esperaban 27 muones y se han contado cerca del número de muones iniciales, si podemos tomar como válidos los postulados de la mecánica clásica, si tiene alguna relación el hecho de que los muones viajen a una velocidad próxima a la de la luz, etc. En definitiva, se les pide que saquen conclusiones y formulen hipótesis acerca de qué ha podido ocurrir para que se detecten tantos muones en la superficie terrestre, cuando estamos tratando con datos bastante realistas.

#### Sesión 4:

En este punto se plantea el problema desde una perspectiva relativista.

Problema: según los cálculos anteriores, los muones se desintegran antes de llegar a la superficie terrestre, pero experimentalmente se ha comprobado que no es así, que llegan una gran cantidad de ellos al punto B, donde nos encontramos. Teniendo en cuenta los postulados de la teoría de la relatividad, predice de nuevo cuántos muones se esperan encontrar en el detector B y compara los resultados con los de la práctica experimental.

Así, se continúa tomando un **sistema de referencia ligado a la superficie terrestre**, por ejemplo nosotros como observadores en el laboratorio.

Respecto de este sistema de referencia, los muones se mueven con una velocidad de  $0,995c$ (m/s) y la distancia que deben recorrer es  $L_0$ (m):

$$t = \frac{L_0}{v} = \frac{2000 \text{ m}}{0,995 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 6,7 \cdot 10^{-6} \text{ s} \quad (\text{Ec.43})$$

Siendo  $t$ (s) el tiempo impropio, ya que nosotros como observadores en la superficie terrestre medimos el intervalo de tiempo para dos sucesos que ocurren en diferentes posiciones. Sin embargo, la longitud medida por nosotros  $L_0$ (m) es propia. Calculando el tiempo propio mediante las transformaciones de Lorentz:

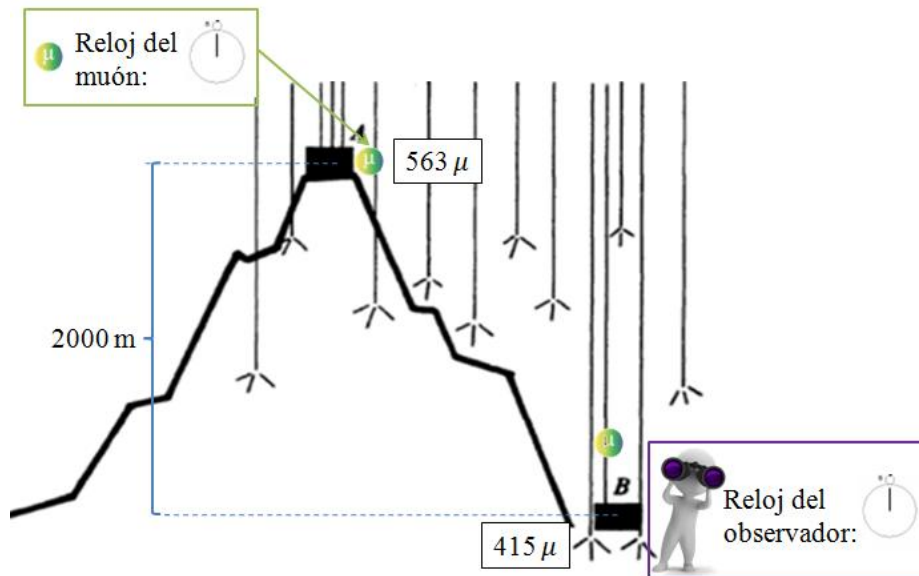
$$t = \gamma \cdot t_0 \rightarrow t_0 = \frac{t}{\gamma} = t \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 6,69 \cdot 10^{-7} \text{ s} \quad (\text{Ec.44})$$

Siendo  $t$ (s) el tiempo impropio,  $\gamma$  el factor dilatación,  $t_0$ (s) el tiempo propio medido por el muón desde el **sistema de referencia del propio muón**,  $v$ (m/s) la velocidad de los muones y  $c$ (m/s) la velocidad de la luz.

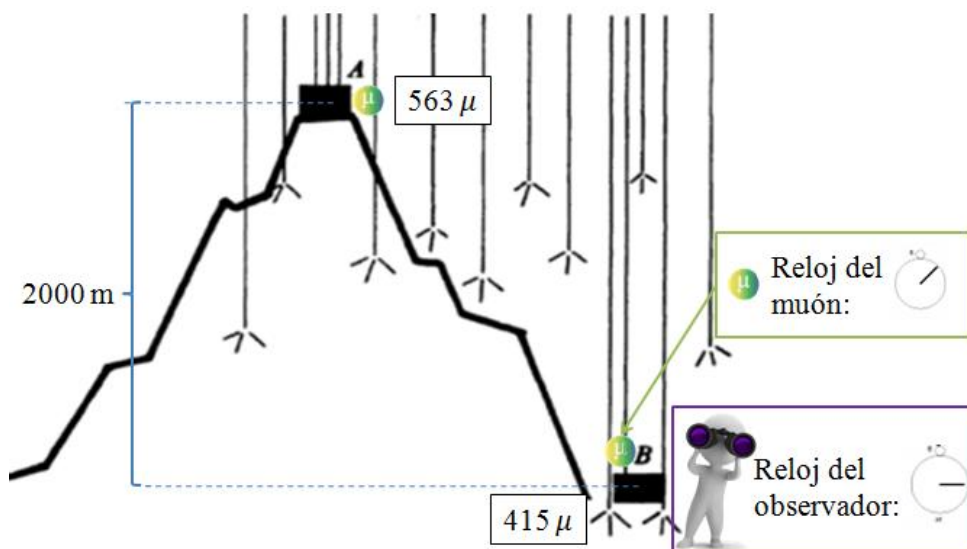
Sustituyendo en la Ec. 41 de la ley de desintegración, se obtiene:

$$N = N_0 \cdot e^{-\frac{t_0}{\tau}} = 563 \cdot e^{-\frac{6,69 \cdot 10^{-7} s}{2,2 \cdot 10^{-6} s}} = 415,34 \approx 415 \text{ muones} \quad (\text{Ec.45})$$

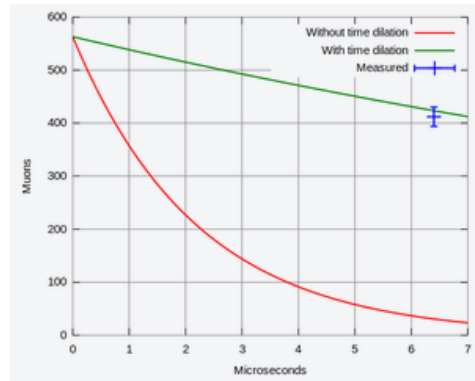
Aplicando las ecuaciones de la Teoría de la Relatividad, se observa que el número de partículas que llegan ahora a la superficie es significativamente mayor, próximo a las partículas iniciales detectadas en A y similar al resultado que nos proporciona el contador Geiger. ¿Qué ha ocurrido? Se les deja a los alumnos que investiguen por grupos el fenómeno dilatación del tiempo. Las imágenes 25 y 26 y la Gráfica 8 reflejan una representación esquemática de este fenómeno.



**Imagen 25:** Instante inicial de nuestro problema para la deducción de la dilatación del tiempo desde los SR ligado a la tierra y al muón.



**Imagen 26:** Instante final de nuestro problema para la deducción de la dilatación del tiempo desde los SR ligado a la tierra y al muón.



**Gráfica 8:** Numero de muones en función del tiempo sin tener en cuenta la dilatación del tiempo (desintegración radiactiva) (en rojo) y teniendo en cuenta la dilatación del tiempo (en verde). Fuente: <https://crononautas.wordpress.com/2015/10/19/el-viaje-del-muon/>

Si tomamos ahora el **sistema de referencia ligado a los muones**, nos encontramos con:

$$L = v \cdot t_0 = 0,995 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \cdot 6,67 \cdot 10^{-7} s = 199,69 m \quad (\text{Ec.46})$$

Donde  $t_0(s)$  es el intervalo de tiempo propio medido por el muón en el SR ligado a la propia partícula (Ec. 44),  $L(m)$  es la longitud impropia debido a que se mueve con una velocidad  $v(m/s)$  próxima a la de la luz. Mediante la relación de la Ec. 15:

$$L = \frac{L_0}{\gamma} \rightarrow L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (\text{Ec.47})$$

Siendo  $L(m)$  la longitud impropia,  $\gamma$  el factor dilatación,  $L_0(m)$  la longitud propia,  $v(m/s)$  la velocidad de los muones y  $c(m/s)$  la velocidad de la luz. Sustituyendo la Ec. 47 en la Ec.46, se obtiene:

$$t_0 = \frac{L_0}{v} \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (\text{Ec.48})$$

Que a su vez sustituyendo en la Ec. 41 de la ley de desintegración, se obtiene:

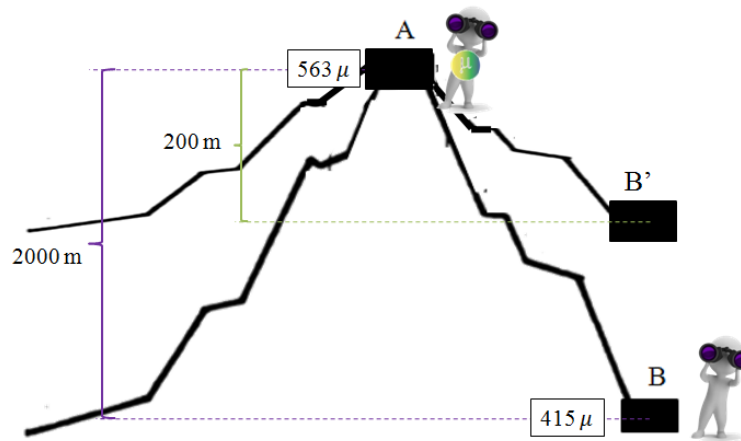
$$N = N_0 \cdot e^{-\frac{t_0}{\tau}} = N_0 \cdot e^{-\frac{L_0}{\tau \cdot v} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (\text{Ec.49})$$

Y sustituyendo valores:

$$N = 563 \cdot e^{-\frac{2000 m}{2,2 \cdot 10^{-6} s \cdot 0,995 c} \sqrt{1 - \frac{(0,995 c)^2}{c^2}}} = 415,34 \approx 415 \text{ muones} \quad (\text{Ec.50})$$

De nuevo el mismo valor que tomando como sistema de referencia un observador situado en la superficie de la tierra, y un valor similar al resultado que nos proporciona el contador Geiger. ¿Qué ha ocurrido en este caso? Se les deja a los alumnos que investiguen por grupos el fenómeno de contracción de longitudes. La Imagen 27 refleja la representación esquemática de este fenómeno.





**Imagen 27:** Representación esquemática de la contracción de longitudes. Para el muón desde el SR del propio muón, la longitud que debe atravesar para llegar a la superficie es menor que la que realmente hay.

Las cuestiones que se podrían plantear son las siguientes:

Se han considerado dos sistemas de referencia, ligado a la superficie terrestre y el de los muones ¿Se pueden considerar sistemas de referencia inerciales? ¿Por qué?

¿Qué ecuaciones de transformación relacionan ahora los sistemas inerciales?

¿Por qué podemos considerar una partícula radiactiva (el muón) como un reloj?

¿Por qué se dice que el espacio tiempo son magnitudes relativas? ¿Qué significa que sean relativas?

¿En qué casos se aplica la teoría de la relatividad?

¿Qué diferencia hay entre el tiempo propio y el tiempo impropio?

¿Qué más magnitudes físicas se pueden describir con la TRE?

...

## BIBLIOGRAFÍA

- Alemañ, R. A., & Pérez, J. F. (2001). Una nueva propuesta didáctica para la enseñanza de la relatividad en el bachillerato. *Enseñanza de las ciencias* , 335-343.
- Alonso, M. F., & Soler, V. F. (2009). *Construyendo la relatividad* (Segunda edición ed.). Madrid: Equipo Sirius.
- Alonso, M., & Soler, V. (2006). La relatividad en el bachillerato. Una propuesta de unidad didáctica. *Enseñanza de las ciencias* , 439-454.
- Arriasecq, I., Greca, I. M., & Cayul, E. E. (2017). Secuencias de enseñanza y aprendizaje basadas en resultados de investigación: propuesta de un marco teórico para el abordaje de la teoría especial de la relatividad. *Enseñanza de las ciencias* , 133-155.
- Bakaç, M., Taşoğlu, A. K., & Uyumaz, G. (2011). Modeling radioactive decay. *Procedia-Social and Behavioral Sciences* , 2196–2200.
- Barrio, J., López, E., Senku, G., Ergül, S., & Thongnueaha, S. (s.f.). Cooking muons (o cómo construir cámaras de niebla de muy bajo coste con utensilios de cocina).
- Esteban, S., & Pérez-Esteban, J. (2012). Estudiando el fenómeno de la radiactividad a través de noticias de prensa: el caso del espía ruso envenenado. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias* , 294-306.
- Lavín, C., & Mínguez, R. (2017). Diseño de actividades para el aprendizaje de la radiactividad en bachillerato. *Tabanque* , 30, 159-182.
- López, E., & Barrio, J. (2016). Experiencia de aula: medidas del flujo de muones y sus variaciones en altura y estaciones. *Revista Española de Física* , 40-46.
- Millikan, R. A. (1926). High frequency rays of cosmic origin. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* , 48-54.
- Pérez, H., & Solbes, J. (2006). Una propuesta sobre enseñanza de la relatividad en el bachillerato como motivación para el aprendizaje de la física. *Enseñanza de las ciencias* , 269-284.
- Sinarcas, V., & Solbes, J. (2013). Dificultades en el aprendizaje y la enseñanza de la física cuántica en el bachillerato. *Enseñanza de las ciencias* , 9-25.
- Smith, J. H. (2003). *Introducción a la relatividad especial*. Reverté.
- Solbes, J., & Sinarcas, V. (2010). Una propuesta para la enseñanza aprendizaje de la física cuántica basada en la investigación en didáctica de las ciencias. *Revista de enseñanza de la Física* , 57-84.

Solbes, J., Montserrat, R., & Furió, C. (2007). El desinterés del alumnado hacia el aprendizaje de la ciencia: implicaciones en su enseñanza. *Didáctica de las ciencias experimentales y sociales*, 91-117.

## **NORMATIVA LEGAL**

Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. (LOE)

REAL DECRETO 1467/2007, de 2 de noviembre, por el que se establece la estructura del bachillerato y se fijan sus enseñanzas mínimas. Recuperado de: <https://www.boe.es/boe/dias/2007/11/06/pdfs/A45381-45477.pdf>

Ley Orgánica 8/2013, de 5 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa (LOMCE).

REAL DECRETO 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. (BOE 3 de enero 2015). Recuperado de: <https://www.boe.es/boe/dias/2015/01/03/pdfs/BOE-A-2015-37.pdf>

ORDEN ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato. Boletín Oficial del Estado (29/01/2015), N° 25, 6986-7003. Recuperado de: <https://www.boe.es/buscar/pdf/2015/BOE-A-2015-738-consolidado.pdf>

ORDEN EDU/363/2015, de 4 de mayo, por la que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo del bachillerato en la Comunidad de Castilla y León. Boletín Oficial de Castilla y León (08/05/2015), N° 86, 32481–32984. Recuperado de: <http://bocyl.jcyl.es/boletines/2015/05/08/pdf/BOCYL-D-08052015-5.pdf>