

# APLICACIÓN DE LAS REGIONES DE ESTABILIDAD ( $R-\beta$ ) AL DISEÑO DE VEHÍCULOS

**Marta Alonso Villarmarzo**

Ingeniera Industrial, Universidad de Oviedo, España

**Daniel Álvarez Mántaras**

Profesor Titular, Universidad de Oviedo, España

**Pablo Luque Rodríguez**

Profesor Titular, Universidad de Oviedo, España

## RESUMEN

En nivel de seguridad de los vehículos se ha incrementado significativamente en los últimos años gracias al desarrollo e implementación de sistemas electrónicos que suplen o complementan al conductor. Sistemas como el ABS (antibloqueo de ruedas durante la frenada), el ESP (control de estabilidad) o AYC (control de la guiñada) monitorizan la respuesta dinámica para predecir y actuar en situaciones de riesgo.

Una de las herramientas utilizadas por estos sistemas para monitorizar la respuesta dinámica es lo que se conoce como regiones de estabilidad, también denominadas regiones  $r-\beta$  (velocidad de guiñada-deriva del vehículo). Estas regiones permiten definir los límites de estabilidad de los vehículos.

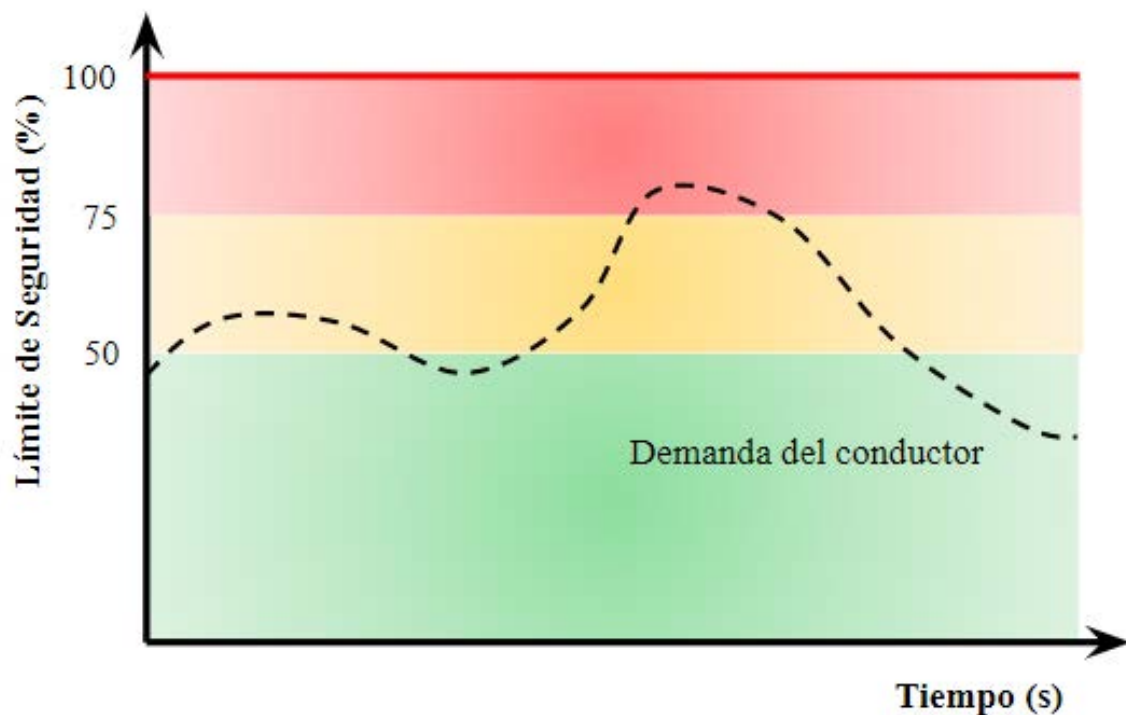
El trabajo propuesto plantea utilizar esas regiones en la fase de diseño, buscando como objetivo su maximización. Son varios los elementos constructivos de un vehículo que tienen influencia en estas regiones, como puede ser el sistema de suspensión (muelles, amortiguadores...), los neumáticos o el sistema de dirección. En este trabajo, se analiza la influencia de los elementos elásticos del sistema de suspensión, definiendo la configuración óptima para un vehículo y condición operativa concreta. Para ello, se utiliza un modelo completo del vehículo implementado en un software de simulación multicuerpo (MSC Adams/View®) y se aplican diferentes técnicas de optimización.

## 1. INTRODUCCIÓN

Cuando un vehículo se pone en movimiento y circula está sometido a la interacción con el entorno, la vía, otros vehículos, etc, se genera una “demanda” de seguridad activa. Esa demanda, condicionada por las acciones del conductor, deberá ser inferior a los límites para que la circulación vial sea segura para todos los usuarios.

Estos límites son función de las condiciones de la carretera (el pavimento, agentes externos como una mancha de aceite o la meteorología), del neumático (desgaste, temperatura, etc),

del tipo de conducción que se lleve a cabo, del estado del vehículo, entre otros (Luque y Mántaras, 2007), Figura 1.



**Figura 1: Evolución de la demanda de seguridad en conducción y representación de los márgenes de seguridad disponibles en cada instante de tiempo.**

De todos los factores que tienen influencia en la seguridad en carretera, uno de los más importantes es el vehículo y su comportamiento dinámico.

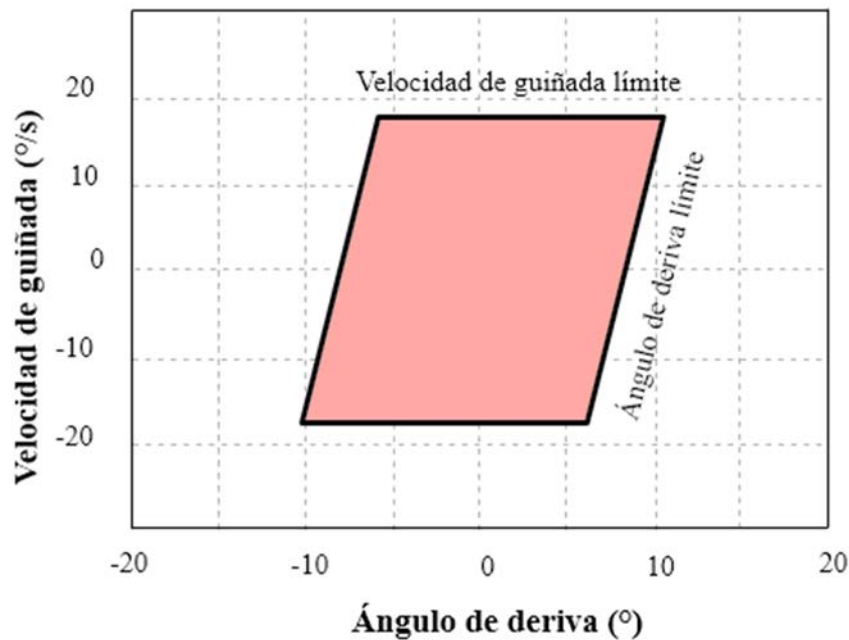
Entre los diferentes sistemas que componen un vehículo, los sistemas de suspensión y de dirección (Allonca, 2019) son la base de la respuesta dinámica del vehículo, por lo que su diseño, desde el punto de vista de la seguridad, es clave para mejorarla.

En un sistema de suspensión, son muchos los componentes que se pueden modificar para conseguir variar el comportamiento del vehículo, desde amortiguadores, muelles o silentbloks, hasta la geometría de la suspensión o los neumáticos.

En este artículo se analizará, desde el punto de vista de la seguridad, la influencia de las rigideces de los muelles de suspensión del vehículo (delanteros/traseros) y el coeficiente de amortiguamiento de los amortiguadores (delanteros/traseros), en función de variables operativas como la velocidad y la carga.

Para ello, se analizarán variables de estado como las aceleraciones longitudinal y lateral, la velocidad lateral, los ángulos de deriva, o las velocidades de cambio de los mismos y, en base a las líneas de trabajo abiertas junto al funcionamiento de los sistemas de control de vehículos, se utilizará un métrico objetivo que permite conocer el nivel de seguridad

disponible (Alonso, 2019) a partir de las denominadas Regiones de Estabilidad (Bobier, 2012; Beal, 2013; Bobier y Gerdes, 2013; Erlien, 2015) obtenidas a partir de los parámetros  $r$ - $\beta$  (yaw rate-slip angle), Figura 2.



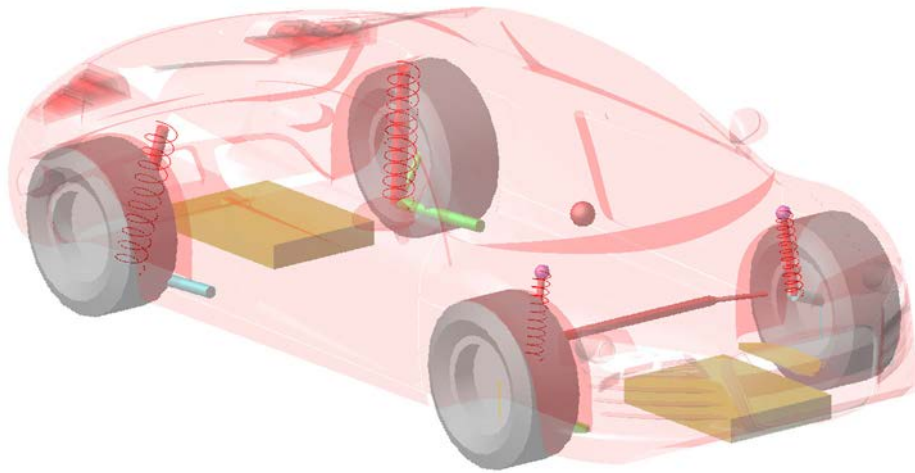
**Figura 2: Región de estabilidad definida a partir de los valores límites de la velocidad de guiñada y del ángulo de deriva del vehículo.**

Estas regiones de estabilidad dependen de la configuración de carga, de la velocidad de circulación y de la adherencia entre el neumático y la carretera (parámetro que no se tendrá en consideración en este análisis). Por tanto, con su utilización son varios los parámetros que se tienen en cuenta, y que afectan de manera significativa al comportamiento dinámico del vehículo.

## 2. METODOLOGÍA

### 2.1 Modelo virtual de vehículo

Para la realización de los ensayos se ha utilizado un modelo 3D, implementado en el programa de simulación dinámica multicuerpo MSC Adams View® y validado para reproducir fidedignamente el comportamiento dinámico del vehículo real, Figura 3.



**Figura 3: Modelo virtual utilizado para los ensayos de Ramp Steer**

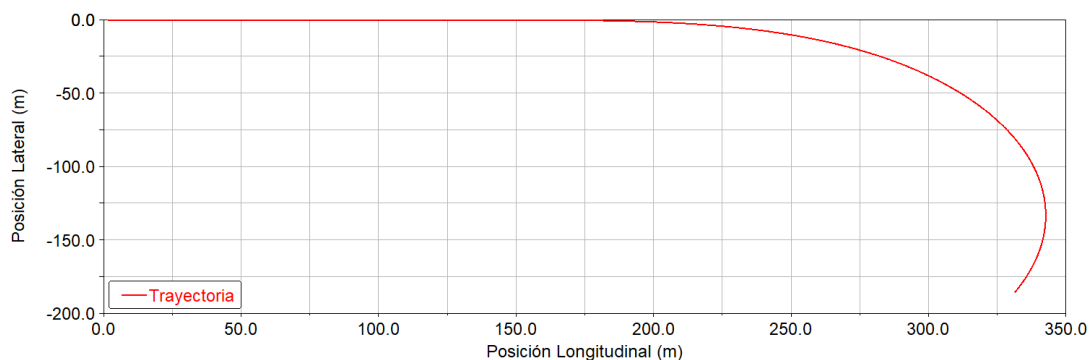
Se trata de un modelo con 16 grados de libertad y 21 partes móviles, con una suspensión delantera tipo McPherson y trasera independiente de brazos arrastrados.

Las características iniciales del vehículo, y que a posteriori se modificarán para el estudio de optimización, se indican a continuación, Tabla 1:

Masa OM (kg)	% Peso Delante	% Peso Detrás	L1 (m)	L2 (m)	Batalla (m)	Ancho Vías (m)	Kd (Nm)	Kt (Nm)	$\xi_d$ (Ns/m)	$\xi_t$ (Ns/m)
1642,8	59,7	40,3	1,07	1,57	2,64	1,6	33000	44000	2200	2000

**Tabla 1: Características geométricas del vehículo utilizado**

Para analizar la influencia de los parámetros en el comportamiento dinámico del vehículo, y así conocer el nivel de seguridad disponible en el vehículo, se realizan ensayos de tipo step-steer. Éstos consisten en introducir en la dirección un ángulo de volante determinado en un tiempo concreto, Figura 4, de forma que se puede analizar tanto la respuesta transitoria del vehículo como la permanente y, con ello, los efectos de la transferencia de carga debida a los elementos del sistema de suspensión.

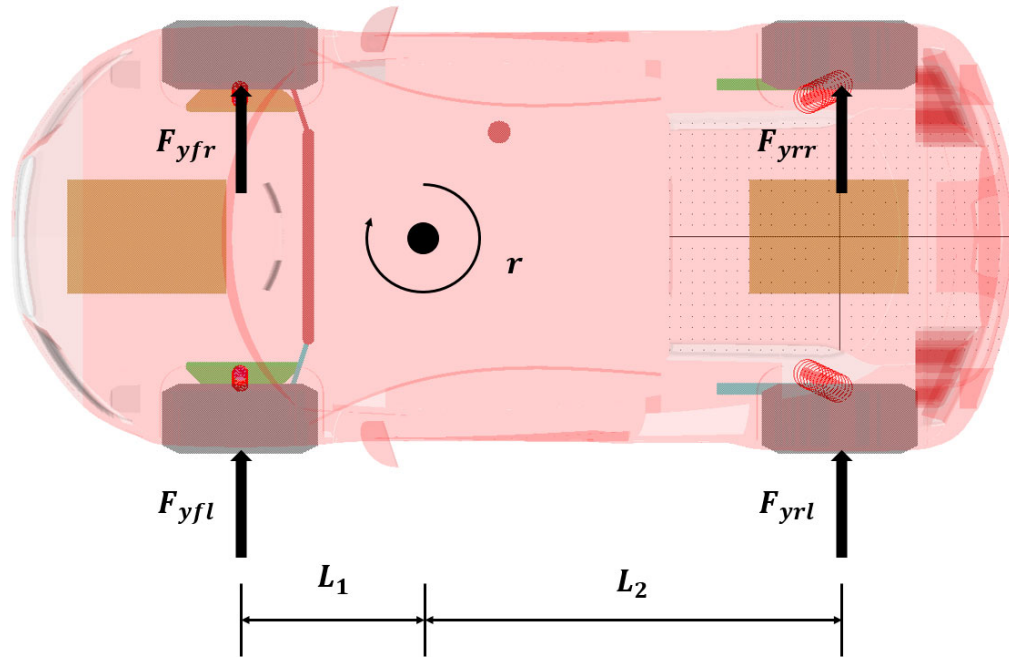


**Figura 4: Ensayo de Ramp Steer aplicado sobre el modelo 3D**

En este estudio no se han alcanzado situaciones próximas a las condiciones de deriva límite del neumático (derrape del vehículo). Se han considerado las tres configuraciones de tracción posibles sobre un vehículo de dos ejes, tracción delantera, tracción trasera y tracción 4x4.

## 2.2 Regiones de estabilidad

Cuando un vehículo toma una curva se desarrollan fuerzas laterales en el neumático, perpendiculares a su plano medio, que son función del ángulo de deriva, Figura 5.



**Figura 5: Representación de las fuerzas debidas al giro.  $F_y$  es la fuerza lateral por neumático y  $r$  la velocidad de guiñada en el centro de gravedad.**

En un análisis cuasiestático del giro del vehículo los efectos debidos a las inercias se desprecian (Wong, 1978), con lo que la aceleración de la velocidad de guiñada debe satisfacer la siguiente ecuación:

$$\dot{r} = (L_1 \cdot (F_{yfr} + F_{yfl}) - L_2 \cdot (F_{yrr} + F_{yrl})) / I_{zz} \quad (1)$$

donde:

- $\dot{r}$ : Aceleración de la velocidad de guiñada.
- $F_{yf}$ : Fuerza lateral en el eje delantero (suma de la fuerza de ambas ruedas).
- $F_{yr}$ : Fuerza lateral en el eje trasero (suma de la fuerza de ambas ruedas).
- $L_1$ : Distancia entre el eje delantero y el centro de gravedad del vehículo.
- $L_2$ : Distancia entre el eje trasero y el centro de gravedad.
- $I_{zz}$ : Momento de inercia respecto al eje vertical.

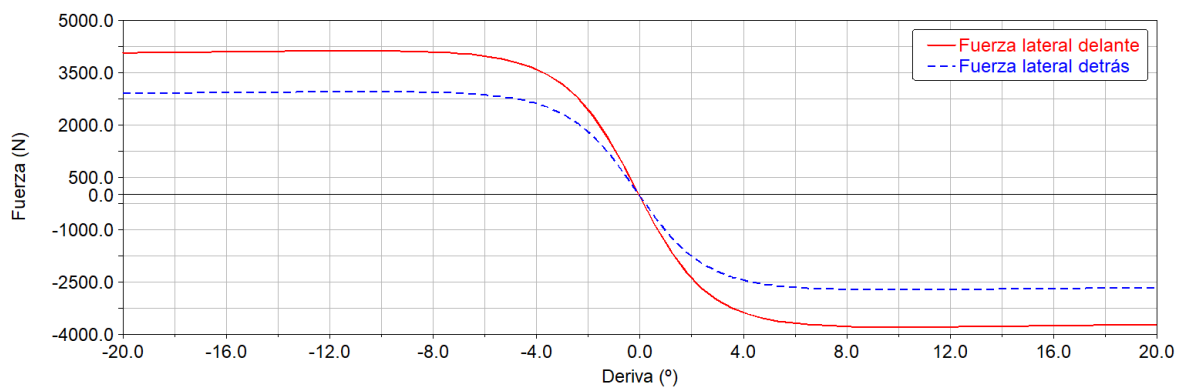
Además, en condición de giro cuasiestático se debe cumplir la siguiente condición:

$$F_{yf} = L_2 / L_1 \cdot F_{yr} \quad (2)$$

La región de estabilidad se define en función de los límites de fuerza lateral que son capaces desarrollar los neumáticos, es decir, cuando se alcanza la fuerza lateral máxima en uno de los ejes (condición de saturación del eje), ya sea el delantero o el trasero.

La fuerza lateral máxima en el eje depende de la fuerza lateral máxima en cada rueda, siendo ésta, fundamentalmente, función de la carga vertical sobre el neumático y de la adherencia neumático/carretera.

Para determinar su valor es necesario un ensayo de caracterización sometiendo al neumático a una deriva variable. A continuación, se muestran las fuerzas laterales en los neumáticos, obtenidas a partir de un ensayo virtual de neumático realizado con el software MSC Adams® para cada configuración de carga y una adherencia de 0,9, Figura 6.



**Figura 6: Ensayo virtual realizado con MSC Adams® para las dos configuraciones de carga y una adherencia de 0.9**

Cuando se cumple la condición de la expresión (3), se ha alcanzado la saturación del eje delantero, siendo éste, el que define los límites de la región de estabilidad.

$$F_{yfmax} < L_2/L_1 \cdot F_{yrmax} \quad (3)$$

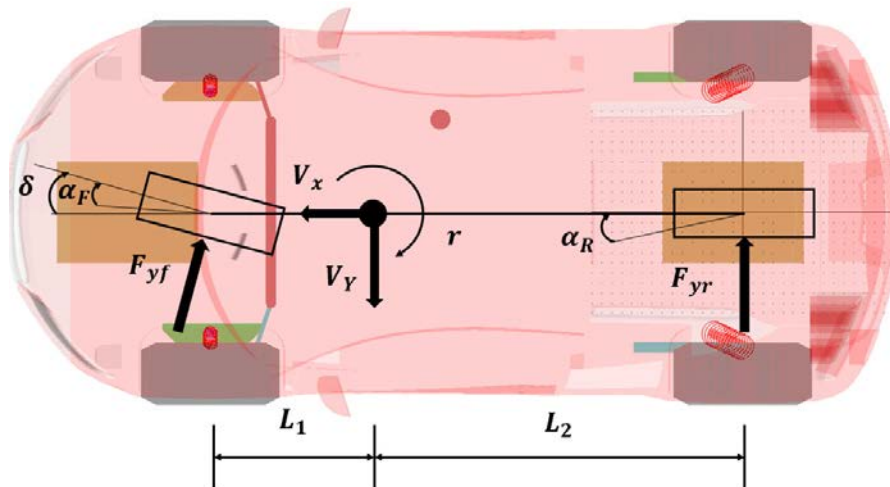
En caso contrario, es el eje trasero el que alcanza la saturación en primer lugar y, por tanto, es el que define los límites de la región de estabilidad, cumpliéndose la siguiente ecuación:

$$F_{yfmax} \geq L_2/L_1 \cdot F_{yrmax} \quad (4)$$

Considerando lo anterior, la velocidad de guiñada límite se calcula de acuerdo a las siguientes ecuaciones:

$$r_b = \left\{ \left[ F_{yrmax} \cdot (1 + L_2/L_1) / (m \cdot v_x) \text{ para } F_{yrmax} \geq (L_2/L_1) \cdot F_{yrmax} \right], \left[ F_{yrmax} \cdot (1 + L_1/L_2) / (m \cdot v_x) \text{ para } F_{yrmax} < (L_2/L_1) \cdot F_{yrmax} \right] \right\} \quad (5)$$

Para el cálculo de los límites debido al ángulo de deriva se utiliza un modelo de vehículo simplificado, conocido como modelo bicicleta y con dos grados de libertad, Figura 7.



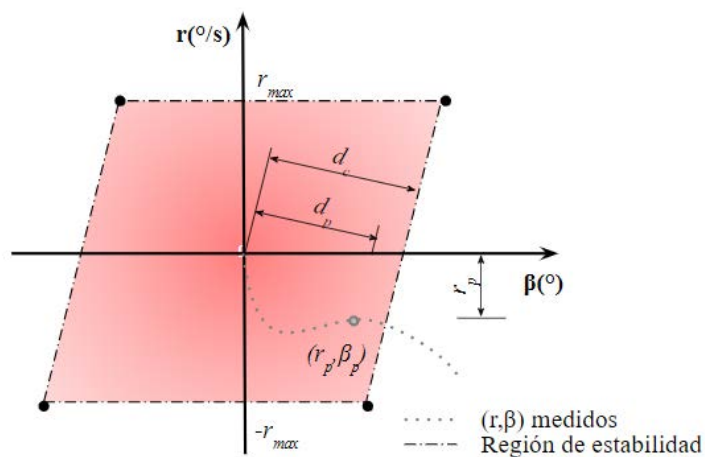
**Figura 7: Representación de los parámetros del modelo bicicleta**

La situación más peligrosa se produce cuando se satura el eje trasero del vehículo, ya que el vehículo se vuelve direccionalmente inestable. Esto ocurre cuando las ruedas traseras alcanzan la fuerza lateral máxima y el ángulo de deriva que corresponde con dicha situación es el siguiente:

$$\beta_b = \alpha_{r\lim} + (L_2/v_x) \cdot r_b \tag{6}$$

**2.3 Métricos de seguridad**

En la Figura 8, se muestran los parámetros para definir la seguridad disponible en cada caso, aplicando las ecuaciones 7 y 8.



**Figura 8: Parámetros para definir la seguridad disponible en cada caso**

$$S_{\beta}(\%) = ((d_c - d_p)/d_c \cdot 100) \quad (7)$$

$$S_r(\%) = ((r_c - r_p)/r_c \cdot 100) \quad (8)$$

### 3. RESULTADOS

Para analizar la influencia de cada uno de los parámetros de diseño del vehículo considerados en este trabajo, se ha utilizado el software estadístico IBM SPSS®.

	Kt	Kd	Velocidad_Var	L2	L1	Masa	H	yaw_opt	slip	slip <sup>2</sup>	yaw's
1	39921.1	46716.7	33.7326	1.55913	1.0808700000000002	284.2460	360624	-1.659680	0.0367590	1.7575996027653620	-9.5052659342272480
2	63467.8	51937.3	15.3828	1.61328	1.0267200000000000	213.7340	457770	-1.290170	-0.0282427	-1.618187512054130	-7.3921295854393420
3	37916.5	37110.2	34.2407	1.59026	1.0497400000000001	203.4350	432072	-1.676620	0.03231320	1.8514099825621317	-9.6063249847224070
4	42247.6	50709.2	13.3256	1.65220	.9878000000000002	319.0370	341831	-1.113250	-0.00569892	-3.265240637826951	-6.3784526542938895
5	61541.5	34630.1	30.6895	1.60535	1.0346500000000000	347.0160	447979	-1.643380	0.02606750	1.4935577324572733	-9.4158738136209230
6	42503.3	26140.0	16.9532	1.46714	1.1728600000000000	286.7040	388414	-1.285500	0.0134181	0.76880049084490	-7.3653724564067330
7	63687.9	32301.7	13.3927	1.53541	1.1045900000000002	103.7540	409364	-1.141330	-0.00500266	-2.866313043389164	-6.5353392031666250
8	57084.1	31121.3	16.5186	1.61157	1.0284300000000002	96.5565	418589	-1.381000	-0.0115324	-0.660757847656671	-7.9125471507566680
9	56696.8	31515.9	33.1379	1.61090	1.0291000000000001	109.9830	387863	-1.841970	0.0361520	2.0406006465143296	-10.5537106989712250
10	60566.9	44859.2	19.5971	1.64585	.9941500000000001	225.1120	395420	-1.547980	0.0403414	2.311391959649059	-8.8692720770661160
11	47562.2	40359.8	10.2902	1.61463	1.0253700000000001	149.1780	443232	-0.0894683	-0.0917649	-5.257741477440048	-5.1261559902103030
12	42730.4	46376.9	24.9967	1.63796	1.0020400000000000	234.5630	371029	-1.762770	0.01520300	8.710677359373905	-10.0999281252276120
13	52856.1	46874.0	30.6156	1.48727	1.1527300000000000	226.0960	343564	-1.812090	0.02857560	1.6372612770540351	-10.3825109097861360
14	36180.0	33233.6	21.5015	1.59241	1.0475900000000000	305.5390	408442	-1.544410	0.0827210	4.739564177101683	-8.848817483779460
15	52297.6	52954.9	26.1880	1.45956	1.1804400000000002	94.2377	395982	-1.906760	0.0201780	1.1469354551369793	-10.9249300544364850
16	61540.0	38427.5	22.0244	1.53981	1.1001900000000002	136.9630	414569	-1.733370	0.01000600	5.733015698079017	-9.9314785334591500
17	61651.5	31954.9	10.1406	1.60153	1.0384700000000002	202.2360	370724	-0.0853308	-0.00891850	-5.109924095874246	-4.9062834363288506
18	48630.4	36717.5	23.7519	1.52256	1.1173400000000002	281.4190	464204	-1.690570	0.01367500	7.835197848414007	-9.6862525971431600
19	42324.8	49104.0	25.7903	1.59242	1.0475800000000002	99.3485	315598	-1.884000	0.01789430	1.0252678673409488	-10.7945248602647100
20	49477.6	31057.1	22.1649	1.56441	1.0755900000000000	110.1070	332414	-1.728310	0.01015940	5.820907423852086	-9.9024868690255320
21	40717.0	29855.5	11.3716	1.54081	1.0991900000000001	330.4450	362062	-0.0898372	-0.00644488	-3.692529643123714	-5.1472924032726795

Figura 9: Datos en el software de análisis estadístico IBM SPSS

Mediante el software de simulación dinámica multicuerpo MSC Adams® se realizan simulaciones modificando las rigideces de los muelles de la suspensión, el coeficiente de amortiguamiento de la suspensión, la posición del centro de gravedad (longitudinal y vertical), la masa o la velocidad (variables independientes). Como resultado se obtienen los valores de velocidad de guiñada y ángulo de deriva para la determinación del métrico de seguridad.

Para un vehículo de tracción trasera:

$$S_r = -0.001 \cdot A_d - 23.087 \cdot L_2 - 0.00012 \cdot K_d - 2.915 \cdot V_x + 160.262 \quad (9)$$

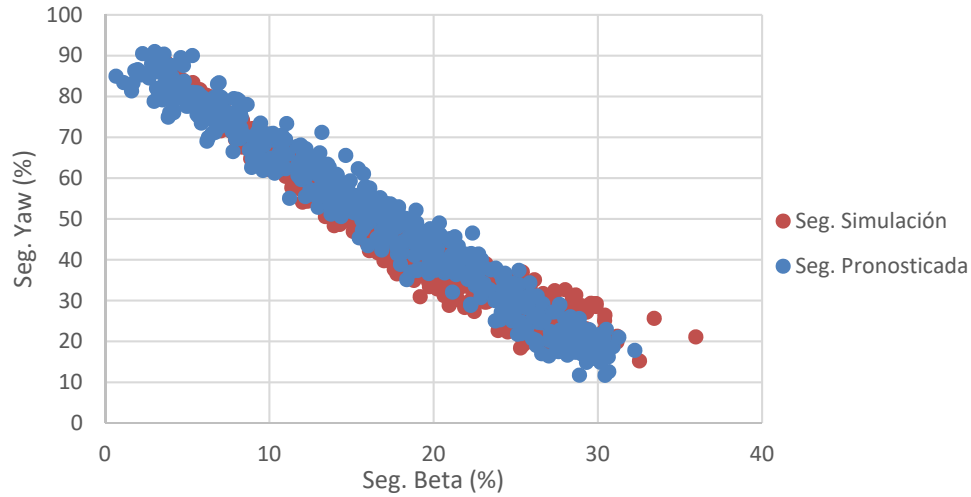
$$S_{\beta} = (1.87E - 5) \cdot K_d + (2.14E - 5) \cdot K_t - 3.53 \cdot L_2 - 0.007 \cdot M + 1.135 \cdot V_x - 4.417 \quad (10)$$

Según los resultados obtenidos para un vehículo tracción trasera, la seguridad disponible en guiñada, es inversamente proporcional a la rigidez de la suspensión delantera, a la velocidad y al amortiguamiento delantero. Valores elevados de estos parámetros, penalizan la seguridad disponible en el vehículo.

Por otro lado, en el caso de la seguridad disponible en deriva, ésta, es directamente proporcional a las rigideces, tanto delantera como trasera, y a la velocidad, mientras que una



posición adelantada del centro de gravedad y una gran masa penalizan su valor. En este caso, tener valores de rigidez delantera y trasera elevados y una posición retrasada del centro de gravedad mejoran la seguridad disponible.



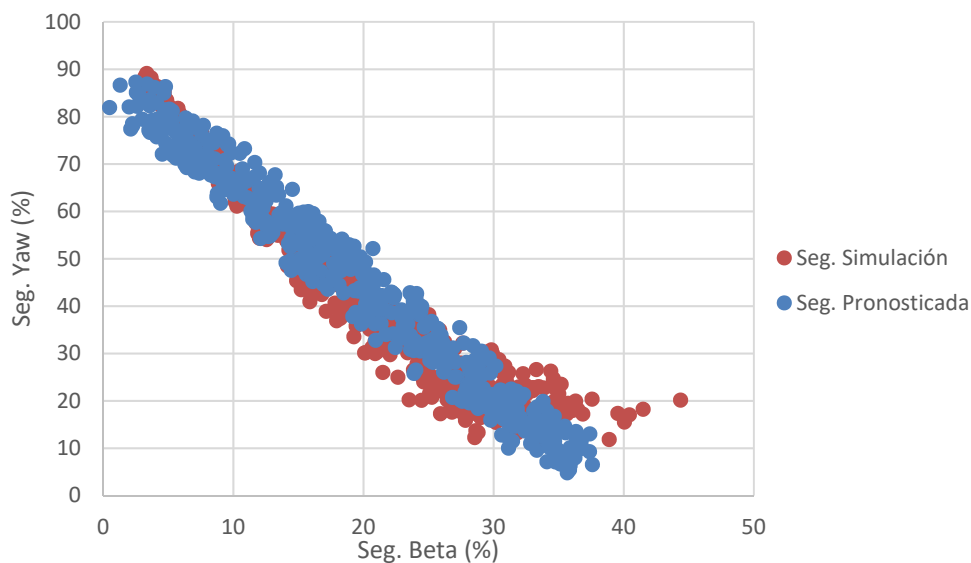
**Figura 10: Comparación entre la seguridad obtenida de simulación y la pronosticada para un vehículo de tracción trasera**

Se comete un error en el pronóstico de  $S_\beta$  del 4%, mientras que en  $S_r$  es del 3.5%.

Para un vehículo de tracción delantera:

$$S_r = -0.000106 \cdot K_d - 0.000106 \cdot K_t - 27.422 \cdot L_2 - 2.622 \cdot V_x + 164.615 \quad (11)$$

$$S_\beta = (5.72E - 5) \cdot K_t + 3.429 \cdot H - 4.433 \cdot L_2 - 0.01 \cdot M + 1.135 \cdot V_x - 4.343 \quad (12)$$



**Figura 11: Comparación entre la seguridad obtenida de simulación y la pronosticada para un vehículo tracción delantera**

Como se puede apreciar, en comparación con el modelo de ajuste para el vehículo de tracción trasera, en el vehículo de tracción delantera, las variables utilizadas para el pronóstico han cambiado.

Por un lado, para la seguridad disponible en guiñada, son ahora las dos rigideces, delantera y trasera, las que afectan de forma negativa, además de la velocidad y la posición del centro de gravedad. Una posición del centro de gravedad adelantada, valores de rigidez de la suspensión altos y una velocidad elevada, perjudican el valor de la seguridad disponible.

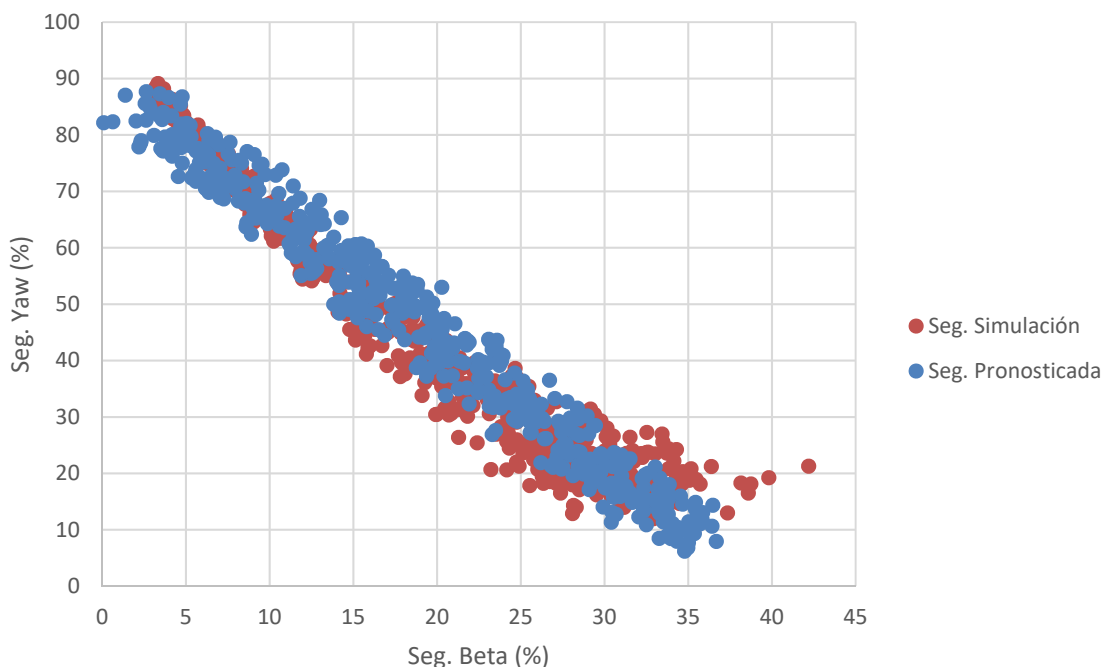
Analizando la seguridad disponible en deriva, se obtiene, que una rigidez trasera alta, un centro de gravedad elevado (en altura) y una velocidad elevada, aumentan el valor de la seguridad, mientras que una posición adelantada (longitudinalmente) del centro de gravedad y una masa grande, perjudican los niveles de seguridad disponible.

Se comete un error en el pronóstico de  $S_\beta$  del 4,3%, mientras que en  $S_r$  es del 7,0%.

Para un vehículo de tracción 4x4:

$$S_r = -0.000106 \cdot K_d - 0.000106 \cdot K_t - 27.361 \cdot L_2 - 2.591 \cdot V_x + 163.997 \quad (13)$$

$$S_\beta = (5.339E - 5) \cdot K_t + 3.071 \cdot H - 4.228 \cdot L_2 - 0.01 \cdot M + 1.102 \cdot V_x - 3.960 \quad (14)$$



**Figura 12: Comparación entre la seguridad obtenida de simulación y la pronosticada para un vehículo con tracción 4x4**

Como se puede apreciar en los modelos de aproximación obtenidos para un vehículo 4x4 se parecen bastante a los obtenidos para un vehículo con tracción delantera. Existe una misma relación entre las variables, y el error cometido, es parejo. En las conclusiones, se analizará la posibilidad de unificar estos dos modelos (tracción 4x4 y tracción delantera), en uno solo que permita estudiar ambas configuraciones.

Se comete un error en el pronóstico de  $S_\beta$  del 4,1%, mientras que en  $S_r$  es del 7,0%.

#### 4. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se ha evaluado la aplicación de las regiones de estabilidad ( $\varphi$ - $\beta$ ) al diseño de vehículos. Estas regiones definen los límites de conducción segura de un vehículo, por tanto, se plantea como objetivo maximizarlas en función de diferentes variables de diseño.

Como metodología para evaluar la aplicación de las regiones de estabilidad se ha desarrollado un diseño de experimentos, empleando un modelo virtual de vehículo sometido a una maniobra de giro. Se ha analizado la respuesta del vehículo en función de variables de diseño del sistema de suspensión y condición de funcionamiento, cuantificando el margen de seguridad disponible.

Tras analizar estadísticamente los resultados, se deduce, que para el diseño de vehículos de tracción delantera y de tracción 4x4, es significativa la influencia de los mismos parámetros, la altura del cdg ( $H$ ), la posición del cdg ( $L$ ), la rigidez del muelle trasero ( $K_t$ ) y la masa total ( $M$ ). Debido al rango de valores considerado y a la combinación de variables el incremento de la altura del centro de gravedad aumenta la región de estabilidad.

En vista de la gran similitud entre los modelos de pronóstico obtenidos, se plantea la posibilidad de usar un único modelo para pronosticar la seguridad disponible en ambas configuraciones.

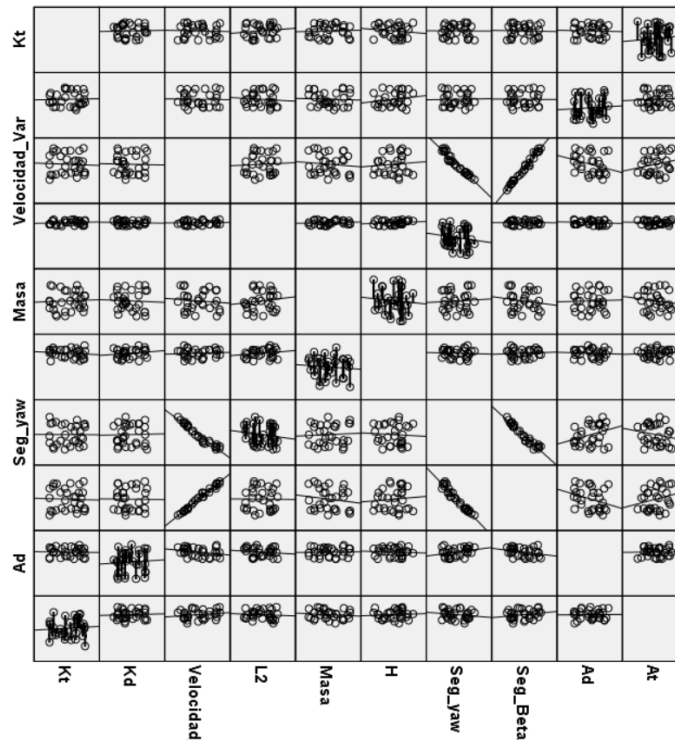
$$S_r = -0.000131 \cdot K_d - 0.000131 \cdot K_t - 27.392 \cdot L_2 - 2.607 \cdot V_x + 164.306 \quad (15)$$

$$S_\beta = (5.561E - 5) \cdot K_t + 3.250 \cdot H - 4.430 \cdot L_2 - 0.01 \cdot M + 1.118 \cdot V_x - 4.151 \quad (16)$$

Con este ajuste, se comete un error en el pronóstico de  $S_\beta$  del 4,3%, mientras que en  $S_r$  es del 7,0%. Análogo a lo que se tenía anteriormente.

En el caso de vehículos de tracción trasera, es significativa la influencia de la rigidez de los muelles delantero y trasero ( $K_d$ ) ( $K_t$ ), la posición longitudinal del cdg ( $L$ ) y la masa total ( $M$ ).

Los errores que se comenten a la hora de realizar el pronóstico, pueden deberse a diversas causas, una de ellas, la existencia de otros parámetros de diseño de la suspensión que afecten a la seguridad durante la circulación del vehículo. Además, la linealidad del modelo utilizado, ya que, aunque los valores de  $R^2$ , son del orden de 0.96-0.98, valores próximos a la unidad, éste dato, se puede mejorar.



**Figura 13: Matriz de correlaciones**

Como se puede intuir en la matriz de correlaciones anterior, la variable velocidad, guarda una relación polinómica con la seguridad de guiñada disponible.

## REFERENCIAS

ALLONCA, D., MANTARAS, D.A., LUQUE, P. & ALONSO, M. (2019). A new methodology to optimize a race car for inertial sports. *Journal of Sports Engineering and Technology*, 2019.

ALONSO M., MANTARAS D.A. & LUQUE P. (2019). Toward a Methodology to Assess Safety of a Vehicle. *Safety Science*.

BEAL C.E & GERDES J.C. (2013). Model Predictive Control for Vehicle Stabilization at the Limits of Handling. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. 21:1258–1269.

BOBIER C.G & GERDES J.C. (2013). Staying within the nullcline boundary for vehicle envelope control using a sliding surface. *Vehicle System Dynamics*. 51:199–217.

BOBIER C.G. (2012). A phase portrait approach to vehicle stabilization and envelope control. *Stanford University*.

---

ERLIEN S.M. (2015). Shared vehicle control using safe driving envelopes for obstacle avoidance and stability. Stanford University.

LUQUE RODRÍGUEZ, P. & ÁLVAREZ MÁNTARAS, D. (2007). Investigación de Accidentes de Tráfico. Manual de reconstrucción. Netbiblo. La Coruña.

PACEJKA, B.H. (2002). Tyre and Vehicle Dynamics. Butterworth-Heinemann, Oxford.

RAJAMANI R. (2012). Vehicle Dynamics and Control. Springer Science & Business Media; ISBN 978-1-4614-1432-2

WONG J.Y. (1978). Theory of ground vehicles. John Wiley & Sons, Inc. Canada.