UNIVERSIDADE DE BURGOS

PROGRAMA INTERNACIONAL DE DOUTORADO

DOUTORADO EM EDUCAÇÃO

ENSINO DE CIÊNCIAS

Departamento de Didáticas Específicas

UNIDADES DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVAS PARA O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU FUNDAMENTADA NA TEORIA DE APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA CRÍTICA

TESE DE DOUTORADO

ADRIANA REGINA DA ROCHA CHIRONE

Burgos, dezembro de 2022

UNIVERSIDADE DE BURGOS

PROGRAMA INTERNACIONAL DE DOUTORADO

DOUTORADO EM EDUCAÇÃO

ENSINO DE CIÊNCIAS

Departamento de Didáticas Específicas

UNIDADES DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVAS PARA O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU FUNDAMENTADA NA TEORIA DE APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA CRÍTICA

ADRIANA REGINA DA ROCHA CHIRONE

Tese Doutoral realizada por Adriana Regina da Rocha Chirone, para obter o grau de Doutora pela Universidade de Burgos, tendo com orientadores o Professor Dr. Marco Antonio Moreira e a Professora Dr.ª Concesa Caballero Sahelices.

Burgos, dezembro de 2022

DEDICATÓRIA

Dedico esta tese a todos que fazem da prática pedagógica uma ação educativa e crítica. Especialmente, aos meus pais Amaro da Rocha e Silva (in memoriam) e Rilza Socorro da Rocha; ao meu esposo, companheiro e amor da minha vida, Alberto Chirone; aos nossos filhos e parceiros de estudo, Rafael e Giovanna; a minha irmã Marta Rocha e a todos familiares e amigos que com muito amor e carinho, apesar das ausências, sempre me incentivaram e apoiaram durante a realização de mais esta etapa de formação acadêmica.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a DEUS e a MARIA, Mãe de JESUS e nossa, pela fé que me sustenta em todos os momentos da minha vida. A Escola de Doutorado da Universidade de Burgos - Espanha, na pessoa do Prof. Dr. Jesus Meneses Villagrá pela acolhida, apoio e dedicação com todos os estudantes. Aos meus orientadores, Prof. Dr. Marco Antonio Moreira e Prof.ª Dr.ª Concesa Caballero Sahelices que com dedicação e paciência, orientaram e incentivaram todas as fases desta pesquisa. A Prof.ª Dra. Ileana Maria Greca pelas contribuições acadêmicas, para consolidação da minha base epistemológica. Ao Prof. Dr. Oscar Tintorer Delgado e Prof. Dr. Héctor José García Mendonza pelas valiosas contribuições acadêmicas no grupo de estudo Didática da resolução de problemas em Ciências e Matemática. Aos amigos Prof. Dr. Arthur Magalhães e doutoranda Claudete dos Anjos, pelo incentivo nos estudos e companheirismo nos eventos acadêmicos de aprendizagem significativa. A todos os amigos e amigas de turma pelo carinho recebido desde o primeiro encontro na UBU. A minha querida amiga Prof.ª Dr.ª Jeneffer Araújo de Assunção, por me incentivar e dividir comigo seus conhecimentos sobre Ausubel. A minha querida amiga de fé e educadora Prof.ª Dr.ª Lúcia Brito, pela revisão gramatical e ortográfica dessa tese e dos artigos publicados durante o período de estudos do doutorado. A Nutricionista, Pós-graduada em Acupuntura e Fitoterapia Ivani Krenchinski, por ter cuidado da minha saúde física e mental durante esse período de estudo. Aos colegas do Colégio de Aplicação da UFRR, em especial aos professores de matemática. Aos estudantes, sujeitos dessa pesquisa, pela dedicação na realização das atividades e provas durante o desenvolvimento da pesquisa. Aos pais dos estudantes sujeitos da pesquisa pelo apoio e compreensão. A família franciscana, em especial a Frei Armando Mariani pela acolhida no caminho para Lajeado e aos irmão e irmã da Fraternidade Santa Maria dos Anjos, pelo apoio e compreensão nas ausências. Ao meu amor e companheiro, Alberto Chirone, pela paciência, amor e carinho e por dividir comigo seus conhecimentos filosóficos e psicológicos. Aos meus filhos, Rafael e Giovanna que estiveram sempre do meu lado e toda minha família e amigos.

A todos, meu muito obrigada!!!

Você se tornará eternamente responsável por tudo aquilo que cativar.

(O Pequeno Príncipe)

RESUMO

As dificuldades de ensino e aprendizagem de matemática constituem, muitas vezes, um entrave para o desenvolvimento integral dos estudantes e o pleno exercício da cidadania. Acredita-se que é possível promover aprendizagem significativa crítica a partir da aplicação de Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS), fundamentadas nos princípios da TASC. Esta tese apresenta a análise da construção do conceito de sistema de equações do 1º grau com duas variáveis, aplicando uma UEPS, utilizando a estratégia de situações-problema como metodologia de ensino para promover aprendizagem significativa crítica no 8º ano do Ensino Fundamental do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Roraima (CAp/UFRR), Brasil. Foi necessário diagnosticar os conhecimentos prévios dos estudantes, elaborar, aplicar e avaliar a contribuição da UEPS, analisar o nível de compartilhamento de significados dos estudantes em relação ao conceito estudado; verificar quais dos 13 princípios da TASC influenciaram a aprendizagem significativa crítica. Realizou-se uma pesquisa qualitativa com cem (100) estudantes, utilizando os seguintes instrumentos de coleta de dados: provas de lápis e papel, autoavaliação, fichas individuais de observações, relatórios e registros pessoais. Apresentam-se os dados organizados em tabelas e gráficos. O processo de ensino-aprendizagem, na perspectiva de Gowin visa compartilhar significados, tendo como protagonistas da ação: o aluno, o professor e os materiais educativos. Foram utilizados vários tipos de atividades: aulas expositivas, aulas práticas usando caderno quadriculado e/ou papel milimetrado e o programa GeoGebra; leitura e discussão dos conteúdos; produção de textos; atividades individuais e em grupo. Os resultados apresentam evidências de que a UEPS foi exitosa. A tese está dividida em cinco capítulos, sendo o primeiro da Revisão da Literatura, o segundo da Fundamentação Teórica, o terceiro os procedimentos metodológicos, o quarto apresenta a Proposta Didática, organizada a partir da elaboração de uma UEPS, no quinto encontram-se os resultados e suas análises fundamentadas na TAS de Ausubel, TASC de Moreira e no modelo triádico de Gowin. Finalizando esse estudo com as perspectivas da utilização deste trabalho para promover aprendizagem significa crítica no ensino de matemática.

Palavras-chave: Teoria de Aprendizagem Significativa Crítica. UEPS. Princípios da TASC. Ensino e aprendizagem de sistema de equações do 1º grau. Gráficos de sistema

RESUMEN

Las dificultades en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas constituyen muchas veces un obstáculo para el desarrollo integral de los estudiantes y el pleno ejercicio de la ciudadanía. Se cree que es posible promover el aprendizaje crítico significativo a partir de la aplicación de Unidades de Enseñanza Potencialmente Significativas (UEPS), basadas en los principios de TASC. Esta tesis presenta el análisis de la construcción del concepto de un sistema de ecuaciones de 1° grado con dos variables, aplicando una UEPS, utilizando la estrategia de situaciones problema como metodología didáctica para promover el aprendizaje crítico significativo en el 8° año de la Enseñanza Fundamental del Colegio de Aplicación de la Universidad Federal de Roraima (CAp/UFRR), Brasil. Fue necesario diagnosticar los conocimientos previos de los estudiantes, elaborar, aplicar y evaluar el aporte de la UEPS, analizar el nivel del compartir de significados de los estudiantes en relación al concepto estudiado; verificar cual de los 13 principios de TASC influyó en el aprendizaje crítico significativo. Se realizó una investigación cualitativa con cien (100) estudiantes, utilizando los siguientes instrumentos de recogida de datos: pruebas de lápiz y papel, autoevaluación, fichas de observación individual, informes y fichas personales. Los datos se presentan organizados en tablas y gráficos. El proceso de enseñanza-aprendizaje, en la perspectiva de Gowin, tiene como objetivo compartir significados, teniendo como protagonistas de la acción: el alumno, el docente y los materiales educativos. Se utilizaron varios tipos de actividades: clases expositivas, clases prácticas con cuaderno cuadriculado y/o papel cuadriculado y el programa GeoGebra; lectura y discusión de contenidos; producción de textos; actividades individuales y grupales. Los resultados muestran evidencia de que la UEPS fue exitosa. La tesis se divide en cinco capítulos, el primero sobre la Revisión de la Literatura, el segundo sobre la Fundamentación Teórica, el tercero sobre los procedimientos metodológicos, el cuarto presenta la Propuesta Didáctica, organizada a partir de la elaboración de una UEPS, en el quinto se encuentran los resultados y sus análisis basados en el TAS de Ausubel, el TASC de Moreira y el modelo triádico de Gowin. Terminando este estudio con las perspectivas de utilizar este trabajo para promover el aprendizaje crítico en la enseñanza de las matemáticas.

Palabras clave: Teoría Crítica del Aprendizaje Significativo. UEPS. Principios de TASC. Enseñanza y aprendizaje del sistema de ecuaciones de 1er grado. Gráficos del sistema.

ABSTRACT

Difficulties in teaching and learning mathematics often constitute an obstacle to the integral development of students and the full exercise of citizenship. It is possible to promote critical meaningful learning from the application of Potentially Meaningful Teaching Unit (PMTU), based on the principles of the Critical Meaningful Learning Theory (CMLT). This thesis presents the concept construction analysis of system of first-degree equations in two variables, applying a PMTU, using the problem-situation strategy as a teaching methodology to promote critical meaningful learning in the 8th year of Elementary School at Colégio de Aplicação from the Federal University of Roraima (CAp/UFRR), Brazil. It was necessary to diagnose the students' prior knowledge, elaborate, apply and evaluate the contribution of PMTU, analyze the level of sharing of meanings of the students in relation to the studied concept; verify which of the 13 CMLT principles influenced critical meaningful learning. Qualitative research was carried out with one hundred (100) students, using the following data collection instruments: pencil and paper tests, self-assessment, individual observation sheets, reports and personal records. The data are organized in tables and graphs. The teaching-learning process, in Gowin's perspective, aims to share meanings, having as protagonists of the action: the student, the teacher and the educational materials. Several types of activities were used: expository classes, practical classes using squared notebook and/or graph paper and the GeoGebra program; reading and discussion of contents; production of texts; individual and group activities. The results show evidence that the PMTU was successful. The thesis is divided into five chapters, the first on the Literature Review, the second on the Theoretical Foundation, the third on the methodological procedures, the fourth presents the Didactic Proposal, organized from the elaboration of a PMTU, in the fifth are the results and their analysis based on Ausubel's Meaningful Learning Theory (MLT), Moreira's CMLT and Gowin's triadic model. We end this study with the perspectives of using this work to promote critical learning in mathematics teaching.

Keywords: Critical Meaningful Learning Theory. PMTU. Principles of CMLT. Teaching and learning system of first-degree equations. System graphics.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS

AEE – Atendimento Educacional Especializado

BDTD – Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

CAp – Colégio de Aplicação

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

CEDUC/UFRR – Centro de Educação da Universidade Federal de Roraima

CGEB – Coordenação Geral de Educação Básica

CONDICAP – Conselho de Diretores dos Colégios de Aplicação

CUNI – Conselho Universitário

EIAS – Encontro Internacionais de Aprendizagem Significativa

ENAS – Encontro Nacional de Aprendizagem Significativa

IBICT – Instituto Brasileiro de Informação de Ciência e Tecnologia

MEC – Ministério da Educação

PCD's – Pessoas com deficiência

PCN's – Parâmetros Curriculares Nacionais

PPP – Projeto Político Pedagógico

Profmat – Programa de Mestrado profissional em Matemática em Rede Nacional

SIENA – Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem

SNPG – Sistema Nacional de Pós-Graduação

TAS – Teoria da Aprendizagem Significativa

TASC – Teoria da Aprendizagem Significativa Crítica

TDAH – Transtorno Déficit de Atenção com Hiperatividade

TEA – Transtornos do Espectro Autista

UEPS – Unidades de Ensino Potencialmente Significativo

UFRR – Universidade Federal de Roraima

UFSCar – Universidade Federal de São Carlo

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A prática pedagógica tradicional do ensino de matemática, no que se refere à resolução de problema, de uma forma geral consiste em resolver exercícios aplicando técnicas e fórmulas, desconsiderando outras formas de resolver o mesmo problema. Avalia-se ser este um dos motivos pelos quais a maioria dos estudantes tem dificuldades em resolver problemas e internalizar conceitos matemáticos.

O processo atual de construção do conhecimento, em uma perspectiva de ensino baseado na resolução de problemas, propõe o processo inverso iniciando e desenvolvendo conteúdos/conceitos a partir de situações-problema, através de ações ordenadas, incentivando as capacidades criadoras dos estudantes, formando assim sua independência cognitiva. Alguns autores ao longo da história apresentaram sequência didática como verdadeiros roteiros para orientar os professores em suas práticas pedagógicas. As Unidades de Ensino Potencialmente Significativas – UEPS se diferenciam das demais sequências didáticas por estarem fundamentadas em uma teoria de aprendizagem, em particular, da Teoria de Aprendizagem Significativa de Ausubel (2000).

A teoria ausubeliana considera que, para ensinar, o professor precisa diagnosticar os conhecimentos prévios, a partir dos quais o estudante aprende novos conceitos. Seguindo esse e os demais princípios das teorias de Aprendizagem Significativa e Aprendizagem Significativa Crítica de Moreira (2011), a proposta dessa pesquisa é elaborar e avaliar a aplicação de uma UEPS, utilizando a estratégia de situações-problema como metodologia de ensino, para promover Aprendizagem Significativa Crítica, no ensino de matemática.

Busca-se desta forma responder ao seguinte questionamento: **Como a aplicação de uma UEPS contribuirá para promover Aprendizagem Significativa Crítica nos estudantes do 8º ano do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Roraima?**

Para responder a esta pergunta se propõe, como **objetivo geral** desta pesquisa, **analisar a construção do conceito de Sistema de Equações do 1º grau com duas variáveis, aplicando uma UEPS em quatro turmas, utilizando a estratégia de situações-problema como metodologia de ensino para promover Aprendizagem**

Significativa Crítica no 8º ano do Ensino Fundamental do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Roraima (CAp/UFRR), Brasil.

Neste sentido, estabelecem-se os seguintes objetivos específicos que contribuirão para que o objetivo geral da pesquisa seja alcançado:

- **Diagnosticar os conhecimentos prévios dos estudantes para aprendizagem significativa crítica de Sistemas de Equações do 1º grau com duas variáveis;**
- **Favorecer a construção do conceito de Sistema de Equações do 1º grau com duas variáveis, a partir da elaboração e aplicação de uma UEPS fundamentada nos 13 princípios da TASC;**
- **Avaliar a contribuição da UEPS para aprendizagem significativa crítica de Sistemas de Equações do 1º grau com duas variáveis;**
- **Analisar o nível de compartilhamento de significados dos estudantes em relação ao conceito de Sistema de Equações do 1º grau com duas variáveis;**
- **Verificar quais dos 13 princípios da TASC influenciaram a aprendizagem significativa crítica de Sistemas de Equações do 1º grau com duas variáveis.**

Acredita-se na relevância do tema para o ensino de matemática, uma vez que representa uma proposta que visa à elaboração, aplicação e avaliação de uma UEPS para ensinar conteúdos matemáticos e analisar o processo de aprendizagem dos estudantes. Representa, assim, uma estratégia para a prática pedagógica de acordo com a linha de pesquisa Ensino das Ciências, ligando o conteúdo matemático com a didática aplicada e fornecendo “ferramentas” pedagógicas aos estudantes dos cursos de Pedagogia e de Licenciatura em Matemática e aos professores destas áreas do conhecimento.

A pesquisa foi realizada com cem (100) estudantes do 8º ano do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Roraima. Sendo cinquenta estudantes em 2018 e outros cinquenta em 2019 divididos em duas turmas de 25 estudantes em cada ano, nas quais a pesquisadora era a professora responsável pelas turmas.

O Colégio de Aplicação (CAp), unidade de ensino básico, estava vinculado ao Centro de Educação da Universidade Federal de Roraima (CEDUC/UFRR), composto pelos cursos de graduação em: pedagogia, psicologia e educação do campo. Em 03 de setembro de 2020 através da Resolução n.º 011/2020 – CUNI o CAp passou a ser uma unidade administrativa e acadêmica vinculada diretamente à Reitoria da UFRR.

Realizou-se uma pesquisa qualitativa utilizando os seguintes instrumentos: provas de lápis e papel, autoavaliação, fichas individuais de observações, relatórios e registros pessoais. Em seguida, apresentam-se os dados organizados em tabelas e gráficos, para auxiliar as análises e discussões dos resultados obtidos a partir do modelo triádico de Gowin (1981).

O processo de ensino-aprendizagem, na perspectiva de Gowin visa compartilhar significados, tendo como protagonistas da ação: o aluno, o professor e os materiais educativos. Eles estão sempre presentes, mas não na mesma proporção. Portanto no modelo triádico se destacam relações diádicas. Por exemplo, aluno-aluno, quando os estudantes frisam a importância do relacionamento entre eles; professor-aluno, quando se evidencia a importância da aprendizagem de novos conteúdos; aluno-materiais educativos, quando se aprende a utilizar ferramentas inovadoras (Moreira, 2006).

A pesquisa está baseada no desenvolvimento de uma UEPS para o ensino de Sistema de Equações do 1º grau com duas variáveis. Foi realizada em quatro fases, sendo três em 2018 e uma em 2019.

O plano de ensino foi construído considerando os princípios e orientações da TAS (Teoria da Aprendizagem Significativa), da TASC (Teoria da Aprendizagem Significativa Crítica), dos PCN's (Parâmetros Curriculares Nacionais) e da BNCC (Base Nacional Comum Curricular) sendo adaptado após a realização da atividade diagnóstica. Para atingir os objetivos do plano de ensino, foram utilizados vários tipos de atividades: aulas expositivas; aulas práticas usando caderno quadriculado e/ou papel milimetrado, lápis, régua e recursos tecnológicos como o programa GeoGebra; calculadora; leitura e discussão dos conteúdos; produção de textos; atividades individuais e em grupo e livro texto do aluno.

Nesta pesquisa se apresentam evidências de que é possível promover Aprendizagem Significativa Crítica no ensino de Sistema de Equações do 1º grau com duas variáveis.

A tese está dividida em cinco capítulos, sendo o primeiro da Revisão da Literatura subdividido em três tópicos: o primeiro sobre o ensino e aprendizagem de Sistemas de Equações do 1º grau; no segundo apresentamos as pesquisas sobre UEPS no ensino de conteúdos matemáticos, encerrando com uma síntese da revisão da literatura.

O segundo capítulo traz a Fundamentação Teórica subdividida em quatro tópicos nos quais se apresentam os princípios das Teoria de Aprendizagem Significativa de Ausubel, de Aprendizagem Significativa Crítica de Moreira e da Teoria de Ensino de Gowin. Concluindo o capítulo, com os fundamentos didáticos desta pesquisa: UEPS e resolução de problemas.

Os procedimentos metodológicos estão descritos no terceiro capítulo, começando com a contextualização e caracterização da pesquisa, seguida da apresentação das variáveis e categorias. Dando continuidade aos procedimentos metodológicos apresentam-se os instrumentos utilizados para coleta de dados: provas de lápis e papel (diagnósticas, intermediárias e somativas), fichas individuais de observações, relatórios, autoavaliação e registros pessoais. Finalizando com os parâmetros gerais utilizados para análise qualitativa.

O quarto capítulo apresenta a Proposta Didática, organizada a partir da elaboração de uma UEPS para o ensino de Sistemas de Equações do 1º grau com duas variáveis, fundamentada em treze princípios da TASC.

O quinto capítulo apresenta os resultados e analises da pesquisa, iniciando com a descrição dos instrumentos utilizados na coleta dos dados, seguido dos quadros com os parâmetros específicos para análise de cada um dos instrumentos, as tabelas e gráficos com os resultados.

A análises e discussões dos resultados da pesquisa estão fundamentas na TAS, TASC e no modelo triádico de Gowin.

Finalizando esse estudo com as perspectivas da utilização desde trabalho para promover aprendizagem significa crítica no ensino de matemática.

Para uma melhor visualização dessa pesquisa apresenta-se a seguir o diagrama V de Gowin.

Domínio Conceitual

Filosofia: Cognitivismo, construtivismo.
É possível promover Aprendizagem Significativa Crítica de nas aulas de matemática.

Teorias

- TAS – D. P. Ausubel, J.D. Novak
- TASC – M. A. Moreira
- Teoria de Ensino – D. B.

Princípios

- É possível desenvolver uma UEPS para o ensino de Sistema de Equações do 1º grau com duas variáveis, fundamentada nos 13 princípios da TASC.
- É viável que o professor negocie significados levando o estudante a corrigir seu erro.
- É possível promover Aprendizagem Significativa Crítica de Sistema de Equações do 1º grau com duas variáveis.
- É viável construir gráficos de Sistema de Equações do 1º grau com duas variáveis utilizando papel milimetrado e o programa GeoGebra.

Conceitos

- Aprendizagem Significativa.
- Diferenciação Progressiva.
- Reconciliação Integradora.
- Princípios da TASC
- Criticidade.
- Gráficos de Sistema de Equações do 1º grau com duas variáveis.
- Resolução de problema.
- Classificação de sistemas quanto ao número de soluções e tipo de retas.

Questão Foco: Como a aplicação de uma UEPS poderá contribuir para promover Aprendizagem Significativa Crítica nos estudantes do 8º ano do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Roraima?

Domínio Metodológico

Asserções de Valor (esperado)

- Apresentar uma UEPS para o ensino de Sistema de Equações do 1º grau com duas variáveis, fundamentada nos 13 princípios da TASC.
- Promover Aprendizagem Significativa Crítica no ensino de Matemática.
- Apresentar uma fundamentação teórica e prática para favorecer a aprendizagem significativa crítica no ensino de Matemática

Asserções de Conhecimento (esperado)

- Diagnosticar os conhecimentos prévios dos estudantes para aprendizagem significativa crítica de Sistemas de Equações do 1º grau com duas variáveis;
- Favorecer a construção do conceito de Sistema de Equações do 1º grau com duas variáveis, a partir da elaboração e aplicação de uma UEPS fundamentada nos 13 princípios da TASC;
- Avaliar a contribuição da UEPS para aprendizagem significativa crítica de Sistemas de Equações do 1º grau com duas variáveis;
- Analisar o nível de compartilhamento de significados dos estudantes em relação ao conceito de Sistema de Equações do 1º grau com duas variáveis;
- Verificar quais dos 13 princípios da TASC influenciaram a aprendizagem significativa crítica de Sistemas de Equações do 1º grau com duas variáveis.

Transformações Metodológicas

Analise qualitativa dos dados, organizados em tabelas e gráficos.

Registros /dados

Provas de lápis e papel
Autoavaliação
Relatórios
100 estudantes do 8º Ano

Evento

Aplicação de uma UEPS para o ensino de Sistema de Equações do 1º grau com duas variáveis, fundamentada nos 13 princípios da TASC.

CAPÍTULO 1

REVISÃO DA LITERATURA

"(...) se observarmos o ciclo do conhecimento, podemos perceber dois momentos. (...) Um momento é a produção de um conhecimento novo e o segundo é aquele em que você conhece o conhecimento existente." (Shor e Freire, 2000, p. 18)

Apresenta-se neste capítulo um recorte do conhecimento produzido por outros pesquisadores sobre os objetos de estudos desta pesquisa. Seguindo o pensamento de Paulo Freire em diálogo com Ira Shor no livro "Medo e ousadia", esse é o momento de conhecer o conhecimento existente.

Considerando ainda, a importância de uma pesquisa bibliográfica para a produção de uma tese doutoral, destaca-se que o Brasil possui dois repositórios importantes de tese e dissertações sendo um, o Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, sistema online vinculado ao Ministério da Educação (MEC) para depósito de teses e dissertações brasileiras. Outro é o Banco de Teses do Instituto Brasileiro de Informação de Ciência e Tecnologia (IBICT), que integra todas as bibliotecas digitais de teses e dissertações das universidades brasileiras, que utilizam o sistema desenvolvido pelo IBICT a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD).

O IBICT tem como missão "promover a competência, o desenvolvimento de recursos e a infraestrutura de informação em ciência e tecnologia para a produção, socialização e integração do conhecimento científico e tecnológico" (BRASIL, 2021).

Outra fonte importante para uma revisão bibliográfica são os artigos publicados em periódicos científicos reconhecidos na área da pesquisa. No Brasil esses periódicos estão organizados na Plataforma Sucupira, ferramenta que coleta informações e funciona como base de referência do Sistema Nacional de Pós-Graduação (SNPG). Encontra-se nesta plataforma um sistema denominado "Qualis Periódico", o qual é utilizado para classificar a produção científica dos programas de pós-graduação, quanto aos artigos publicados em periódicos científicos. Por sua vez, os periódicos recebem uma classificação de acordo com os indicativos de qualidade que variam em ordem decrescente de A1; A2; B1; B2; B3; B4; B5 e C.

Considerando ainda a importância dos eventos científicos, enquanto espaços de comunicação e debate das produções acadêmicas, foi realizada também uma pesquisa bibliográfica nos anais dos eventos nacionais e internacionais de Aprendizagem Significativa.

Informa-se que para seleção dos textos a serem analisados foram utilizados os seguintes critérios:

- Textos publicados no período de 2011 a 2021.
- Pesquisas realizadas no ensino e/ou aprendizagem de Matemática na Educação Básica.
- Acesso livre ao texto completo.

As análises dos textos selecionados procuraram responder aos seguintes questionamentos:

- Existem pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem de sistemas de equações do 1º grau?
- Existem pesquisas sobre elaboração, aplicação e avaliação de uma UEPS no ensino e/ou a aprendizagem de sistemas de equações do 1º grau? E em outros conteúdos matemáticos?
- Quais teorias fundamentam as pesquisas na área de ensino e aprendizagem de sistemas de equações do 1º grau?
- Quais metodologias estão sendo utilizadas no ensino de sistemas de equações do 1º grau? E nas UEPS?
- Quais recursos didáticos estão sendo utilizadas no ensino de sistemas de equações do 1º grau? E nas UEPS?

O resultado das buscas realizadas nos dois repositórios brasileiros, nos periódicos e anais de eventos será apresentado neste capítulo subdividido em três tópicos. Sendo (1) o ensino e aprendizagem de sistemas de equações; (2) UEPS no ensino de conteúdos matemáticos; (3) síntese da revisão da literatura.

1.1 ENSINO E APRENDIZAGEM DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES

Buscando responder ao primeiro questionamento quanto à existência de pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem de sistemas de equações do 1º grau nos programas de pós-graduação no Brasil, foram realizadas diversas buscas nos Bancos e Bibliotecas digitas de Teses e Dissertações citados.

Realizando uma busca por “Sistemas de equações” no portal da CAPES foram encontradas 159 teses e 360 dissertações. Restringindo a pesquisa para “Sistemas de equações do primeiro grau” foram encontradas apenas 03 (três) dissertações, sendo duas do Programa de Mestrado profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat), realizadas pela Universidade Federal de São Carlos (UFSCar) em 2013 e uma do Mestrado em Educação Matemática pela Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul em 2010, cujo texto completo não foi localizado por ser anterior à plataforma Sucupira.

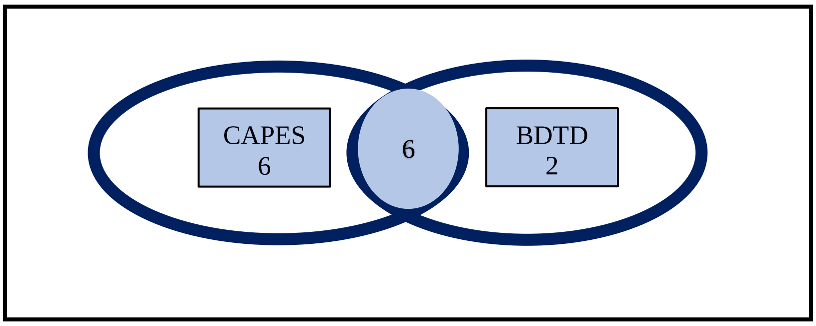
Dirigindo a busca para “Sistema de equações do primeiro grau” foi encontrada outra dissertação da UFSCar em 2015. Endereçando a busca para “Sistema de equações do 1º grau” foram encontradas novas pesquisas, sendo uma Dissertação de 2014 e uma Tese de 2015. Na busca por “Sistemas de equações do 1º grau” foram localizadas ainda, 07 (sete) novas pesquisas. Sendo 03 (três) anteriores à plataforma Sucupira.

Repetindo a busca por “Sistemas de equações do primeiro grau” na BDTD foram encontradas as três pesquisas da UFSCar citadas anteriormente. Sendo que na busca por “Sistemas de equações do 1º grau” foram encontradas 08 (oito) pesquisas, das quais apenas 02 (duas) não haviam sido localizadas nas buscas anteriores.

Ao repetir a busca por “Sistemas de equações” no SciELO foram encontrados 52 registros, sendo 48 no Brasil, 03 em Portugal e 01 na Argentina, entretanto, para “Sistemas de equações do primeiro grau” nenhum registro foi encontrado.

Apresenta-se, na Figura 01, um diagrama de *Venn* com os resultados das buscas realizadas nos repositórios da CAPES e na BDTD cuja intersecção representa os achados comuns nessa etapa da pesquisa.

Figura 1: Diagrama de Venn com os resultados das buscas nos repositórios da CAPES e na BDTD



Fonte: A autora

Após análise dos 14 trabalhos encontrados nas buscas realizadas nos repositórios da CAPES e na BDTD e aplicados os critérios de seleção, 09 trabalhos foram selecionados para essa revisão bibliográfica.

Apresenta-se a seguir, no Quadro 1, a primeira parte da visão geral das Teses e Dissertações selecionadas para análise neste capítulo.

Quadro 1 - Visão geral das Teses e Dissertações selecionadas – Primeira parte.

Tipo de texto e Instituição	Autor/ Ano	Título	Fundamentação Teórica	Metodologia de Ensino	Amostra
Dissertação - Universidade do Estado de Santa Catarina	Suzana Beatriz Kotovicz/ 2018	Educação matemática e educação ambiental: questões socioambientais analisadas por alunos da educação básica.	Biembengut e Hein Loureiro e Munhoz.	Modelagem Matemática	Duas turmas de 9º anos do Ensino Fundamental, que totalizam 62 alunos.
Dissertação – Universidade Luterana do Brasil (ULBRA – Canoas - RS)	Giovani Rosa Delazeri/ 2017	A competência de resolução de problemas que envolvem o Pensamento algébrico: um experimento no 9º ano do ensino Fundamental.	Groenwald; Onuchic; Polya.	Resolução de problema em questões de múltipla escolha através de testes adaptativos, no sistema SIENA.	30 alunos do 9º ano EF.
Dissertação – Profmat da Universidade Tecnológica Federal do	Braian Lucas Camargo Almeida/ 2017	Possibilidades e limites de uma intervenção¸ pedagógica pautada na	Bardin; Moran.	Sala de Aula Invertida.	31 alunos do 8º ano, pais e relatório da equipe pedagógica.

Paraná (UTFPR)		metodologia da sala de aula invertida para os anos finais do Ensino Fundamental.			
Tese – Universidade Anhanguera de São Paulo (UNIAN)	Maurílio Antônio Valentim/ 2015	Pensamento narrativo na aprendizagem matemática: Estudo com alunos do Ensino Fundamental na resolução de atividade de Álgebra.	Lev Vigotski; Jerome Bruner; Mikhail Bakhtin.	Não apresenta metodologia de ensino.	Dois grupos de três alunos de 6º ano e dois grupos de três alunos do 9º ano do EF (12 alunos no total).
Dissertação - Universidade Federal de São Carlos (UFSCar - SP)	Ronan Cesar Duarte/ 2015	Desempenho em questões de álgebra do SIMAVE sob a pespectiva (sic) dos registros de representação semiótica.	Durval	Não apresenta metodologia de ensino.	25 alunos do 9º ano do EF.
Dissertação – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)	Andreza Martins Antunes Goulart/ 2014	A Aprendizagem Significativa de sistemas de equações do 1º grau por meio da resolução de problemas.	Van de Walle; Onuchic; Ausubel.	Ensino por meio da resolução de problemas.	14 alunos do 8º ano do EF.
Dissertação – Universidade Federal do Rio Grande do Sul	Michelsch João da Silva 2014	Registros de representações semióticas no estudo de sistemas de equações de 1º grau com duas variáveis usando o software GeoGebra	Durval	Uso do software GeoGebra.	9 duplas de alunos do 7º ano (18 alunos no total).
Dissertação – Profmat da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar - SP)	Kleber Rodrigo Antoniassi/ 2013	O ensino de sistemas de equações do primeiro grau com duas incógnitas no oitavo ano do ensino fundamental através de situações-problema	Polya; Carneiro.	Engenharia didática.	60 alunos de duas turmas de 32 e 28 alunos do 8º ano.
Dissertação – Profmat da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar - SP)	Gilmar Tolentino/ 2013	Situações-problemas aplicadas na aprendizagem de equações e sistemas de equações do primeiro grau com duas variáveis.	Polya; Onuchic; Dante.	Resolução de problema.	46 alunos de duas turmas.

Fonte: A autora

O Quadro 2 apresenta a segunda parte da visão geral das teses e dissertações, destacando o local onde se desenvolveu cada uma das pesquisas, seus objetivos, resultados e implicações para o ensino de acordo com seus respectivos autores.

Quadro 2 – Continuação da visão geral das Teses e Dissertações selecionadas.

Autor/ Ano	Local da Pesquisa	Objetivo	Resultados e Implicações para o ensino
Suzana Beatriz Kotovicz, 2018	Escola Municipal de Campo Alegre – SC.	Apresentar através da Modelagem Matemática os conteúdos do 9º ano de forma contextualizada, para a interpretação e apontamento de possíveis soluções de problemas do cotidiano, neste caso, dos impactos ambientais, econômicos, sociais e políticos da substituição da mata nativa e áreas agrícolas por plantação de pinus, no município de Campo Alegre.	Elaboração de um modelo matemático, utilizando a metodologia de Modelagem Matemática, capaz de apontar a retenção de CO2 pelas árvores da mata nativa do município de Campo Alegre, obtendo com este modelo os valores cabíveis ao mesmo pela retenção de CO2. Análise crítica da problemática ambiental, econômica, política e cultural, causada pela desenfreada transformação de áreas de plantio e áreas de mata nativa em áreas de reflorestamento de pinus.
Giovani Rosa Delazeri, 2017	Escola Estadual do município de Porto Alegre – RS.	Investigar se os alunos de uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental, de uma escola estadual de ensino do município de Porto Alegre, do estado do Rio Grande do Sul, possuem desenvolvida a competência de resolução de problemas que envolvem o pensamento algébrico nos conteúdos de equações do 1º grau e sistemas de equações do 1º grau. (pág.48)	Após a análise dos resultados obtidos pela aplicação dos testes adaptativos, foi possível identificar que os estudantes possuem dificuldade na resolução dos problemas, que envolvem sistemas de equações na sua organização e resolução, possuindo uma compreensão limitada sobre esse assunto. Nos outros tópicos desta investigação, os alunos demonstram dominar os problemas, que para sua resolução necessitam do uso do pensamento algébrico e o domínio da linguagem Matemática, bem como a compreensão dos problemas. (pág.125)
Braian Lucas Camargo Almeida, 2017	Escola particular localizada no sudoeste do Paraná.	Identificar as possibilidades e os limites do uso da metodologia da Sala de Aula Invertida, por meio da proposta (PASAI).	Almeida (2017) apresenta a elaboração da PASAI (Proposta da Sala de Aula Invertida), suas possibilidades e limites a partir de sua aplicação em turmas do 8º ano do EF. Segundo o autor a PASAI mostra potencial adaptabilidade a outros conteúdos matemáticos, diferentes dos que foram usados durante a aplicação da pesquisa.

Autor/ Ano	Local da Pesquisa	Objetivo	Resultados e Implicações para o ensino
Maurílio Antônio Valentim, 2015	Escola Municipal de Juiz de Fora - MG	Descrever e analisar as relações entre pensamento e linguagem que se estabelecem nos processos de aprendizagem de conteúdos algébricos na construção de significados e no auxílio de explanações, interpretações e, principalmente, nas resoluções matemáticas de alunos de 6º e 9º anos.	Os resultados mostram que os pensamentos narrativos matemáticos são fundamentais na apropriação do conhecimento para os alunos, pois permitem uma reflexão sobre suas estratégias de resolução ao interagir com o outro, propiciando caminhos que auxiliam a aprendizagem matemática.
Ronan Cesar Duarte, 2015	Escola Estadual de Minas Gerais – MG.	Avaliar a mobilização de registros de representação semiótica em questões com conteúdo algébricos, por parte de alunos cuja escola tem apresentado bom rendimento no SIMAVE.	Um dos resultados da pesquisa apontou que habilidades da matriz de avaliação do SIMAVE, como identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do primeiro grau, é necessário e suficiente para ter sucesso na resolução de questões desta avaliação. Porém, os registros escritos de nossos alunos apontaram que esta habilidade é insuficiente quando há necessidade de articular os conceitos internos aos elementos visuais do gráfico como a inclinação da reta no plano cartesiano, por exemplo, como elemento necessário para a composição da equação da reta. (pág.8)
Andreza Martins Antunes Goulart, 2014	Instituição privada da cidade de São Paulo – SP.	Investigar se o ensino e a aprendizagem de sistemas de equações do 1º grau por alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, por meio de resolução de problemas, aliada aos princípios da aprendizagem significativa, podem contribuir para uma eficaz construção de conhecimento.	Concluiu que o ensino, por meio da resolução de problemas, contribui para maior compreensão do que está sendo feito e que esse tipo de abordagem permite que os alunos compreendam o porquê da necessidade de utilizar o sistema de equações do 1º grau, para resolver determinadas situações. O uso de cada uma das incógnitas, desse modo, bem como a importância de conhecer dois métodos de resolução, torna sua aprendizagem significativa.

Autor/ Ano	Local da Pesquisa	Objetivo	Resultados e Implicações para o ensino
Michelsch João da Silva, 2014	Escola da rede privada de Florianópolis – SC.	Analisar a viabilidade do ensino de sistemas de duas equações lineares e duas variáveis, a partir de uma visão geométrica.	Proposta de aprendizagem fundamentada na Teoria das Representações Semiótica, para conversão dos registros de representações de sistemas lineares para a linguagem geométrica usando o software GeoGebra.
Kleber Rodrigo Antoniassi, 2013	Escola Estadual de São Paulo – SP.	Elaborar uma estratégia de ensino de sistemas de equações do primeiro grau, com duas incógnitas dirigida ao oitavo ano do ensino fundamental, a partir da proposição de situações-problema, tendo em vista a aplicação do conhecimento teórico de forma contextualizada.	Concluiu que a sequência didática apresentada favoreceu o aprendizado, elevando o percentual de acertos em problemas sobre sistemas de equações do primeiro grau, com duas incógnitas, em atividades propostas, avaliações e simulado aplicado pela escola no final do ano letivo.
Gilmar Tolentino, 2013	Escola Municipal de Lençóis Paulista - SP	Mostrar a importância da aplicação de situações-problemas para a aprendizagem de equações e sistemas de equações do primeiro grau com duas variáveis por alunos do 8° ano do ensino fundamental em ambiente papel e lápis e observação de balança de dois pratos.	Concluiu que apresentar aos alunos situações-problemas antes dos conceitos matemáticos aguça a curiosidade e o interesse dos alunos para aprender tais conceitos.

Fonte: A autora

Na segunda etapa da pesquisa bibliográfica utilizamos como evento de classificação dos periódicos da Plataforma Sucupira o quadriênio 2013-2016 (último quadriênio disponível na plataforma). Primeiramente relacionamos todos os periódicos A1 e A2 na área de Ensino onde constasse a palavra “Matemática” no título. Dos 145 periódicos A1 apenas 08 (oito) atenderam ao critério de busca. Enquanto nos 198 periódicos A2 encontramos 14 que satisfazem o critério de seleção.

Apresenta-se, no Quadro 3, a relação dos 22 periódicos selecionados para essa etapa da pesquisa bibliográfica. Informa-se ainda que não foi possível acessar 06 (seis) dos 22 periódicos os quais estão identificados com asterisco (*).

Quadro 3 - Relação dos 22 periódicos A1 e A2 na área de Ensino com a palavra "Matemática" no título.

Qualis	Periódicos
A1	Bolema – Boletim de Educação Matemática (online) – ISSN 1980-4415
	Bolema – Boletim de Educação Matemática (UNESP Rio Claro – impresso) – ISSN 0103-636X
	Educational Studies in Mathematicos – ISSN 0013-1954
	For the Learning of Mathematicos – ISSN 0228-0671
	International Journal of Mathematical Education in Science and Technology – ISSN 0020-739X
	International Journal of Science and Mathematical Education – ISSN 1571-0068
	Teching Mathematicos and its Applications – ISSN 0268-3679
	The Journal of Mathematical Behavior – ISSN 0732-3123
A2	Amazonia Revista de Educação em Ciências e Matemática (online) ISSN – 2317-5125
	Educação Matemática em Revista – ISSN 2317-904X (*)
	Educação Matemática em Revista - SP – ISSN 1517-3941 (*)
	Educação Matemática em Revista - RS – ISSN 1518-8221
	Educação Matemática Pesquisa (impresso) – ISSN 1516-5388 (*)
	Educação Matemática Pesquisa (online) – ISSN 1983-3156
	Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática – ISSN 2176-5634 (*)
	REDIMAT – Revista de Investigación en Didáctica de las Matemáticas – ISSN 2014-3621
	REnCiMa – Revista de Ensino de Ciências e Matemática – ISSN 2179-426X
	Research in Mathematios Education – ISSN 1479-4802
	Revemat – Revista Eletrônica de Educação Matemática – ISSN 1981-1322
	Revista de Educação, Ciências e Matemática – ISSN 2238-2380
	Revista Latinoamericana de Investigacion en Matemática Educativa – ISSN 1665-2436 (*)
	Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME) – ISSN 2007-6819 (*).

Fonte: A autora.

Após selecionar os periódicos iniciamos as buscas por artigos sobre sistemas de equações (do 1º grau ou lineares). Foram localizados 10 artigos em apenas 05 dos 22 periódicos selecionados. Os artigos foram organizados em ordem cronológica do mais recente para o mais antigo. Sendo apresentados, no Quadro 4, os resultados e implicações para o ensino e/ou pesquisa dos artigos selecionados com seus respectivos títulos e autores.

Quadro 4 - Resultados e implicações dos artigos selecionados nos periódicos.

Periódico/ Local/Ano	**Autores**	**Título**	**Resultados e Implicações para o ensino e/ ou pesquisa**
REnCiMa, São Paulo, v. 12, n. 5, p. 1-25, ago. 2021	Kleyton Vinicyus Godoy; Douglas Gonçalves Leite.	Regra de Cramer: uma perspectiva histórica para o ensino de sistemas lineares.	Destacar a História da Matemática como um recurso metodológico para abordar tópicos em Matemática. Fornecer aos professores um material que possa ser adaptado e introduzido em sala de aula, por meio de uma perspectiva histórica, na abordagem de resolução de sistemas lineares.
REVEMAT, Florianópolis, v. 16, p. 01-24, jan./dez., 2021	Odalea Aparecida Viana; Rodrigo Junior Rodrigues.	Aprendizagem Significativa de estratégia para resolução de sistemas de equações.	Viana e Rodrigues (2021) consideram o material potencialmente significativo, no entanto não garantem a atribuição de significado por parte dos alunos. Foi verificado que a maioria dos alunos conseguiu resolver os exercícios por meio de sistemas de equações, utilizando a técnica aprendida.
Amazônia | Rev. de Educ. em Ciências e Matemáticas v.16, n. 36, 2020. p. 224-243. ISSN: 2317-5125.	Marcelo Carlos de Proença; Érika Janine Maia-Afonso; Wilian Barbosa Travassos; Giovana Rodrigues Castilho.	Resolução de Problemas de Matemática: análise das dificuldades de alunos do 9.º ano do Ensino Fundamental.	Participaram dessa pesquisa 111 alunos de 9.º ano do ensino fundamental de uma escola pública, os quais resolveram dez situações de Matemática sendo uma cujo modelo matemático para resolução espera-se que seja sistema de equações. Apenas 20 alunos responderam corretamente à questão, o que representa uma evidência de dificuldade na aprendizagem do conteúdo de sistema de equações.
Educação Matemática em Revista – RS EMR-RS - Ano 20 - 2019 - número 20 - v.2 – p. 23	Vânia Maria Fazito Rezende Teixeira; João Bosco Laudares.	Uma proposta de integração da educação matemática e profissional: objeto de aprendizagem de sistemas de equações algébricas lineares para dimensionamento de circuitos.	Os sujeitos da pesquisa foram estudantes de curso técnico de Eletrônica de uma escola profissionalizante.
Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.21, n.5, pp. 498-513, 2019	Francisco Javier Ugarte Guerra; Maria José Ferreira da Silva; Rosa Cecilia Gaita Iparraguirre.	A componente tecnológica-teórica dos sistemas de duas equações lineares na educação básica.	Realizaram a análise de um problema discutido nas formações de professores de Matemática do Ensino Básico, no Brasil e no Peru, que envolvem o saber-fazer aritmético e algébrico.

Periódico/ Local/Ano	Autores	Título	Resultados e Implicações para o ensino e/ ou pesquisa
Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.21, n.3, pp. 347-368, 2019	Samuel Campos; Marcela Parraguez.	Entendendo sistemas de equações lineares: um estudo de caso no contexto da escola no Chile.	Texto original em língua espanhola. Apresenta três modos de pensar o conceito de Sistema de Equações Lineares (SEL) baseados na Teoria dos Modos de Pensamento de Sierpinska.
Educação Matemática em Revista – RS EMR-RS - Ano 19 - 2018 – nº 19 - v.2 – p. 73-80	Lauro Chagas e Sá; Stella Gomes de Souza.	O jogo “onde está o erro?” No ensino de sistema de equações lineares.	Compartilham uma experiência realizada no Pibid, com turmas de segundo ano de Ensino Médio. O jogo possibilitou a exposição dos pensamentos dos alunos e abriu espaço para que bolsistas e professora analisassem tais ideias e contribuíssem com a construção do conhecimento matemático.
Educação Matemática em Revista – RS EMR-RS - Ano 19 - 2018 - número 19 - v.2 – p. 94	Fábio Mendes Ramos; João Bosco Laudares.	Objeto de aprendizagem para o ensino médio e educação profissional – sistemas de equações algébricas lineares aplicados em circuitos.	Apresenta um Objeto de Aprendizagem (AO) para o ensino médio e educação profissional técnica, desenvolvido como método dinâmico e interativo, para o ensino-aprendizagem de sistemas equações lineares com aplicação no estudo de circuitos elétricos.
Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.20, n.2Y, pp. 140-170, 2018	Vanessa Isabel Cataneo; Fábio José Rauen.	Registros de representação semiótica, relevância e conciliação de metas: uma análise do capítulo Sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas do livro Matemática compreensão e prática de Ênio Silveira.	“Os resultados sugerem prevalência de exemplos e atividades que demandam conversão de representações de situações-problema em língua natural para a representação no registro algébrico, pouco desenvolvimento de interpretações gráficas, casos raros de conversões inversas e ausência de propostas de elaboração de problemas”. (p. 140)
REVEMAT. Florianópolis (SC), v.12, n. 2, p. 58-66, 2017	Rildenir Ribeiro Silva; Daniel Azevedo Melo; Cartegiane Conceição Veras; Sandro Wagner Sousa.	Software MATLAB no ensino-aprendizagem da Matemática no 8ºano do fundamental: Uma análise analítica e geométrica no ensino de expressões algébricas e sistemas de equações do 1º grau.	Os resultados obtidos mostram que, na matemática, necessitamos de ferramentas pedagógicas alternativas e apropriadas para auxiliar na compreensão e entendimento do aluno.

Fonte: A autora

A terceira etapa da pesquisa bibliográfica foi realizada nos anais dos eventos científicos nacionais e internacionais de Aprendizagem Significativa. Sendo dois eventos internacionais (EIAS) e quatro nacionais (ENAS), cujas atas estão disponíveis no *site* “apsignificativa.com”.

Primeiramente foi realizada uma leitura atenciosa de todos os títulos dos trabalhos apresentados nos seis eventos, buscando individualizar trabalhos relacionados ao ensino e aprendizagem de Sistema de Equações, UEPS e outros conteúdos matemáticos desenvolvidos na Educação Básica. Informa-se que não foram localizados nos anais dos EIAS e ENAS nenhum trabalho sobre ensino e aprendizagem de Sistema de Equações.

1.2 UEPS NO ENSINO DE CONTEÚDOS MATEMÁTICOS

As Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS) representam sequências de ensino e aprendizagem fundamentadas na Teoria de Aprendizagem Significativa.

Apresenta-se, a seguir, o resultado das buscas realizadas nos repositórios da CAPES e na BDTD sobre a utilização das UEPS no ensino de Sistemas de Equações e outros conteúdos na disciplina de Matemática na Educação Básica. Destaca-se que não foi localizada nenhuma pesquisa envolvendo elaboração, aplicação e/ou avaliação de uma UEPS no ensino e/ou aprendizagem de sistemas de equações (do 1º grau ou lineares).

Segue, no Quadro 5, o resumo das 08 (oito) pesquisas localizadas nos referidos repositórios sobre elaboração, aplicação e avaliação de uma UEPS no ensino de conteúdos matemáticos.

Quadro 5 – Resumo das pesquisas sobre UEPS nos repositórios.

Autor, Instituição e Ano	Título	Contexto da Pesquisa	Metodologia e Recursos didáticos
Cleusa Adriana Novello – Dissertação Universidade Federal do Rio Grande do Sul – RS – 2021	Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) em diferentes contextos na educação matemática contemporânea.	UEPS desenvolvida na disciplina de Matemática, no 6º ano do EF, em uma escola da rede municipal de educação do município de Sarandi-RS.	Estudo da Geometria Plana, em diferentes espaços educacionais.

Autor, Instituição e Ano	Título	Contexto da Pesquisa	Metodologia e Recursos didáticos
Daiana Bordin Universidade de Caxias do Sul – RS – 2019	UEPS: Aprendizagem Significativa da Trigonometria aplicada ao futebol.	UEPS planejada e aplicada aos estudantes do nono ano do EF, de uma escola estadual de EF na Cidade de Bento Gonçalves-RS.	UEPS avaliada através dos mapas conceituais desenvolvidos pelos estudantes no decorrer, e no término da aplicação.
Marjúnia Édita Zimmer Klein – Tese – Universidade Federal do Rio Grande do Sul – RS – 2018	O Ensino e a Aprendizagem de Matrizes tendo como Fundamentação teórica a teoria da aprendizagem Significativa.	Pesquisa realizadas em duas turmas da 2ª série do ensino médio de uma escola da rede particular de Novo Hamburgo-RS.	A autora elaborou 08 UEPS com o seguinte roteiro: 1- Situação-problema, 2- Discussão, 3- Conclusão, 4- Avaliação, 5- Nº de hora-aula.
Scheila Montelli dos Santos Universidade de Passo Fundo – RS – 2018	Unidade de Ensino Potencialmente Significativa para estudo de Estatística no Ensino Fundamental II.	A UEPS foi estruturada em 20 encontros e desenvolvida em uma turma de 7º ano do EF em uma escola pública, localizada no interior do Rio Grande do Sul-RS.	As atividades da pesquisa contaram como avaliação trimestral da disciplina. Foram utilizados como recursos o laboratório de informática e o jogo “Passa ou Repassa”.
Rafaela Regina Fabro Universidade de Caxias do Sul – RS – 2018	Unidades de ensino potencialmente significativas para a aprendizagem de geometria analítica.	UEPS elaborada para aprendizagem de Geometria Analítica em uma turma de 3º ano do EM, de uma escola pública do município de Farroupilha-RS.	Foram aplicadas seis (06) UEPS, sendo uma piloto, utilizando os seguintes recursos: software GeoGebra e GraFeq, mapa da cidade e situações-problema elaboradas pelos estudantes.
Maria Tereza Rodrigues Miléo Universidade de Passo Fundo – RS – 2017	O ensino da estatística descritiva para o tratamento da informação no Ensino Médio.	Aplicada em uma turma de alunos da 2ª série do EM da Escola Estadual de Ensino Médio Dr. Almir Gabriel, localizada na cidade de Oriximiná-PA.	UEPS estruturada em treze encontros contextualizados na Cultura Paraense, cujo objeto principal era abordar as contribuições e dificuldades de uma metodologia de ensino da estatística descritiva, por meio da tecnologia – especificamente da planilha eletrônica.
Gabriele Molon Universidade de Caxias do Sul (UCS) – RS – 2017	Unidade de Ensino Potencialmente Significativa: a resolução de Situações-problema envolvendo as operações com	Situações-problema, envolvendo as operações no Conjunto dos Números Reais, em uma classe composta por vinte e quatro	UEPS organizada em sete momentos utilizando a calculadora como recurso didático.

Autor, Instituição e Ano	Título	Contexto da Pesquisa	Metodologia e Recursos didáticos
	Números Reais e a calculadora.	estudantes do 9º ano, de uma escola estadual de Caxias do Sul – RS.	
Ângelo Gustavo Mendes da Costa Universidade Federal do Rio Grande do Norte – RN – 2015	Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) como possibilidade para o ensino de Função Polinomial do 1º grau: uma experiência no Ensino Médio.	UEPS para o ensino de função em uma turma do 1º ano do EM noturno da Escola Estadual João de Abreu no município de Baraúna – RN.	UEPS organizada em oito encontros compostos de duas aulas de 40 minutos cada, utilizando um blog e o GeoGebra como recurso.

Fonte: A autora

Dando continuidade às buscas por pesquisas envolvendo as UEPS e o ensino de Sistemas de Equações e ou outros conteúdos matemáticos foram localizados 05 (cinco) artigos científicos publicados em 04 (quatro) dos 22 (vinte e dois) periódicos da CAPES listados no item anterior. Informa-se que apenas 03 (três) artigos atenderam os critérios de seleção para análise nesse capítulo, os quais serão apresentados, no Quadro 6, a seguir:

Quadro 6 – Artigos sobre UEPS publicados nos periódicos da CAPES.

Periódico/ Local/Ano	Autor	Título	Resultados e Implicações para o ensino e/ ou pesquisa
Amazônia | Revista de Educação em Ciências e Matemática | v.17, n. 39, 2021. p. 92-107	Viviane Barbosa de Souza Huf; Samuel Francisco Huf; Nilcéia Aparecida Maciel Pinheiro.	UEPS no ensino de frações nos anos iniciais: uma revisão sistemática.	Apresenta uma revisão sistemática a respeito da adoção de (UEPS) no ensino de frações nos Anos Iniciais do EF. Os resultados apontam carência de trabalhos científicos sobre o tema e a inexistência de trabalhos que adotam as UEPS nesse contexto.
REnCiMa, São Paulo, v. 11, n. 6, p. 530-551, out./dez. 2020	Maria Tereza Rodrigues Mileo; Juliano Tonezer da Silva.	O ensino da Estatística descritiva para o tratamento da informação no Ensino Médio.	O artigo é um recorte da dissertação da primeira autora (ver quadro 5). A pesquisa alcançou os objetivos propostos, ao proporcionar aos alunos habilidades de tratamento da informação, trabalhando os elementos estatísticos básicos, tais como: média aritmética, frequências simples e relativas e analisar as estratégias dos estudantes na coleta, organização e apresentação dos dados.

Periódico/ Local/Ano	Autor	Título	Resultados e Implicações para o ensino e/ ou pesquisa
EMR-RS - ANO 16 - 2015 - número 16 - v.1 - pp. 58 a 69	Camila da Silva Nunes; Arno Bayer.	Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) no contexto do ensino de estatística.	Um recorte da dissertação de Nunes, 2015 (não foi localizada). Pesquisa realizada em uma turma de 25 alunos do 3º ano do EM, na disciplina de Matemática, no Colégio Estadual Professor Nicolau Chiavaro Neto, no município de Gravataí-RS.

Fonte: A autora

Na última etapa dessa pesquisa bibliográfica apresenta-se, no Quadro 7, o resultado das buscas realizadas nos anais de eventos de Aprendizagem Significativa sobre elaboração, aplicação e avaliação de uma UEPS no ensino e/ou aprendizagem de conteúdos matemáticos na Educação Básica.

Quadro 7 – Artigos sobre UEPS no ensino e/ou aprendizagem de conteúdos matemáticos na Educação Básica publicados nos Anais dos EIAS e ENAS.

Evento	Autores	Título	Contexto da Pesquisa, Metodologia e Recursos didáticos
IX.EIAS 2019	Maurício Marchi Tenfen; Angelisa Benetti Clebsch.	Aprendizagem Significativa de Matemática contextualizada pela Física.	Proposta aplicada em uma turma do 7º ano do EF de uma escola pública de Rio do Sul-SC. A UEPS usou o tema velocidade no estudo de medidas, grandezas físicas, razões e números decimais. Realizou: pré-teste, situação-problema, aula expositiva e dialogada, atividades prática e esportiva (futebol), utilizando instrumentos de medida, registro de dados e cálculos, pós-teste, elaboração de dois mapas conceituais.
IX.EIAS 2019	Teresinha Aparecida Faccio Padilha; Marco Antonio Moreira; Marli Teresinha Quartieri.	Uma Unidade Potencialmente Significativa para o ensino de Ângulos baseada na construção de jogos digitais com o Scratch.	UEPS sobre o conteúdo de ângulos, desenvolvida com alunos de um 8º ano do EF de uma escola pública do município de Venâncio Aires-RS. Utilizou: atividades práticas, questionário, jogos digitais, construção de mapa mental e conceitual.
IX.EIAS 2019	Adriana Chirone; Marco Antonio Moreira; Concesa	Promovendo a Aprendizagem Significativa Crítica através de uma UEPS para o ensino de	UEPS desenvolvida no 8º ano do EF do Colégio de Aplicação da UFRR. Utilizou situações problema iniciais, atividades colaborativas em pequenos grupos, socialização das respostas no grande grupo, avaliação somativa escrita sobre equações do 1º grau com uma variável e

	Caballero Sahelices.	equações: análise de uma avaliação.	autoavaliação da avaliação escrita (produção de textos). Análise fundamentada no modelo triádico de Gowin (1981).
7º ENAS 2018	Marjúnia Édita Zimmer Klein; José Cláudio Del Pino.	A teoria da aprendizagem significativa e o ensino de matrizes.	UEPS sobre adição e subtração de matrizes desenvolvida em duas turmas da 2ª série do EM de uma escola da rede particular de Novo Hamburgo-RS. A atividade envolveu duas tabelas para o problema gerador, que continha informações sobre a situação de notas de um aluno em Matemática, Química e Física em dois trimestres letivos (primeiro e segundo) e, por meio de perguntas a respeito delas, os alunos foram convidados a realizarem registros individuais com posterior discussão em duplas/trios e compartilhamentos das respostas.

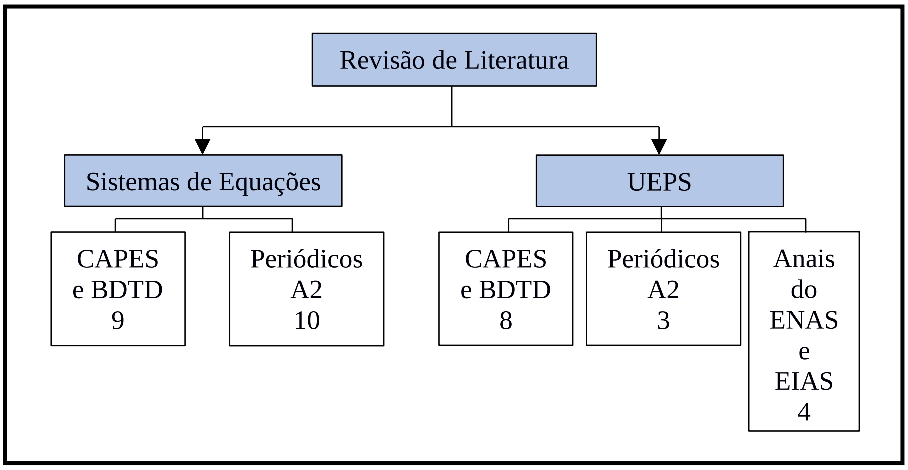
Fonte: A autora

Considerando que nos seis eventos foram apresentados um total de 238 Comunicações Orais, dentre elas 39 no ensino de Matemática e 23 sobre as UEPS, os trabalhos apresentados no quadro anterior representam 1,68% dos trabalhos apresentados nesses eventos.

1.3 SÍNTESE DA REVISÃO DA LITERATURA

Diante do exposto nos itens anteriores apresenta-se, na Figura 2, um resumo dessa revisão.

Figura 2: Resumo da Revisão de Literatura.



Fonte: A autora

Considera-se que existe um número reduzido de pesquisas sobre o ensino e aprendizagem de Sistemas de Equações do 1º grau.

Nas pesquisas apresentadas no item (1.1) dessa revisão destacamos as seguintes fundamentações teóricas: Teoria de Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, citada nas pesquisas de Duarte (2015) e Silva (2014); Engenharia Didática de Artigue na dissertação de Antoniassi (2013); Teoria dos Modos de Pensamento de Sierpinska citada por Campos e Parraguez (2019); Teoria de Aprendizagem Significativa nos trabalhos de Viana e Rodrigues (2021) e Goulard (2014).

Delazeri (2017) e Tolentino (2013), em suas fundamentações teóricas, expõem o que alguns autores entendem por pensamento algébrico e resolução de problemas entre eles Groenwald, Onuchic, Polya e Dante.

Quanto às metodologias que estão sendo utilizadas para o ensino de sistemas de equações do 1º grau nos trabalhos analisados, observa-se uma predominância da resolução de problemas em Delazeri (2017), Goulard (2014) e Tolentino (2013), seguida da modelagem na dissertação de Kotovicz (2018) e engenharia didática na pesquisa de Antoniassi (2013). O uso das tecnologias como metodologia de ensino, em particular do software GeoGebra, foi utilizado por Silva (2014) enquanto Almeida (2017) elaborou uma proposta com a sala de aula invertida.

Dois autores não apresentam uma metodologia de ensino e sim análise das resoluções de atividades e testes por parte dos alunos. Duarte (2015) realiza uma análise das atividades dos alunos como metodologia de pesquisa. Enquanto, Valentim (2015) analisa as resoluções de um teste composto de oito itens com quatro alternativas cada um, incluindo as justificativas escritas.

Em relação às pesquisas sobre as UEPS no ensino de conteúdos matemáticos apresentadas no item 1.2 destacam-se os conteúdos:

- Geometria Plana;
- Trigonometria;
- Matrizes;
- Estatística;
- Geometria Analítica;
- Operações com números reais;
- Funções polinomial do 1º grau;

- Frações;
- Medidas, grandezas físicas, razões e números decimais;
- Circunferência, regras de três inversamente proporcionais, velocidades instantâneas e construção de gráficos de funções lineares;
- Ângulos;
- Equações do 1º grau com uma variável.

A utilização das UEPS como sequência didática fundamentada na Teoria de Aprendizagem Significativa é recente, tendo sido citadas pela primeira vez por Moreira (2011), o que possivelmente explique o pequeno número de pesquisas sobre sua elaboração, aplicação e avaliação. Justifica-se assim a relevância dessa tese.

CAPÍTULO 2

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

"Antes, não sabíamos que sabíamos. Agora, sabemos que sabíamos. Por saber hoje que sabíamos, podemos saber ainda mais". (Autor desconhecido, apud Freire e Macedo, 2006, p. 64)

A frase de um guineense, traduzida para Paulo Freire (1921-1997), citada pelo próprio Freire no livro: *Alfabetização leitura do mundo leitura da palavra*, expressa exatamente que tipo de educação pretende-se promover com o desenvolvimento desta pesquisa. Uma educação cujos resultados sejam discentes conscientes de suas próprias capacidades, isto é, estudantes que queiram aprender matemática por acreditar que, através dela, podem atuar no mundo, superando limites e resolvendo problemas reais, do dia a dia, dentro e fora da escola.

Apresenta-se a seguir a fundamentação teórica que orientou essa pesquisa. Começando com a teoria de aprendizagem significativa de Ausubel, baseada no livro *Aquisição e Retenção de Conhecimentos: Uma Perspectiva Cognitiva* (2000). Em seguida, descreve-se os princípios da teoria de aprendizagem significativa crítica de Moreira. Na sequência, apresentamos a teoria de ensino de Gowin. Finalizando o capítulo, descrevemos os fundamentos didáticos desta pesquisa: a UEPS e a resolução de problemas.

2.1 TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA – TAS

A teoria cognitiva de aprendizagem significativa foi apresentada, pela primeira vez, por David Ausubel (1918-2008) em 1963, na obra *The Psychology of Meaningful Verbal Learning*, em oposição a uma aprendizagem verbal por memorização. A proposta do autor estava baseada na proposição de que a aquisição e a retenção de conhecimentos, em particular, dos conhecimentos verbais, são o produto de um processo ativo, integrador e interativo entre o material de instrução (matérias) e as ideias relevantes da estrutura cognitiva do estudante que, por sua vez, estão relacionadas de formas particulares com as novas informações.

Isso não significa que essa ligação, entre as novas informações e os elementos preexistentes na estrutura cognitiva, seja simples. Pois, segundo Ausubel (2000), “só na aprendizagem por memorização ocorre uma ligação simples, arbitrária e não integradora com a estrutura cognitiva preexistente” (Ausubel, 2000. p. 3).

Ao contrário, a aprendizagem significativa implica na aquisição de novos significados a partir do material de aprendizagem apresentado. Exige, tanto mecanismos de aprendizagem significativa, quanto a apresentação de material potencialmente significativo para o estudante. Além disso, as novas condições permitem:

> (1) que o próprio material de aprendizagem possa estar relacionado de forma não arbitrária (plausível, sensível e não aleatória) e não literal com qualquer estrutura cognitiva apropriada e relevante (i.e., que possui significado ‘lógico’) e (2) que a estrutura cognitiva particular do aprendiz contenha ideias ancoradas relevantes, com as quais se possa relacionar o novo material (Ausubel, 2000. p. 1).

Neste sentido, Paulo Freire reforça esse entendimento quando afirma: "...o que eu quero dizer é que o educando se torna realmente educando quando e na medida em que conhece, ou vai conhecendo os conteúdos, os objetos cognoscíveis, e não na medida em que o educador vai depositando nele a descrição dos objetos, ou dos conteúdos" (Freire, 1999. p. 47)

Para Ausubel (2000), a aprendizagem significativa pode ser esquematizada nos seguintes tópico: (1) análise cognitiva necessária para verificar os aspetos, da estrutura cognitiva existente, para caracterizar o conteúdo potencialmente significativo; (2) individualização de semelhanças e de discrepâncias, reais ou aparentes, entre conceitos novos e já existentes; e (3) reelaboração do conteúdo da aprendizagem utilizando os pré-requisitos intelectuais individuais e a terminologia própria do estudante.

Ao estudante pede-se que assimile o conteúdo de modo significativo, isto é, se torne apto a reutilizá-lo em ocasiões futuras. Consequência deste trabalho é a elaboração de uma teoria da aprendizagem popular, que profissionais da educação e psicólogos possam estudar e facilmente conectar com processos psicológicos vivenciados no dia a dia, mediante os quais as pessoas possam adquirir, e lembrar, coletâneas de saberes a serem utilizadas durante muito tempo.

2.1.1 Condições básicas para Promover Aprendizagem Significativa

Promover aprendizagem significativa implica reunir algumas condições que envolvam as atitudes do professor, como identificar os conhecimentos prévios dos estudantes e utilizar materiais potencialmente significativos durante o processo de ensino. Além de estudantes motivados. A seguir apresenta-se essas condições na visão dos autores que fundamentam essa pesquisa.

Conhecimentos Prévios

A principal condição para ocorrência da aprendizagem significativa e suas possíveis implicações no ensino e a aprendizagem de qualquer conteúdo, segundo Ausubel (1968, 1978, 1980, 2000) pode ser resumida na seguinte proposição do autor:

> Se tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a um só princípio, diria o seguinte: o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. Averígue isso e ensine-o de acordo.

Isso implica dizer que o professor precisa conhecer o que o estudante sabe. Não basta acreditar que o estudante já sabe determinado conteúdo porque faz parte do currículo. É preciso ter certeza de que o estudante realmente sabe, só então o professor poderá ensinar um novo conteúdo. Portanto é imprescindível que o professor utilize mecanismos para descobrir os conhecimentos prévios de seus estudantes. Esses mecanismos podem ser realizados de forma individual ou coletiva, seja através de avaliações formais escritas, seja dialogada em forma de exposição oral ou roda de conversa.

Entretanto, nem todo conhecimento prévio influencia positivamente a aprendizagem, pode ocorrer que a ideia pré-existente no cognitivo do estudante seja formada de significados não aceitos cientificamente, o que para Bachelard (1996) representa um obstáculo epistemológico.

É importante destacar que quando esses conhecimentos prévios não são suficientes ou inexistentes devem ser utilizados organizadores prévios que sirvam de subsunçores para ancorar e facilitar a nova aprendizagem. Ou seja, organizadores prévios devem servir de ponte entre o que o estudante já sabe e o que ele deveria saber para que o material educativo seja aprendido significativamente. Portanto, organizadores prévios são materiais introdutórios apresentados aos estudantes antes do novo conteúdo em um nível mais alto de abstração, generalidade e inclusividade.

Todavia, nem todo material educativo introdutório é um organizador prévio. Um material será considerado um organizador prévio dependendo da natureza do material de aprendizagem, do nível de desenvolvimento cognitivo do estudante e do seu grau de familiaridade prévia com a atividade de aprendizagem a ser realizada.

Segundo Ausubel (2000), todas as vezes que a capacidade de discernimento entre ideias ancoradas e novas ideias do material de instrução represente um problema grave, o professor pode utilizar um organizador comparativo que esclareça, de modo explícito, as semelhanças e diferenças entre os dois conjuntos de ideias. Por outro lado, quando não se trata de um problema específico, geralmente é suficiente um organizador expositivo. Podendo ser uma atividade, um jogo ou uma unidade de ensino.

Para isso, o organizador deve estar explicitamente relacionado com a situação de aprendizagem, como também (para ser apreensível e estável) relacionar-se com as ideias relevantes da estrutura cognitiva levando-as em consideração (Ausubel, 2000, p. 66).

Sendo assim, a introdução do organizador, antes da própria situação de aprendizagem, cumpre a função de preencher as lacunas existentes na estrutura cognitiva do estudante para garantir a ancoragem das novas ideias da situação de aprendizagem.

Material Potencialmente Significativo

Além de identificar os conhecimentos prévios dos estudantes, o professor precisa utilizar materiais potencialmente significativos, não apenas como organizador prévio, mas durante todo o processo de ensino.

Esses materiais devem atender à função de permitir a ancoragem das novas ideias no cognitivo do estudante, sendo ao mesmo tempo, potencialmente significativo, pois segundo Ausubel:

> Um mecanismo ou abordagem intencional significativos da aprendizagem (...), apenas ocorrem num processo e em resultado da aprendizagem significativa,

> desde que o próprio material de aprendizagem seja potencialmente significativo. Neste caso, a insistência no adjetivo qualificativo ‘potencial’ é mais do que uma mera consideração acadêmica. Caso os materiais de aprendizagem (tarefa) se considerassem simplesmente já significativos, o processo de aprendizagem (apreensão e criação do significado dos mesmos e torna-los funcionalmente disponíveis) seria completamente supérfluo; o objetivo da aprendizagem estaria, obviamente, já concretizado, por definição, antes de sequer se tentar qualquer aprendizagem, independentemente do tipo de mecanismo de aprendizagem empregado ou da existência de conhecimentos anteriores relevantes na estrutura cognitiva (Ausubel, 2000. p. 57).

Ou seja, se o material fosse significativo seria por si só, suficiente para garantir aprendizagem. Contudo o material de aprendizagem deve ter um significado lógico, isto é, ser relacionável de maneira não-arbitrária e não-literal a uma estrutura cognitiva apropriada e relevante, ou seja, o material deve ser relacionável à estrutura cognitiva e o estudante deve ter o conhecimento prévio necessário para fazer esse relacionamento de forma não-arbitrária e não literal (Moreira, 2012. p.08).

Neste sentido, Ausubel afirma que “é a capacidade de subsunção ou de incorporação da estrutura cognitiva de um aprendiz em particular que converte o significado ‘lógico’ em potencial” (Ausubel, 2000, p. 58).

Entretanto, ainda segundo Ausubel (2000):

> A questão da tarefa de aprendizagem ser ou não potencialmente significativa, ou seja, quer logicamente significativa, quer relacional de forma não arbitrária e não literal com a estrutura cognitiva particular do aprendiz, é, no entanto, um assunto muito mais complicado do que o mecanismo de aprendizagem significativa. No mínimo, depende obviamente dos dois fatores principais envolvidos no estabelecimento de uma relação significativa entre conhecimentos novos e estabelecidos, ou seja, quer da natureza da própria tarefa de aprendizagem, quer da natureza da estrutura de conhecimentos particular do aprendiz. (Ibid. p. 73).

Para o autor é bastante claro que as variáveis mais cruciais a determinar a significação potencial dos resultados da aprendizagem significativa na sala de aula, são a disponibilidade e outras propriedades significativas do conteúdo relevante nas estruturas cognitivas dos diferentes aprendizes. Portanto, a significação potencial dos materiais de aprendizagem vai depender também de fatores tais como idade, o QI, a ocupação, a classe social e a participação cultural do estudante e não só com as informações educacionais anteriores (Ausubel, 2000; Ausubel et al.; 1980).

Entretanto, isso só será possível se o professor fizer um planejamento de ensino fundamentado na teoria de aprendizagem significativa, pois como afirma Moreira (2012):

> não existe livro significativo, nem aula significativa, nem problema significativo, ..., pois o significado está nas pessoas, não nos materiais. É o aluno que atribui significados aos materiais de aprendizagem e os significados atribuídos podem não ser aqueles aceitos no contexto da matéria de ensino. Naturalmente, no ensino o que se pretende é que o aluno atribua aos novos conhecimentos, veiculados pelos materiais de aprendizagem, os significados aceitos no contexto da matéria de ensino, mas isso normalmente depende de um intercâmbio, de uma "negociação", de significados, que pode ser bastante demorada (Moreira, 2012. p. 08).

Logo, o material só pode ser potencialmente significativo, ou seja, necessita fazer sentido para o estudante.

Predisposição para aprender e Motivação

Ausubel fala de predisposição para aprender como condição para ocorrer aprendizagem significativa. Masini e Moreira (2017) alertam que, muitas vezes, a predisposição é confundida com motivação no sentido de encantamento. O que estamos propondo é que o estudante deve estar motivado no sentido de querer aprender como nos diz Ira Shor, "a motivação tem que estar dentro do próprio ato de estudar, dentro do reconhecimento, pelo estudante, da importância que o conhecimento tem para ele" (Shor e Freire, 2000. p. 15).

É óbvio que a importância atribuída aos aspectos afetivos e motivacionais, na escolha de conteúdos educacionais, é muito maior do que o raciocínio lógico utilizado na individualização de determinados materiais de instrução (Ausubel, 2000. p. 125).

O despertar do entusiasmo é mais necessário e eficaz no início do processo de aprendizagem receptivo. De fato, nesta fase, o aprendiz ainda não metabolizou um acervo suficiente de informações que lhe permitiria perceber as vantagens inerentes aos conteúdos com os quais entrou em contato (Briggs, apud Ausubel, 2000. p. 193).

> Existem muitas experiências que também demonstram que a aprendizagem deliberada em resposta a instruções explícitas é seja mais eficaz, seja mais precisa e específica do que a aprendizagem não-intencional ou implícita... a análise psicológica de intenção sugere que está muito mais próxima, como processo, de uma disposição mental do que da motivação. As intenções, num sentido muito real, são precursoras de motivação de disposições mentais que mediam, de fato, os efeitos destes seja no que toca às ações pretendidas, seja, finalmente, no que toca à própria memória, facilitando a aprendizagem significativa (Ausubel, 2000. p. 196).

Sendo assim, o estudante precisa querer aprender, pois não existe motivação sem a intenção de aprender. Entretanto para Ausubel:

> O peso dos estudos realizados indica que, embora a motivação seja um fator altamente significativo e facilite muito a aprendizagem significativa, não é, de modo algum, uma condição indispensável, especialmente para a aprendizagem limitada e a curto prazo. Contudo, é absolutamente essencial para o tipo de aprendizagem constante e a longo prazo, envolvido no domínio de uma determinada disciplina ou de um currículo vocacional. Os efeitos da mesma são largamente mediados por variáveis intervenientes, tais como a intensificação, a concentração e a mobilização da atenção e do esforço; a tolerância de frustração aumentada e a capacidade de adiar a necessidade de uma gratificação imediata de impulsos hedonistas; e a persistência e a resolução acentuadas. (Ibid. p. 198)

Broadbent (1926-1993), apud Ausubel, (2000) considera que a atenção é um requisito importante para a retenção de situações de aprendizagem experimentais e significativas, tornando-se seletiva quando a consciência aprofunda o processo cognitivo, possibilitando a exploração de formas de transformação preliminares.

A motivação para o desempenho, tem como pano de fundo a intenção e a atenção. Segundo Ausubel, é necessário que o professor tenha conhecimento dos fatores tanto subjetivos quanto sociais que são importantes para o desenvolvimento pessoal do discente, assim como para sua relação, não apenas com uma disciplina específica, mas para com a aprendizagem como um todo.

A motivação para o desempenho não está, necessariamente, em relação com os resultados alcançados. Uma consistente motivação, para alcançar um determinado objetivo, pode se reverter num baixo nível de desempenho. A causa do fracasso, parcial ou total, pode ser o excesso de segurança, a ansiedade, a ocorrência de imprevistos, entre outras.

A recompensa, sem dúvida, fortalece a motivação. A reprovação e o fracasso a enfraquecem. Ambas estão presentes no processo da aprendizagem escolar. Entretanto, segundo Ausubel "quando se informa o aprendiz que um determinado raciocínio anteriormente apreendido está incorreto, as implicações ameaçadoras desta afirmação motivam-no, até certo ponto, para evitar ou rejeitar" (Ausubel. 2000. p. 211).

Caso contrário, segundo Ausubel (2000), quando os significados compreendidos estiverem parcialmente corretos ou confusos, os aspetos cognitivos do retorno aumentam a estabilidade, clareza e capacidade de discriminação de ideias apreendidas de forma significativa.

Portanto, dizer que o estudante tem predisposição para aprender implica que ele deve se predispor a relacionar os novos conhecimentos a sua estrutura cognitiva prévia, significa que ele estar disposto a modificar, enriquecer, elaborar e dar significado a esse conhecimento. Pois "independentemente de quão potencialmente significativo possa ser o material a ser aprendido, se a intenção do aprendiz for simplesmente de memorizá-lo de forma arbitrária, literalmente o processo de aprendizagem será mecânico" (Moreira 2006, p. 20).

2.1.2 Tipos e Formas de Aprendizagem Significativa

Em contraposição à aprendizagem significativa está a aprendizagem mecânica, na qual novas informações são memorizadas de maneira arbitrária e literal, a aprendizagem mecânica é aquela praticamente sem significado, puramente memorística, que serve para as provas e posteriormente é esquecida.

A aprendizagem mecânica ocorre de forma arbitrária e isolada, sendo que, segundo Ausubel et al. (1980), a mente humana não é programada para o armazenamento literal, o período daquilo que é aprendido mecanicamente é relativamente breve, é aquela no qual o estudante só decora para fazer uma prova, como em matemática, por exemplo, onde se observa a simples memorização de fórmulas e conceitos aprendidos automaticamente pelos estudantes, de forma isolada e sem significado.

Existem três tipos de aprendizagem significativa que são: representacional, conceitual e proposicional. A aprendizagem representacional é a que ocorre quando símbolos arbitrários passam a representar, em significado, determinados objetos ou eventos em uma relação unívoca, quer dizer, o símbolo significa apenas o referente que representa.

> A aprendizagem representacional refere-se aos significados de símbolos ou palavras unitárias e a aprendizagem proposicional refere-se aos significados de ideias expressas por grupos de palavras combinados em proposições ou frases. No primeiro caso (tal como na designação, definição e rotulagem de atividades), a aprendizagem do significado de palavras individuais exige apreender o que estas representam. Isto quer dizer que determinados símbolos representam ou possuem um significado equivalente a determinados referentes. Outro tipo de aprendizagem significativa, importante para a aquisição de matérias, consiste na aprendizagem conceptual. Os conceitos (ideias unitárias genéricas ou categóricas) também são representados por símbolos individuais da mesma forma que outros referentes unitários (Ausubel, 2000, p. 84).

A aprendizagem conceitual é quando o aprendiz separa as características essenciais ou regularidade do objeto que passa a ser representado por símbolos. Para Moreira (2009), a aprendizagem de conceitos é, de certa forma, uma aprendizagem representacional, pois conceitos são, também, representados por símbolos particulares, porém, são genéricos ou categóricos já que representam abstrações dos atributos criteriosos (essenciais) dos referentes, e representam regularidades em eventos ou objetos.

Já a aprendizagem proposicional implica dar significado a novas ideias expressas na forma de proposição. “A tarefa não é aprender o significado dos conceitos e sim, o significado das ideias expressas verbalmente, por meio desses conceitos, sob forma de proposição" (Moreira, 2006 p.27).

Estes dois tipos de aprendizagem significativa (conceptual e proposicional) diferem na medida em que, no primeiro caso, os atributos de critérios de um novo conceito se relacionam com as ideias relevantes na estrutura cognitiva, para darem origem a um novo significado genérico, mas unitário, ao passo que, no último caso, uma nova proposição (ou ideia compósita) se relaciona com a estrutura cognitiva para dar origem a um novo significado compósito (Ausubel, 2000, p. 85).

Considerando, a organização hierárquica de ideias, significados e conceitos, para Ausubel et. al. (1980, 2003) as formas de aprendizagem podem ser: subordinada, superordenada e combinatória.

A aprendizagem subordinada ou aprendizagem de subsunção ocorre quando os novos conhecimentos potencialmente significativos interagem com os conhecimentos prévios relevantes mais gerais e inclusivos já existentes na sua estrutura cognitiva do estudante. Superordenada é quando as ideias estabelecidas, mais estáveis e menos inclusivas, se vinculam e reconhecem-se como exemplos mais específicos das novas ideias mais inclusivas. Portanto é necessária uma organização hierárquica conceitual na estrutura cognitiva do estudante, de forma que os subsunçores possam interagir formando ideias mais gerais.

Segundo Moreira (2009), a aprendizagem combinatória é, então, uma forma de aprendizagem significativa em que a atribuição de significados a um novo conhecimento implica interação com vários outros conhecimentos já existentes na estrutura cognitiva, mas não é nem mais inclusiva nem mais específica do que os conhecimentos originais, ou seja, as ideias são relacionadas de forma não arbitraria, relevante de maneira geral a estrutura cognitiva do estudante.

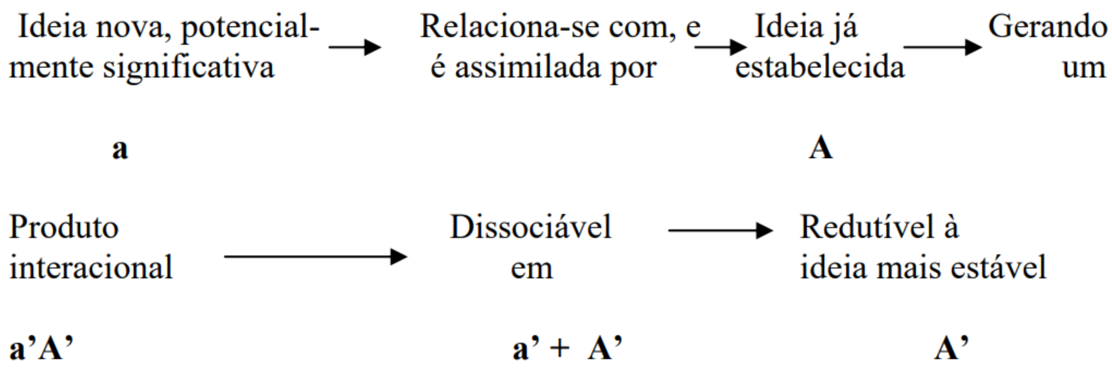
2.1.3 Processo de Assimilação

A assimilação ocorre quando há uma interação entre o conhecimento prévio e a nova ideia apresentada ao estudante, sendo que o produto interacional decorrente desse processo, dá significado à nova ideia e pode modificar e diferenciar os subsunçores que com eles interagem.

> A assimilação é o processo que ocorre quando uma ideia, conceito ou preposição a potencialmente significativa é assimilado sob uma ideia, conceito ou preposição já estabelecida **A**, ou seja, um subsunçor, a nova informação **a** e o subsunçor **A** são modificados pela interação, onde ambos produtos dessa interação **a'** e **A'** permanecem relacionados tornando-se o produto interativo **a'A**'. Desta forma, o produto interacional característico do processo de assimilação na aprendizagem significativa não é apenas o novo significado **a'**, mas, inclui também, a modificação de subsunçor, ou seja, um significado **a'A'**. Durante a fase de retenção esse produto é dissociável em **a'** e **A'**, porém, à medida que o processo de assimilação continua e entra na fase obliteradora, **a' A'** reduz-se simplesmente a **A'**, ocorrendo o esquecimento de **a'**. No entanto, é especificamente um resíduo, uma vez que o novo conhecimento **a** que passou a ser **A'**, de alguma forma está "dentro" de **A'** (Moreira, 2006 p. 29).

Por exemplo, o conteúdo de sistema de equação deve ser aprendido por um aluno que já possui o conhecimento de equação bem estabelecido em sua estrutura cognitiva, o novo conhecimento específico (sistema de equação) será assimilado pelo conceito mais inclusivo (equação) já adquirido pelo estudante. Desta forma, cabe ao professor apresentar aos estudantes os conceitos de forma mais ampla, ou geral, de modo que estes sejam bem estabelecidos e diferenciados, servindo de ancoradouro a novas ideias, possibilitando assim sua retenção.

Segundo Ausubel et. al. (1980), o princípio da assimilação é o resultado da interação que ocorre entre o novo material a ser aprendido e a estrutura cognitiva existente; é uma assimilação de antigos e novos significados que contribui para a diferenciação dessa estrutura. No processo de assimilação, mesmo após o aparecimento dos novos significados, a relação entre as ideias âncora e as assimiladas permanece na estrutura cognitiva. Sendo assim, a assimilação de uma nova ideia, ou um novo significado, pode ser descrita da seguinte maneira:



Fonte: Greca & Moreira (2002)

Após a aprendizagem significativa, os subsunçores mais amplos, bem estabelecidos e diferenciados, ancoram a novas ideias e informações e possibilitam sua retenção, inicia-se o processo de assimilação. Já no que se refere à assimilação obliteradora, denotando que progressivamente os significados da antiga e nova informação vão se tornando menos dissociáveis até que não se apresentem mais como entidades específicas, gerando uma dissociabilidade nula, reduzindo essas informações num conceito ou proposição mais elaborada, refinada e ampla (Moreira, 2011).

> O significado das novas ideias, no curso do tempo, tende a ser assimilado ou reduzido pelos significados mais estáveis das ideias estabelecidas. Após a aprendizagem, quando esse estágio obliterador da assimilação começa, as novas ideias tornam-se, espontâneas e progressivamente, menos dissociáveis da estrutura cognitiva até não ser mais possível reproduzi-las isoladamente e poder-se dizer que houve esquecimento (Moreira; Masini, 2001, p. 26).

A importância do processo de assimilação está não somente na aquisição e retenção de significados, mas, também, no fato de que implica em um mecanismo de esquecimento subjacente desses significados, isto é, o estádio final do processo de assimilação é o subsunçor modificado. A modificação é no sentido de que ao final do processo ele tem significados que são resíduos de seus significados originais e dos significados adicionais que foram assimilados (Moreira, 2009).

Para Greca & Moreira (2002), a aprendizagem significativa não é apagável. Significados internalizados significativamente (isto é, incorporados à estrutura cognitiva de modo não-arbitrário e não-literal) ficam para sempre na estrutura cognitiva do aprendiz, como possíveis significados de um subsunçor mais elaborado, rico, diferenciado. É como se cada indivíduo tivesse sua história cognitiva pessoal e não-apagável. O que não significa que não será esquecido.

> A atração teórica do processo de assimilação postulado reside não só na própria capacidade de explicar a retenção superior (a longo prazo) de ideias apreendidas de forma significativa, em oposição às memorizadas, mas também no fato de que implica um mecanismo plausível de retenção e de esquecimento que é quer contínuo, quer compatível, com o processo de aquisição (aprendizagem) e também com o posterior esquecimento destas ideias (nomeadamente, com a 'redução' gradual dos significados destas em benefício dos significados das ideias ancoradas correspondentes, às quais estão ligadas) (Ausubel, 2000, p. 108).

Portanto, as variáveis cognitivas conseguem influenciar as condições que permitem o diálogo entre o material de aprendizagem inovativo e as ideias significativas que já se encontram na estrutura cognitiva. Obviamente, estas variáveis possibilitam o surgimento de novos significados e a permanência das características destes durante o processo de retenção. As variáveis estabelecem, também, a precisão, a estabilidade, a clareza e a capacidade dos significados inovativos no processo de aprendizagem.

Desta forma, a influência das variáveis para Ausubel pode: "(1) ser exercida durante o período de retenção, bem como durante a aprendizagem, e (2) continuar a operar, de forma cumulativa, durante o intervalo de retenção, determinando, assim, o grau relativo de disponibilidade de significados recentemente apreendidos" (Ausubel, 1968, apud. 2000. p. 200).

Diferenciação Progressiva e Reconciliação Integradora

De acordo com Moreira (2009), na aprendizagem significativa, o estudante não recebe passivamente as informações. Ele precisa utilizar significados que adquiriu e assimilou, percebendo a essência dos materiais educativos. O estudante está, assim, diversificando seus fundamentos cognitivos e, também, semelhanças e diferenças, seja reorganizando seu conhecimento. Em outras palavras, o estudante está construindo e produzindo seus próprios saberes. Ampliando o raciocínio Ausubel constata:

> (1) é menos difícil para os seres humanos apreenderem os aspetos diferenciados de um todo, anteriormente apreendido e mais inclusivo, do que formular o todo inclusivo a partir das partes diferenciadas anteriormente aprendidas; e (2) a organização que o indivíduo faz do conteúdo de uma determinada disciplina no próprio intelecto consiste numa estrutura hierárquica, onde as ideias mais inclusivas ocupam uma posição no vértice da estrutura e subsumem, progressivamente, as proposições, conceitos e dados fatuais menos inclusivos e mais diferenciados (Ausubel, 2000. p. 166).

Ainda, segundo Ausubel, se podem elaborar melhor os conceitos quando seus aspectos mais amplos e abrangentes são acrescentados logo e, portanto, um determinado conceito é, aos poucos, diversificado em pormenores e peculiaridades.

Neste sentido podemos definir a diferenciação progressiva como um processo que visa atribuir nova identidade a certo subsunçor, que deriva da utilização do mesmo subsunçor para atribuir validade a novos conhecimentos. Além disso, a diferenciação progressiva é uma peculiaridade que se encontra na aprendizagem subordinada. Neste tipo de aprendizagem acontece a assimilação em sequência de novos saberes mediante uma sequência de interações e ancoragem de um conceito ou proposição que vai se modificando acrescentando novos significados.

Como princípio programático da matéria de ensino, significa que ideias, conceitos, proposições mais gerais e inclusivos do conteúdo devem ser apresentados no início do ensino e, progressivamente, diferenciados, ao longo do processo, em termos de detalhes e especificidades. Do ponto de vista cognitivo, é o que ocorre com determinado subsunçor à medida que serve de ancoradouro para novos conhecimentos em um processo interativo e dialético (Moreira, 2012).

Às vezes, em episódios de aprendizagem e de retenção significativas, o problema não é a diferenciação, mas a suposta contraposição entre as ideias pré-existentes na estrutura cognitiva e os novos elementos a serem apreendidos. Neste caso, o estudante pode recusar as novas propostas, pode isolá-las dos conhecimentos anteriores, ou pode tentar a reconciliação integradora sob um subsunçor mais inclusivo.

A reconciliação integradora, é um processo da dinâmica da estrutura cognitiva, simultâneo ao da diferenciação progressiva, que consiste em eliminar diferenças aparentes, resolver inconsistências e integrar significados.

Do ponto de vista instrucional, é um princípio programático da matéria de ensino segundo o qual o ensino deve explorar relações entre ideias, conceitos, proposições e apontar similaridades e diferenças importantes, reconciliando discrepâncias reais ou aparentes. Em termos cognitivos, no curso de novas aprendizagens, conhecimentos já estabelecidos na estrutura cognitiva podem ser reconhecidos como relacionados, reorganizarem-se e adquirir novos significados. Esta recombinação de elementos previamente existentes na estrutura cognitiva é a reconciliação integrativa na óptica da organização cognitiva (Moreira, 2012).

Retenção e Esquecimento

O processo da aprendizagem significativa proporciona, também, o esquecimento de elementos da anterior estrutura cognitiva do estudante, como consequência do encontro com novos conhecimentos considerados significativos. Este fenômeno se verifica seja na aprendizagem por memorização, seja na significativa. As situações inovadoras, consequência das mudanças culturais e de atitudes, contribuem ao processo de reprodução e transformação dos saberes.

> O esquecimento é, assim, uma continuação ou fase temporal posterior do mesmo processo de assimilação subjacente à disponibilidade de ideias recentemente apreendidas, durante uma fase prévia do intervalo de retenção. A mesma capacidade de relação não-arbitrária e de interação com a ideia relevante estabelecida na estrutura cognitiva, necessária para a aprendizagem significativa de uma nova ideia e que leva à retenção avançada desta através do processo de ancoragem do significado emergente ao significado da ideia estabelecida (ancorada), fornece de forma algo paradoxal, o mecanismo para grande parte do esquecimento posterior (Ausubel, 2000, p. 109).

O papel da retenção e do esquecimento de conhecimentos varia muito na aprendizagem pela descoberta respeito à aprendizagem por recepção. No primeiro caso, é preponderante o processo de construção autônomo e misturado. Na aprendizagem por recepção, a repetição de elementos é, em geral, valorizada aumentando, assim a futura utilização do material incontaminado.

2.2 TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA CRÍTICA – TASC

Partindo da TAS de Ausubel, Moreira apresenta uma nova teoria voltada às transformações necessárias para a sociedade contemporânea enfrentar os desafios mais urgentes. O objetivo é contribuir para a formação integral do estudante e construir uma educação que vise formar um novo tipo de pessoa, com personalidade questionadora, curiosa, criativa e democrática. Em outras palavras é formar estudantes que se caracterizem por uma postura crítica e desenvolvam uma estratégia de sobrevivência na sociedade contemporânea. Para realizar este objetivo Moreira (2010), apresenta onze princípios que fundamentam a TASC e devem nortear as ações dos professores para promover uma aprendizagem significativa crítica, os quais detalharemos a seguir.

2.2.1 Princípio do conhecimento prévio

O primeiro princípio diz respeito à condição de que aprendemos a partir do que já sabemos. O conhecimento prévio é a variável que mais influencia a aprendizagem significativa. Neste sentido, Paulo Freire (1999) acredita não ser possível que o educador ignore, desconheça ou negue os saberes e experiencias que seus educandos chegam à escola.

A criticidade é uma característica da aprendizagem significativa. Como ser crítico de algo que não foi aprendido? Para Moreira (2010) "A aprendizagem significativa, no sentido de captar e internalizar significados socialmente construídos e contextualmente aceitos, é o primeiro passo, ou condição prévia, para uma aprendizagem significativa crítica." Isto é, precisa conhecer os conteúdos para criticá-los, o estudante tem que aprendê-lo significativamente primeiro, para isso, seu conhecimento prévio é fundamental.

2.2.2 Princípio da interação social e do questionamento

Aprender/ensinar perguntas ao invés de respostas é a condição básica do princípio da interação social, sem a qual não será possível concretizar um episódio de ensino. Segundo Gowin (1981), isso ocorre quando professor e aluno compartilham significados em relação aos materiais educativos do currículo. O resultado da negociação de significados entre aluno e professor é o compartilhamento de significados, pois:

> Simplesmente repetir a narrativa do professor não estimula a compreensão, muito menos a criticidade. Centrar o ensino nos alunos, em atividades colaborativas ou individuais, que impliquem externalização dos significados que estão sendo por eles captados. "Negociar" significado (Moreira, 2010, p. 09).

Para Moreira (2010) o ensino em que o professor transmite o que sabe para o estudante nas aulas e, este reproduz nas provas, tende a gerar aprendizagem mecânica. Ao contrário, um ensino tende a ser crítico e facilita a promoção de uma aprendizagem significativa crítica quando a interação entre professor e estudante prioriza o intercâmbio de perguntas. Portanto, cabe ao professor apresentar situação-problema que permita aprimorar o nível de criticidade do estudante transmitindo valores como solidariedade, responsabilidade social e ambiental a serviço do bem comum.

2.2.3. Princípio da não centralidade do livro de texto

Não centrar o ensino em um livro de texto, não significa deixar de utilizá-lo, mas compreender que o livro é um dos materiais e que, portanto, o professor deve oferecer explicações, aceitas no contexto da matéria de ensino, segundo diversas perspectivas e diferentes autores. Para Moreira (2010), "ater-se a um único material (livro, apostila, manual, notas de aula) é treinamento, não educação".

Ressalta-se aqui a importância de o professor fazer uso de vários materiais educativos como jogos, internet, papel milimetrado... quanto maior a diversidade de recursos didáticos, maior será a probabilidade de promover aprendizagem significativa crítica.

2.2.4. Princípio do aprendiz como perceptor/representador

O quarto princípio da TASC, do aprendiz com perceptor/representador, está baseado na forma como o estudante percebe e representa o mundo. Quer dizer, de acordo com suas percepções prévias o estudante representar em sua mente o que lhe é ensinado. Para isso, o professor deve estimular a elaboração de hipóteses e sua verificação, procurando fazer o estudante expressar de maneira clara/ transparente sua percepção e representação.

Para Moreira (2010, p. 09), “o perceptor decide como representar em sua mente um objeto ou um estado de coisas do mundo e toma essa decisão baseado naquilo que sua experiência passada (i.e., percepções anteriores) sugere que irá “funcionar” para ele”. (...) “Nesse sentido, a capacidade de aprender poderia ser interpretada como a capacidade de abandonar percepções inadequadas e desenvolver novas e mais funcionais” (Postman e Weingartner, 1969, p. 90 apud. Moreira, 2010, p. 11).

> A ideia de percepção/representação nos traz a noção de que o que “vemos” é produto do que acreditamos “estar lá” no mundo. Vemos as coisas não como elas são, mas como nós somos. (...) Em termos de ensino, isso significa que o professor estará sempre lidando com as percepções dos alunos em um dado momento. Mais ainda, como as percepções dos alunos vêm de suas percepções prévias, as quais são únicas, cada um deles perceberá de maneira única o que lhe for ensinado. Acrescente-se a isso o fato que o professor é também um perceptor e o que ensina é fruto de suas percepções. Quer dizer, a comunicação só será possível na medida em que dois perceptores, professor e aluno no caso, buscarem perceber de maneira semelhante os materiais educativos do currículo (Moreira, 2010, p. 11).

Neste sentido, o estudante ao perceber o que lhe é ensinado vai entender as representações e interpretar diferentes linguagens, dentre elas, a linguagem matemática necessária para resolução de problemas, indispensável a aprendizagem significativa crítica.

2.2.5. Princípio do conhecimento como linguagem.

Aprender um conteúdo de maneira significativa é entender sua linguagem, não só como conjunto de signos, instrumentos, procedimentos e termos, mas principalmente, um modo de ver o mundo de maneira crítica.

> Às vezes estamos tão acostumados a pensar na linguagem como um 'meio de comunicação' que pode ser surpreendente descobrir, ou ser levado a lembrar, que a linguagem é o meio de construir aqueles significados que comunicamos. A pedagogia de Freire funda-se numa compreensão filosófica desse poder gerador da linguagem. Quando falamos, o poder discursivo da linguagem - sua tendência para a sintaxe - traz o pensamento junto com ela. Não pensamos nossos pensamentos e, depois, os pomos em palavras; dizemos e significamos

> simultaneamente. A elocução e o significado são simultâneos e correlatos (Ann E. Berthoff, apud Freire e Macedo, 2006, p. xv-xvi).

O professor deve facilitar a aprendizagem utilizando o princípio da interação social e do questionamento. A nova linguagem se torna possível mediante o intercâmbio de significados esclarecidos, enfim, é feito através da linguagem humana. Esta explica toda a percepção humana. O que percebemos é inseparável de nossa fala sobre o que abstraímos.

Luria (1959) demonstrou que a 'interiorização' de discurso da criança, na fase não vocal, coincide com o início do uso da linguagem como o principal fator orientador do controle, aprendizagem e organização do comportamento. A mudança do direcionamento de estímulos para o domínio verbal-cognitivo do comportamento evidencia-se na aprendizagem de discriminação (T.S. KENDLER, 1963) e na capacidade de combinar uma relação apreendida uma série de estímulos parecidos (Alberts & Ehrenfreund, 1951, apud Ausubel, 2000, p. 97-98).

> ... a capacidade humana para o simbolismo representativo e para a verbalização torna possível quer (1) a criação (descoberta) original de ideias a um nível unicamente elevado de abstração, generalidade e precisão, quer (2) a acumulação e a transmissão destas ideias durante o decurso da história cultural. O âmbito e complexidade das ideias adquiridas através da aprendizagem por recepção tornam possível e alimentam, por sua vez, um nível geral de desenvolvimento cognitivo individual que não seria absolutamente concebível na ausência da linguagem. (3) Por último, os tipos de conceitos que um indivíduo apreende numa determinada cultura, bem como os processos de pensamento, são profundamente influenciados pelo vocabulário e estrutura da língua aos quais está exposto numa determinada cultura (Whorf, 1956, apud. Ausubel, 2000. p. 100).

De acordo com Postman e Weingartner, citados por Moreira, a linguagem é sinônimo de conhecimento. Mediante uma "disciplina" podemos conhecer o mundo, utilizando palavras que sintetizam os conteúdos, específicos, de cada disciplina. "Ensinar Biologia, Matemática, História, Física, Literatura ou qualquer outra "matéria" é, em última análise, ensinar uma linguagem, um jeito de falar e, consequentemente, um modo de ver o mundo” (Postman e Weingartner, 1969, p. 102 apud. Moreira, 2010, p. 12).

No âmbito da matemática um exemplo é quando o estudante aprende as técnicas de resolução de sistemas de equações a ponto de ser capaz de identificar qual técnica utilizar para resolver determinado tipo de sistema.

2.2.6. Princípio da consciência semântica.

Este princípio facilitador da aprendizagem significativa crítica implica, pelo menos, três tipos de conscientização. A primeira, e talvez a mais importante de todas, é entender que o significado está nas pessoas, não nas palavras. Porque são as pessoas que atribuem significado às palavras. A segunda conscientização é que as palavras dão significado às coisas, não são a coisa em si nos diferentes graus de abstração. A terceira conscientização se refere à percepção que o significado das palavras muda, no espaço geográfico e no tempo cultural. Portanto, as pessoas não podem dar às palavras significados que estejam além de sua experiência. Neste contexto Moreira especifica que:

> O princípio da consciência semântica, embora abstrato, é muito importante para o ensino e aprendizagem. Talvez seja mais fácil falar em significados. Como diz Gowin (1981), um episódio de ensino se consuma quando aluno e professor compartilham significados sobre os materiais educativos do currículo. Para aprender de maneira significativa, o aluno deve relacionar, de maneira não-arbitrária e não-literal, à sua estrutura prévia de significados aqueles que captou dos materiais potencialmente significativos do currículo (Moreira, 2010, p. 13).

Quando o estudante entender o significado de consciência semântica, a aprendizagem se tornará significativa e crítica. Isto é, ele perceberá a complexidade do conhecimento, não reduzindo às respostas, de maneira dicotômica, entre o certo e o errado.

2.2.7. Princípio da aprendizagem pelo erro.

A aprendizagem pelo erro é diferente da aprendizagem por ensaio-e-erro, esta última tem sentido pejorativo. Sendo o conhecimento prévio elemento fundamental da aprendizagem significativa, esta, não pode ser confundida com a aprendizagem por ensaio-e-erro. Por diferentes motivos as pessoas erram. A humanidade aprende, ou deveria aprender, corrigindo seus erros. O erro consiste em acreditar em verdades atemporais a serem defendidas, de qualquer jeito, apesar das evidências cientificas comprovadas.

A evolução do conhecimento humano precisa considerar o aprendizado progressivo, limitado pelos saberes científicos aceitos nas diversas épocas históricas. O aprimoramento do método científico, aliado à descoberta de instrumentos técnicos, ajuda na superação progressiva dos erros. A história da ciência é uma comprovação disso. Obviamente, hoje, sabemos coisas que consideramos certas. Com o passar do tempo vamos entender que, parte delas, estão erradas. Vamos substitui-las com outras, cuja validade poderá ser comprovada, ou não... Como dizia Freire (1996, p. 31), “ao ser produzido, o conhecimento novo supera outro que antes foi novo e se fez velho e ‘se dispõe’ a ser ultrapassado por outro amanhã”.

Ignorando os fatos históricos, a escola através de seu corpo docente tenta empurrar fatos, leis, conceitos, teorias, como se fossem verdades eternas. Chegando até mesmo a punir o estudante quando deveria utilizar o erro para construção do conhecimento. Do outro lado, muitos discentes teimam em não reconhecer os erros cometidos, recusando-se em modificar suas posturas tradicionais.

Os professores deveriam ajudar seus alunos na individualização dos erros. Fortalecem, assim, a importância da aprendizagem significativa crítica que, procurando sistematicamente o erro, favorece o pensamento crítico. Recusam, assim, as certezas, aceitando o erro com naturalidade e aprendendo através de sua superação. A crítica ao antigo conhecimento, englobando parte dele, ajuda a avançar e crescer...

2.2.8. Princípio da desaprendizagem

Este princípio é importante por dois aspectos. O primeiro diz respeito à subordinação do conhecimento prévio em relação ao conhecimento novo. Neste caso se torna inevitável a desaprendizagem do conhecimento anterior. Por exemplo, é comum encontrarmos estudantes que aprendem as operações com números inteiros com um “jogo de sinais”, sendo suficiente “decorar” a combinação dos sinais positivo (+) e negativo (-). Entretanto, para aprender significativamente as operações com números inteiros é preciso desaprender a forma decorada e compreender o real significado dos números inteiros sejam eles positivos ou negativos.

> Desaprender está sendo usado aqui com o significado de não usar o conhecimento prévio (subsunçor) que impede que o sujeito capte os significados compartilhados a respeito do novo conhecimento. Não se trata de “apagar” algum conhecimento já existente na estrutura cognitiva o que, aliás, é impossível se a aprendizagem foi significativa, mas sim de não usá-lo como subsunçor (Moreira, 2010, p. 15).

O segundo aspecto frisa a relevância de aprender a esquecer em âmbitos submetidos a constante transformação. Em situações equilibradas é suficiente conhecer mecanismos que buscam reaproveitar antigas estratégias de permanência do *status quo*. Neste caso, a escola pode ajudar no fortalecimento destas estratégias. Ao contrário, numa sociedade em contínua mutação sua sobrevivência é subordinada à identificação do equilíbrio entre a permanência de aspectos antigos e novas exigências. Desaprender se torna, portanto, um esquecimento seletivo. Isto é, necessita deixar de lado o que impede a sobrevivência num mundo em contínua transformação. A aprendizagem significativa crítica permite a distinção entre o descartável e o relevante no conhecimento prévio. A escola, na sociedade tecnológica contemporânea, poderia ter um papel de destaque na realização desta decisiva tarefa.

2.2.9. Princípio da incerteza do conhecimento

A aprendizagem significativa se tornará crítica quando o estudante entender que o conhecimento é baseado em perguntas e é, em geral, metafórico. Mediante as perguntas percebemos melhor a realidade, nos preparando a entender as respostas. É fundamental aprender a formular as perguntas adequadamente. Para responder precisamos ter eficazes instrumentos de observação da realidade.

> O princípio da incerteza do conhecimento nos chama atenção que nossa visão de mundo é construída primordialmente com as definições que criamos, com as perguntas que formulamos e com as metáforas que utilizamos. Naturalmente, estes três elementos estão inter-relacionados na linguagem humana. Contudo, é preciso não confundir este princípio da incerteza do conhecimento com indiferença do conhecimento, ou seja, que qualquer conhecimento vale (Moreira, 2010, p. 17).

Em geral os estudantes não aprendem a formular perguntas. De fato, são obrigados a aceitar, acriticamente, definições já elaboradas. Seria melhor explicar como e quando surgiram as diferentes definições, inserindo-as nos respectivos contextos. O conhecimento expresso através de definições é, então, incerto, porque é historicamente determinado.

> As escolas não deveriam jamais impor certezas absolutas aos alunos. Deveriam estimular a certeza de nunca estar certo o bastante, método essencial para a pedagogia crítica. Os educadores deveriam também estimular as possibilidades de expressão, a capacidade de correr risco. Deveriam desafiar os alunos a discorrer sobre o mundo. Os educadores jamais deveriam negar a importância da tecnologia, mas não deveriam reduzir a aprendizagem a uma compreensão tecnológica do mundo (Freire; Macedo, 2006, p. 39).

2.2.10. Princípio da não utilização do quadro-de-giz

Diversificando as ferramentas didáticas se estimula a participação do estudante. Este princípio é complementar ao terceiro. No livro de texto está contido um conhecimento estático, no quadro-de-giz o professor reproduz trechos do livro. Este tipo de ensino está profundamente diferente da aprendizagem significativa crítica. Infelizmente o ensino reprodutivo ainda predomina na escola.

Evidentemente substituir o quadro-de-giz por *datashow* com o *power* point não resolve o problema. É necessária uma mudança de mentalidade que proporcione a criatividade no aproveitamento de materiais didáticos, que possibilitem maior e melhor participação dos estudantes e suas interações com os docentes.

Focar a atenção no estudante é fundamental para promover a aprendizagem significativa crítica. As alternativas são inúmeras: atividades colaborativas, seminários, projetos, pesquisas, discussões, painéis... Estas atividades didáticas permitirão a realização dos demais princípios nos espaços educativos facilitando o desempenho do professor no papel de mediador.

2.2.11. Princípio do abandono da narrativa

Deixar de lado o quadro-de-giz e o livro de texto deverá possibilitar a participação do estudante. Não acreditar mais em certezas absolutas não significa cair no relativismo.

Muitos professores conseguem ensinar mediante síntese e exposições capturando o interesse dos estudantes. O conhecimento, porém, não pode ser direcionado no curto prazo, somente para superar uma prova ou um exame. Ao contrário, a educação deveria possibilitar uma mudança de mentalidade, permitindo enxergar o mundo de maneira mais crítica, individuando os ajustes necessários ao melhoramento de nossa existência.

> Deixar o aluno falar implica usar estratégias nas quais os alunos possam discutir, negociar significados entre si, apresentar oralmente ao grande grupo o produto de suas atividades colaborativas, receber e fazer críticas. O aluno tem que ser ativo, não passivo. Ela ou ele tem que aprender a interpretar, a negociar significados, tem que aprender a ser crítico e a aceitar a crítica (Moreira, 2010, p. 19).

Ideias parecidas foram já apesentadas por outros autores como Carl Rogers, em 1969, na sua conhecida obra “Liberdade para Aprender” (Freedom to learn). No mesmo ano, Postman e Weingartner publicaram “Ensino como Atividade Subversiva” (Teaching as a subversive activity). Seguindo a mesma linha de pensamento Henry A. Giroux afirma:

> O tipo de pedagogia crítica que aqui se propõe preocupa-se fundamentalmente com a experiência do aluno; ela tem como ponto de partida os problemas e as necessidades dos próprios alunos. Isso propõe tanto a confirmação quanto a legitimação do conhecimento e da experiência por meios dos quais os alunos dão sentido às próprias vidas. Mais evidente ainda, isso significa substituir o discurso autoritário da imposição e da aula por uma voz capaz de falar nos próprios termos de cada um, uma voz capaz de escutar, recontar e desafiar as bases mesmas do conhecimento e do poder. (Freire e Macedo, 2006, p. 20)

Mas na escola, os professores continuam narrando, dizendo aos estudantes o que devem saber e reproduzir nas provas, sejam elas para passar de ano, para aprovar em exames nacionais ou para ingressar na universidade. E todos, estudantes, professores e pais acham que isso é normal, que a escola é isso, sem se perguntarem o quanto aprendem, na escola, de maneira significativa e crítica, o quanto aprendem para a cidadania, para a vida. O princípio do abandono da narrativa implica a busca de outras maneiras de ensinar, nas quais, metaforicamente, o professor fale menos, narre menos, e o estudante fale mais, participe criticamente de sua aprendizagem.

Acrescenta-se aqui dois novos princípios à TASC, a superação das dificuldades e a retroalimentação, os quais detalha-se a seguir:

2.2.12. Princípio da superação das dificuldades

A inclusão deste princípio se justifica seja considerando a disposição do estudante em superar seus limites de aprendizagem, seja avaliando as possibilidades que a comunidade, ao redor do estudante, pode lhe oferecer para superar suas dificuldades.

Trata-se, afinal, de quebrar alguns paradigmas no ensino tradicional das ciências matemáticas. Como bem frisou Bachelard, é preciso "colocar a cultura científica em estado de mobilização permanente, substituir o saber fechado e estático por um conhecimento aberto e dinâmico, dialetizar todas as variáveis experimentais, oferecer enfim à razão razões para evoluir" (Bachelard, 1996. p. 24).

Neste sentido, o professor deve estimular o estudante a superar suas dificuldades com o auxílio de outra pessoa (professor, aluno ou terceiros) e/ou materiais educativos.

2.2.13. Princípio da retroalimentação

Defende-se a inclusão do princípio da retroalimentação por dois motivos: o primeiro diz respeito a importância de o professor criar condições para que o estudante possa corrigir seus erros e o segundo de recuperar o que foi esquecido, possibilitando a participação crítica dos estudantes.

Considerando que errar faz parte do processo de aprendizagem e dependendo dos subsunçores existentes no cognitivo do estudante, faz-se necessário que o professor planeje o ensino de forma dialógica, apresentando novas estratégias que favoreçam o compartilhamento de significados.

O que estamos defendendo aqui é a reapresentação, por parte do professor, do conteúdo, permitindo sua assimilação pelo estudante, quando este compartilha significados parcialmente aceitos ou não aceitos.

Assim como o erro também o esquecimento faz parte do processo de aprendizagem. Em seus estudos, Ausubel faz um alerta aos professores, apresentando uma série de condições que, se levadas em consideração, vão contribuir na recuperação dos conhecimentos esquecidos:

> Se se organizassem e programassem as matérias de forma adequada, se as ideias relevantes estivessem disponíveis na estrutura cognitiva, se se apresentasse o material de forma lúcida e incisiva, se se corrigissem de imediato as ideias erradas e se estudantes adequadamente motivados aprendessem de forma significativa e prestassem atenção a considerações tais como revisão e espaçamento ótimos, existem boas razões para se acreditar que iriam reter, durante uma boa porção da vida, grande parte das ideias importantes que aprenderam na escola. No mínimo, poder-se-ia esperar que conseguissem reaprender, a curto prazo e com relativamente pouco esforço, a maioria daquilo que esqueceram (Ausubel, 2000. p. 132).

Apresenta-se, a seguir, um exemplo da situação citada por Ausubel. Na matemática é comum encontrarmos estudantes que saibam resolver uma equação se esta estiver na forma geral, entretanto, se estiver fatorada e precisar da resolução de um produto notável (que geralmente é aprendido mecanicamente), faz-se necessário que o professor apresente nova situação que possibilite a revisão e aprendizagem significativa crítica dos produtos notáveis e das técnicas de fatoração.

Apresenta-se no Quadro 8 o que se espera das ações do professor e dos estudantes na aplicação de cada um dos princípios da TASC.

Quadro 8 – Ações do Professor e Ações do Estudante na TASC

PRINCÍPIOS DA TASC	AÇÕES DO PROFESSOR	AÇÕES DO ESTUDANTE
1. Conhecimento prévio	Conhecer o que o estudante já sabe para iniciar o processo de diferenciação entre subsunçores e novo conhecimento e/ou desenvolver organizadores prévios.	Compartilhar significados dos seus subsunçores.
2. Interação social e questionamento	Apresentar situação-problema que permita aprimorar o nível de criticidade do estudante transmitindo valores como solidariedade, responsabilidade social e ambiental. Estimular atividades colaborativas.	Formular perguntas relevantes, apropriadas e substantivas. Fazer análise crítica. Compartilhar significados sobre valores como solidariedade, responsabilidade social e ambiental.
3. Não centralidade do livro didático	Utilizar outros materiais educativos como jogos, internet ...	Interagir com outros materiais educativos.

PRINCÍPIOS DA TASC	AÇÕES DO PROFESSOR	AÇÕES DO ESTUDANTE
4. Aprendiz como perceptor / representador	Estimular a elaboração de hipóteses e sua verificação. (o prof. deve fazer o estudante expressar de maneira clara/ transparente sua percepção e representação.	Perceber o que lhe é ensinado. Intender as representações. Interpretar diferentes linguagens.
5. Conhecimento como linguagem	Estimular a análise de diferentes tipos de linguagens como: textos de expressões algébricas, gráficos e solução dos problemas.	Compreender e falar a linguagem matemática. Interpretar diferentes linguagens. Utilizar o modelo matemático adequado.
6. Consciência semântica	Utilizar o rigor matemático para expressar o nível conceitual adequado aos objetivos de ensino. Corrigir a expressão semântica quando não expresse o significado adequado. Estimular a produção verbal e escrita do estudante.	Compartilhar significados aceitos contextualmente. Não reproduz a resposta.
7. Aprendizagem pelo erro	Avaliar o processo e não apenas o resultado. Analisar as possíveis causas do erro dos estudantes.	Construir modelos mentais. Buscar descobrir o que errou. Corrigir seus erros.
8. Desaprendizagem	Apresentar situação-problema / ambientes de aprendizagem (jogos, experimentos, construções … que entrem em conflito com o que o estudante necessita desaprender.	Procurar não usar conceitos e concepções inadequados. Estar aberto à aquisição de novos conhecimentos através de fatos. Descartar o conhecimento que não é relevante (esquecimento seletivo).
9. Incerteza do conhecimento	Mostrar para o estudante que a construção do conhecimento é uma obra humana que sofreu numerosas mudanças ao longo do tempo (história da matemática).	Perceber que conceitos são definidos contextualmente. Perceber a mudança do conceito e teorias ao longo do tempo. Compreender o mundo.
10. Não utilização do quadro de giz	Promover a participação dos estudantes nas atividades individuais e em pequenos grupos.	Participar ativamente das atividades propostas sem esperar que a matéria seja “dada”. Compartilhar experiências afetivas.
11. Abandono da narrativa	Professor como mediador do processo de aprendizagem (o prof. fala menos e estimula o estudante a falar e se expressar).	Participar criticamente das aulas. Verbalizar sua compreensão.
12. Superação das dificuldades	Estimular o estudante a superar suas dificuldades com o auxílio de outra pessoa (professor, aluno ou terceiros) e/ou materiais educativos.	Perceber que as dificuldades de aprendizagem podem ser superadas com o auxílio de outra pessoa (professor, aluno ou terceiros) e/ou materiais educativos.
13. Retroalimentação	Utilizar novas estratégias de ensino.	Receber novas informações que corrigi e reforça sua compreensão.

Fonte: A autora.

2.3 TEORIA DE ENSINO DE GOWIN

Antes de apresentar a teoria de Gowin é importante lembrar que, para Novak (1981), o evento educativo é, uma atividade que visa partilhar significados (pensar) e sentimentos entre estudante e professor. Novak, portanto, insere a aprendizagem significativa no âmbito humanista porque ela proporciona a construção partilhada de pensamentos, sentimentos e ações que desembocam no melhoramento da condição humana. O autor constata que quando a aprendizagem se torna significativa o estudante amadurece, preparando-se à acolhida de novos saberes em determinada área de conhecimento. Ao contrário, quando a aprendizagem permanece mecânica o estudante tende a recusá-la. Na prática, o processo de ensino e aprendizagem acontece em situações que se verificam entre os extremos descritos (Moreira, 1997).

Novak, também, reelabora a proposta de Schwab (1973) que fazia protagonizar os eventos educativos por quatro "papeis" definidos "lugares comuns". São eles: aprendiz (aprendizagem), professor (ensino), matéria de ensino (currículo) e matriz social (meio, contexto), acrescentando um quinto "lugar" a avaliação, afirmando que na vida das pessoas muito depende da avaliação (Moreira, 2006).

Ausubel e Novak avaliam que a aprendizagem se torna significativa quando o estudante a realiza como uma atividade na qual participa efetivamente, se envolvendo emocionalmente. Em consequência, D. B. Gowin (1981) apresenta o ensino-aprendizagem como um diálogo triangular onde os participantes são: professor, estudante e materiais educativos. Dois dos protagonistas, docente e discente, dialogam sobre os conteúdos incluídos no currículo.

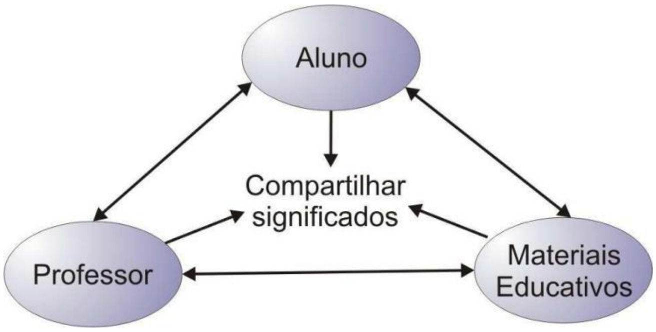
A teoria de ensino de Gowin se assemelha muito à abordagem elaborada por Vygostky. Nesta o processo de ensino e aprendizagem é considerado um intercâmbio de significados cujo objetivo é compartilhar saberes a respeito dos materiais educativos do currículo.

> Para Vygotsky (1987) a interação social é o veículo fundamental para a transmissão dinâmica (de inter para intrapessoal) do conhecimento social, histórica e culturalmente construído. Essa interação implica um mínimo de duas pessoas intercambiando significados. Implica também certo grau de reciprocidade e bidirecionalidade entre os participantes. A interação social é, segundo Vygotsky,

indispensável para que o sujeito capte o significado dos signos para, então, internalizá-los (reconstrui-los internamente) (Moreira, 2006. p. 184).

Gowin explica o processo de ensino-aprendizagem como uma relação triádica entre professor, estudante e materiais educativos, mediante o compartilhamento de significados entre eles, conforme podemos observar na figura 3.

Figura 3: Modelo Triádico de Gowin



Fonte: Moreira, 2006, pág. 163

Sendo assim, para aprender significativamente, o estudante tem que manifestar uma disposição para relacionar, de maneira não-arbitrária e não-literal (substantiva), à sua estrutura cognitiva, os significados que capta a respeito dos materiais educativos, potencialmente significativos, do currículo.

2.3.1 Relações Diádicas a partir das relações Triádicas de Gowin

A partir do modelo triádico apresentado por Gowin se destacam as seguintes relações diádicas: estudante-estudante, estudante-materiais educativos, estudante-professor, professor-estudante, professor-materiais educativos, que detalharemos a seguir.

Estudante-estudante

A relação diádica estudante-estudante evidencia-se pela relevância do relacionamento entre eles, que se caracteriza seja como experiência afetiva positiva, dentro e fora da sala de aula, seja pela troca mútua de informações, saberes e conhecimentos, desencadeando proximidades que podem continuar, também, após o término do período escolar.

Estudante-materiais educativos

A relação estudante - materiais educativos se destaca mediante a utilização de materiais tradicionais ou inovadores como por exemplo: régua, material dourado, disco de frações, mapas, papel milimetrado, recursos eletrônicos, internet, GeoGebra.. Surgem, assim, atividades pedagógicas criativas que facilitam o processo de aprendizagem.

Estudante-professor

Neste caso, necessita evidenciar que pode se desenvolver uma relação afetiva positiva e, ao contrário, uma relação afetiva negativa. O estudante pode enxergar, no professor, um exemplo a ser seguido e apreciado, facilitando o processo educativo. Inversamente, o estudante percebe o professor como uma pessoa rígida e não comunicativa, dificultando a aprendizagem dos conteúdos apresentados.

Professor-estudante

Na relação professor-estudante, o professor precisa avaliar se os significados que o estudante captou são os mesmos compartilhados pela comunidade científica ou não. Na segunda opção os significados devem ser reapresentados de maneira mais acessível, para que os estudantes possam compartilhar significados aceitos.

Professor-materiais educativos

Na escolha dos materiais educativos o professor deve individuar quais, entre eles, são mais aptos em facilitar a veiculação dos conteúdos. Nesta delicada, tarefa precisa considerar seja a validade em si dos materiais, seja as características dos destinatários, isto é, os estudantes aos quais os conteúdos serão apresentados.

2.4 UEPS E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA TASC

A teoria de ensino de Gowin desemboca numa proposta didática fundamentada em teorias de aprendizagem, especificamente nas TAS e TASC. É evidente que não é possível o ensino sem aprendizagem, portanto, apresentamos uma sequência didática com embasamento teórico que Moreira define UEPS como Unidade de Ensino Potencialmente Significativa.

Aliada às UEPS se encontra a resolução de problemas como metodologia de ensino que apresentaremos no segundo e terceiro tópico deste item.

2.4.1 Unidades de Ensino Potencialmente Significativa – UEPS

Considerando a necessidade de superar o tradicional modelo de ensino definido como aprendizagem mecânica, com esta finalidade apresentamos a seguir o processo de elaboração de Unidades de Ensino Potencialmente Significativas. Definidas por Moreira como: "sequências de ensino fundamentadas teoricamente, voltadas para a aprendizagem significativa, não mecânica, que podem estimular a pesquisa aplicada em ensino, aquela voltada diretamente à sala de aula" (Moreira, 2012).

Para construir uma UEPS precisa definir o objetivo, descrever a filosofia e delimitar o marco teórico. A seguir vamos apresentar alguns princípios necessários para a elaboração e desenvolvimento de uma UEPS.

- o conhecimento prévio é a variável que mais influencia a aprendizagem significativa (Ausubel);
- pensamentos, sentimentos e ações estão integrados no ser que aprende; essa integração é positiva, construtiva, quando a aprendizagem é significativa (Novak);
- é o aluno quem decide se quer aprender significativamente determinado conhecimento (Ausubel; Gowin);
- organizadores prévios mostram a relacionabilidade entre novos conhecimentos e conhecimentos prévios;
- são as situações-problema que dão sentido a novos conhecimentos (Vergnaud); elas devem ser criadas para despertar a intencionalidade do aluno para a aprendizagem significativa;
- situações - problema podem funcionar como organizadores prévios;

- as situações-problema devem ser propostas em níveis crescentes de complexidade (Vergnaud)
- frente a uma nova situação, o primeiro passo para resolvê-la é construir, na memória de trabalho, um modelo mental funcional, que é um análogo estrutural dessa situação (Johnson-Laird);
- a diferenciação progressiva, a reconciliação integradora e a consolidação devem ser levadas em conta na organização do ensino (Ausubel);
- a avaliação da aprendizagem significativa deve ser feita em termos de buscas de evidências; a aprendizagem significativa é progressiva;
- o papel do professor é o de provedor de situações-problema, cuidadosamente selecionadas, de organizador do ensino e mediador da captação de significados de parte do aluno (Vergnaud; Gowin);
- a interação social e a linguagem são fundamentais para a captação de significados (Vygotsky; Gowin);
- um episódio de ensino envolve uma relação triádica entre aluno, docente e materiais educativos, cujo objetivo é levar o aluno a captar e compartilhar significados que são aceitos no contexto da matéria de ensino (Gowin);
- essa relação poderá ser quadrática na medida em que o computador não for usado apenas como material educativo, ou seja, na medida em que for também mediador da aprendizagem;
- a aprendizagem deve ser significativa e crítica, não mecânica (Moreira);
- a aprendizagem significativa crítica é estimulada pela busca de respostas (questionamento) ao invés da memorização de respostas conhecidas, pelo uso da diversidade de materiais e estratégias instrucionais, pelo abandono da narrativa em favor de um ensino centrado no aluno (Moreira). (Idem, 2012).

Apresenta-se no capítulo 4 dois exemplos de UEPS elaboradas uma, como organizador prévio, para o ensino de equações do 1º grau. A outra para o ensino de sistemas de equações do 1º grau com duas variáveis. É importante destacar que segundo Moreira (2012), uma UEPS será considerada exitosa se a avaliação do desempenho dos estudantes fornecer evidências de aprendizagem significativa, ou seja, estes devem captar significados, demonstrando compreensão, capacidade de explicar e aplicar o conhecimento para resolver situações problema.

2.4.2 Resolução de Problemas na TAS e TASC

A resolução de problemas sempre esteve presente no processo de ensino e aprendizagem. Se considerarmos a história da humanidade, no papiro de Rhind, escrito há mais de três mil e quinhentos, anos os egípcios já apresentavam situações-problemas para serem resolvidas.

A resolução de problemas é, portanto, uma ferramenta já testada para adquirir conhecimentos claros, precisos, diferenciados e comunicáveis. Graças a este processo os estudantes podem contar com uma ajuda importante para compreender conceitos, memorizá-los e verbalizá-los.

A criatividade é, segundo Ausubel (1978), a expressão mais elevada da resolução de problemas, sendo assim é dever da escola fomentá-la, oferecendo oportunidade adequada para que os estudantes possam expressá-la.

Ainda, segundo Ausubel, a solução significativa de problemas e a criatividade são formas de aprendizagem por descoberta apenas quando comparadas com aprendizagem por ensaio e erro, sendo a primeira receptiva significativa, quando se refere à compreensão das condições e assimilação do problema (Ausubel,1978).

Considerando o processo de assimilação apresentado por Ausubel e Moreira, o professor deve apresentar situações problema no início do processo, levando em conta o conhecimento prévio do estudante, podendo funcionar inclusive como organizador prévio.

A resolução de problemas pode ajudar na aprendizagem de conhecimentos. Porém, é utilizada principalmente na primeira infância para adquirir novas ideias. Em geral, na educação formal são ensinados conteúdos já codificados (Ausubel, 2000. p. 38).

No entanto, a capacidade de resolução de problemas deveria constar, também, no processo de aprendizagem escolar como um todo. Obviamente, deveria ser acompanhada de outras ferramentas didáticas que favoreça a aprendizagem e a transmissão de conhecimentos de matérias (Ausubel, 2000).

A aprendizagem por recepção e por resolução de problemas não são antagônicas. Esta última não se apresenta como algo totalmente novo, mas se baseia num processo de transformação (reestruturação, reorganização, síntese, integração) de conteúdos relevantes e disponíveis no âmbito de conhecimentos já comprovados. Estes, segundo Ausubel (2000), são articulados em dois tipos principais:

> (1) proposições de colocação de problemas, que definem a natureza e as condições da situação problemática atual; e (2) proposições anteriores, que consistem em aspetos relevantes de conhecimentos anteriormente adquiridos (informações, princípios) que se apoiam ao problema (Ausubel, 2000. p. 96)

A partir dos estudos de Ewert e Lambert (1932), Gagné e Smith (1962) descobriram a importância da verbalização para encontrar os princípios gerais e transferi-los para a resolução de problemas. O estudo se concentra no âmbito verbal e não-verbal da aprendizagem, não se concentrando nos aspectos da recepção-descoberta ou da memorização-significativa. Com isso fica evidente que a aprendizagem verbal não está, necessariamente, vinculada ao processo de memorização e que somente a experiência real é transferível de uma situação de resolução de problemas para outra. De acordo com Overing e Travers (1966) a verbalização de princípios gerais antecipa a resolução de problemas (Ausubel, 2000. p. 175).

2.4.3 Resolução de Problemas no Ensino de Matemática

Segundo Dante (2009) aprender matemática é aprender a resolver problemas, tendo como pré-requisito que o estudante se aproprie dos significados, dos conceitos e procedimentos matemáticos para aplicá-los em novas situações (Dante, 2009).

O conceito de problema, de acordo com Onuchic (1999), pode ser definido como tudo o que não temos condição de fazer, mas que queremos resolver. Isso engloba todas as situações que possibilitam o pensamento do estudante, desafiando seu raciocínio.

Entre estas situações estão aquelas no âmbito matemático. Nesse sentido, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) consideram a situação-problema como o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la (BRASIL, 1998).

Mais recentemente, em 2018, foi aprovada a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Esta, considera a resolução de problemas uma das formas privilegiadas da atividade matemática, por ser, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem. Além disso, para a BNCC o ensino da matemática deve garantir desenvolvimento de competências específicas. Entre elas "resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados" (BRASIL, 2018. p. 267).

A BNCC recomenda ainda, a capacitação em algumas habilidades. Entre estas se encontra:

> Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso (BRASIL, 2018. p. 313).

Schroeder e Lester (1989) apresentam três maneiras de trabalhar a resolução de problemas no ensino de matemática: ensinar sobre resolução de problemas; ensinar para resolver problemas de matemática e ensinar matemática através da resolução de problemas. Os autores destacam que, mesmo separadas, as maneiras citadas podem ser utilizadas simultaneamente.

Polya (2006), apresenta as seguintes etapas para resolução de problemas: i) compreender o problema; ii) elaborar um plano de solução; iii) executar o plano; iv) examinar a solução. O autor destaca que essa última é a fase mais relevante pois permite avaliar a solução do problema. Possibilitando estudar melhor o processo, entendendo os fundamentos do problema e do método utilizado.

> Mendoza e Tintorer, a partir de Polya, desenvolveram uma estratégia de resolução de problemas conhecida como Atividade de Situações Problema (ASP) em Matemática na qual converteram a Resolução de Problemas em uma atividade de estudo, destacando a importância da mediação do professor no desenvolvimento das ações e operações realizadas pelos estudantes (Chirone, 2016. p. 40-41).

O exposto nesta fundamentação teórica serviu de base para elaborar e desenvolver os procedimentos metodológicos, descritos no terceiro capítulo e a Proposta Didática que apresentaremos no capítulo 4. Neste é apresentada uma UEPS organizada para o ensino de Sistemas de Equações do 1º grau com duas variáveis. Acreditamos assim, poder cumprir os objetivos desta tese.

CAPÍTULO 3

METODOLOGIA DE PESQUISA

"O método de um projeto de pesquisa indica a direção por onde ela caminhará, mas é somente depois do trajeto que se pode ter uma descrição mais rica e detalhada do processo de investigação". Ghedin e Franco, 2011, p. 27).

Apresenta-se neste capítulo a metodologia da pesquisa, o caminho percorrido na realização da presente investigação. Iniciando com a contextualização histórica do Colégio de Aplicação e composição dos sujeitos participantes. Seguida da caracterização da pesquisa, suas categorias de análise qualitativa, finalizando o capítulo com a descrição de cada um dos instrumentos de coleta de dados e seus respectivos parâmetros para análise.

Trata-se de uma pesquisa qualitativa, tendo como unidade de análise a aprendizagem do conteúdo de sistema de equações do 1º grau com duas variáveis durante as aulas de matemática no 8º ano do Ensino Fundamental, do Colégio de Aplicação da UFRR, fundamentada na Teoria da Aprendizagem Significativa Crítica.

Considera-se fundamental que o professor conheça os conhecimentos prévios dos estudantes, cumprindo assim o primeiro objetivo da pesquisa. Para tanto, foram realizadas coleta de dados através de atividades e avaliações diagnósticas e autoavaliação. O diagnóstico inicial gerou categorias, temas e hipóteses sobre a aprendizagem dos estudantes.

Após a realização do diagnóstico inicial o plano de ensino foi adaptado às necessidades dos estudantes servindo de base para elaboração das UEPS com o objetivo de promover a aprendizagem significativa crítica. Destaca-se que os conteúdos e objetivos de ensino foram elaborados de acordo com o que estabelece a Base Nacional Curricular Comum (BNCC) com relação às habilidades e competências a serem alcançadas pelos estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental.

3.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DA PESQUISA

A pesquisa foi realizada com 100 (cem) estudantes do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Roraima (CAp/UFRR), uma escola de Educação Básica federal brasileira. Apresenta-se a seguir um relato histórico do CAp/UFRR e a composição dos sujeitos da pesquisa.

3.1.1 Histórico do CAp/UFRR

A creche "Espaço da Criança", criada em 1994, sob a tutela da Pró-Reitora de Extensão e Assuntos Estudantis foi o embrião do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Roraima.

Em 09 de janeiro de 1995 a Resolução n.º 002/95 do Conselho Universitário – CUNI, em sessão extraordinária do CUNI, criou a Escola de Aplicação da Universidade Federal de Roraima como órgão da Faculdade de Educação, vinculada à Pró-Reitora de Graduação. Ocupando inicialmente onze salas de aula e uma sala para os professores, no bloco I da Graduação.

Dois anos depois, em 1997, a Escola passou a funcionar em um prédio construído pelo Governo do Estado no *campus* Paricarana da UFRR recebendo o nome de "Escola Estadual Professor Paulo Freire".

Após cinco anos sendo administrada pela Secretaria de Educação do Estado, em 2002, a Escola voltou a ser uma Instituição Federal servindo de laboratório para as práticas das licenciaturas da UFRR. Passou a fazer parte do Centro de Educação – CEDUC em 17 de julho de 2003, com a criação do mesmo, através da Resolução n.º 012/2003 – CUNI,

Por ser, em 2006, a única instituição pertencente ao Conselho de Diretores dos Colégios de Aplicação (CONDICAP), a ser denominada de "Escola", o nome "Escola de Aplicação" foi alterado para Colégio de Aplicação - CAp, em 17 de novembro de 2006 conforme a Resolução n. 001/2006 – CGEB (Coordenação Geral de Educação Básica).

Em 03 de setembro de 2020, a Resolução n. º011/2020 – CUNI, transformou o CAp em uma unidade administrativa e acadêmica vinculada diretamente à Reitoria da UFRR.

Segundo seu Projeto Político Pedagógico (PPP) o objetivo geral do Colégio de Aplicação é “proporcionar aos estudantes a construção, aquisição, produção e utilização crítica do conhecimento, possibilitando sua participação ativa, solidária e responsável na sociedade”.

3.1.2 Composição dos sujeitos da pesquisa

O Colégio de Aplicação da UFRR atende anualmente cerca de 475 estudantes, matriculados em 19 turmas de vinte e cinco estudantes cada, sendo 125 estudantes no Ensino Fundamental Anos Iniciais, 200 estudantes no Ensino Fundamental Anos Finais, 150 estudantes no Ensino Médio. A infraestrutura do colégio dispõe de salas de aula temáticas, climatizadas e equipadas com materiais didáticos e eletrônicos, sala de leitura, biblioteca, laboratório de informática, auditório, sala de recursos multifuncionais para atendimento educacional especializado, refeitório, laboratório de ciências, pátio interno entre outros espaços administrativos e pedagógicos.

O ingresso dos estudantes no CAp, até o ano de 2015, era realizado de duas formas: nos anos iniciais do Ensino Fundamental, por sorteio aberto à população em geral, formando a cada ano letivo uma nova turma do 1º ano com 25 estudantes que poderão permanecer no colégio até a conclusão do Ensino Médio. Outra forma de ingresso era o processo seletivo (prova) realizado anualmente para formação de segunda turma a partir do 6º ano do Ensino Fundamental e vagas remanescentes do 7º ano do ensino fundamental à 3ª série do Ensino Médio. A partir de 2016, todas as vagas são ofertadas à comunidade por meio de sorteio com regras em edital específico.

Os sujeitos da pesquisa em 2018 fazem parte de duas turmas compostas por estudantes oriundos das duas formas de ingresso. Sendo que os estudantes das turmas de 2019 ingressaram no Colégio por sorteio público em dois momentos, parte no 1º ano e outros no 6º ano.

3.1.3 Sujeitos com necessidades específicas de aprendizagem

A inclusão de alunos com necessidades específicas de aprendizagem nas turmas de ensino regular constitui um desafio histórico nas escolas e no Colégio de Aplicação da UFRR não seria diferente. Neste texto considerar-se-á alunos com necessidades específicas de aprendizagem aqueles com:

a) Deficiência (física, visual, auditiva ou intelectual);

b) Dificuldades de aprendizagem (dislexia, discalculia...);

c) Altas habilidades;

d) Transtornos do espectro autista (TEA);

e) Síndromes (Down, Tourette...);

f) Transtornos psicológicos (TDAH- depressão, ansiedade...).

O ingresso no CAp dos estudantes que compõem o público-alvo do Atendimento Educacional Especializado (AEE) ocorre por cota, sendo reservadas 10% (dez porcento) das vagas para alunos PCD's (pessoas com deficiência) que no ato da inscrição apresentassem laudo médico comprovando a necessidade de atendimento especializado. Destaca-se que no decorrer do processo educativo outros estudantes são individualizados com alguma das necessidades citadas anteriormente. Alguns alunos com necessidades específicas entraram pela ampla concorrência, apresentando laudo posteriormente. Em alguns casos, foi a equipe pedagógica que percebeu a necessidade de alguns alunos passarem por avaliação psicopedagógica.

Apresenta-se no Quadro 9 os sujeitos com necessidades especificas de aprendizagem presentes nas quatros turmas participantes da pesquisa.

Quadro 9 – Estudantes com necessidades especificas de aprendizagem

Estudante	**Necessidades especificas de aprendizagem**	**Necessidade de atendimento diferenciado por parte do prof. de Matemática**
E-17	Dislexia	Retroalimentação constante e redução das atividades
E-28	Deficiência auditiva (50%)	Retroalimentação
E-34	Deficiência auditiva (50%)	Não necessita atendimento diferenciado
E-61	Autismo	Retroalimentação constante e redução das atividades
E-76	Síndrome de Tourette	Atendimento individual temporário
E-91	Deficiência intelectual leve	Retroalimentação constante e redução das atividades

Fonte: A autora.

3.2 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

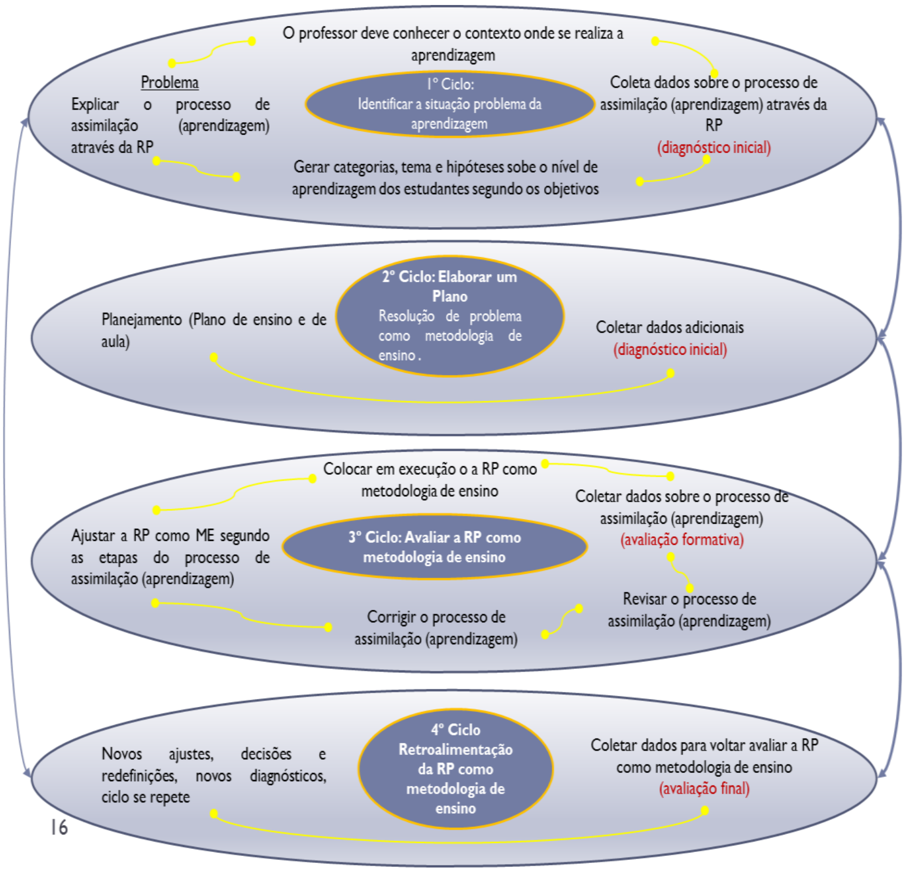
A pesquisa se caracteriza por uma abordagem qualitativa do tipo Estudo de Caso Educativo que segundo Stenhouse (1985, apud Moreira, 2011, p. 89) “é aquele desenhado para melhorar a compreensão da ação educativa”. Trata-se da aprendizagem de sistema de equações do 1º grau com duas variáveis durante as aulas de matemática no 8º ano do Ensino Fundamental do CAp/UFRR.

A ação educativa foi planejada e executada fundamentada na TAS e TASC a partir das UESP descritas no Capítulo 4.

3.3 SEQUÊNCIA DA PESQUISA

Apresenta-se na Figura 4 a sequência do desenvolvimento da pesquisa. Avalia-se adequada adaptação da representação de Sampieri (2012) por sua forma cíclica indicar uma relação de interação e movimento entre o desenvolvimento da UEPS e as fases da pesquisa.

Figura 04: Sequência da Pesquisa



Fonte: Adaptado de Sampieri, 2012.

3.4 ANÁLISE QUALITATIVA

Destaca-se a importância de uma análise qualitativa dos dados para uma pesquisa em ensino, neste sentido, apresentaremos no capítulo 5 os resultados e discussões de suas análises com uma visão holística e interpretativa do processo de aprendizagem de sistema de equações dos estudantes do 8º ano do CAp/UFRR em 2018 e 2019.

Apresenta-se a seguir os instrumentos de coleta de dados com seus parâmetros, nos quais encontram-se as categorias e seus respectivos indicadores para realização das análises.

3.5 INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

Para coleta de dados foram utilizados os seguintes instrumentos realizados pelos estudantes: atividades individuais e em grupos, provas de lápis e papel, questionário, relatórios e autoavaliação, além das fichas individuais de observações e registros pessoais da pesquisadora.

Apresenta-se no Quadro 10 a relação entre as fases da pesquisa, os instrumentos de coletas de dados e os princípios da TASC utilizados em cada fase.

Quadro 10 – Instrumentos de coleta de dados e as fases da pesquisa

Fases da Pesquisa e Meio de divulgação científico	Instrumentos	Princípio da TASC
1ª Fase – Pré-experimento – 1º Bimestre de 2018. Apresentação de uma Comunicação Oral no 7º ENAS. Artigo publicado na revista Dynamis (Ver anexo 1).	Elaboração da UEPS Desenvolvimento da UEPS Atividades diagnósticas Autoavaliação Prova somativa	Aprendiz como perceptor. Conhecimento como linguagem. Consciência semântica. Aprendizagem pelo erro. Desaprendizagem. Incerteza do conhecimento. Abandono da narrativa.
2ª Fase – Organizador Prévio – 3º Bimestre de 2018. Apresentação de uma Comunicação Oral no IX. EIAS.	Elaboração da UEPS Desenvolvimento da UEPS Atividades diagnósticas Prova formativa Autoavaliação Ficha de Observações Prova somativa	Aprendiz como perceptor. Interação social e questionamento Conhecimento como linguagem. Consciência semântica. Aprendizagem pelo erro. Desaprendizagem. Incerteza do conhecimento. Abandono da narrativa.

Fases da Pesquisa e Meio de divulgação científico	**Instrumentos**	**Princípio da TASC**
3ª Fase – Desenvolvimento da Pesquisa – 4º Bimestre de 2018.	Elaboração da UEPS Desenvolvimento da UEPS Prova diagnóstica Diagnostico inicial através de uma atividade dialogada Prova formativas Prova somativa Questionário Relatórios Autoavaliação Fichas de Observações	Conhecimento prévio; Interação social e questionamento; Não centralidade do livro didático; Aprendiz como perceptor/representador; Conhecimento como linguagem; Consciência semântica; Aprendizagem pelo erro; Desaprendizagem; Incerteza do conhecimento; Não utilização do quadro de giz; Abandono da narrativa; Superação das dificuldades; Retroalimentação.
4ª Fase – Desenvolvimento da Pesquisa – 4º Bimestre de 2019.	Revisão da UEPS elaborada em 2018 Desenvolvimento da UEPS Atividades diagnósticas Prova formativa Autoavaliação Ficha de Observações Prova somativa Relatórios	Conhecimento prévio; Interação social e questionamento; Não centralidade do livro didático; Aprendiz como perceptor/representador; Conhecimento como linguagem; Consciência semântica; Aprendizagem pelo erro; Desaprendizagem; Incerteza do conhecimento; Não utilização do quadro de giz; Abandono da narrativa; Superação das dificuldades; Retroalimentação.

Fonte: A autora.

3.5.1 Atividades Diagnósticas

No início de cada uma das fases da pesquisa devem ser realizadas atividades diagnósticas para identificar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre os conteúdos matemáticos a serem desenvolvidos nas respectivas fases. Podendo ser um jogo, uma roda de conversa, uma prova de lápis e papel entre outros tipos de atividades coletivas ou individuais. Neste caso foi utilizada uma prova de lápis e papel.

3.5.2 Provas de lápis e papel

Com objetivo de buscar informações sobre o processo de assimilação do conteúdo de sistemas de equações do 1º grau com duas variáveis, durante a realização da pesquisa, foram aplicadas 05 provas de lápis e papel: sendo 02 diagnósticas, 01 intermediária e 02 somativas.

A prova diagnóstica composta de três questões, foi elaborada com o objetivo de verificar os conhecimentos prévios dos estudantes e suas habilidades sobre resolução algébrica e gráfica de equações do 1º grau com duas variáveis.

Prova Diagnóstica 2018 e 2019

Questão 1

Q1- Dada a equação 2x - y = 4 e considerando o conjunto dos números reais, faça o que se pede em cada um dos itens a seguir:

a) Determine cinco soluções da equação 2x - y = 4.

b) Construa o gráfico usando o papel milimetrado e as soluções que você encontrou no item a.

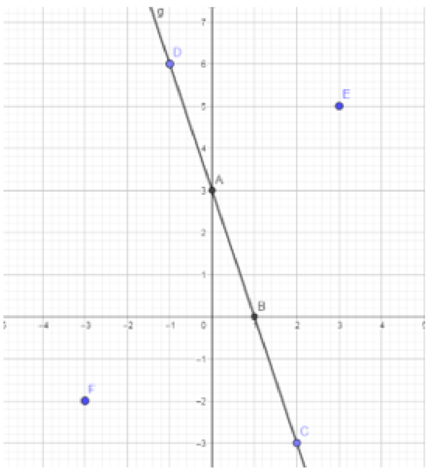
c) O ponto (5,6) pertence ao gráfico? Justifique sua resposta. (Essa questão sofreu pequena alteração em 2019. A palavra “gráfico” foi substituída por “reta”).

d) O par ordenado (-1,-8) é solução da equação? Justifique sua resposta.

e) Descreva o gráfico que você construiu, destacando os pontos em que x=0 e y=0 e o que eles representam.

Questão 2

Q2- Observe o gráfico da equação 3x + y = 3 e em seguida faça o que se pede em cada um dos itens:



a) Considerando o conjunto dos números reais, quantas são as possíveis soluções para essa equação?

b) Descreva cada um dos pontos em destaque, determinando suas coordenadas e o que eles representam. Não esqueça de contar a relação entre os pontos A, B, C e D.

Alterada em 2019 para: b) Descreva cada um dos pontos em destaque, determinando suas coordenadas e o que eles representam. Não esqueça de falar sobre a relação dos pontos A, B, C e D entre si e com os pontos E e F.

Questão 3

Q3- Explique com suas palavras o que você aprendeu sobre equações do 1º grau com uma variável. Não esqueça de citar exemplos. (alterado em 2019 para: equações do 1º grau com duas variáveis).

Apresenta-se no Quadro 11 um resumo da prova diagnóstica com o contexto de cada questão e sua relação com os princípios da TASC e os indicadores utilizados nas análises.

Quadro 11 – Resumo da prova diagnóstica

Questão	Contexto da questão	Princípios da TASC	Indicadores
Q1	Questão composta de 5 itens. Dada a equação 2x - y = 4. Determinar 5 soluções, construir o gráfico e analisar alguns pares ordenados.	Conhecimento prévio. Conhecimento como linguagem. Consciência semântica. Aprendizagem pelo erro. Abandono da narrativa. Retroalimentação.	Compartilha significados dos seus subsunçores. Compreende e fala a linguagem matemática. Compartilha significados aceitos contextualmente. Constrói modelos mentais. Verbaliza sua compreensão. Recebe novas informações que reforçam sua compreensão.
Q2	Questão composta de 2 itens. Analisar um gráfico de uma equação, suas coordenadas e soluções.	Conhecimento prévio. Interação social e questionamento. Conhecimento como linguagem. Consciência semântica. Aprendizagem pelo erro. Abandono da narrativa. Retroalimentação.	Compartilha significados dos seus subsunçores. Faz análise crítica. Compreende e fala a linguagem matemática. Compartilha significados aceitos contextualmente. Constrói modelos mentais. Busca descobrir o que errou. Corrige seus erros. Verbaliza sua compreensão. Recebe novas informações que reforçam sua compreensão.
Q3	Relatar o que aprendeu sobre equações.	Conhecimento prévio. Conhecimento como linguagem. Consciência semântica. Aprendizagem pelo erro. Desaprendizagem. Abandono da narrativa.	Compartilha significados dos seus subsunçores. Compreende e fala a linguagem matemática. Compartilha significados aceitos contextualmente. Constrói modelos mentais. Procura não usar conceitos e concepções inadequados. Verbaliza sua compreensão.

Fonte: A autora

A prova somativa apresentada a seguir foi elaborada e aplicada durante a realização da pesquisa em 2018, sendo reelaborada e dividida em duas provas (intermediária e somativa) em 2019.

Prova Somativa 2018

1- Ademar cria 75 animais em sua fazenda. Entre porcos e codornas são 210 patas.

a) Quantos animais de cada espécie Ademar cria?

b) Podemos dizer que Ademar cria 35 porcos e 40 codornas? Justifique sua resposta.

2- Como você descreveria o gráfico de um sistema que a solução é um par ordenado? Como podemos classificar essas retas?

3- O que acontece quando você resolve um sistema, não encontra o valor das variáveis, mas a sentença é verdadeira? Qual é a representação gráfica desse sistema?

4- Todo sistema tem solução? Justifique sua resposta.

5- Quanto ao número de soluções como podem ser os sistemas?

6- Qual é a relação entre o número de soluções de um sistema e a sua representação gráfica?

7- Complete o quadro de acordo com o que estudamos sobre sistemas de equações:

Sistema	**Resolução do sistema**	**Número de solução**	**Tipo de retas**	**Classificação do sistema**
2x+3y=8 4x+6y=16				
x+y=10 5x-3y=26				
x-4y=0 2x-8y=13				

8- Escolha um dos sistemas e trace o gráfico no plano Cartesiano:

Apresenta-se no Quadro 12 um resumo da prova somativa 2018 com o contexto de cada questão e sua relação com os princípios da TASC e os indicadores utilizados nas análises.

Quadro 12 – Resumo da prova somativa 2018

Questão	Contexto da questão	Princípios da TASC	Indicadores
Q1	Questão composta de 2 itens. Dada uma situação-problema: resolver e analisar a resposta.	Interação social e questionamento. Conhecimento como linguagem. Consciência semântica. Aprendizagem pelo erro. Abandono da narrativa.	Faz análise crítica. Compreende e fala a linguagem matemática. Compartilha significados aceitos contextualmente. Constrói modelos mentais. Verbaliza sua compreensão.
Q2	Descrever o gráfico de um sistema cuja solução é um par ordenado. Classificar as retas.	Aprendiz como perceptor/representador. Conhecimento como linguagem. Consciência semântica. Aprendizagem pelo erro. Abandono da narrativa.	Percebe o que lhe é ensinado. Compreende e fala a linguagem matemática. Compartilha significados aceitos contextualmente. Constrói modelos mentais. Verbaliza sua compreensão.
Q3	Questão composta por 2 questionamentos sobre sistema possível e indeterminado e sua representação gráfica.	Conhecimento como linguagem; Consciência semântica; Abandono da narrativa.	Compreende e fala a linguagem matemática. Compartilha significados aceitos contextualmente. Verbaliza sua compreensão.
Q4	Questionamento sobre quantidade de solução de um sistema.	Conhecimento como linguagem; Consciência semântica; Abandono da narrativa.	Compreende e fala a linguagem matemática. Compartilha significados aceitos contextualmente. Verbaliza sua compreensão.
Q5	Questionamento quanto à classificação e ao número de soluções de um sistema.	Conhecimento como linguagem; Consciência semântica; Abandono da narrativa.	Compreende e fala a linguagem matemática. Compartilha significados aceitos contextualmente. Verbaliza sua compreensão.
Q6	Descrever a relação entre o número de soluções de um sistema e a sua representação gráfica.	Conhecimento como linguagem; Consciência semântica; Abandono da narrativa.	Compreende e fala a linguagem matemática. Compartilha significados aceitos contextualmente. Verbaliza sua compreensão.
Q7	Completar um quadro com informações sobre cada um dos 3 sistemas de equações dados.	Aprendiz como perceptor/representador. Conhecimento como linguagem. Consciência semântica. Aprendizagem pelo erro. Abandono da narrativa.	Faz análise crítica. Compreende e fala a linguagem matemática. Compartilha significados aceitos contextualmente. Constrói modelos mentais. Verbaliza sua compreensão.

Questão	Contexto da questão	Princípios da TASC	Indicadores
Q8	Construir o gráfico de um dos sistemas de equações da questão 7.	Conhecimento como linguagem. Consciência semântica. Abandono da narrativa.	Compreende e fala a linguagem matemática. Compartilha significados aceitos contextualmente. Verbaliza sua compreensão.

Fonte: A autora

No Quadro 13 apresenta-se os parâmetros para análise qualitativa das provas de lápis e papel, com suas categorias e respectivos indicadores, fundamentados no modelo triádico de Gowin.

Quadro 13 – Parâmetros para análise qualitativa das provas de lápis e papel.

CATEGORIAS		INDICADORES	T1	T2	%
1	Compartilha significados aceitos	Quando o estudante compartilha significados aceitos sobre o conceito estudado.			
2	Compartilha significados aceitos após retroalimentação	Quando o estudante compartilha significados aceitos após intervenção da professora.			
3	Compartilha significados parcialmente aceitos	Quando o estudante descreve a atividade realizada e compartilha no mínimo um dos significados aceitos.			
4	Compartilha significados não aceitos	Quando o estudante compartilha significados contextualmente errôneos.			
5	Não respondeu à questão	Quando o estudante não respondeu à questão ou algum item da mesma.			
Alguns estudantes poderão compartilhar significados em mais de uma categoria. Informar a base de cálculo das porcentagens					

Fonte: A autora

3.5.3 Autoavaliação

Ao final da realização de cada uma das provas e de algumas atividades específicas, os estudantes foram incentivados a realizarem uma autoavaliação. Escrevendo em uma folha de papel comentários sobre as mesmas, descrevendo sua opinião, relatando livremente os pontos positivos, negativos, suas habilidades e dificuldades encontradas. As informações coletadas neste instrumento foram analisadas a partir dos parâmetros apresentados no Quadro 14, cujas categorias e respectivos indicadores estão fundamentados nas relações de Gowin e nos 13 princípios da TASC.

Quadro 14 – Parâmetros para análise qualitativa da autoavaliação.

CATEGORIAS		INDICADORES	Nº	%
1	Compartilha significados aceitos	Quando o estudante compartilha significados aceitos sobre o conceito estudado.		
2	Compartilha significados parcialmente aceitos	Quando o estudante compartilha no mínimo um dos significados aceitos.		
3	Compartilha outros significados aceitos	Quando o estudante compartilha outros significados aceitos.		
4	Compartilha experiências afetivas	Quando o estudante expressa comentários afetivos sobre a atividade desenvolvida, sua relação com o prof. e/ou com seus colegas.		
5	Compartilha evidências dos princípios da TASC	Quando o estudante expressa comentários com evidências dos princípios da TASC.		
Considerando que alguns estudantes compartilharam significados em mais de uma categoria, será informada a base de cálculo das porcentagens em cada quadro.				

Fonte: A autora

3.5.4 Ficha de Observações

Destaca-se que a princípio a ficha de observação foi construída para orientar o acompanhamento dos estudantes durante a realização das atividades em classe, passando depois também a complementar as análises da categoria (5) do Quadro 14. Os resultados foram organizados em tabelas e gráficos buscando individuar evidências de aprendizagem significativa crítica.

Ficha de observação

Aluno (a): ____ Turma: ______

Princípios TASC (Categorias)	Indicadores	Não existente	Não aceito	Parcialmen-te aceito	Aceito cientifica-mente	Observa-ção
1. Conhecimento prévio	Compartilha, externaliza significados dos seus subsunçores.					
2. Interação social e questionamento	Formula perguntas relevantes, apropriadas e substantivas. Faz análise crítica.					
3. Não centralidade do livro didático	Interage com outros materiais educativos.					

Princípios TASC (Categorias)	Indicadores	Não existente	Não aceito	Parcialmen-te aceito	Aceito cientifica-mente	Observa-ção
4. Aprendiz como perceptor/represen tador	Percebe o que lhe é ensinado; Entende que são representações. Interpreta diferentes linguagens.					
5. Conhecimento como linguagem	Compreende e fala a linguagem matemática. Interpreta diferentes linguagens.					
6. Consciência semântica	Compartilha significados aceitos contextualmente.					
7. Aprendizagem pelo erro	Constrói modelos mentais. Busca descobrir o que errou. Corrige seus erros.					
8. Desaprendizagem	Necessita desaprender. Procura não usar conceitos e concepções inadequadas. Está aberto à aquisição de novos conhecimentos através de fatos.					
9. Incerteza do conhecimento	Percebe a finalidade da definição do conceito. Percebe que conceitos são definidos contextualmente. Perceber a mudança de conceitos e teorias ao longo do tempo.					
10. Não utilização do quadro de giz	Participar ativamente das atividades propostas sem esperar que a matéria seja “dada”.					

Princípios TASC (Categorias)	Indicadores	Não existente	Não aceito	Parcialmen-te aceito	Aceito cientifica-mente	Observa-ção
11. Abandono da narrativa	Participa criticamente das aulas. Verbaliza sua compreensão.					
12. Superação das dificuldades	Supera as dificuldades de aprendizagem.					
13. Retroalimentação	Recebe novas informações que reforçam sua compreensão.					

Fonte: A autora

3.5.5 Relatórios

Com objetivo de buscar mais informações para subsidiar as análises dos resultados foi solicitado dos estudantes participantes da pesquisa em 2019, que escrevessem um relatório das atividades desenvolvidas durante as aulas de matemática.

3.5.6 Vídeos

As apresentações orais dos trabalhos de grupo foram gravadas em vídeo pelos próprios estudantes e auxiliaram as análises.

3.6 ANÁLISES DOS RESULTADOS

Para auxiliar as análises e discussões dos resultados, os dados coletados na pesquisa, foram organizados e apresentados em tabelas e gráficos, sendo analisados de acordo com os 13 princípios da TASC e as relações diádicas derivadas do modelo triádico de Gowin. Seus resultados expressos em relatórios coletivos e individuais dos estudantes participantes da pesquisa.

Destaca-se que após a aplicação de cada uma das provas de lápis e papel, a professora pesquisadora realizou uma análise prévia (1ª correção), separando aquelas que o estudante compartilhou significados parcialmente aceitos ou não aceitos para posterior retroalimentação.

A retroalimentação das provas de lápis e papel consistiu em atendimentos individuais e/ou coletivos. Os atendimentos individuais ocorreram de forma dialogada através de negociação de significados entre a professora e o estudante, em geral durante o horário de aula, quando os demais estudantes estavam realizando as atividades em pequenos grupos. Enquanto os atendimentos coletivos, ocorreram principalmente no horário oposto as aulas, sempre que foi observado um erro recorrente entre três ou mais estudantes.

CAPÍTULO 4

PROPOSTA DIDÁTICA-TASC NO ENSINO DE MATEMÁTICA

"... ensinar é um ato criador, um ato crítico e não mecânico. A curiosidade do(a) professor(a) e dos alunos, em ação, se encontra na base do ensinar-aprender." (Freire, 1999. p. 81).

Por acreditar neste pensamento de Paulo Freire e para que se torne o reflexo da prática pedagógica desenvolvida durante a realização dessa pesquisa foram aplicados os trezes princípios da TASC na elaboração e desenvolvimento das UEPS que compõem a Proposta Didática apresentada neste capítulo.

A resolução de problemas é um dos modelos didáticos que pode estar fundamentado com a TASC. Essa metodologia de ensino aplicada à Matemática encontra apoio nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) e na Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

A BNCC, aprovada em 2018, apresenta os objetivos de aprendizagem de matemática, organizados em cinco unidades de conhecimentos: números, álgebra, geometria, grandezas e medidas, estatística e probabilidade. A BNCC confirma a importância da resolução de problema para o ensino de matemática, e acrescenta entre seus objetivos gerais de formação da área de matemática nos anos finais do ensino fundamental, a importância de desenvolver nos estudantes a capacidade de criar/elaborar problema (Brasil, 2018).

O ano letivo no Colégio de Aplicação em 2018 ocorreu no período de 05/02 a 07/12, dividido em quatro períodos/bimestres. Para o desenvolvimento da pesquisa, foram selecionados objetivos /habilidades a serem alcançados dentro da unidade temática de álgebra nos 3º e 4º bimestres de 2018 e 2019.

O plano de ensino anual foi construído considerando os princípios e orientações da TAS, da TASC, dos PCN's e da BNCC e passa por ajustes sempre que necessário.

Destaca-se que durante o 1º bimestre de 2018 foi realizado um estudo experimental fundamentado na TASC para o ensino de números irracionais. O referido estudo foi publicado na revista Dynamis, periódico científico A2 da Fundação Universidade Regional de Blumenau (FURB) podendo ser encontrado no seguinte link: https://proxy.furb.br/ojs/index.php/dynamis/issue/view/507/showToc

Apresenta-se a seguir as UEPS e os relatos dos seus respectivos desenvolvimentos. Os diálogos foram registrados no diário de bordo da professora pesquisadora durante e/ou no final as aulas.

4.1 UEPS PARA O ENSINO DE EQUAÇÕES: UM ORGANIZADOR PRÉVIO PARA O ENSINO DE SISTEMA DE EQUAÇÕES

A unidade temática de álgebra, foi desenvolvida nos 3º bimestres de 2018 e 2019, com o objetivo geral de ensinar equações do 1º grau, através de resolução de situações problemas, utilizando uma UEPS como organizador prévio para o ensino de sistema de equações.

Na sequência apresenta-se a UEPS utilizada no ensino de equações do 1º grau.

1- Atividade Diagnóstica: distribuir para os alunos uma folha de papel para que resolva da maneira que achar conveniente duas situações-problema propostas pelo professor através do *Datashow*, em seguida pedir para que compartilhem com os colegas como resolveram. Durante a resolução dos problemas propostos, o professor deverá observar e identificar quais "modelos matemáticos" foram utilizados pelos alunos. Partindo de alguma resposta utilizando equações, dialogar com os alunos para construir um mapa conceitual sobre equações do 1º grau. Solicitar que os alunos escrevam o que compreendem por equações. (Tempo disponível: 2 aulas).

2- Situações-problema: iniciar a aula com comentários dos alunos sobre a aula anterior, se necessário fazer uma revisão do mapa construído. A seguir solicitar que os alunos resolvam algumas situações-problema. A atividade deverá ser realizada em pequenos grupos de dois ou três alunos seguida de exposição oral no grande grupo das resoluções realizadas pelos alunos. (Tempo disponível: 3 aulas).

3- Utilizar a diferenciação progressiva, começando com exemplos mais gerais. Dando uma visão do todo, do que é mais importante, que define equações, seguida de exemplos específicos de equação-produto. (Tempo disponível: de 5 aulas).

4- Promover a reconciliação integradora com novas atividades colaborativas e socialização das respostas no grande grupo, envolvendo negociação de significados e mediação docente. (Tempo disponível: 3 aulas).

5- Apresentação do 2º ciclo de diferenciação progressiva e reconciliação integradora através de novas situações-problema envolvendo equações com parênteses e/ou raiz quadrada não exata. (Tempo disponível: de 5 aulas).

6- Revisão dialogada com os alunos através da correção de um ou dois dos problemas propostos, **seguida do 3º ciclo de diferenciação progressiva e reconciliação integradora** com apresentação em *Datashow* de novas situações-problema em nível mais alto de complexidade (equações fracionárias). (Tempo disponível: 5 aulas).

7- Realização de uma avaliação somativa individual com questões que indiquem compreensão, evidencia de captação de significados e capacidade de transferência. Seguida de autoavaliação. (Tempo disponível: 2 aulas).

8- Apresentação do 4º ciclo de diferenciação progressiva e reconciliação integradora através de novas situações-problema envolvendo equações com duas variáveis, pares ordenados e sua representação gráfica. Atividades de construção de tabelas e gráficos de equações do 1º grau utilizando caderno quadriculado ou papel milimetrado. Apresentação dos gráficos utilizando o programa GeoGebra (Tempo disponível: 5 aulas).

Apresenta-se no Quadro 15 um resumo da UEPS para o ensino de equações do 1º grau, fundamentado nos princípios da TAS e da TASC.

Quadro 15 – Resumo da UEPS para o ensino de equações do 1º grau, fundamentado na TASC.

Conteúdos	Objetivos/Carga horária 30h	Princípio da TASC	Atividades desenvolvidas/ Ação pedagógica
Equações do 1º grau com uma variável	Diagnosticar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre equações. Aplicar cálculo de equações na resolução de situações problemas Resolver equações de 1° grau com uma variável/5h	Conhecimento prévio; Interação social e questionamento; Não centralidade do livro didático; Aprendiz como perceptor/representador; Conhecimento como linguagem.	Atividades Diagnósticas. Aula expositiva e dialogada. Produção de texto. Atividades em pequenos grupos.
Equações-produto	Aplicar técnicas de fatoração para resolver equações-produto; Determinar o conjunto solução de equações-produto; Resolver e elaborar problemas envolvendo equações de 1° grau com uma variável/8h	Conhecimento prévio; Interação social e questionamento; Não centralidade do livro didático; Aprendiz como perceptor/representador; Conhecimento como linguagem; Consciência semântica; Aprendizagem pelo erro; Desaprendizagem; Incerteza do conhecimento; Não utilização do quadro de giz; Abandono da narrativa; Superação das dificuldades; Retroalimentação.	Aula expositiva e dialogada. Atividades em grupos. Pesquisa na internet.
Equações com parêntese e/ou raiz quadrada não exata	Determinar o conjunto solução de equações com parêntese e/ou raiz quadrada não exata/5h	Interação social e questionamento; Não centralidade do livro didático; Conhecimento como linguagem; Consciência semântica; Abandono da narrativa.	Aula expositiva e dialogada. Produção de texto. Atividades em pequenos grupos. Cálculo com e sem calculadora.
Equações fracionárias	Determinar o conjunto solução de equações fracionárias/7h	Não centralidade do livro didático; Aprendiz como perceptor/representador; Conhecimento como linguagem; Aprendizagem pelo erro;	Aula expositiva e dialogada. Leitura de texto complementar. Atividades em pequenos grupos. Prova somativa. Autoavaliação.

Conteúdos	Objetivos/Carga horária 30h	Princípio da TASC	Atividades desenvolvidas/ Ação pedagógica
Equações de 1° grau com duas variáveis	Aplicar cálculo de equações na resolução de situações problemas; Resolver equações de 1° grau com duas variáveis/2h	Não centralidade do livro didático; Conhecimento como linguagem; Consciência semântica; Abandono da narrativa	Aula expositiva e dialogada. Atividades em pequenos grupos.
Construir gráficos de equações do 1° grau com duas variáveis	Representar pares ordenados no plano Cartesiano; Representar equações do 1° grau com duas variáveis como uma reta no plano Cartesiano/3h	Não centralidade do livro didático; Aprendiz como perceptor/representador; Conhecimento como linguagem; Aprendizagem pelo erro;	Aula expositiva e dialogada; Construção de gráficos de equações do 1° grau com duas variáveis utilizando caderno quadriculado ou papel milimetrado. Utilização do programa GeoGebra para correção dos sistemas.

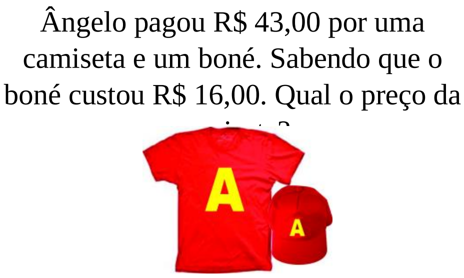
Fonte: A autora.

4.2 RELATO DO DESENVOLVIMENTO DO ORGANIZADOR PRÉVIO

Iniciamos distribuindo uma folha de papel A4 aos alunos, pedir para que resolvam as situações-problema apresentadas no *Datashow* da forma que achar conveniente. A professora acompanhou a resolução das situações-problema buscando individualizar os estudantes que resolvem os problemas propostos utilizando como modelo matemático uma equação.

Partindo de uma situação-problema simples, apresentada na figura 05, na qual poderia ser resolvida com algoritmo da subtração estimulou os estudantes a representá-la em forma de equação.

Figura 05: Situação-problema 01



Fonte: Acervo da pesquisa

Na situação-problema 02, apresentada na figura 06, de forma dialogada, os estudantes foram levados a perceberem a importância de usar equações como modelo matemático na resolução de problemas, considerando que nem sempre será possível utilizar diretamente as operações básicas para resolver determinados problemas matemáticos.

Figura 06: Situação-problema 02

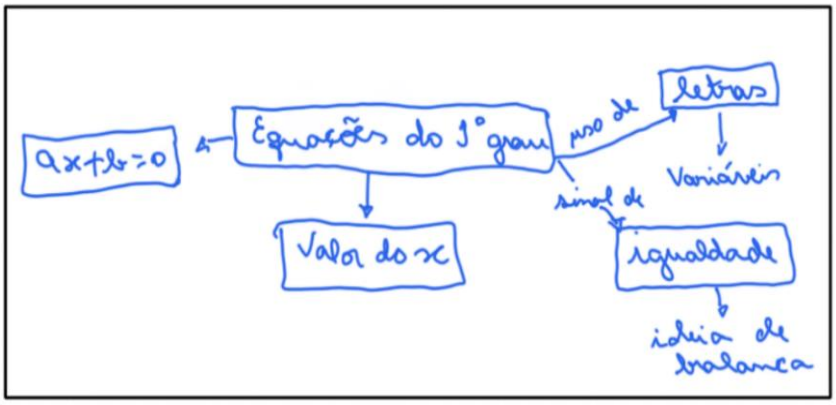
A idade da minha mãe é o triplo da idade de Frei Willames. Somando a idade dos dois obtemos 96 anos. Qual é a idade do Frei Willames?

Fonte: Acervo da pesquisa

Após os estudantes resolverem individualmente as situações-problemas apresentadas foi solicitado que eles compartilhassem com seus colegas suas respostas.

Partindo de alguma resposta utilizando equações, a professora iniciou com os estudantes um diálogo para construir com eles um mapa conceitual sobre equações do 1º grau. Começando com exemplos mais gerais, do que define equações. (Figura 07).

Figura 07: Mapa conceitual construído com a participação dos estudantes



Fonte: Acervo da pesquisa

Em seguida, foi solicitado que os estudantes escrevessem o que compreendem por equações.

A aula seguinte iniciou com comentários dos estudantes sobre a aula anterior. Utilizando a diferenciação progressiva, em seguida foi apresentado a situações-problema 03 envolvendo equação-produto representada na Figuras 08.

Figura 08: Situação-problema 03

Adicionando 2/3 a um número e multiplicando pelo próprio número obtém-se zero. Que número é esse?

Fonte: Acervo da pesquisa

Apresenta-se a seguir um exemplo de diálogo realizado com os estudantes da turma 1 sobre equações-produto:

P: Como podemos resolver este problema? Na aula anterior a situação-problema 01 foi resolvida usando as operações básicas. Será possível responder esse problema da mesma forma?

E-3: Acho que não

P: Alguns estudantes revolveram a situação-problema 02 construindo uma equação. O que precisamos fazer para descobrir o número desconhecido na situação-problema 03?

E-5: Podemos representar o número desconhecido por x e montar uma equação.

P: Como será essa equação? Se o produto é zero, quem é x? O que precisa ocorrer para que o resultado de um produto seja zero?

E-5: Um dos termos deve ser zero.

Na sequência foi apresentado aos estudantes na figura 09 a situação-problema 04 cuja solução pode ser encontrada utilizando o modelo matemático de uma equação-produto.

Figura 09: Situação-problema 04

Somando o triplo de um número ao quadrado
desse número, obtemos zero. Qual é o número?

Fonte: Acervo da pesquisa

Logo após, foi solicitado que os estudantes, em pequenos grupos de dois ou três, resolvessem algumas situações-problema. Seguida de exposição oral no grande grupo das resoluções realizadas por eles.

Nas aulas seguintes teve início o desenvolvimento do 2º ciclo de diferenciação progressiva e reconciliação integradora através de novas situações-problema envolvendo equações com parênteses e/ou raiz quadrada não exata. Seguida de atividades em pequenos grupos de dois ou três estudantes e compartilhamento dos resultados com exposição oral no grande grupo.

Dando sequência aos estudos sobre equações com uma variável utilizou-se a diferenciação progressiva, através da apresentação de nova situações-problema envolvendo equações fracionárias representada na Figura 10.

Figura 10: Situação-problema 05

EXEMPLO 1

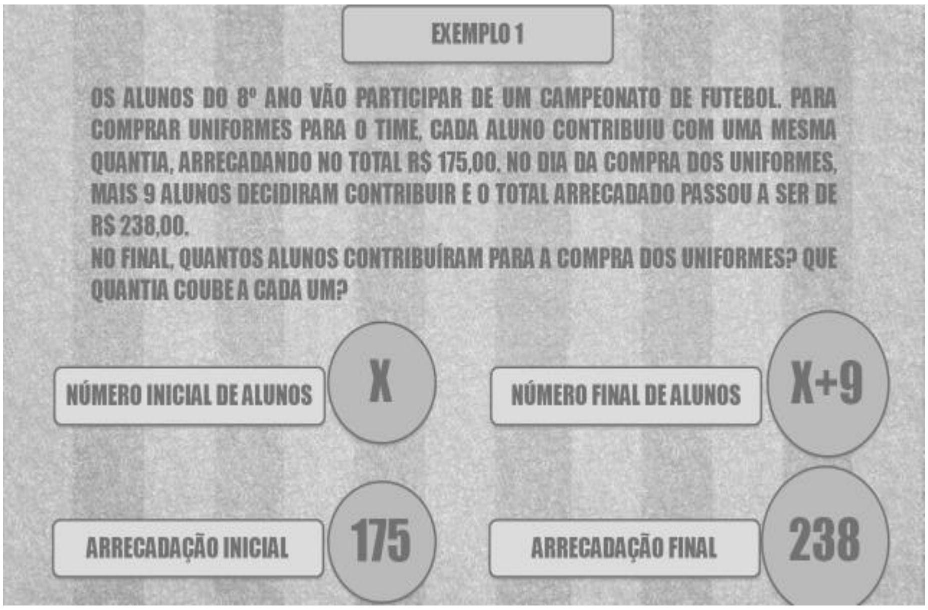
OS ALUNOS DO 8º ANO VÃO PARTICIPAR DE UM CAMPEONATO DE FUTEBOL. PARA COMPRAR UNIFORMES PARA O TIME, CADA ALUNO CONTRIBUIU COM UMA MESMA QUANTIA, ARRECADANDO NO TOTAL R$ 175,00. NO DIA DA COMPRA DOS UNIFORMES, MAIS 9 ALUNOS DECIDIRAM CONTRIBUIR E O TOTAL ARRECADADO PASSOU A SER DE R$ 238,00.

NO FINAL, QUANTOS ALUNOS CONTRIBUÍRAM PARA A COMPRA DOS UNIFORMES? QUE QUANTIA COUBE A CADA UM?

Fonte: Acervo da pesquisa

Na sequência foi realizado um diálogo com os estudantes sobre a situação-problema 05 levando-os a refletir de que maneira podemos descobrir a solução do problema. Após ouvir os estudantes sobre como eles resolveriam a situação, a professora apresentou uma proposta de preparação para resolução da situação-problema 05 representada na Figura11.

Figura 11: Preparação para resolução da Situação-problema 05



Fonte: Acervo da pesquisa

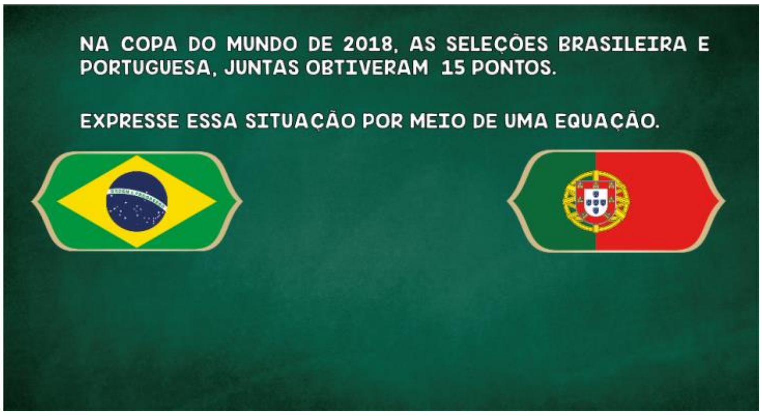
A atividade foi concluída convidando os estudantes para apresentarem suas respostas aos colegas resolvendo no quadro a situação-problema 05.

Em seguida, foi solicitado que os estudantes, em pequenos grupos de dois ou três, resolvessem algumas atividades do livro didático sobre cálculo de equações fracionárias. Seguido da apresentação dos resultados com resolução das questões pelos representantes dos grupos no quadro.

Nas aulas seguintes a professora promoveu a reconciliação integradora propondo aos estudantes a leitura e comentário do texto "*Um pouco de história das equações*" (Dante, 2013. p. 159) e a realização de novas atividades colaborativas. Seguida da socialização das respostas no grande grupo, envolvendo negociação de significados e mediação docente. Finalizando o 3º ciclo de diferenciação progressiva e reconciliação integradora, com a realização de uma avaliação somativa e autoavaliação.

Na sequência das aulas, teve início o 4º ciclo de diferenciação progressiva com a situações-problema 06 envolvendo equações com duas variáveis representada na Figura 12.

Figura 12: Situação-problema 06



Fonte: Acervo da pesquisa

Em seguida, foi solicitado que os estudantes, determinem através de cálculo mental, dois ou três pares ordenados que sejam solução da equação (x+y=15) cujo modelo matemático pode ser representado na Figura 13.

Figura 13: Modelo matemático para solução da Situação-problema 06

Fonte: Acervo da pesquisa

Logo após, foi proposto aos estudantes que construíssem um plano cartesiano utilizando o caderno quadriculado ou papel milimetrado e nele representassem os pares ordenados encontrados.

Durante a realização das atividades no caderno quadriculado foram realizados vários atendimentos individuais e em pequenos grupos para orientar a construção dos gráficos. Na sequência foi apresentado aos estudantes uma nova condição para a situação-problema 06 cuja solução final pode ser observada na figura 14.

Figura 14: Solução da situação-problema 06

Fonte: Acervo da pesquisa

Na sequência foi solicitado que os estudantes resolvessem algumas atividades do livro didático sobre equações do 1º grau com duas variáveis, seguido de suas respectivas representações gráficas nos cadernos quadriculados e/ou papel milimetrado.

Concluímos o 4º ciclo de atividades da UEPS com a reconciliação integradora utilizando o programa GeoGebra para proporcionar aos estudantes uma visualização e análise dos gráficos construídos nos cadernos quadriculados e/ou papel milimetrado.

4.3 UEPS PARA O ENSINO DE SISTEMA DE EQUAÇÕES – 4º BIMESTRES DE 2018 E 2019

Dando continuidade à unidade temática de álgebra, foi desenvolvida nos 4º bimestres de 2018 e 2019, uma nova UEPS para o ensino de sistema de equações do 1º grau com duas variáveis, na qual está baseada essa pesquisa.

Apresenta-se a seguir a UEPS elaborada e desenvolvida durante os estudos doutorais. Em cada item descreveu-se as ações realizadas com os estudantes em sala de aula, destaca-se ainda que todas as ações estão fundamentadas nos 13 princípios da TASC.

Objetivo geral da UEPS: determinar o conjunto solução de um sistema de equações, classificando o tipo de sistema e sua respectiva representação gráfica.

1- Atividade inicial: utilizar o jogo “responde ou passa” para favorecer a predisposição dos estudantes para aprender o novo conteúdo e posterior ocorrência de aprendizagem significativa nas aulas de matemática. Dividir a turma em dois grandes grupos, cada estudante deverá responder em dois minutos a questão apresentada no *Datashow,* sendo repassada para equipe adversária caso a resposta esteja incorreta ou não responda à questão. (Tempo disponível: 1 aulas).

2- Avaliação Diagnóstica: aplicar uma prova de lápis e papel para verificar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre equações do 1º grau com duas variáveis, seguida de autoavaliação e retroalimentação. (Tempo disponível: 3 aulas).

3- Situação inicial: Iniciar com uma situação-problema envolvendo uma equação do 1º grau com duas variáveis, sendo em seguida modificada para um sistema de equações. Solicitar que os estudantes resolvam duas ou três situações-problema envolvendo sistemas de equações com uma única solução através do cálculo mental. Seguida da resolução nos cadernos dos cálculos algébricos com a construção das tabelas com os pares ordenados e da representação gráfica no caderno quadriculado ou papel milimetrado. As atividades deverão ser realizadas em pequenos grupos de dois ou três estudantes com exposição oral no grande grupo das resoluções realizadas por eles. (Tempo disponível: 2 aulas).

4- Revisão dialogada através de breve exposição oral rever o exemplo anterior para em seguida apresentar uma nova situação problema envolvendo sistema de equações, usando os métodos da adição e/ou da substituição, através de resolução de situações-problema com a participação dos estudantes no quadro. Seguida de atividades em pequenos grupos e exposição oral no grande grupo. (Tempo disponível: 2 aulas).

5- Promover a diferenciação progressiva, começando com sistemas de equações que envolvam exemplos mais gerais podendo ser resolvidos utilizando o método da substituição e/ou da adição. Seguida de atividades em pequenos grupos e socialização das respostas no grande grupo, envolvendo negociação de significados e mediação docente (Tempo disponível: 5 aulas).

6- Promover a reconciliação integradora utilizando a resolução de sistema de equações através da construção de gráficos no caderno quadriculado ou papel milimetrado. (Tempo disponível: 4 aulas).

7- Avaliação intermediária através de uma atividade em 2018 e de uma prova de lápis e papel em 2019, ambas, sobre sistemas de equações seguida de uma autoavaliação e retroalimentação. (Tempo disponível: 3 aulas).

8- Desenvolvimento do 2º ciclo de diferenciação progressiva e reconciliação integradora através da apresentação de novas situações-problema envolvendo classificação dos sistemas quanto ao número de soluções e seus respectivos tipo de retas. Dando uma visão do todo, o que define sistemas de equações do 1º grau, seguida de exemplos específicos de sistemas de equações com uma solução, com infinitas soluções e sem solução. Cada uma das situações estudadas iniciará com uma situação-problema seguidas da construção das suas respectivas tabelas e gráficos no caderno quadriculado e/ou papel milimetrado. Concluindo com análise dos gráficos de forma dialogada negociar significados com os estudantes. (Tempo disponível: 10 aulas).

9- Revisão dialogada através de breve exposição oral utilizando o programa GeoGebra para correção das gráficos, seguida de nova sequência de atividades em pequenos grupos para resolução algébrica e classificação de sistemas de equações. (Tempo disponível: 2 aulas).

10- Desenvolvimento do 3º ciclo de diferenciação progressiva e reconciliação integradora através da construção dos gráficos, pelos estudantes, utilizando o programa GeoGebra no laboratório de informática. Seguida da elaboração de um relatório das atividades desenvolvidas sobre sistemas de equações. (Tempo disponível: 5 aulas).

11- Avaliação somativa e retroalimentação. Aplicar uma prova de lápis e papel para verificar os conhecimentos dos estudantes sobre sistemas de equações do 1º grau com duas variáveis, seguida de autoavaliação. Após a avaliação somativa os estudantes que apresentarem resultados insuficientes receberão atendimentos individuais e/ou coletivos para consolidação da aprendizagem através da retroalimentação. (Tempo disponível: 3 aulas).

Apresenta-se no Quadro 16 um resumo da UEPS para o ensino de sistemas de equações do 1º grau com duas variáveis, fundamentado nos 13 princípios da TASC.

Quadro 16 – Resumo da UEPS para o ensino de sistemas de equações, fundamentado na TASC

Conteúdos	Objetivos/Carga horária 40h	Princípio da TASC	Atividades desenvolvidas/ Ação pedagógica
Equação do 1º grau com duas variáveis.	Favorecer a predisposição dos estudantes para aprender sistema de equações. Diagnosticar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre equações do 1° grau com duas variáveis/4h.	Conhecimento prévio; Interação social e questionamento; Não centralidade do livro didático; Aprendiz como perceptor/representador; Conhecimento como linguagem; Consciência semântica; Aprendizagem pelo erro; Desaprendizagem; Incerteza do conhecimento; Não utilização do quadro de giz; Abandono da narrativa; Superação das dificuldades; Retroalimentação.	Jogo responde ou passa; Avaliação diagnóstica; Autoavaliação. Retroalimentação.
Sistema de equação 1º grau com duas variáveis. Métodos da adição e da substituição.	Resolver sistema de duas equações do 1° grau com duas variáveis, aplicando os métodos da adição e/ou da substituição. Determinar o conjunto solução de um sistema de equações/9h.	Conhecimento prévio; Interação social e questionamento; Não centralidade do livro didático; Aprendiz como perceptor/representador; Conhecimento como linguagem; Consciência semântica; Aprendizagem pelo erro; Desaprendizagem; Incerteza do conhecimento; Não utilização do quadro de giz; Abandono da narrativa; Superação das dificuldades; Retroalimentação.	Aula expositiva e dialogada. Produção de texto. Atividades em pequenos grupos. Utilização do programa GeoGebra para correção dos sistemas.
Resolução e elaboração de problemas envolvendo sistemas de equações de 1º grau com duas variáveis.	Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas variáveis/2h	Conhecimento prévio; Interação social e questionamento; Não centralidade do livro didático; Aprendiz como perceptor/representador; Conhecimento como linguagem; Aprendizagem pelo erro; Não utilização do quadro de giz.	Aula expositiva e dialogada. Atividades em grupos. Produção de texto. Utilização do programa GeoGebra para correção dos sistemas.

Conteúdos	Objetivos/Carga horária 40h	Princípio da TASC	Atividades desenvolvidas/ Ação pedagógica
Construção de gráficos de sistema de equações com e sem solução.	Construir e interpretar gráficos de sistema de equações com e sem solução utilizando o caderno quadriculado e/ou papel milimetrado/5h.	Interação social e questionamento; Não centralidade do livro didático; Conhecimento como linguagem; Consciência semântica; Aprendizagem pelo erro; Não utilização do quadro de giz; Abandono da narrativa.	Aula expositiva e dialogada. Atividades em pequenos grupos. Construção de gráficos de sistema de equações do 1° grau com duas variáveis utilizando caderno quadriculado ou papel milimetrado. Produção de texto. Utilização do programa GeoGebra para correção dos gráficos. Prova intermediária; Autoavaliação.
Classificação de um sistema de equações quanto ao número de soluções e tipo de retas.	Aplicar cálculo de sistemas de equações na resolução de situações-problema. Classificar um sistema de equações quanto ao número de soluções (determinado, indeterminado ou impossível). Relacionar o número de soluções de um sistema com sua representação gráfica. Reconhecer o ponto de interseção das equações no gráfico de sistema como a solução do sistema de duas equações. Reconhecer retas paralelas como representação gráfica de sistema impossível (sem solução). Reconhecer retas coincidentes como representação gráfica de sistema indeterminado (com infinitas soluções) /10h.	Conhecimento prévio; Interação social e questionamento; Não centralidade do livro didático; Aprendiz como perceptor/representador; Conhecimento como linguagem; Consciência semântica; Aprendizagem pelo erro; Desaprendizagem; Incerteza do conhecimento; Não utilização do quadro de giz; Abandono da narrativa; Superação das dificuldades; Retroalimentação.	Aula expositiva e dialogada. Atividades em pequenos grupos. Construção de gráficos de sistema de equações do 1° grau com duas variáveis utilizando caderno quadriculado ou papel milimetrado. Utilização do programa GeoGebra para correção dos gráficos.

Conteúdos	Objetivos/Carga horária 40h	Princípio da TASC	Atividades desenvolvidas/ Ação pedagógica
Construção de gráficos de sistema de equações com e sem solução.	Construir gráficos de sistema de equações com e sem solução utilizando o programa GeoGebra/10h.	Conhecimento prévio; Interação social e questionamento; Não centralidade do livro didático; Aprendiz como perceptor/representador; Conhecimento como linguagem; Consciência semântica; Aprendizagem pelo erro; Desaprendizagem; Incerteza do conhecimento; Não utilização do quadro de giz; Abandono da narrativa; Superação das dificuldades; Retroalimentação.	Aula expositiva e dialogada no laboratório de informática. Construção de gráficos de sistema de equações com e sem solução utilizando o programa GeoGebra. Relatório. Prova somativa. Autoavaliação.

Fonte: A autora.

4.4 RELATO DO DESENVOLVIMENTO DA UEPS PARA O ENSINO DE SISTEMA DE EQUAÇÕES – 4º BIMESTRES DE 2018 E 2019.

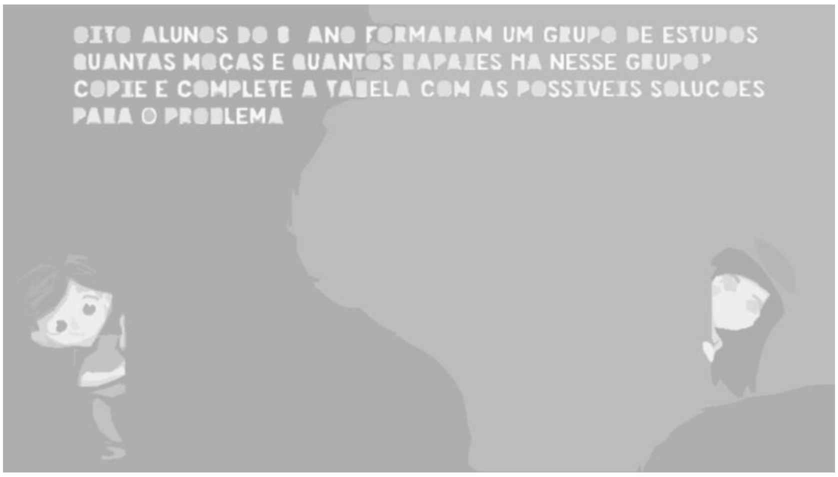
Atividade inicial: o jogo “responde ou passa” foi planejado para favorecer a predisposição dos estudantes para aprender o novo conteúdo e posterior ocorrência de aprendizagem significativa nas aulas de matemática. Na prática, esse jogo, foi utilizado como instrumento para retroalimentação coletiva de conteúdos matemáticos como: operações com números inteiros, produtos notáveis, fatoração, cálculo de equações do 1º grau com uma e duas variáveis. Serviu também como atividade lúdica de revisão para avaliação multidisciplinar que ocorre no final de cada bimestre no CAp.

A turma foi dividida em dois grandes grupos. Cada estudante, na sua vez, deveria responder em dois minutos as questões apresentadas no *Datashow*, sendo repassada para equipe adversária, caso não respondesse corretamente à questão. Cada questão certa vale 02 (dois) pontos, questões repassadas valem 03 (três) pontos, se respondida corretamente pela equipe adversária. Sendo vencedora a equipe que alcançasse a maior pontuação.

Avaliação Diagnóstica: com objetivo de determinar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre equação, foi realizada na aula seguinte uma avaliação diagnóstica em forma de prova escrita individual. Seguida de autoavaliação.

Situação inicial: a aula seguinte iniciou com apresentação da situação-problema 07 envolvendo uma equação do 1º grau com duas variáveis representada na Figura 15.

Figura 15: Situação-problema 07



Fonte: Acervo da pesquisa

Na sequência, de forma dialogada os estudantes foram motivados a resolver a situação-problema 07. Apresenta-se a seguir o diálogo realizado com a Turma 1.

P: Sabendo que 8 alunos formaram um grupo de estudo. É possível determinar quantos são as moças e quantos são os rapazes?

E-3: Não.

P: Por que não é possível determinar quantos são as moças e quantos são os rapazes fazem parte do grupo de estudo?

E-18: Porque existem várias possibilidades.

P: Quais são as possibilidades de respostas?

E-21: Pode ser 3 moças e 5 rapazes.

E-3: Pode ser 4 moças e 4 rapazes.

P: Vamos construir uma tabela com todas as possibilidades de formação do grupo de estudo com 8 alunos.

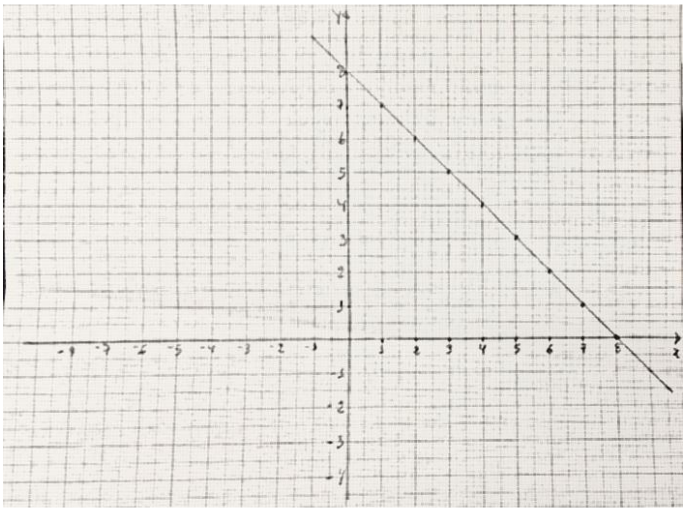
Em seguida foi apresentada aos estudantes a Figura 16 com algumas das possíveis soluções para situação-problema 07.

Figura 16: Possíveis soluções para situação-problema 07

Fonte: Acervo da pesquisa

Após os estudantes completarem a tabela, foi proposto que realizassem a representação gráfica das soluções encontradas, traçando no plano cartesiano a reta da equação x+y=8, como pode ser observado na Figura 17 o gráfico construído pelo estudante E-12.

Figura 17: Gráfico construído pelo estudante E-12



Fonte: Papel milimetrado do E-12

Apresenta-se a seguir a continuação do diálogo realizado com a Turma 1 sobre o modelo matemático que irá formar o sistema de equações construído a partir da situação-problema 07.

P: Qual modelo matemático podemos usar para representar essa situação?

E-5: $x + y = 8$

P: Qual seria a resposta para o nosso problema se o número de moças for o triplo do número de rapazes?

E-21: 6 moças e 2 rapazes.

P: Se x representa o número de moças. Como podemos representar essa nova situação?

E-5: $x = 3y$

P: Se juntarmos as duas equações teremos um sistema de equações. É possível determinar outra solução para esse sistema?

E-5: Não.

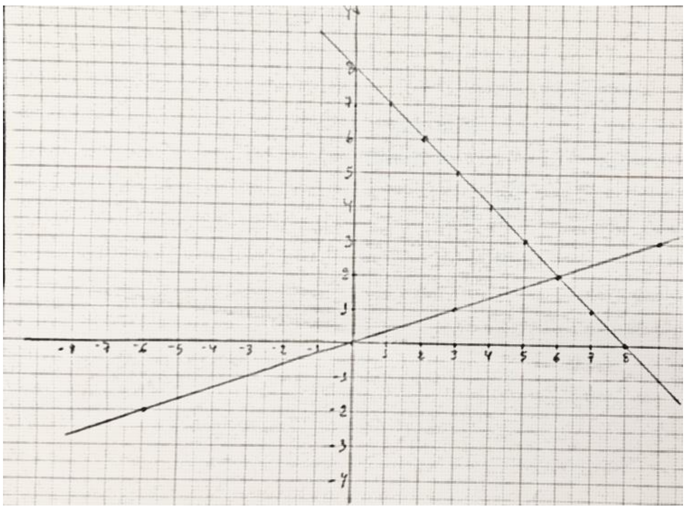
P: Por quê?

E-21: Porque é única opção que satisfaz as duas equações.

P: Vamos construir outra tabela com valores que satisfaçam a equação x=3y.

Após os estudantes construírem a nova tabela com os pares ordenados que satisfazem a equação x=3y, a professora solicitou que eles marcassem os referidos pontos no mesmo plano cartesiano da reta x+y=8. Apresenta-se na Figura 18 o gráfico construído pelo estudante E-12 com a solução gráfica do sistema de equações.

Figura 18: Gráfico construído pelo estudante E-12 com a solução gráfica do sistema de equações.



Fonte: Papel milimetrado do E-12

A aula seguinte iniciou com uma revisão dialogada da aula anterior utilizando o programa GeoGebra para representar as retas x + y = 8 e x = 3y. Apresenta-se a seguir o diálogo realizado com a Turma 2.

P: Quantas soluções tem essa reta?

E-35: “Como assim?”

P: Essa reta representa a solução da equação x + y = 8. Quantas soluções tem essa equação?

E-35: “Cinco? Quatro? Várias”.

P: “Várias ou infinitas?

E-35: “Infinitas”.

P: Por quê?

E-35: “Porque os números são infinitos”.

P: E quantas soluções têm esse sistema?

E-35: “Uma” (respondeu apontando com o dedo o ponto de intersecção das retas).

P: Hoje vamos aprender outras formas de resolver sistemas de equações.

Apresenta-se a seguir o diálogo realizado com a Turma 1 para resolução algébrica do sistema de equações formado pelas equações: x+y=8 e x=3y.

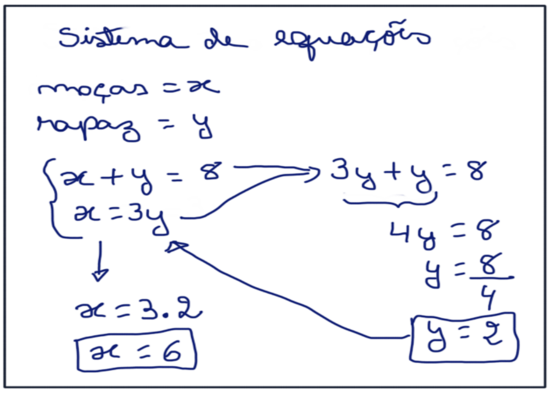
P: Será que existe outra forma de resolver esse sistema de equações sem ter que construir duas retas no plano cartesiano?

E-8: Espero que sim, gráfico dá muito trabalho pra fazer.

P: Então, vamos resolver de forma algébrica, o sistema de equações que represente as duas situações: os alunos que formam o grupo de estudo (x + y=8), sabendo que o número de moças é o triplo do número de rapazes (x = 3y).

Apresenta-se na Figura 19 a resolução algébrica do sistema de equações formado pelas equações: x+y=8 e x=3y.

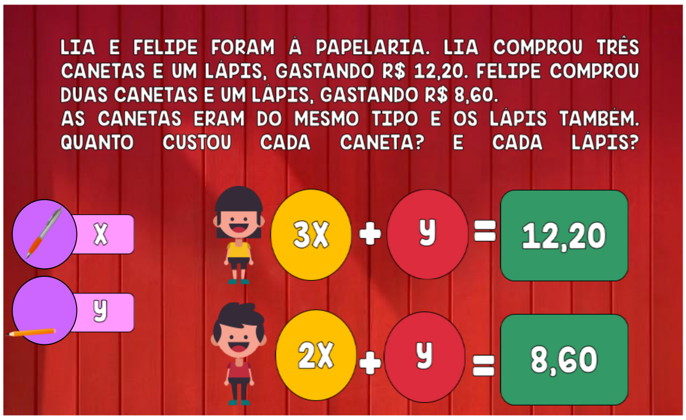
Figura 19: Solução algébrica do sistema de equações.



Fonte: Acervo da pesquisa

Em seguida foi apresentada uma nova situação-problema representada na Fig. 20.

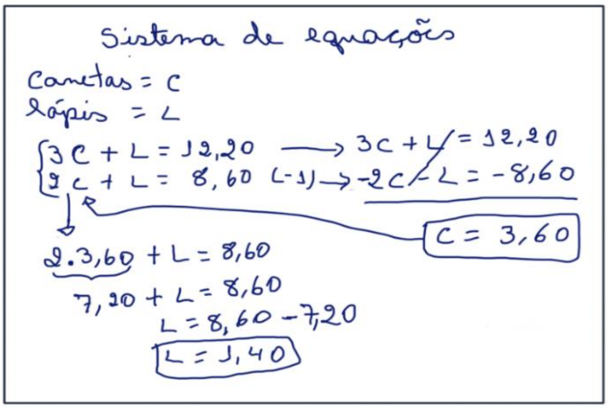
Figura 20: Situação-problema 08



Fonte: Acervo da pesquisa

Na sequência, de forma dialogada os estudantes foram motivados a resolver a situação-problema 08 através do cálculo algébrico. Apresenta-se na Figura 21 a resolução algébrica do sistema de equações formado pelas equações: 3x+y=12,20 e 2x+y=8,60.

Figura 21: Solução algébrica da situação-problema 08

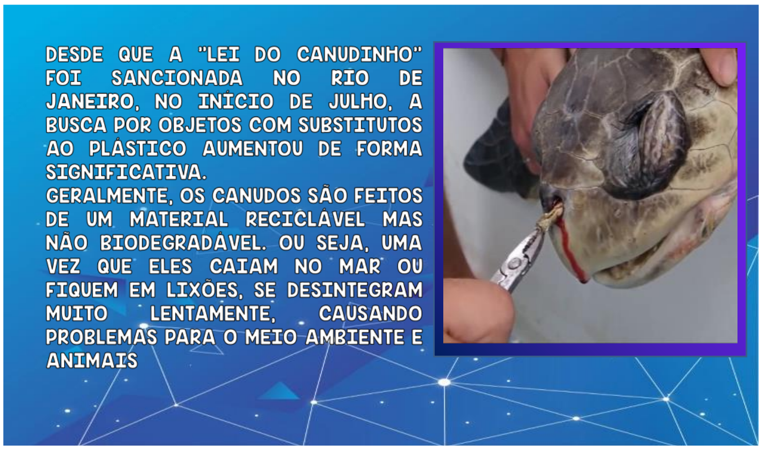


Fonte: Acervo da pesquisa

Em seguida foi solicitado que os estudantes resolvessem duas ou três situações-problema envolvendo sistemas de equações com uma única solução, primeiro através do cálculo mental. Seguida das representações nos cadernos dos cálculos algébricos. As atividades foram realizadas em pequenos grupos de dois ou três estudantes, seguida de exposição oral no grande grupo das resoluções realizadas por eles.

A aula seguinte iniciou-se com comentários dos estudantes sobre a aula anterior. Em seguida, utilizando a **diferenciação progressiva**, foi apresentado a situações-problema 09, envolvendo uma questão ambiental sobre os problemas causados pelos canudos de plástico ao meio ambiente e aos animais, representada na Figura 22.

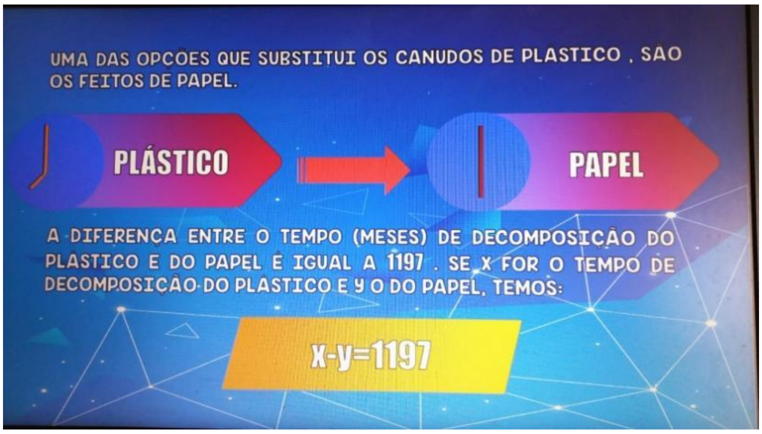
Figura 22: Situação-problema 09.



Fonte: Acervo da pesquisa

Apresenta-se na Figura 23 a continuação da contextualização da situação-problema 09 sobre a diferença entre o tempo de decomposição dos canudos de plástico em relação aos canudos de papel.

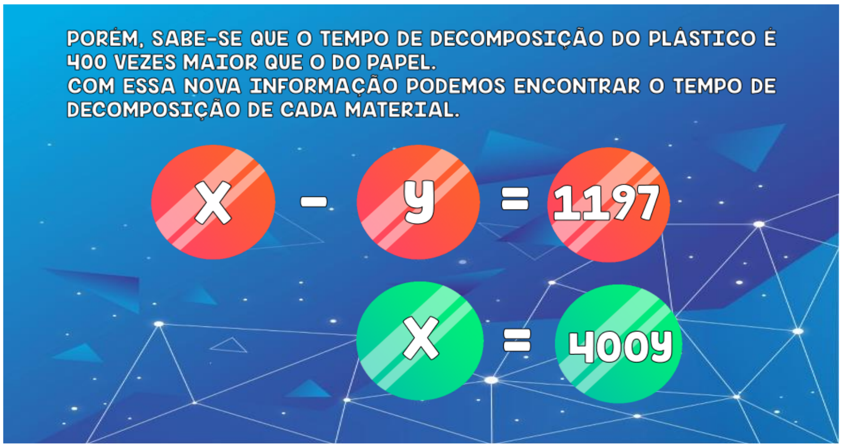
Figura 23: Continuação da situação-problema 09



Fonte: Acervo da pesquisa

Na sequência apresentamos a conclusão da contextualização da situação-problema 09, cujo modelo matemático é o sistema de equações representado na Figura 24.

Figura 24: Conclusão da situação-problema 09



Fonte: Acervo da pesquisa

Apresenta-se a seguir o diálogo realizado com a Turma 1 sobre a resolução do sistema de equações construído a partir da situação-problema 09.

P: Como podemos resolver esse sistema? Alguém gostaria de vir resolver no quadro?

E-5: "Eu quero professora". (resolve o sistema corretamente).

P: Você pode explicar para nós como você resolveu?

E-5: Simples, sabendo que x=400y, eu substituí o valor de x na primeira equação e encontrei o valor de y=3, sendo assim x=1200.

P: Parabéns! Você usou o método da substituição.

E-14: Nossa professora, quer dizer que o canudo de plástico leva cem anos para se decompor?

P: Isso mesmo, enquanto o canudo de papel leva três meses para se decompor o canudo de plástico demora cem anos, por isso devemos utilizar canudos de papel no lugar dos de plástico. A natureza agradece!

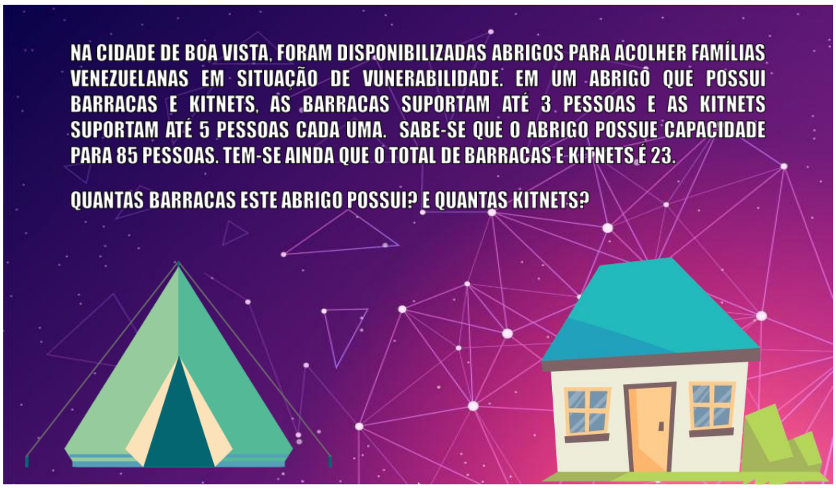
Apresenta-se na Figura 25 a solução da situação-problema 09.

Figura 25: Solução da situação-problema 09

Fonte: Acervo da pesquisa

Em seguida, foi solicitado que os estudantes resolvessem atividades do livro didático envolvendo cálculo de sistemas de equações com uma única solução através dos métodos da adição e/ou substituição. As atividades foram realizadas em pequenos grupos de dois ou três estudantes com a orientação da professora sempre que solicitado pelos estudantes, seguida de exposição oral no grande grupo das resoluções realizadas por eles.

Figura 26: Situação-problema 10

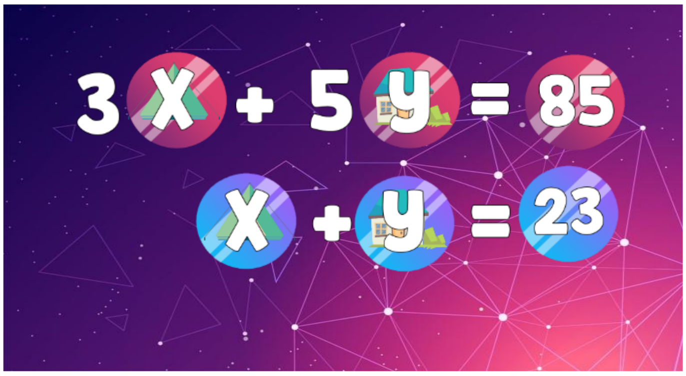


Fonte: Acervo da pesquisa

A aula seguinte iniciou com uma revisão dialogada utilizando o programa GeoGebra para correção dos sistemas da aula anterior. Em seguida, foi apresentado a situação-problema 10 envolvendo um problema social enfrentado pelos imigrantes venezuelanos na cidade de Boa Vista, capital do Estado de Roraima. É importante esclarecer que os valores apresentados para construção da situação-problema 10, representada na Figura 26 não correspondem à realidade local. Segundo dados da Cáritas Diocesana, em 2019, a cidade de Boa Vista tinha cerca de 7120 imigrantes venezuelanos distribuídos em 11 abrigos, sendo um para indígenas com cerca de 700 pessoas e 10 abrigos para não indígenas com capacidade real de abrigar de 300 a 700 pessoas.

Na sequência, de forma dialogada, foi construído com os estudantes o sistema de equações que representa o modelo matemático utilizado para solucionar a situação-problema 10 apresentado na Figura 27.

Figura 27: Sistema de equações utilizado para solucionar a situação-problema 10



Fonte: Acervo da pesquisa

Destaca-se que os estudantes foram incentivados a resolverem o sistema de equações utilizando o método de sua preferência (adição e/ou substituição) e que em todas as turmas foram identificados estudantes que fizeram opção por um dos dois e/ou por ambos os métodos, cabendo a professora apresentar, para simples conferência dos resultados, a solução representada na Figura 28.

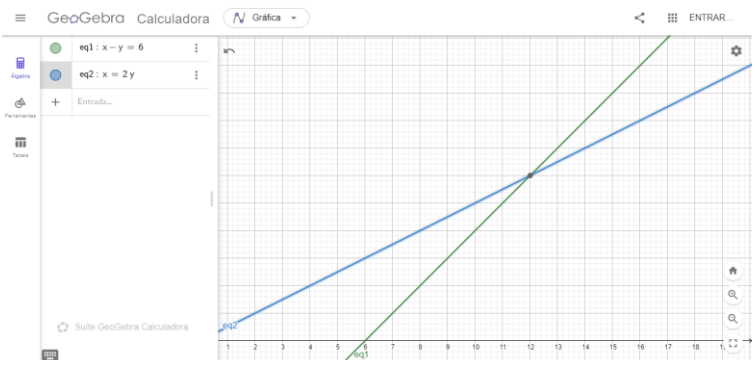
Figura 28: Solução da situação-problema 10

Fonte: Acervo da pesquisa

Dando continuidade às atividades em sala de aula, foi solicitado que os estudantes em pequenos grupos de dois ou três, resolvessem atividades do livro didático envolvendo cálculo de sistemas de equações com uma única solução utilizando o método que julgar conveniente. Durante o desenvolvimento das atividades, a professora realizou atendimentos individuais e coletivos. Finalizou a aula com a correção das atividades utilizando o programa GeoGebra para visualização das soluções gráficas dos sistemas.

Apresenta-se na Figura 29 um exemplo de solução gráfica de sistema de equações no programa GeoGebra.

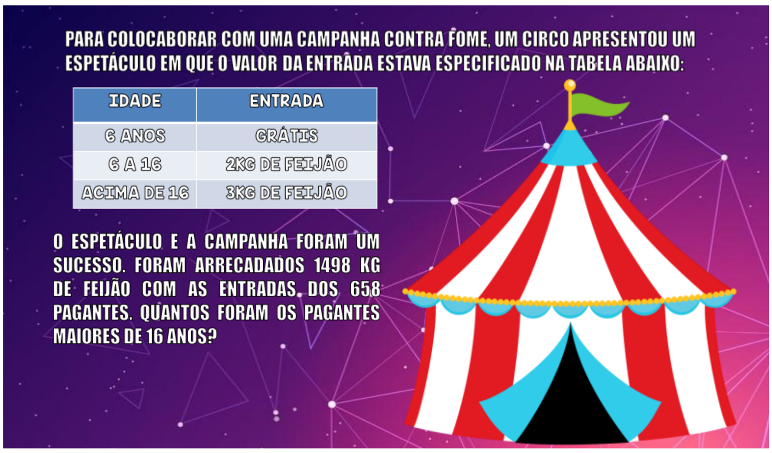
Figura 29: Gráfico construído no programa GeoGebra.



Fonte: Acervo da pesquisa

Na aula seguinte, a professora promoveu **a reconciliação integradora** através de uma revisão dialogada com a apresentado de mais uma situação-problema envolvendo problemas sociais. Destaca-se que a situação-problema 11 representada na Figura 30 é uma adaptação de alguns eventos realizados na cidade de Boa Vista, cuja participação do público estar vinculado a arrecadação de alimentos.

Figura 30: Situação-problema 11



Fonte: Acervo da pesquisa

Apresenta-se a seguir o diálogo realizado com a Turma 2 sobre a resolução da situação-problema 11.

P: Como podemos resolver esse problema? Quais as informações disponíveis?
E-33: “Nós sabemos que foram arrecadados 1498 quilos de feijão”.
P: Quantas pessoas pagaram para assistir ao espetáculo?
E-33: “658 pessoas”.
P: Todas as pessoas pagam o mesmo valor?
E-39: Não, varia dependendo da idade.
P: Então, quais são as variáveis do problema?
E-29: Professora, eu chamei de x as pessoas de 6 a 16 anos e de y os maiores de 16 anos.
P: É possível formar um sistema de equações com essas informações?
E-39: Sim.
P: Como será nosso sistema?
E-29: Eu fiz 2x + 3y = 1498 e x +y = 658
P: Muito bem, agora, vamos resolver esse sistema?

Em seguida a professora apresentou para toda turma o sistema de equações que será utilizado para resolução da situação-problema 11 conforme a Figura 31.

Figura 31: Situação-problema 11

Fonte: Acervo da pesquisa

Dando continuidade às discussões sobre a resolução da situação-problema 11, os estudantes foram questionados sobre qual a pergunta do problema e qual seria a resposta correta, finalizando com a apresentação da resposta à pergunta da situação-problema 11 representada na Figura 32.

Figura 32: Resposta à pergunta da situação-problema 11

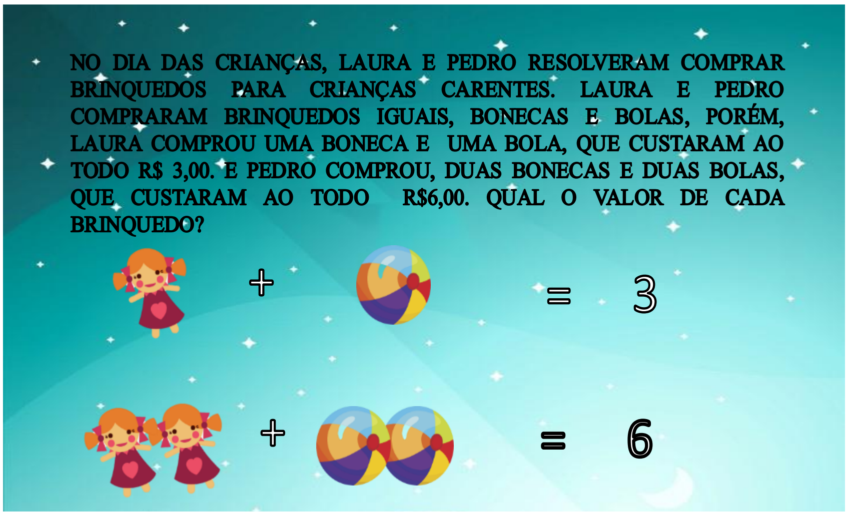
Fonte: Acervo da pesquisa

Na aula seguinte, em 2019, foi realizada uma **avaliação intermediária** através de uma prova de lápis e papel sobre sistemas de equações seguida de uma autoavaliação.

Na sequência, nos dois anos da pesquisa, teve início um novo ciclo de **diferenciação progressiva e reconciliação integradora (2º ciclo).** Através da apresentação de novas situações-problema envolvendo classificação dos sistemas quanto ao número de soluções e tipo de retas. Destaca-se que cada uma das situações estudadas teve início com uma situação-problema seguidas da construção das suas respectivas tabelas e gráficos no caderno quadriculado e/ou papel milimetrado.

Utilizando a diferenciação progressiva, foi apresentado a situação-problema 12 envolvendo sistema de equações com infinitas soluções representada na Figura 33.

Figura 33: Situação-problema 12



Fonte: Acervo da pesquisa

Apresenta-se a seguir o diálogo realizado com a Turma 1 sobre a situação-problema 12.

P: Como poderemos determinar o valor de cada brinquedo?

E-11: “Agora vai ser fácil porque não tem menos e com menos eu me atrapalho todinha”.

E-21: “Prof. e se ela comprou a boneca e ganhou a bola de brinde?”.

P: É uma possibilidade, neste caso, qual seria o valor da bola?

E-21: Se a bola foi brinde então o valor da bola é zero e da boneca é 3 reais.

P: Isso mesmo. Mas, se não teve nenhum brinde, a pergunta continua: “Qual o valor de cada brinquedo?”. Vamos descobrir?

P: Para descobrir eu gostaria que cada um pegasse seu caderno quadriculado.

P: Vamos construir o gráfico que representa as duas equações? Uma reta para cada equação, as duas no mesmo plano cartesiano.

P: Qual o primeiro passo para construir o gráfico?

E-07: “Encontrar os pares ordenados”.

P: O que precisamos fazer para encontrar os pares ordenados?

E-07: “Podemos fazer uma tabela professora”.

P: Isso mesmo. (Dez minutos depois):

P: Qual foi o resultado?

E-04: “Fica só uma reta”.

P: Por quê?

E-04: “Porque faz parte do mesmo sistema”.

P: E quantas soluções têm esse sistema?

E-05: “Só teu uma reta porque uma equação é a metade da outra e elas têm os mesmos pares ordenados”. “E, não têm solução”.

E-04: “Professora, ela tem infinitas soluções?”

P: O que vocês acham? não têm solução ou tem infinitas soluções?

E-05: “Eu quis dizer que tem infinitos pares ordenados”.

P: Se o sistema tem infinitos pares ordenados, esse sistema tem infinitas soluções, logo podemos dizer que é um sistema indeterminado.

Apresenta-se a seguir o diálogo realizado com a Turma 2 sobre a situação-problema 12.

E-45: “Professora esse sistema não tem solução”.

E- 37: “Não é que não tem solução, tem várias soluções”.

E-33: “Professora, fazer duas retas não serve para nada, porque fazendo uma já dá o resultado da outra”.

P: Quantas soluções tem o sistema?

E-27: “É só uma reta né?”

P: Aparentemente, sim. Alguém sabe explicar por que isso acontece?

E-27: “Porque elas são equivalentes”.

P: Cadê a outra reta?

E- 41: “Não é só uma não? Não é a mesma coisa?”

P: Na verdade são duas retas com os mesmos pares ordenados. Como é o nome das retas?

E-37: “São retas coincidentes”.

P: Isso mesmo.

E-31: “Professora eu usei os mesmos números e ficou uma mesma reta em todos os pontos”.

P: Então, quantas soluções tem o sistema?

E-32: “Infinitas”.

P: Por quê?

E-32: “Porque a reta nunca acaba”.

P: Agora vamos resolver o sistema usando o cálculo algébrico.

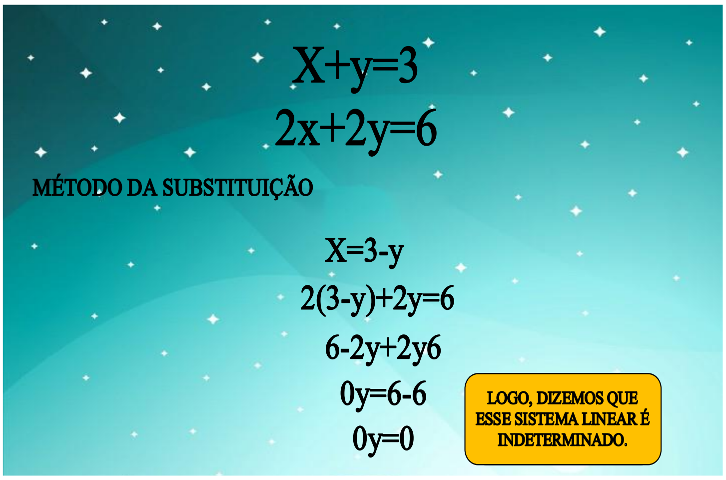
E-38: “Professora, qual método vamos usar para resolver?

P: O método que vocês acharem melhor.

Na sequência é apresentado na Figura 34 a resolução do sistema formado pelas equações que representa a situação-problema 12, utilizando o método da substituição.

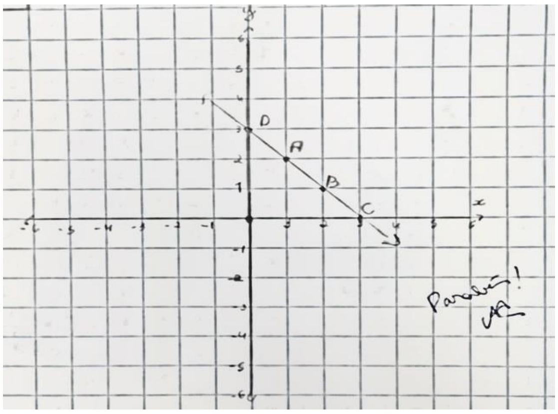
Apresenta-se a seguir na Figura 35 o gráfico do sistema indeterminado (infinitas soluções), formado pelas equações x+y=3 e 2x+2y=6, construído pelo estudante E-44

Figura 34: Solução da situação-problema 12



Fonte: Acervo da pesquisa

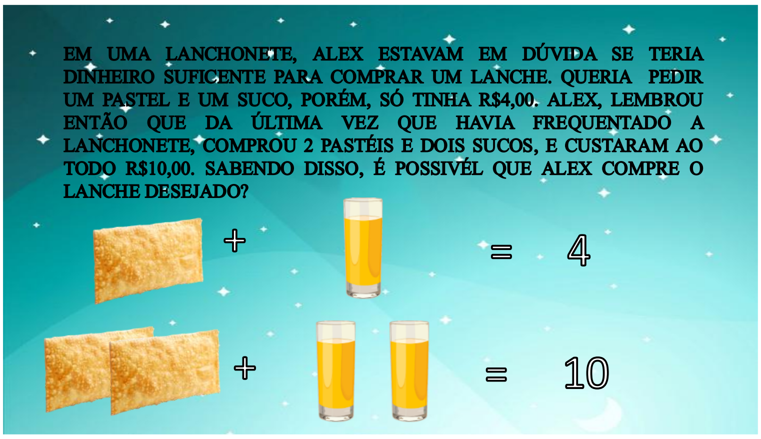
Figura 35: Gráfico construído pelo estudante E-44



Fonte: Caderno quadriculado do E-44

Em seguida foi apresentada na Figura 36 uma nova situação-problema, desta vez, envolvendo sistema de equações impossível (sem solução).

Figura 36: Situação-problema 13



Fonte: Acervo da pesquisa

Dando continuidade a professora propôs aos estudantes que construíssem duas tabelas com possíveis valores para o pastel e o suco, sendo uma tabela para cada uma das equações. E logo após a construção das tabelas, marcassem os pares ordenados no plano cartesiano construindo um gráfico no caderno quadriculado e/ou papel milimetrado para representar as duas retas no mesmo plano.

Apresenta-se a seguir o diálogo realizado com a Turma 2 sobre a representação gráfica da situação-problema 13.

E-29: “Prof. Ficou assim” (mostra o gráfico que construiu com duas retas paralelas).

P: Quantas soluções tem?

E-29: “Nenhuma”.

P: Por quê?

E-29: “Porque elas (as retas) não se encontram, não teve nenhum ponto de encontro”.

P: Quantas soluções tem o sistema?

E-39: “Acho que nenhuma”.

P: Por quê?

E-39: “Porque as retas não se encontram”.

Na sequência apresentamos o diálogo realizado com a Turma 1 sobre a representação gráfica da situação-problema 13.

P: Como é o nome dessa reta?

E-22: “Paralelas”.

P: Quantas soluções esse sistema tem?

E-19: “Iguais?” (o estudante responde com outra pergunta, quer saber se o questionamento da professora se referi a quantidade de soluções de cada reta ou do sistema, se existe um par ordenado que seja solução das duas retas).

P: Sim.

E-19: “Nenhuma”.

P: Por quê?

E-22: “Porque elas (as retas) não se encontram”.

P: Então, quantas soluções têm esse sistema?

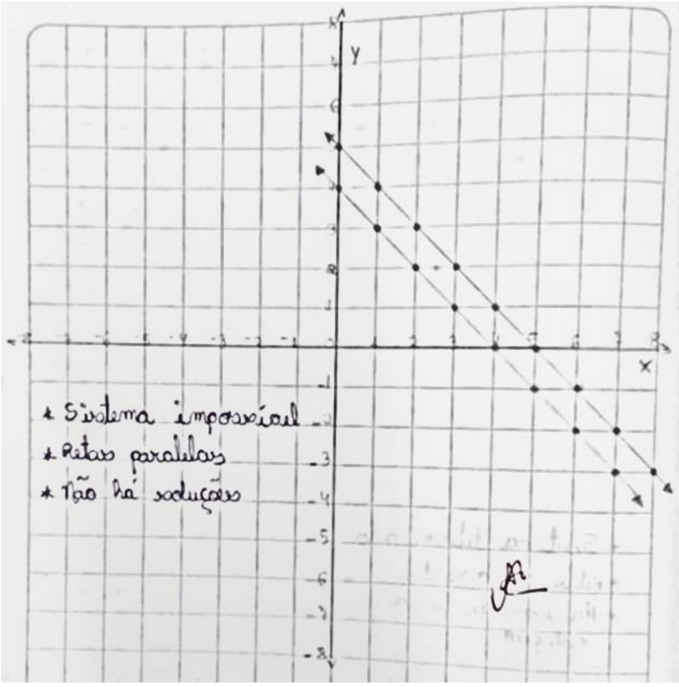
E-04: “Nenhuma”.

P: Por quê?

E-06: “Não tem nenhum ponto que se encontram”.

Apresenta-se a seguir na Figura 37 o gráfico do sistema impossível, formado pelas equações x+y=4 e 2x+2y=10, construído pelo estudante E-57.

Figura 37: Gráfico construído pelo estudante E-57



Fonte: Caderno quadriculado do E-57

Apresenta-se a seguir o diálogo realizado com a Turma 1 sobre a solução algébrica da situação-problema 13

P: Agora vamos resolver o sistema.

E-01: “Professora, qual melhor método para resolver?

P: O melhor método é aquele que você sabe resolver. Pode ser o método da adição ou substituição.

E-06: “Deu 0=2”. “eu coloquei 0≠2”.

P: Qual foi o método que você usou para resolver o sistema?

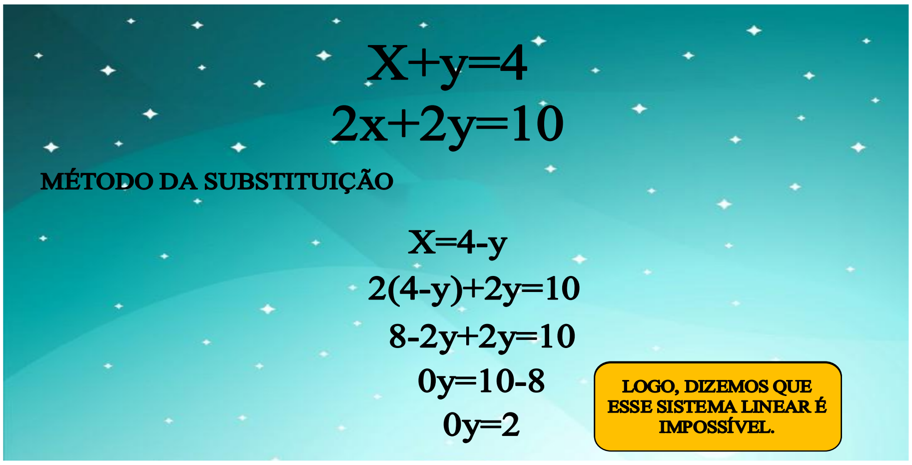
E-06: “Eu usei o método da adição”.

E-03: “Eu usei o da substituição.

P: Nos dois métodos teremos uma sentença falsa, logo podemos dizer que o sistema é impossível e não tem solução.

Na sequência foi apresentado na Figura 38 a resolução algébrica do sistema formado pelas equações que representa a situação-problema 13.

Figura 38: Solução da situação-problema 13



Fonte: Material didático produzido para a pesquisa

Em 2018 a aula foi concluída com uma **avaliação intermediária,** através de uma atividade de produção de texto (tipo autoavaliação) com objetivo de verificar a compreensão dos estudantes em relação aos tipos de sistemas estudados e suas representações gráficas.

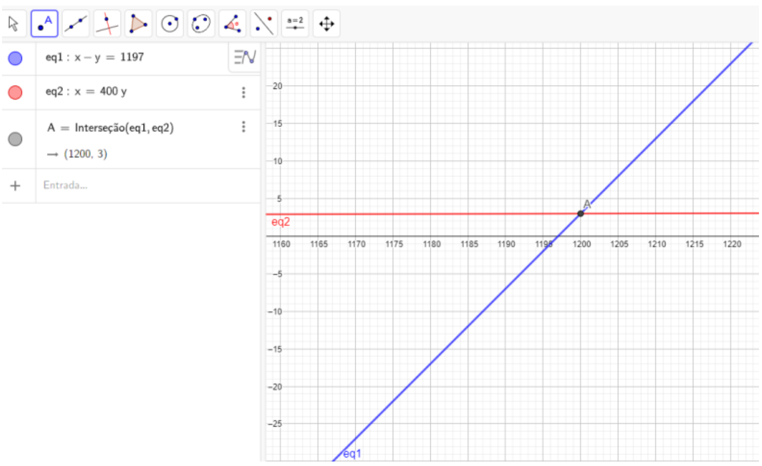
Na aula seguinte, nos dois anos da pesquisa, os estudantes foram levados ao laboratório de informática do CAp para utilizarem o programa GeoGebra na construção dos gráficos de sistemas de equações do 1º grau com duas variáveis estudados anteriormente. Na oportunidade teve início o **desenvolvimento do 3º ciclo de diferenciação progressiva e reconciliação integradora**. Apresenta-se na Figura 39 uma visão geral do laboratório de informática.

Figura 39: Visão geral do laboratório de informática

Fonte: Acervo da pesquisa

No laboratório de informática iniciamos revendo a situação-problema 09 cuja representação gráfica como bem afirmou o estudante E-73 em seu relatório "*seria quase que impossível realizar esse problema no plano cartesiano manual*". Trata-se do problema relacionado ao tempo de decomposição do canudo de plástico e de papel, que tem como solução x=1200 e y=3, como pode ser observado na Figura 40.

Figura 40: Gráfico da situação-problema 09 construído no programa GeoGebra



Fonte: Acervo da pesquisa

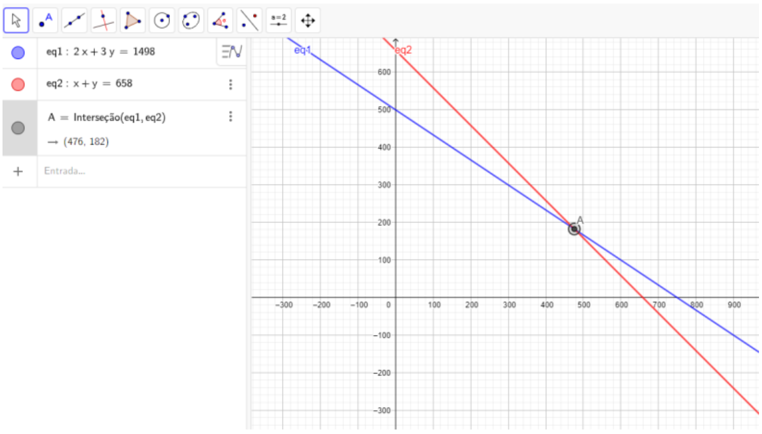
Em seguida foi reapresentada a situação-problema 10, sobre os abrigos para os imigrantes venezuelanos, sendo solicitado aos estudantes que construíssem o gráfico do sistema utilizando o programa GeoGebra no computador e conferissem o resultado gráfico com o cálculo algébrico realizado anteriormente no caderno. Apresenta-se na Figura 41 o gráfico da situação-problema 10 construído no programa GeoGebra.

Figura 41: Gráfico da situação-problema 10 construído no programa GeoGebra

Fonte: Acervo da pesquisa

Na sequência foi reapresentada a situação-problema 11, sobre o espetáculo do circo, cujo valor da entrada estava vinculado à doação de dois ou três quilos de feijão. Novamente foi proposto aos estudantes que construíssem o gráfico do sistema utilizando o programa GeoGebra e comparassem o resultado gráfico com o cálculo algébrico realizado anteriormente no caderno. Apresenta-se na Figura 42 o gráfico da situação-problema 11 construído no programa GeoGebra.

Figura 42: Gráfico da situação-problema 11 construído no programa GeoGebra



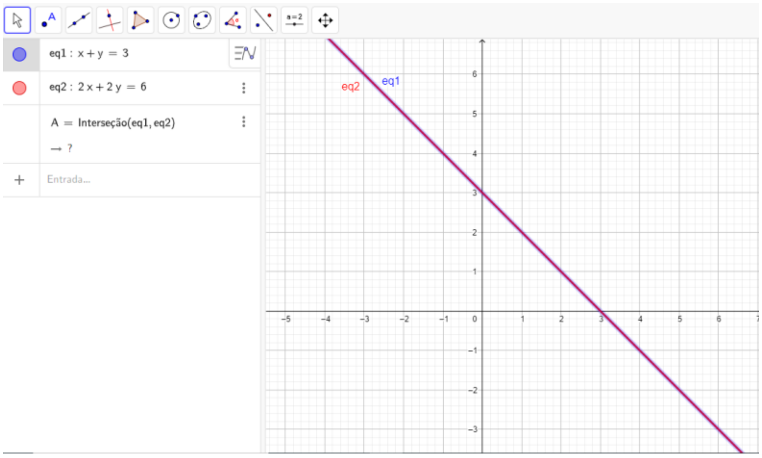
Fonte: Acervo da pesquisa

A aula foi concluída com comentários orais dos estudantes sobre a classificação dos sistemas de equações estudados quanto ao número de soluções (determinado) e sua representação gráfica (retas concorrentes). Utilizando a negociação de significados, a professora levou os estudantes a reconhecer o ponto de interseção das retas no gráfico como a solução do sistema de duas equações.

Na aula seguinte, em 2018, os estudantes foram novamente levados ao laboratório de informática do CAp para utilizarem o programa GeoGebra na construção dos gráficos de sistemas de equações do 1º grau com duas variáveis.

Iniciamos reapresentando a situação-problema 12, sobre o valor da boneca e da bola para que os estudantes construíssem o gráfico do sistema utilizando o programa GeoGebra no computador e comparassem com o gráfico construído anteriormente no caderno quadriculado e/ou papel milimetrado. Apresenta-se na Figura 43 o gráfico da situação-problema 12 construído no programa GeoGebra.

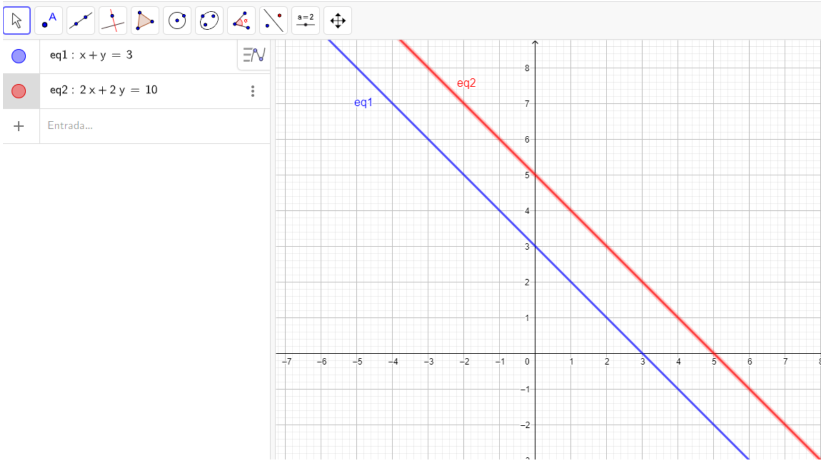
Figura 43: Gráfico da situação-problema 12 construído no programa GeoGebra



Fonte: Acervo da pesquisa

Em seguida foi reapresentada a situação-problema 13, sobre os preços do pastel e do suco, sendo, em seguida, solicitado aos estudantes que construíssem o gráfico do referido sistema utilizando o programa GeoGebra. Apresenta-se na Figura 44 o gráfico da situação-problema 13 construído no programa GeoGebra.

Figura 44: Gráfico da situação-problema 13 construído no programa GeoGebra



Fonte: Acervo da pesquisa

Em 2019, o retorno ao laboratório de informática ocorreu após a avaliação somativa. Destaca-se que a revisão das situações-problema 12 e 13 foi realizada na sala de aula, seguida da elaboração, pelos estudantes, dos relatórios sobre as aulas de matemática.

Finalizamos o desenvolvimento desta UEPS aplicando uma **avaliação somativa** através de uma prova de lápis e papel para verificar os conhecimentos dos estudantes sobre sistemas de equações do 1º grau com duas variáveis, seguida de autoavaliação. Destaca-se que após a avaliação somativa os estudantes que apresentaram resultados insuficientes receberam atendimentos individuais e/ou coletivos para consolidação da aprendizagem através da retroalimentação.

CAPÍTULO 5

RESULTADOS E SUAS ANÁLISES

"Serão necessárias 'gerações de Paulos Freires' para gestarmos uma civilização para a qual a educação é uma prática criativa de liberdade participativa e a convivência vivida como um exercício permanente de solidariedade, de sinergia e amorização." (Boff, 2015. p. 154).

Apresentam-se neste capítulo os resultados da pesquisa e suas respectivas análises de acordo com o seu desenvolvimento, desta forma acredita-se ser um embrião para essa educação libertadora e amorosa como nos alerta Leonardo Boff. Procuram-se detalhar todos os instrumentos de coleta de dados com seus respectivos parâmetros de análise, aumentando assim a confiabilidade, validade e credibilidade da pesquisa.

Os resultados dos dados coletados foram organizados e apresentados em tabelas e gráficos que serviram de base para as análises qualitativas de desempenho dos 100 (cem) estudantes participantes da pesquisa.

Para avaliar a aprendizagem, primeiramente analisar-se-á o desempenho qualitativo dos estudantes em cada uma das questões das provas de lápis e papel a partir do modelo triádico de Gowin e das suas relações diádicas.

Por fim, considerando todos os instrumentos de coleta de dados utilizados na pesquisa, apresenta-se uma análise qualitativa da relação entre os 13 princípios da TASC e a contribuição da UEPS para o processo de assimilação do conteúdo de sistema de equações do 1º grau dos estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental do CAp/UFRR.

5.1 RESULTADOS DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA – 2018.

Considerando a importância de o professor verificar os conhecimentos prévios dos estudantes, foi elaborada uma avaliação diagnóstica na forma de prova de lápis e papel, composta por três questões sobre resolução algébrica e gráfica de equações do 1º grau com duas variáveis.

Apresenta-se a seguir cada uma das questões da prova diagnóstica, seguida dos seus respectivos parâmetros e suas análises qualitativas.

Questão 1

Q1- Dada a equação 2x - y = 4 e considerando o conjunto dos números reais, faça o que se pede em cada um dos itens a seguir:

a) Determine cinco soluções da equação 2x - y = 4.

b) Construa o gráfico usando o papel milimetrado e as soluções que você encontrou no item a.

c) O ponto (5,6) pertence ao gráfico? Justifique sua resposta. (Essa questão sofreu pequena alteração em 2019. A palavra “gráfico” foi substituída por “reta”).

d) O par ordenado (-1,-8) é solução da equação? Justifique sua resposta.

e) Descreva o gráfico que você construiu, destacando os pontos em que x=0 e y=0 e o que eles representam.

Apresenta-se na primeira categoria do Quadro 17 os parâmetros para análise qualitativa da Questão 1 (Q1) nos itens (a), (b), (c), (d) e (e) que foram utilizados como referência para os indicadores nas demais categorias de análises.

Quadro 17 – Parâmetros para análise qualitativa da Q1.

CATEGORIAS		INDICADORES	%
1	Compartilha significados aceitos	(a) Quando o estudante determina cinco soluções da equação 2x - y = 4.	
		(b) Quando o estudante constrói o gráfico.	
		(c) Quando o estudante reconhece que o ponto (5,6) não pertence ao gráfico.	
		(d) Quando o estudante reconhece que par ordenado (-1,-8) é solução da equação.	
		(e) Quando o estudante descreve o gráfico que construiu, destacando os pontos em que x=0 e y=0.	
2	Compartilha significados aceitos após retroalimentação	Quando o estudante compartilha significados aceitos após intervenção da professora. (De acordo com os indicadores apresentados na categoria (1).	

CATEGORIAS		INDICADORES	%
3	Compartilha significados parcialmente aceitos	Quando o estudante compartilha no mínimo um dos significados aceitos. (De acordo com os indicadores apresentados na categoria (1).	
4	Compartilha significados não aceitos	Quando o estudante não resolve corretamente a questão e compartilha significados errôneos. (Diferentes dos indicadores apresentados na categoria (1).	
5	Não respondeu à questão	Quando o estudante não respondeu à questão	

Fonte: A autora

Na questão (Q1) é dada a equação 2x - y = 4, seguida de 5 itens. Os itens (a) e (b) estão interligados, pois em (a) os estudantes devem determinar 5 soluções (pares ordenados) e em (b) construir o gráfico da equação com as soluções encontradas em (a). Na turma 1 (T1) todos os 25 estudantes concluíram os itens (a) e (b) com sucesso, sendo que 12 estudantes precisaram da retroalimentação para compartilharem significados aceitos. Neste caso a retroalimentação ocorreu através de uma revisão das operações com números inteiros, pois na equação dada a variável (y) está precedida do sinal negativo e constitui um entrave na aprendizagem de matemática em geral.

Considerando o resultado inicial, a Turma 2 (T2) obteve maior percentual de compartilhamento de significados aceitos em relação a (T1), com 64% e 60% de acertos nos itens (a) e (b) respectivamente. Entretanto, mesmo após a retroalimentação, 02 estudantes (E-44 e E-48) não compartilharam significados aceitos nos itens (a) e (b).

Ainda em Q1, no item (c), os estudantes deveriam reconhecer que o ponto (5,6) não pertence ao gráfico, justificando sua resposta em seguida. Na T1, 20 estudantes que equivalem a 80% da turma, compartilharam conhecimentos aceitos cientificamente com frases do tipo: E-16 "*Não pertence, porque o resultado seria (4) e não (6)*" e E-24 "*Não, porque 2 multiplicado por 5 dá 10 menos 6 irá dar 4 não 6 que é a resposta*." Em T2 o nível de compartilhamento aceito foi um pouco menor (19) estudantes, entretanto, outros 04 estudantes conseguiram compartilhar significados aceitos, após a retroalimentação.

O item (d) de Q1 é semelhante ao item (c), tendo os estudantes que responder se o par ordenado (-1,-8) é solução da equação, justificando sua resposta. Esse item destaca-se por apresentar o maior número de compartilhamento não aceito sendo 05 estudantes de T1 e 04 estudantes de T2. Uma possível explicação para a diferença entre os resultados em que os estudantes acertam Q1 (c) e erram o item (d) seja o fato deste último se referir a um par ordenado composto por números negativos.

No item (e), 08 dos 50 estudantes que realizaram a prova diagnóstica em 2018 não responderam e outros 16, compartilharam significados parcialmente aceitos. Apresenta-se na Tabela 01 as análises das respostas dos estudantes (E-13, E-14, E-48) à questão Q1 (e). Informa-se que foram selecionadas uma resposta por categoria de análise.

Tabela 01. Análise das respostas dos estudantes (E-13, E-14, E-48) à questão Q1 (e)

CATEGORIAS		RESPOSTAS DOS ESTUDANTES	ANÁLISE
1	Compartilha significados aceitos	E-14 "*O ponto em que x=0, minha resposta foi (0,-6), e o ponto em que y=0, minha resposta foi (3,0). Eu fiz um gráfico, com duas retas, uma representando a icógnita (sic) x e a outra representando a icógnita (sic) y. Todos os pontos: (0,-6); (3,0); (6,6); (4,2); (5,4) representam possíveis soluções para esta equação. Essa reta, representa a solução da equação2x-4=6, que é uma equação de 1º grau com 2 variáveis*".	E-14 descreve com detalhes a forma como construiu o gráfico compartilhando corretamente o significado dos pares ordenados.
2	Compartilha significados aceitos após retroalimentação		Não foi observado compartilhamento de significados aceitos após retroalimentação no item (e)
3	Compartilha significados parcialmente aceitos	E-13 "*O gráfico que eu construí representa as soluções da equação2x-4=6. Quando x é igual a 0, procuramos um número que subtraindo com ele dê 6. Logo achamos -6 que junto com 0 é uma solução para a equação. No caso de y ser igual a 0, procuramos um número que multiplicado por dois e diminuído por 0 seja igual a 6. O número é 3, sendo assim, (0,3) é outra solução e fazem parte da reta*".	E-13 descreve o gráfico que construiu, mas comete um pequeno erro ao representar o par ordenado cuja variável y é igual a zero colocando (0,3) quando o par ordenado correto é (3,0).
4	Compartilha significados não aceitos	E-48 "*O gráfico que eu construí está uma bagunça e os pontos também. Os pontos são A (3,6); B (4,0); C (6,2); D (5,1); E (2,4)*".	E-48 troca o sinal da variável y na equação. Durante a retroalimentação refez os cálculos, mas substituiu o valor após o sinal de igual pelo mesmo valor dado a variável x.
5	Não respondeu à questão	E-10, E-17, E-20, E-25, E-26, E-31, E-36 e E-44.	

Fonte: A autora

Apresentam-se na Tabela 02, os resultados da Q1 da prova diagnóstica, em cada um dos itens por categoria de aprendizagem, nas duas turmas participantes da pesquisa em 2018.

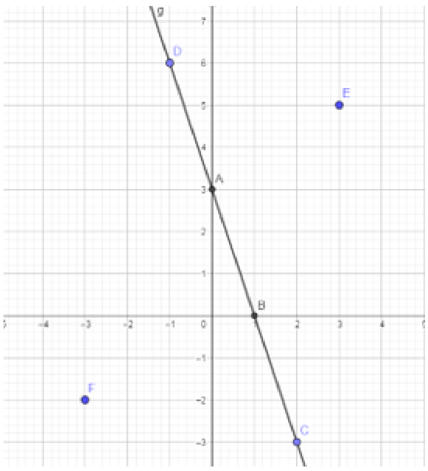
Tabela 02. Resultados da Q1 da prova diagnóstica 2018

Categorias		Q1 (a)		Q1 (b)		Q1 (c)		Q1 (d)		Q1 (e)	
		T1	**T2**	**T1**	**T2**	**T1**	**T2**	**T1**	**T2**	**T1**	**T2**
1	Compartilha significados aceitos	13	16	13	15	20	19	15	17	13	11
2	Compartilha significados aceitos após retroalimentação.	12	07	12	08	02	04	04	04	0	0
3	Compartilha significados parcialmente aceitos	0	0	0	0	02	0	0	0	08	08
4	Compartilha significados não aceitos	0	02	0	02	0	02	05	04	0	02
5	Não respondeu à questão.	0	0	0	0	01	0	01	0	04	04

Fonte: A autora

Questão 2

Q2- Observe o gráfico da equação 3x + y = 3 abaixo em seguida faça o que se pede em cada um dos itens:



a) Considerando o conjunto dos números reais, quantas são as possíveis soluções para essa equação?

b) Descreva cada um dos pontos em destaque, determinando suas coordenadas e o que eles representam. Não esqueça de contar a relação entre os pontos A, B, C e D.

Alterada em 2019 para: b) Descreva cada um dos pontos em destaque, determinando suas coordenadas e o que eles representam. Não esqueça de falar sobre a relação dos pontos A, B, C e D entre si e com os pontos E e F.

Composta pelos itens (a) e (b) a Questão 2 (Q2) apresenta um gráfico de uma equação para ser analisado pelos estudantes. No item (a), 20 estudantes da T1 e 14 da T2 reconheceram que no conjunto dos números reais existem infinitas soluções possíveis para uma equação com duas variáveis, como podemos constatar nas respostas de E-41 "*Se a reta é infinita as soluções, infinitas, elas são*" e E-47 "*Infinitas soluções*". Ambas as turmas tiveram a mesma quantidade de compartilhamento aceito após a retroalimentação (3) e parcialmente aceito (1). Não responderam os estudantes (E-10 e E-32). Destaca-se ainda que seis estudantes de T2 compartilharam significados não aceitos, entre eles E-28 respondendo que: "*As possíveis soluções são 6*".

No item (b) de Q2 os estudantes deveriam determinar as coordenadas dos pontos assinalados no gráfico reconhecendo que os pontos A, B, C e D estão alinhados e são soluções da equação. Observando os resultados apresentados na Tabela 03 pode-se dizer que as duas turmas obtiveram resultados semelhantes. Que todos os 50 estudantes responderam à questão e que a retroalimentação foi eficaz para 17 dos 27 estudantes que refizeram à questão após a orientação da professora com outros exemplos de como determinar as coordenadas de um ponto assinalado no plano cartesiano.

Tabela 03. Resultados da Q2 da prova diagnóstica 2018

Categorias		**Q2 (a)**		**Q2 (b)**	
		T1	**T2**	**T1**	**T2**
1	Compartilha significados aceitos	20	14	12	11
2	Compartilha significados aceitos após retroalimentação.	03	03	09	08
3	Compartilha significados parcialmente aceitos	01	01	04	06
4	Compartilha significados não aceitos	0	06	0	0
5	Não respondeu à questão.	01	01	0	0

Fonte: A autora

Questão 3

Q3- Explique com suas palavras o que você aprendeu sobre equações do 1º grau com uma variável. Não esqueça de citar exemplos. (**Alterada em 2019** para: equações do 1º grau com duas variáveis).

Na Questão 3 (Q3) espera-se que os estudantes compartilhem significados aceitos sobre equações do 1º grau com uma variável, que construam modelos mentais e utilizem a linguagem matemática citando exemplos.

Encontra-se na Tabela 04 a análise das respostas dos estudantes (E-05, E-06, E-32 e E-37) à questão Q3. Sendo selecionada uma resposta por categoria de análise.

Tabela 04. Análise das respostas dos estudantes (E-05, E-06, E-32 e E-37) à Q3

CATEGORIAS		RESPOSTAS DOS ESTUDANTES	ANÁLISE
1	Compartilha significados aceitos	E-37 "*Primeiramente, equações são "contas" que apresentam um valor desconhecido – icognita (sic) / variável e o sinal de igualdade. Também existem os níveis de graus das equações das equações, que é determinado pelo expoente da variável. Sendo assim, uma equação de primeiro grau com uma variável, é uma equação cujo o (sic) expoente da variável é elevado a primeira potência e apresenta somente uma variável. Por exemplo: 2x+5=1* *2x=5-1* *2x=4* *x=4/2* *x=2*".	E-37 Compartilha significados aceitos definindo os elementos essenciais presentes em uma equação do 1º grau (incógnita/ variável, sinal de igualdade e expoente 1 na variável). O estudante apresenta ainda um exemplo de equação e sua resolução, demonstrando que tem conhecimentos teóricos e práticos sobre o assunto.
2	Compartilha significados aceitos após retroalimentação	E-06 "*São usadas para resolver problemas onde é preciso "descobrir" o valor de um "termo" do problema e é dado o valor dos restantes. São chamadas de "1º grau" pois apresentam o número 1 no expoente da variável. Existem: A equação produto é uma equação de primeiro grau. A equação fracionária é uma equação de primeiro grau*".	E-06 compartilha significados aceitos sobre equações do 1ºgrau referente a sua utilização para resolução de problemas e a relação entre o grau da equação e o expoente da variável, entretanto foi necessário a retroalimentação, na qual a professora esclareceu que existem equações produto e fracionárias de outros graus além do primeiro grau.
3	Compartilha significados parcialmente aceitos	E-05 "*Eu aprendi que equações do 1º grau são sentenças que tem relação entre números conhecidos e desconhecidos (icógnita) (sic). Para resolver as equações tem que dar um valor para a variável. Exemplos: 2x+3=7; 3x+1=-8*".	E-05 compartilha significados aceitos em relação aos valores conhecidos e desconhecidos termos presentes em uma equação, mas ao dizer que "*Para resolver as equações tem que dar um valor para a variável*" está se referindo a resolução de equações com duas

CATEGORIAS		RESPOSTAS DOS ESTUDANTES	ANÁLISE
			variáveis e não com uma como solicitado na questão.
4	Compartilha significados não aceitos	E-32 "*O que eu aprendi sobre as equações do 1º grau com uma só variável, foi como fazer a resolução da equação, e representalo (sic) no gráfico, exemplos: 2x+y=4 e 3y-x=3 e y=0 e x=0*".	E-32 faz referência a resolução de equações com duas variáveis e não com uma variável como solicitado na questão.
5	Não respondeu à questão	E-26	

Fonte: A autora

Apresentam-se na Tabela 05 os resultados da Q3 na qual podemos constatar que 32 dos 49 estudantes que responderam à questão, compartilharam significados aceitos no momento da realização da prova diagnóstica e outros 03 após a retroalimentação.

Tabela 05. Resultados da Q3 da prova diagnóstica 2018

Categorias		Q3		Total	100 %
		T1	T2	50	
1	Compartilha significados aceitos	18	14	32	
2	Compartilha significados aceitos após retroalimentação.	02	01	03	
3	Compartilha significados parcialmente aceitos	05	06	11	
4	Compartilha significados não aceitos	0	03	03	
5	Não respondeu à questão.	0	01	01	

Fonte: A autora

A análise dos resultados da prova diagnóstica apresenta evidências que os estudantes participantes da pesquisa em 2018 possuem subsunçores adequados para favorecer a aprendizagem de sistemas de equações de 1º grau com duas variáveis.

5.2 RESULTADOS DA AVALIAÇÃO INTERMEDIÁRIA – 2018.

A avaliação intermediária da pesquisa em 2018 foi realizada através de uma atividade de produção de texto (do tipo autoavaliação) sobre a classificação dos sistemas de equações de 1º grau com duas variáveis, a quantidade de soluções e seus respectivos tipo de retas.

Busca-se com este instrumento responder ao objetivo específico da pesquisa: verificar quais dos 13 princípios da TASC influenciaram a aprendizagem significativa crítica de Sistemas de Equações do 1º grau com duas variáveis. A análise foi realizada em três momentos:

No 1º momento, foi realizada uma leitura dos textos produzidos pelos estudantes, buscando identificar os compartilhamentos de significados de acordo com as categorias e indicadores apresentados no Quadro 18.

Quadro 18 – Parâmetros para análise qualitativa da autoavaliação.

CATEGORIAS		INDICADORES	Nº	%
1	Compartilha significados aceitos	Quando o estudante compartilha significados aceitos sobre o conceito estudado.		
2	Compartilha significados parcialmente aceitos	Quando o estudante compartilha no mínimo um dos significados aceitos.		
3	Compartilha outros significados aceitos	Quando o estudante compartilha outros significados aceitos.		
4	Compartilha experiências afetivas	Quando o estudante expressa comentários afetivos sobre a atividade desenvolvida, sua relação com o prof. e/ou com seus colegas.		
5	Compartilha evidências dos princípios da TASC	Quando o estudante expressa comentários com evidências dos princípios da TASC.		
Considerando que alguns estudantes compartilharam significados em mais de uma categoria, será informada a base de cálculo das porcentagens em cada quadro.				

Fonte: A autora

Apresentam-se na Tabela 06 os resultados do 1º momento da autoavaliação dos estudantes na avaliação intermediária em 2018.

Tabela 06 – Resultados do 1º momento da autoavaliação 2018

Categorias		1º momento		Total 44
		T1	T2	
1	Compartilha significados aceitos	06	06	12
2	Compartilha significados parcialmente aceitos	12	12	24
3	Compartilha outros significados aceitos	01	0	01
4	Compartilha experiências afetivas	08	02	10
5	Compartilha evidências dos princípios da TASC	24	20	44

Fonte: A autora

No 2º momento, foi realizada uma releitura para identificar evidências dos princípios da TASC compartilhados pelos estudantes através dos comentários escritos na autoavaliação. Encontram-se no Quadro 19 os parâmetros para análise qualitativa da categoria (5) do Quadro 18.

Quadro 19 – Parâmetros para análise qualitativa dos princípios da TASC na autoavaliação

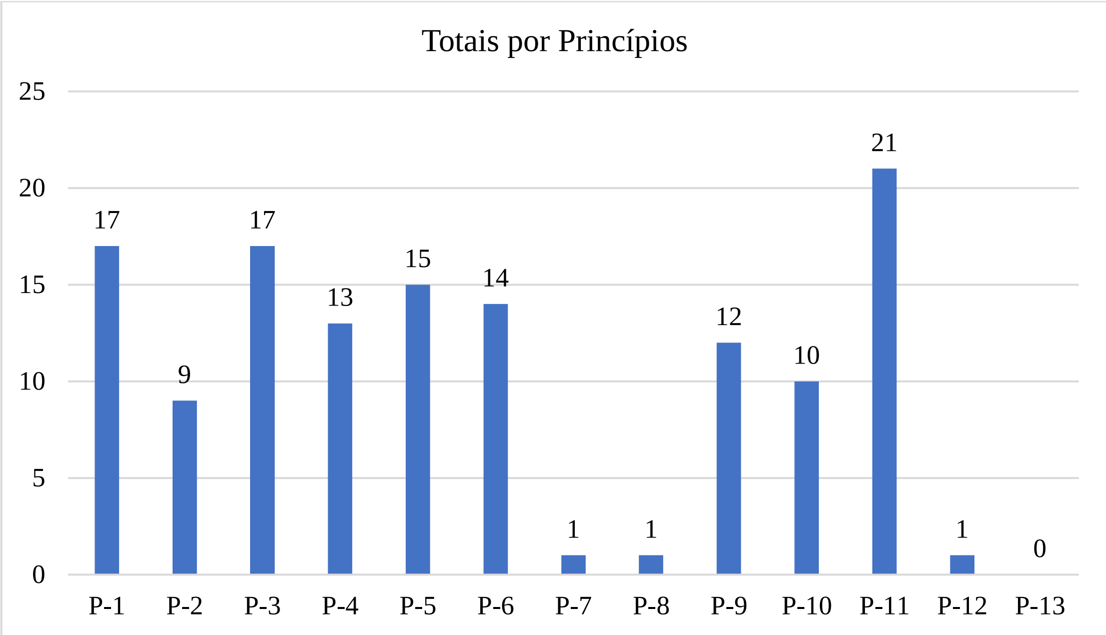
Princípios TASC (Categorias)	**Indicadores**
1. Conhecimento prévio	Compartilha, externaliza significados dos seus subsunçores.
2. Interação social e questionamento	Formula perguntas relevantes, apropriadas e substantivas. Faz análise crítica. Compartilha valores humanos e socioambientais
3. Não centralidade do livro didático	Interage com outros materiais educativos.
4. Aprendiz como perceptor/representador	Percebe o que lhe é ensinado; Entende que são representações. Interpreta diferentes linguagens.
5. Conhecimento como linguagem	Compreende e fala a linguagem matemática. Interpreta diferentes linguagens. Relaciona a quantidade de solução do sistema com o tipo de retas
6. Consciência semântica	Compartilha significados aceitos contextualmente.
7. Aprendizagem pelo erro	Constrói modelos mentais. Busca descobrir o que errou. Corrige seus erros.
8. Desaprendizagem	Necessita desaprender. Procura não usar conceitos e concepções inadequadas. Está aberto à aquisição de novos conhecimentos através de fatos.
9. Incerteza do conhecimento	Percebe a finalidade da definição do conceito. Percebe que conceitos são definidos contextualmente. Perceber a mudança de conceitos e teorias ao longo do tempo.
10. Não utilização do quadro de giz	Participar ativamente das atividades propostas sem esperar que a matéria seja “dada”. Compartilha experiências afetivas.
11. Abandono da narrativa	Participa criticamente das aulas. Verbaliza sua compreensão.
12. Superação das dificuldades	Supera as dificuldades de aprendizagem com auxílio de outras pessoas e/ou materiais educativos.
13. Retroalimentação	Recebe novas informações que reforçam sua compreensão.

Fonte: A autora

Os resultados foram organizados em tabelas e gráficos buscando individuar evidências dos princípios da TASC nos textos dos estudantes.

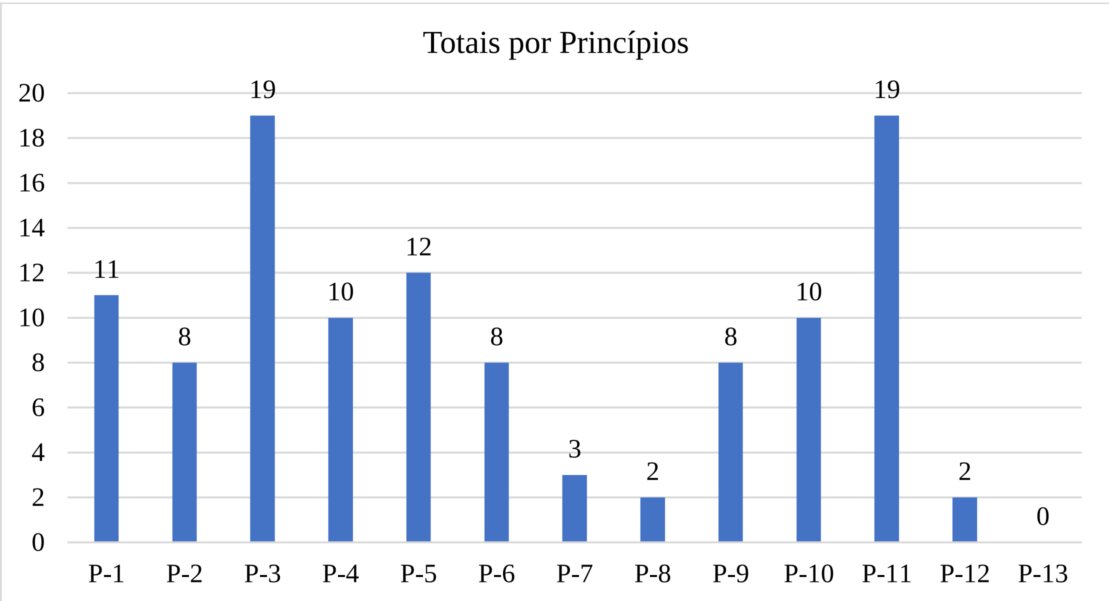
Apresentam-se nos Gráficos 01 e 02 os totais por Princípios da TASC nas turmas T1 e T2 respectivamente.

Gráfico 01. Totais por Princípios da TASC na T1



Fonte: A autora

Gráfico 02. Totais por Princípios da TASC na T2



Fonte: A autora

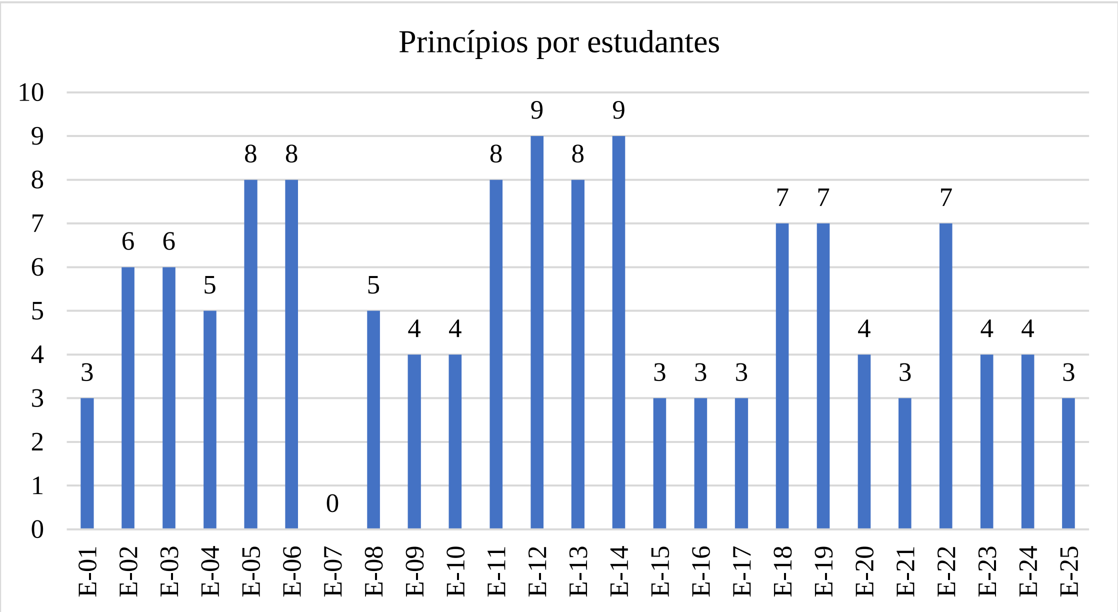
Considerando os resultados apresentados nos Gráficos 01 e 02 pode-se afirmar que:

- P-11 foi evidenciado em 21 dos 24 estudantes de T1 e 19 dos 20 estudantes de T2 o equivalente a 90,90% dos estudantes que responderam a autoavaliação.
- P-3 foi evidenciado em 81,81% dos estudantes sendo 17 em T1 e 19 em T2
- Os Princípios P-1 e P-5 foram evidenciados em 63,63% e 61,36% respectivamente, dos 44 estudantes que responderam a autoavaliação.
- Os Princípios P-7, P-8 e P-12 foram os princípios menos evidenciados nas duas turmas, entretanto, estes princípios foram observados durante o desenvolvimento da UEPS, principalmente nas atividades em pequenos grupos e nas avaliações individuais.
- O mesmo ocorreu com o Princípio da retroalimentação (P-13) que não foi mencionado pelos estudantes nesta autoavaliação.

No 3º momento, foram identificados a quantidade de princípios da TASC compartilhados por cada um dos estudantes. Os resultados organizados e apresentados nos gráficos 03 e 04.

Apresentam-se no Gráfico 03 os resultados na autoavaliação da T1, no qual podemos observar que os estudantes compartilharam no mínimo 03 e no máximo 09 princípios da TASC. Destaca-se que o estudante E-07 não participou da autoavaliação.

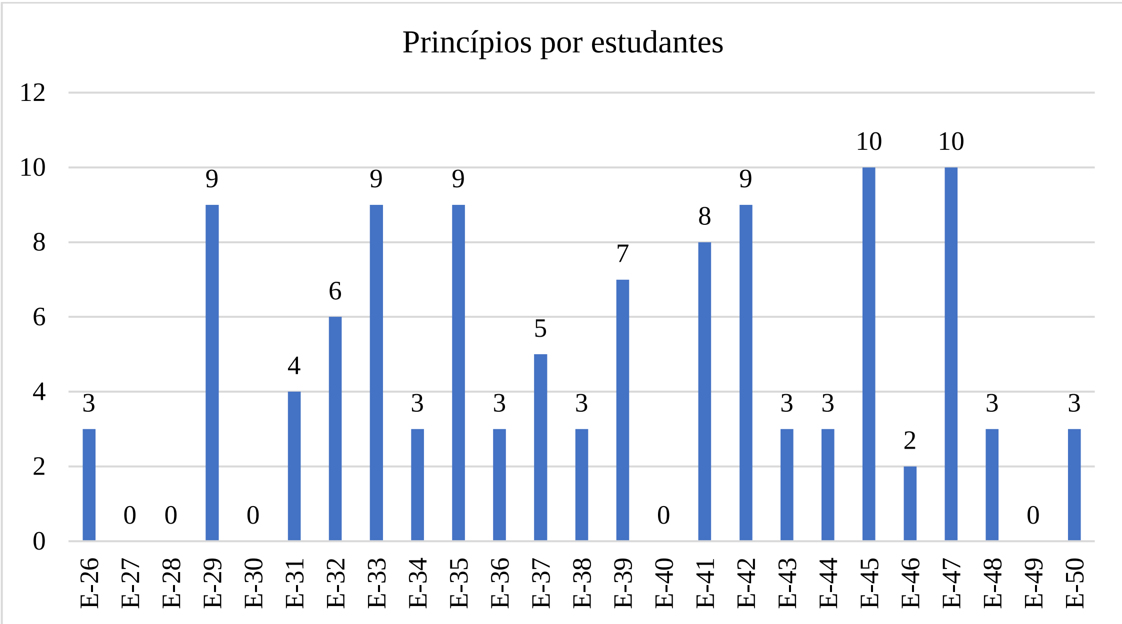
Gráfico 03. Princípios da TASC por estudantes da T1 na autoavaliação



Fonte: A autora

Situação semelhante observa-se no Gráfico 04 com os resultados na autoavaliação da T2, neste encontramos que os estudantes compartilharam no mínimo 02 princípios da TASC. Entretanto, o número máximo de princípios compartilhados foi aumentado para 10, o mesmo ocorreu com a quantidade de estudantes que não participaram da autoavaliação, sendo 05 no total em T2.

Gráfico 04. Princípios da TASC por estudantes da T2 na autoavaliação



Fonte: A autora

Na Tabela 07 encontra-se a análise das respostas dos estudantes (E-11, E-12, E-16, E-32 e E-45), consideradas como evidências dos princípios da TASC compartilhados pelos estudantes na autoavaliação.

Tabela 07. Análise das respostas dos estudantes (E-11, E-12, E-16, E-32 e E-45)

CATEGORIAS		**RESPOSTAS DOS ESTUDANTES**	**ANÁLISE**
1	Compartilha até 3 Princípios	E-16 "*Eu entendi, compreendo e consigo fazer, mas eu não sei explicar, algumas coisas eu não entendi, mas no final compreendi elas e consegui fazer o exercício*".	Ao declarar "*consigo fazer, mas eu não sei explicar*", estar implícito que E-16 consegue construir os gráficos propostos, logo, interage com outros materiais (P-3) e percebe a finalidade do conceito (P-9). Por outro lado, deixar claro que superou suas dificuldades (P-12) quando relata que: "*no final compreendi elas e consegui fazer o exercício*".

CATEGORIAS		RESPOSTAS DOS ESTUDANTES	ANÁLISE
2	Compartilha entre 4 e 6 Princípios	E-32 "*Eu achei sobre a reta que eu construir, foi muito fácil, tive dúvida no primeiro mas com a ajuda, conseguir tirar minhas dúvidas com (...) que me ajudou a fazer as soluções, para que eu possa trassar (sic) a reta do eixo x e do eixo y. Como não tínhamos como resolver demos valores a variável. Como nós sabemos, para resolver temos que dar valor com duas soluções*".	E-32 externaliza significados dos seus subsunçores (P-1), interage com outros materiais para traçar o plano cartesiano (P-3), percebe o que é ensinado (P-4), participar ativamente das atividades propostas (P-10), verbaliza sua compreensão (P-11) e supera suas dificuldades de aprendizagem com auxílio de outro estudante (P-12).
3	Compartilha entre 7 e 8 Princípios	E-11 "*Mesmo sendo da exata, nem todas são "exatas", um tem infinitas soluções, porque são coincidentes e outro não tem nenhuma, porque são paralelas*".	Em poucas palavras E-11 compartilha evidência de oito princípios diferentes, a saber: P-1, P-2, P-4, P-5, P-6, P-8, P-9 e P-11.
4	Compartilha entre 9 e 10 Princípios	E-12 "*O primeiro gráfico tinha infinitas soluções, pelo fato de suas retas serem coincidentes. Tinha os mesmos pares ordenados e uma das equações do era o dobro da outra. O segundo gráfico tinha duas retas paralelas, ou seja, o sistema não tem solução, e podemos perceber isso no gráfico, pelo fato das retas não terem nenhum ponto em comum*". E-45 "*No primeiro problema (sistema) primeiramente tentei resolver o sistema, porém notei algo estranho, a solução deu 0x=0, aí fui fazer o gráfico. Encontrei as soluções das equações, cuja são infinitas, e aí percebi que as equações tem (sic) soluções infinitas. No segundo problema (sistema), diferentemente do primeiro, a solução do sistema de igual a 0=2, aí fui fazer o gráfico, notei que as retas são paralelas, porém dessa vez o sistema não teve solução, pois as retas são paralelas*".	Os estudantes E-12 da T1 e E-45 da T2 compartilham evidências de nove princípios comuns. Ambos externalizam significados dos seus subsunçores (P-1), fazem análise crítica (P-2), interagem com outros materiais para traçarem os gráficos (P-3), percebem o que é ensinado (P-4), compreendem e falam a linguagem matemática, interpretam diferentes linguagens e relacionam a quantidade de solução do sistema com o tipo de retas (P-5), compartilham significados aceitos contextualmente (P-6), Percebem a mudança de conceitos e teorias ao longo do tempo (P-9), participam ativamente das atividades propostas (P-10) e verbalizam sua compreensão do conteúdo estudado (P-11). Entretanto, E-45 acrescenta evidência de construir modelos mentais quando afirma que: "*tentei resolver o sistema, porém notei algo estranho, a solução deu 0x=0, aí fui fazer o gráfico*".

Fonte: A autora

A análise dos textos produzidos durante a autoavaliação apresenta evidências que, uns mais e outros menos, mas todos os princípios da TASC favorecem a aprendizagem significativa crítica de sistemas de equações de 1º grau com duas variáveis.

5.3 RESULTADOS DA PROVA SOMATIVA – 2018

Finalizando o desenvolvimento da UEPS em 2018, foi realizada uma prova somativa composta por oito (8) questões. Sendo cinco (5) questões teóricas (Q2, Q3, Q4, Q5, Q6), duas (2) de cálculos (Q1 e Q8) e uma (1) mista (Q7).

Apresentam-se a seguir as questões da prova somativa, seguidas dos seus parâmetros e suas respectivas análises qualitativas.

Questão 1
Q1- Ademar cria 75 animais em sua fazenda. Entre porcos e codornas são 210 patas.
a) Quantos animais de cada espécie Ademar cria?
b) Podemos dizer que Ademar cria 35 porcos e 40 codornas? Justifique sua resposta.

A Questão 1 (Q1), formada por dois itens (a) e (b), é adaptação de uma situação-problema clássica para o ensino de sistema de equações, a qual relaciona a quantidade de animais em duas espécies diferentes e os seus respectivos números de patas.

Apresentam-se no Quadro 20 os parâmetros para análise qualitativa da Q1

Quadro 20 – Parâmetros para análise qualitativa da Q1.

CATEGORIAS		INDICADORES	%
1	Compartilha significados aceitos	(a) Quando o estudante determina a solução do sistema de equação, sendo 30 porcos e 45 codornas.	
		(b) Reconhece que Ademar não pode criar 35 porcos e 40 codornas, justifica sua resposta com o resultado do item (a) ou com o número de patas.	
2	Compartilha significados aceitos após retroalimentação	Quando o estudante compartilha significados aceitos após intervenção da professora. (De acordo com os indicadores apresentados na categoria (1).	
3	Compartilha significados parcialmente aceitos	Quando o estudante compartilha no mínimo um dos significados aceitos. (De acordo com os indicadores apresentados na categoria (1).	
4	Compartilha significados não aceitos	Quando o estudante não resolve corretamente a questão e compartilha significados errôneos. (Diferentes dos indicadores apresentados na categoria (1).	
5	Não respondeu à questão	Quando o estudante não respondeu à questão	

Fonte: A autora

A partir das informações dadas no enunciado da questão, esperava-se que os estudantes construíssem um sistema com duas equações do 1º grau com duas variáveis, que respondessem ao item (a) com a solução do sistema de equação, dizendo que: Ademar cria 30 porcos e 45 codornas. Essa expectativa positiva foi confirmada por 24 dos 50 estudantes participantes da pesquisa em 2018, sendo 11 estudantes da T1 e 13 da T2. Destaca-se que 07 estudantes (sendo 04 de T1 e 03 da T2) também alcançaram o resultado esperado após a retroalimentação, perfazendo um total de 31 estudantes, equivalente a 62% dos participantes da pesquisa, compartilhando significados aceitos em Q1.

Destaca-se ainda que outros 05 estudantes compartilharam significados parcialmente aceitos, desses, 03 por tentativa e erro (E-16, E-17 e E-43) e 02 estudantes (E-11 e E-13) construíram uma das equações, mas não resolveram o sistema. Os estudantes (E-20 e E-28) não responderam e outros 12 (sendo 05 de T1 e 07 da T2) não compartilharam significados aceitos no item (a) de Q1.

No item (b) de Q1 os estudantes deveriam reconhecer que Ademar não pode criar 35 porcos e 40 codornas, justificando sua resposta com o resultado do sistema no item (a) ou com o número de patas como fizeram 28 estudantes, sendo 16 estudantes da T1 e 12 da T2, o que corresponde a 56% dos estudantes participantes da pesquisa.

Tabela 08. Resultados da Q1 da prova somativa 2018

Categorias		Q1 (a)		Q1 (b)	
		T1	T2	T1	T2
1	Compartilha significados aceitos	11	13	16	12
2	Compartilha significados aceitos após retroalimentação.	04	03	0	0
3	Compartilha significados parcialmente aceitos	04	01	0	04
4	Compartilha significados não aceitos	05	07	04	06
5	Não respondeu à questão.	01	01	05	03

Fonte: A autora

Entretanto, observando os resultados apresentados na Tabela 08, que mesmo havendo a possibilidade de responder corretamente o item (b) de Q1, sem resolver o sistema, considerando apenas o número de patas, como fez o estudante E-2 afirmando que: "*Não, porque 35 porcos e 40 codornas, não dá 210 patas*", 10 estudantes compartilharam significados não aceitos, ou seja, consideraram apenas o total de animais e não o número de patas, com fez o estudante E-15 "*Sim. Porque foi falado no enunciado que Ademar cria 75 animais em sua fazenda e 35 porcos + 40 codornas é igual a 75*". Apenas 08 estudantes (sendo 05 de T1 e 03 da T2) não responderam e outros 04 estudantes de T2 compartilharam significados parcialmente aceitos, respondendo corretamente que "não", mas não justificaram suas respostas.

Questão 2
Q2- Como você descreveria o gráfico de um sistema que a solução é um par ordenado? Como podemos classificar essas retas?

Na Questão 2 (Q2) esperava-se que os estudantes descrevessem um gráfico de um sistema determinado com retas concorrentes, cuja solução é o ponto de intersecção das retas. como fizeram 25 dos 50 estudantes participantes da pesquisa, sendo 13 estudantes da T1 e 12 da T2.

Apresenta-se na Tabela 09 a análise das respostas dos estudantes (E-07, E-22, E-46 e E-49) à questão Q2. Sendo selecionada uma resposta por categoria de análise.

Tabela 09. Análise das respostas dos estudantes (E-07, E-22, E-46 e E-49) à Q2

CATEGORIAS		**RESPOSTAS DOS ESTUDANTES**	**ANÁLISE**
1	Compartilha significados aceitos	E-22 "*Eu descreveria que ao ser traçado duas retas, acontece um encontro, e nesse encontro dá-se o valor de um par ordenado, no qual é a solução para o sistema. Retas concorrentes, possível e determinado*".	E-22 compartilha significados aceitos descrevendo corretamente o gráfico do sistema possível e determinado e suas as retas concorrentes.
2	Compartilha significados aceitos após retroalimentação	E-46 "*Seria um gráfico possível e determinado, pois tem apenas uma solução. Retas concorrentes*".	E-46 revelou na autoavaliação que "*(...) Eu já sabia o assunto da prova, mas no dia estava muito insegura (...) estudei melhor, fiz várias retas e aprendi tudo e consegui fazer*".
3	Compartilha significados parcialmente aceitos	E-07 "*O gráfico de um sistema, que a solução é um par ordenado é chamado de coincidente aonde as retas se cruzam*".	E-07 descreve corretamente o gráfico do sistema possível e determinado, mas troca o nome das retas.

CATEGORIAS		RESPOSTAS DOS ESTUDANTES	ANÁLISE
4	Compartilha significados não aceitos	E-49 "*Dependendo do par pode ser um gráfico impossível, determinado e indeterminado, com as retas: paralelas, coincidentes, paralelas*".	E-49 define os tipos de gráficos, mas não relaciona o par ordenado a solução de um sistema determinado com retas concorrentes.
5	Não respondeu à questão	E-02, E-31 e E-40.	

Fonte: A autora

Apresentam-se na Tabela 10 os resultados da Q2 na qual constata-se que 10 dos 50 estudantes que realizaram a prova somativa, compartilharam significados não aceitos e outros 03 não responderam à questão.

Tabela 10. Resultados da Q2 da prova somativa 2018

Categorias		Q2	
		T1	**T2**
1	Compartilha significados aceitos	12	13
2	Compartilha significados aceitos após retroalimentação.	0	02
3	Compartilha significados parcialmente aceitos	08	02
4	Compartilha significados não aceitos	04	06
5	Não respondeu à questão.	01	02

Fonte: A autora

Questão 3

Q3- O que acontece quando você resolve um sistema, não encontra o valor das variáveis, mas a sentença é verdadeira? Qual é a representação gráfica desse sistema?

Na Questão 3 (Q3) esperava-se que os estudantes reconhecessem que o sistema cujo resultado algébrico é uma sentença verdadeira, sem definição dos valores das variáveis, é um sistema indeterminado, que têm infinitas soluções. Que sua representação gráfica são retas coincidentes.

Apresenta-se na Tabela 11 a análise das respostas dos estudantes (E-05, E-14 e E-45) à questão Q3. Foi selecionada uma resposta por categoria de análise.

Tabela 11. Análise das respostas dos estudantes (E-05, E-14 e E-45) à Q3

CATEGORIAS		RESPOSTAS DOS ESTUDANTES	ANÁLISE
1	Compartilha significados aceitos	E-45 "*O sistema nesse caso é denominado de "indeterminado" e possui infinitas soluções. As retas ficariam em cima uma da outra, pois possuem as mesmas soluções, a reta é chamada de coincidente*".	E-45 compartilha significados aceitos reconhecendo que o sistema descrito em Q3 é um sistema possível e indeterminado e suas retas são coincidentes.
2	Compartilha significados aceitos após retroalimentação	Não observado	
3	Compartilha significados parcialmente aceitos	E-14 "*Não achamos os valores, porém ela se classifica como "possível e indeterminada", pois as soluções são infinitas*".	E-14 Classifica corretamente o sistema, entretanto, não responde a segunda parte da questão sobre a representação gráfica do sistema.
4	Compartilha significados não aceitos	E-05 "*Esse é um sistema impossível. As retas seriam paralelas (lado a lado) elas não se encontram em nenhum ponto*".	E-05 descreve um sistema cuja resolução algébrica é uma sentença falsa, sendo exatamente o contrário do que foi descrito no enunciado da questão.
5	Não respondeu à questão	E-13 e E-40	

Fonte: A autora

Encontram-se em Q3 indícios de que alguns estudantes não compreenderam o enunciado da questão, que mesmo afirmando tratar-se de um sistema cuja resolução algébrica apresenta uma sentença verdadeira, 03 estudantes afirmaram ser falsa e 07 estudantes afirmaram que a representação gráfica é formada por retas paralelas, como foi o caso do E-02 "*A sentença é falsa, e a reta é paralela*" que compartilha dois significados não aceitos. Entre outras respostas, fora do contexto, como fez E-21 "*Não é possível de resolver o gráfico*". Podendo ser essa uma das razões da Q3 apresentar o maior número de compartilhamentos de significados não aceitos, sendo 09 estudantes em T1 e 11 em T2.

Observam-se os resultados apresentados na Tabela 12 que as duas turmas participantes da pesquisa em 2018 obtiveram resultados semelhantes em todas as categorias de análise da Q-3. Destaca-se que foi a questão da prova somativa com menor compartilhamentos de significados aceitos, 09 estudantes em cada turma.

Tabela 12. Resultados da Q3 da prova somativa 2018

Categorias		Q3	
		T1	T2
1	Compartilha significados aceitos	09	09
2	Compartilha significados aceitos após retroalimentação.	0	0
3	Compartilha significados parcialmente aceitos	06	04
4	Compartilha significados não aceitos	09	11
5	Não respondeu à questão.	01	01

Fonte: A autora

Questão 4
Q4- Todo sistema tem solução? Justifique sua resposta.

Na Questão 4 (Q4) os estudantes deveriam reconhecer que nem todos os sistemas de equações têm solução, justificando sua resposta com a existência dos sistemas impossíveis, cujo resultado algébrico é uma sentença falsa. E sua representação gráfica são retas paralelas.

Apresenta-se na Tabela 13 a análise das respostas dos estudantes (E-22, E-26 e E-32) à questão Q4. Foi selecionada uma resposta por categoria de análise.

Tabela 13. Análise das respostas dos estudantes (E-22, E-26 e E-32) à Q4

CATEGORIAS		RESPOSTAS DOS ESTUDANTES	ANÁLISE
1	Compartilha significados aceitos	E-22 "*Não, porque há sistema que não tem solução, no qual, é classificado como <u>Impossível</u>* (grifo de E-22), *representado pela reta paralela*".	E-22 compartilha significados aceitos reconhecendo que existem sistemas impossíveis e suas retas são paralelas.
2	Compartilha significados aceitos após retroalimentação	Não observado	
3	Compartilha significados parcialmente aceitos	E-26 "*Nem todos os sistemas têm soluções*".	E-26 reconhece que nem todos os sistemas têm solução, mas não justifica sua resposta.
4	Compartilha significados não aceitos	E-32 "*Sim, pois a solução pode ser determinado e indeterminado*".	E-32 reconhece que existem sistemas determinados e indeterminados, mas não faz nenhuma referência aos sistemas impossíveis como era esperado em resposta a Q-4.

CATEGORIAS		RESPOSTAS DOS ESTUDANTES	ANÁLISE
5	Não respondeu à questão		Questão respondida por todos os estudantes.

Fonte: A autora

Ao contrário de Q3, a Questão 4 (Q4), apresentou o maior índice de compartilhamentos de significados aceitos da prova somativa em 2018, com 37 dos 50 estudantes afirmando que não. Justificando em seguida que existem sistemas impossíveis que não têm solução.

De acordo com os resultados apresentados na Tabela 14 afirma-se que 10 estudantes, sendo 06 estudantes da T1 e 04 de T2, compartilham significados parcialmente aceitos e outros 03 de T2 compartilham significados não aceitos.

Tabela 14. Resultados da Q4 da prova somativa 2018

Categorias		Q-4	
		T1	T2
1	Compartilha significados aceitos	19	18
2	Compartilha significados aceitos após retroalimentação.	0	0
3	Compartilha significados parcialmente aceitos	06	04
4	Compartilha significados não aceitos	0	03
5	Não respondeu à questão.	0	0

Fonte: A autora

Questão 5

Q5- Quanto ao número de soluções como podem ser os sistemas?

Na Questão 5 (Q5) os estudantes deveriam citar os tipos de sistemas com suas respectivas quantidades de soluções. Sistema determinado com única solução, sistema indeterminado com infinitas soluções e sistema impossível sem nenhuma solução.

Apresenta-se na Tabela 15 a análise das respostas dos estudantes (E-11, E-34, E-45 e E-46) à questão Q5.

Tabela 15. Análise das respostas dos estudantes (E-11, E-34, E-45 e E-46) à Q5

CATEGORIAS		RESPOSTAS DOS ESTUDANTES	ANÁLISE
1	Compartilha significados aceitos	E-45 "*O sistema determinado possui uma única solução, o indeterminado possui infinitas, porém o impossível não possui solução*".	E-45 compartilha significados aceitos descrevendo corretamente os tipos de sistemas e suas respectivas quantidades de soluções.
2	Compartilha significados aceitos após retroalimentação	E-46 "*Existem sistemas que tem (sic) infinitas soluções, que são (sic) o caso dos possíveis e indeterminados no qual as retas são coincidentes. O possível e determinado tem apenas uma solução. O impossível não tem nenhuma solução*".	Como mencionado anteriormente na Tabela 09 (em Q2) E-46 revelou na autoavaliação que estava muito insegura no dia da prova tendo respondido à questão durante a atividade de retroalimentação no horário oposto.
3	Compartilha significados parcialmente aceitos	E-11 "*Se não tem nenhuma solução o sistema é indeterminado, se só tem uma solução o sistema é determinado, e se tem infinitas soluções o sistema é impossível*".	E-11 relaciona a quantidade de soluções com os tipos de sistema, mas troca o nome dos sistemas indeterminados com o sistema impossível.
4	Compartilha significados não aceitos	E-34 "*Adição ou substituição*".	E-34 compartilha significados não aceitos, pois responde à questão citando os métodos de resolução algébrica dos sistemas quando deveria citar os tipos de sistemas em relação as suas respectivas quantidades de soluções.
5	Não respondeu à questão	E-13	

Fonte: A autora

Observando os resultados apresentados na Tabela 16 podemos afirmar que na turma T1 há 18 estudantes que compartilharam significados aceitos e 06 que compartilharam significados parcialmente aceitos. Entretanto, em T2 o número de compartilhamentos de significados aceitos foi menor, apenas 13 estudantes. Ainda em T2, 06 estudantes compartilharam significados não aceitos.

Complementar à Q5, na Questão 6 (Q6) os estudantes deveriam relacionar o número de soluções de um sistema com suas respectivas representações gráficas. Sistema com única solução retas concorrentes, sistema com infinitas soluções retas coincidentes e sistema sem nenhuma solução cuja representação gráfica são retas paralelas.

Tabela 16. Resultados da Q5 da prova somativa 2018

Categorias		Q5	
		T1	T2
1	Compartilha significados aceitos	18	13
2	Compartilha significados aceitos após retroalimentação.	0	01
3	Compartilha significados parcialmente aceitos	06	05
4	Compartilha significados não aceitos	0	06
5	Não respondeu à questão.	01	0

Fonte: A autora

Questão 6

Q6- Qual é a relação entre o número de soluções de um sistema e a sua representação gráfica?

Tabela 17. Análise das respostas dos estudantes (E-05, E-15 e E-43) à Q6

CATEGORIAS		RESPOSTAS DOS ESTUDANTES	ANÁLISE
1	Compartilha significados aceitos	E-05 "*Pois se no gráfico uma reta for <u>concorrente</u> (se encontrarem em um ponto), ele vai ter apenas uma solução. Se a reta for <u>coincidente</u> (tiverem os mesmos pares ordenados), ele vai ter infinitas soluções. Se a reta for <u>paralela</u> (lado a lado, nenhum ponto se encontrar), ele vai ser impossível"*.	E-05 compartilha significados aceitos descrevendo corretamente os tipos de retas e suas respectivas quantidades de soluções.
2	Compartilha significados aceitos após retroalimentação	Não observado	
3	Compartilha significados parcialmente aceitos	E-15 "*Porque com o número de solução do sistema dar de saber qual o tipo de reta e como ficará no plano cartesiano*".	E-15 reconhece a relação entre o número de soluções de um sistema, mas não relacionar o número de soluções com suas respectivas representações gráficas.
4	Compartilha significados não aceitos	E-43 "*que agente (sic) não pode confundir o x com o y por que se não sai errado*".	E-43 compartilha significado em relação as variáveis, entretanto esses significados não respondem a questão, sendo portanto, considerados um

CATEGORIAS		RESPOSTAS DOS ESTUDANTES	ANÁLISE
			compartilhamento de significados não aceito em relação a Q6.
5	Não respondeu à questão		Questão respondida por todos os estudantes.

Fonte: A autora

Na Tabela 18 observa-se que as duas turmas obtiveram resultados semelhantes em relação aos compartilhamentos de significados aceitos 11 estudantes em cada turma. Entretanto, em relação ao compartilhamentos de significados não aceitos constata-se uma diferença expressiva, pois em T2 foram identificados 07 estudantes sendo 05 a mais que em T1 com apenas 02 estudantes.

Tabela 18. Resultados da Q6 da prova somativa 2018

Categorias		Q6	
		T1	**T2**
1	Compartilha significados aceitos	11	11
2	Compartilha significados aceitos após retroalimentação.	0	0
3	Compartilha significados parcialmente aceitos	12	07
4	Compartilha significados não aceitos	02	7
5	Não respondeu à questão.	0	0

Fonte: A autora

Questão 7

7- Complete o quadro de acordo com o que estudamos sobre sistemas de equações:

Sistema	(a) Resolução do sistema	(b) Número de solução	(c) Tipo de retas	(d) Classificação do sistema
$2x+3y=8$ $4x+6y=16$				
$x+y=10$ $5x-3y=26$				
$x-4y=0$ $2x-8y=13$				

Na Questão 7 (Q7) foram dados três sistemas para que os estudantes no item (a) resolvessem e em seguida completassem o quadro com (b) número de soluções, (c) tipo de retas e (d) classificação dos sistemas.

Apresentam-se no Quadro 21 os parâmetros para análise qualitativa da Q7.

Quadro 21 – Parâmetros para análise qualitativa da Q7.

CATEGORIAS		INDICADORES	%
1	Compartilha significados aceitos	(a) Quando o estudante resolve corretamente os três sistemas dados.	
		(b) Quando o estudante determina corretamente o número de soluções dos três sistemas dados.	
		(c) Quando o estudante determina corretamente o tipo de reta formada pelos três sistemas dados.	
		(d) Quando o estudante classifica corretamente os três sistemas dados	
2	Compartilha significados aceitos após retroalimentação	Quando o estudante compartilha significados aceitos após intervenção da professora. (De acordo com os indicadores apresentados na categoria (1).	
3	Compartilha significados parcialmente aceitos	Quando o estudante compartilha no mínimo um dos significados aceitos. (De acordo com os indicadores apresentados na categoria (1).	
4	Compartilha significados não aceitos	Quando o estudante não resolve corretamente a questão e compartilha significados errôneos. (Diferentes dos indicadores apresentados na categoria (1).	
5	Não respondeu à questão	Quando o estudante não respondeu à questão	

Fonte: A autora

No item (a) da Q7 observa-se que 15 estudantes compartilharam significados aceitos (sendo 06 da T1 e 09 da T2), entretanto, outros 12 estudantes compartilharam significados aceitos após a retroalimentação, perfazendo um total de 27 estudantes que resolveram corretamente os três sistemas.

Destaca-se que outros 17 estudantes compartilharam significados parcialmente aceitos, o que significa dizer que estes estudantes (sendo 09 da T1 e 08 da T2) resolveram no mínimo um dos três sistemas dados em Q7. Destaca-se ainda que outros 06 estudantes (sendo 01 da T1 e 05 da T2) não compartilharam significados aceitos no item (a) da Q7.

Considerando os resultados apresentados na Tabela 19 pode-se afirmar que:

- A turma T1 obteve melhor resultados em relação a turma T2, pois apresentou maiores índices de compartilhamento de significados aceitos e menores índices de não aceitos.
- A retroalimentação, em Q7 ocorreu por imprecisão nos cálculos dos sistemas. Informa-se que foram dados a todos os estudantes oportunidade de refazer seus cálculos.
- 30% dos estudantes compartilharam significados aceitos em todos os itens da Q7.
- 46% dos estudantes compartilharam significados aceitos no item (b) o que significa que 07 estudantes, mesmo cometendo pequenas imprecisões nos cálculos dos sistemas no item (a), determinam corretamente o número de soluções dos três sistemas.
- No item (c), 50% dos estudantes determinam corretamente o tipo de reta formada pelos sistemas.
- O item (d) apresenta os maiores índices de compartilhamento de significados aceitos (56%) e não aceitos (24%).

Tabela 19. Resultados da Q7 da prova somativa 2018

Categorias		**Q7 (a)**		**Q7 (b)**		**Q7 (c)**		**Q7 (d)**	
		T1	**T2**	**T1**	**T2**	**T1**	**T2**	**T1**	**T2**
1	Compartilha significados aceitos	06	09	12	11	13	12	15	13
2	Compartilha significados aceitos após retroalimentação.	09	03	05	0	03	0	03	0
3	Compartilha significados parcialmente aceitos	09	08	04	08	07	06	04	04
4	Compartilha significados não aceitos	01	05	04	05	2	06	03	08
5	Não respondeu à questão.	0	0	0	01	0	01	0	0

Fonte: A autora

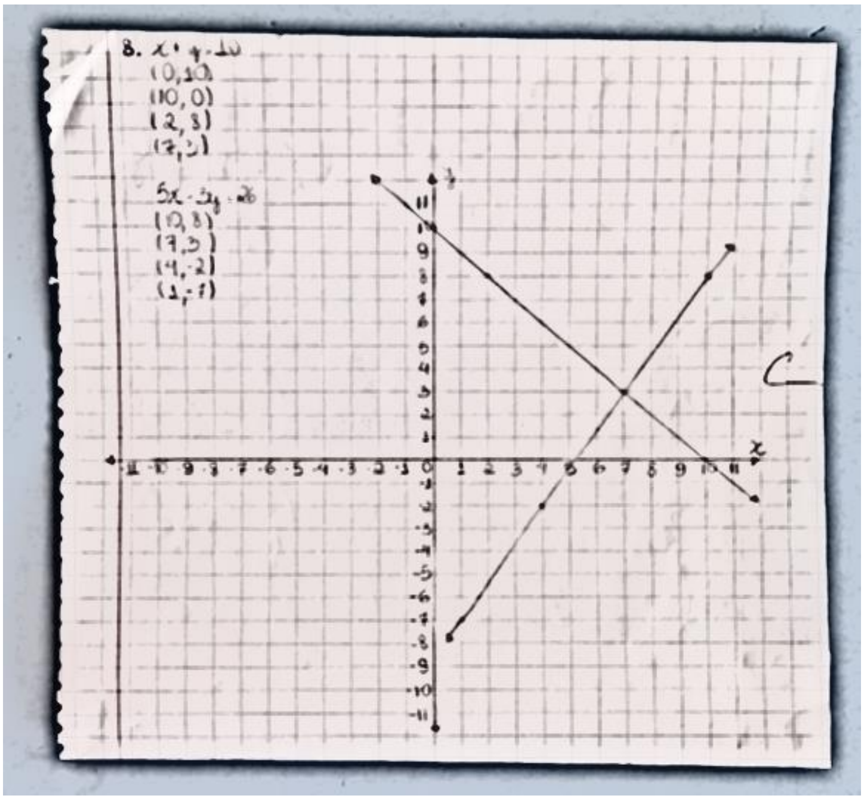
Questão 8

Q8- Escolha um dos sistemas que você resolveu na questão 7 e trace o gráfico no plano Cartesiano:

Na Questão 8 (Q8) os estudantes deveriam construir o gráfico de um dos sistemas apresentados em Q7.

Apresenta-se na Figura 45 a resposta do estudante E-35 a Q8. Observa-se que o estudante construiu o gráfico do sistema determinado formado pelas equações x+y=10 e 5x-3y=26. Para construção das retas E-35 utiliza o auxílio de duas tabelas com quatro pontos cada uma. Observa-se ainda que E-35 traça com precisão o plano Cartesiano e as retas concorrentes com intersecção no ponto (7,3).

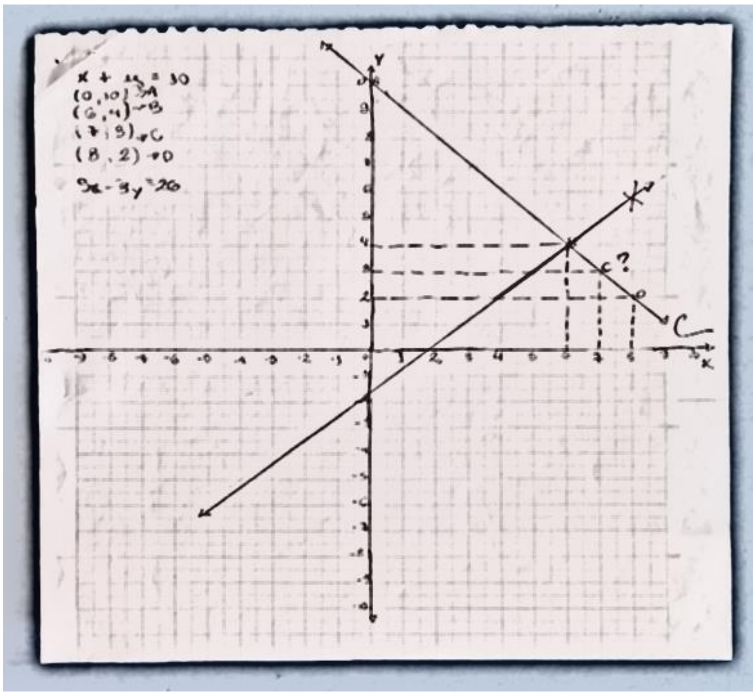
Figura 45: Gráfico construído pelo estudante E-35 com a solução gráfica da Q8



Fonte: Papel quadriculado do E-35

Na Figura 46, encontra-se o gráfico construído por E-3, que escolheu representar o mesmo sistema de equações do E-35, usando inclusive a mesma estratégia de construir uma tabela com quatro pontos para traçar a reta da equação x+y=10. Entretanto, E-30 não apresenta os valores da tabela correspondente as soluções da segunda equação. Simplesmente, traça uma reta com intersecção no ponto (6,4) que não corresponde a solução do sistema.

Figura 46: Gráfico construído pelo estudante E-30 em resposta à Q8.



Fonte: Papel milimetrado do E-30

Considerando os resultados apresentados na Tabela 20, pode-se dizer que 60% dos estudantes alcançaram o objetivo de representar a solução de um sistema de equações com duas variáveis através do plano cartesiano, sendo que desses 26% (13 estudantes), precisaram da retroalimentação para concluírem a construção do gráfico.

Destaca-se que todos os 50 estudantes participantes da pesquisa em 2018 responderam à questão e que apenas 06 estudantes de cada turma, não construíram o gráfico, perfazendo um total de 24% de compartilhamento de significados não aceitos em Q8.

Tabela 20. Resultados da Q8 da prova somativa 2018

Categorias		Q8	
		T1	T2
1	Compartilha significados aceitos	07	10
2	Compartilha significados aceitos após retroalimentação.	10	03
3	Compartilha significados parcialmente aceitos	02	06
4	Compartilha significados não aceitos	06	06
5	Não respondeu à questão.	0	0

Fonte: A autora

5.4 RESULTADOS DA PROVA DIAGNÓSTICA – 2019

Dando continuidade à pesquisa, em 2019 foi desenvolvida novamente a UEPS sobre sistema de equações. Reafirmando a importância de o professor verificar os conhecimentos prévios dos estudantes, iniciamos reaplicando a avaliação diagnóstica na forma de prova de lápis e papel, composta por três questões sobre resolução algébrica e gráfica de equações do 1º grau com duas variáveis

Prova Diagnóstica 2019

Considerando que a prova diagnóstica aplicada em 2019 foi a mesma apresentada no item 5.1 Descreve-se a seguir a análise de cada uma das questões da prova diagnóstica em 2019, cujo parâmetros para as análises qualitativas foram apresentados no Quadro 17.

A Questão 1 (Q1), como já apresentada no item 5.1, traz uma equação do 1º grau com duas variáveis (2x - y = 4), para que os estudantes: (a) determinem cinco (5) soluções (pares ordenados), (b) construam o gráfico da equação com as soluções encontradas em (a). Nos itens (c) e (d) reconheçam que o ponto (5,6) não pertence ao gráfico e o par ordenado (-1,-8) é solução da equação, tendo em ambos os itens que justificar sua resposta em seguida. O item (e) finaliza Q1 com os estudantes tendo que descrever o gráfico construído, destacando os pontos de intersecção com os eixos x e y.

Os resultados da prova diagnóstica em 2019 foram bons e em alguns itens, semelhantes aos obtidos em 2018. Destaca-se aqui o desempenho da Turma 3 (T3) com 18 estudantes compartilhando conhecimentos aceitos nos itens (a) e (b). Outros 03 estudantes no item (a) e 05 no item (b), compartilharam significados aceitos após a retroalimentação.

Vale ressaltar que a Turma 4 (T4) apresentou o maior índice de compartilhamento parcialmente aceito, sendo 7 e 5 estudantes nos itens (a) e (b) respectivamente. Ocorre também que, mesmo realizando a retroalimentação, 3 estudantes no item (a) e 5 no item (b) compartilharam significados não aceitos em T4.

No item (c) a T3 obteve o mesmo resultado da T1 com 20 estudantes compartilhando significados aceitos. Entretanto, T4 mesmo apresentando o menor índice de compartilhamento de significados aceitos das quatro turmas participantes da pesquisa, obteve um bom resultado com 16 estudantes, equivalente a 66,7% dos estudantes da turma compartilhando significados aceitos.

As diferenças e semelhanças entre as turmas pesquisadas permaneceram evidentes no item (d) da Q1, no qual T3 se destacou das demais, com o maior índice de compartilhamento de significados aceitos (18 estudantes) e T4 o menor (11 estudantes). Ainda em T4, 10 estudantes compartilhando significados não aceitos no item (d). Considerando esses resultados temos evidências de que a T3 tem maior domínio das operações com números inteiros, enquanto T4 precisou de uma retroalimentação sobre as operações de adição e multiplicação com números inteiros em 2019.

No item (e), como mencionado anteriormente, os estudantes deveriam descrever o gráfico construído no item (b). Mais uma vez, T3 se destaca com o maior índice de compartilhamento de significados aceitos (15 estudantes) e T4 o menor, apenas 7 estudantes. Observa-se que 12 estudantes compartilham significados parcialmente aceitos (sendo 4 da T3 e 8 de T4). Destaca-se ainda que 5 estudantes (sendo 02 da T3 e 03 da T4) compartilham significados não aceitos e 10 estudantes (sendo 04 da T3 e 06 da T4) não responderam o item (e) de Q1.

Apresentam-se a seguir na Tabela 21 os resultados da Q1 da prova diagnóstica aplicada em 2019.

Tabela 21. Resultados da Q1 da prova diagnóstica 2019

Categorias		**Q1 (a)**		**Q1 (b)**		**Q1 (c)**		**Q1 (d)**		**Q1 (e)**	
		T3	**T4**	**T3**	**T4**	**T3**	**T4**	**T3**	**T4**	**T3**	**T4**
1	Compartilha significados aceitos	18	12	18	10	20	16	18	11	15	07
2	Compartilha significados aceitos após retroalimentação.	03	01	05	03	01	02	02	02	0	0
3	Compartilha significados parcialmente aceitos	02	07	0	05	02	02	03	01	04	08
4	Compartilha significados não aceitos	01	03	02	05	01	03	0	10	02	03
5	Não respondeu à questão.	01	01	0	01	01	01	02	0	04	06

Fonte: A autora

Observa-se que em T4, 24 estudantes responderam a prova diagnóstica. O estudante ausente é E-76, que conforme o Quadro 9, tem síndrome de Tourette e encontrava-se em crise no início da pesquisa em 2019. Ressalta-se que E-76 recebeu aulas individuais no horário oposto, após um mês de ausência nas aulas, compartilhando significados aceitos em todas as atividades propostas.

A Questão 2 (Q2), também, apresentada no item 5.1, traz o gráfico de uma equação do 1º grau com duas variáveis para que os estudantes respondam no item (a) quantas são as possíveis soluções para a equação e no item (b) descreva os pontos A, B, C, D, E e F, determinando suas coordenadas e o que eles representam.

Em Q2, confirma-se o ótimo desempenho da T3 com 22 estudantes compartilhando significados aceitos no item (a) e 18 estudantes no item (b). Enquanto, T4 apresenta o mesmo resultado da T2 no item (a), com 14 estudantes respondendo corretamente à questão. Porém, no item (b), T4 apresenta novamente o menor índice das quatro turmas com apenas 8 compartilhamento de significados aceitos. Todavia, outros 10 estudantes compartilham significados parcialmente aceitos no mesmo item.

Encontram-se na Tabela 22 os resultados da Q2 da prova diagnóstica aplicada em 2019.

Tabela 22. Resultados da Q2 da prova diagnóstica 2019

Categorias		**Q2 (a)**		**Q2 (b)**	
		T3	**T4**	**T3**	**T4**
1	Compartilha significados aceitos	22	14	18	08
2	Compartilha significados aceitos após retroalimentação.	0	0	03	02
3	Compartilha significados parcialmente aceitos	03	05	03	10
4	Compartilha significados não aceitos	0	04	0	04
5	Não respondeu à questão.	0	01	01	0

Fonte: A autora

A Questão 3 (Q3), da prova diagnóstica foi modificada em 2019, na qual espera-se que os estudantes compartilhem significados aceitos sobre equações do 1º grau com duas variáveis, que construam modelos mentais, utilizando a linguagem matemática para citar exemplos.

Apresenta-se na Tabela 23 a análise das respostas dos estudantes (E-54, E-82 e E-90) à Q3. Sendo selecionada uma resposta por categoria de análise.

Tabela 23. Análise das respostas dos estudantes (E-54, E-82 e E-90) à Q3

CATEGORIAS		RESPOSTAS DOS ESTUDANTES	ANÁLISE
1	Compartilha significados aceitos	E-54 "*uma equação com duas incógnitas, pode ter infinitas soluções. Para descobrir a solução de x, dê um valor à y e calcule como uma equação normal.* *Ex.: 2x + 3y=12* *2x + 3.2=12* *2x + 6 = 12* *2x = 12 – 6* *2x = 6* *x = 6/2* *x = 3* *Nessa equação eu dei um valor de y que foi 2; calculei com esse valor, o valor de x, que é 3. Então, uma solução para a equação 2x + 3y=12, y=2 e x=3, mas, essa é apenas uma solução, uma equação com duas variáveis pode ter infinitas soluções*".	E-54 compartilha significados aceitos descrevendo com detalhes como solucionar uma equação com duas variáveis. O estudante apresenta ainda um exemplo resolvido, demonstrando que tem conhecimentos teóricos e práticos sobre o assunto.
2	Compartilha significados aceitos após retroalimentação		Não foi observado compartilhamento de significados aceitos após retroalimentação em Q-3.
3	Compartilha significados parcialmente aceitos	E-99 "*são dois números representados por letras x e y em uma equação que você tem que descobrir que números são através de letras*".	E-99 compartilha significados aceitos em relação as variáveis, mas não explica como solucionar a equação. E não cita exemplo.
4	Compartilha significados não aceitos	E-82 "*Eu entede (sic) equações com duas variáveis, mas eu tenho muita dificuldade em matemática, eu estudei muito pra essa prova, mas to (sic) vendo que não estudei suficiente pra tirar uma nota boa*".	E-82 compartilha suas dificuldades, diz que entendeu o conteúdo, mas não responde à questão.
5	Não respondeu à questão	E-53, E-68, E-85, E-87 e E-95.	

Fonte: A autora

Na Tabela 24 encontram-se os resultados da Q3 da prova diagnóstica aplicada em 2019, na qual podemos observar que 27 estudantes (sendo 17 da T3 e 10 da T4) compartilham significados aceitos. Outros 12 estudantes compartilham significados parcialmente aceitos (sendo 5 da T3 e 7 da T4).

Tabela 24. Resultados da Q3 da prova diagnóstica 2019

Categorias		Q3		Total
		T3	**T4**	**49**
1	Compartilha significados aceitos	17	10	27
2	Compartilha significados aceitos após retroalimentação.	0	0	0
3	Compartilha significados parcialmente aceitos	05	07	12
4	Compartilha significados não aceitos	01	04	05
5	Não respondeu à questão.	02	03	05

Fonte: A autora

Os resultados da prova diagnóstica apresentam evidências que, assim como em 2018, também os estudantes participantes da pesquisa em 2019 possuem subsunçores adequados para favorecer a aprendizagem de sistemas de equações de 1º grau com duas variáveis.

5.5 RESULTADOS DA PROVA INTERMEDIÁRIA – 2019

A prova intermediária aplicada em 2019 composta por três questões, foi elaborada com o objetivo de buscar informações sobre o processo de assimilação do conteúdo de sistemas de equações do 1º grau com duas variáveis em relação ao desenvolvimento da UEPS apresentada no Capítulo 4.

Destaca-se que apenas 48 estudantes responderam a prova intermediária 2019, sendo 25 da T3 e 23 da T4. Desta vez os estudantes ausentes na T4 são: E-76, que mesmo tendo voltado a frequentar as aulas, recebeu orientação médica para não realizar avaliações formais, pois a palavra “prova” poderia desencadear uma nova crise. Outro estudante ausente é E-98 que foi transferido para outra escola.

Apresentam-se a seguir cada uma das questões da prova intermediária realizadas durante a pesquisa no ano de 2019, seguida dos parâmetros e das análises qualitativas dos seus resultados.

Questão 1

Q1- Resolva os sistemas de equações utilizando o método que julgar mais apropriado. Em seguida verifique se sua resposta está correta.

a) $x + 4y = -1$
$x - 15y = -20$

b) $2x - 3y = 14$
$5x + y = 1$

A Questão 1 (Q1) da prova intermediária, tinha como objetivo: verificar o compartilhamento de significado dos estudantes em relação a resolução de sistema e a utilização das técnicas de adição e/ou substituição, de acordo com o sistema de equação.

No item (a) da Q1 destacam-se os resultados da T4, pois 17 estudantes, equivalente a 73,9% dos 23 estudantes que realizaram a prova compartilharam significados aceitos. Acredita-se que este ótimo resultado da T4 seja devido a retroalimentação realizada após a prova diagnóstica. Enquanto, T3 apenas 10 estudantes compartilharam significados aceitos. Outros 8 estudantes compartilharam significados parcialmente aceitos. Observa-se ainda que 11 estudantes (sendo 5 estudantes da T3 e 6 da T4) compartilharam significados não aceitos no item (a).

No item (b), 24 estudantes compartilharam significados aceitos, sendo 12 estudantes de cada turma. Outros 7 estudantes compartilharam significados aceitos após retroalimentação (sendo 5 da T3 e 2 da T4). Destaca-se ainda que 10 estudantes (sendo 6 da T3 e 4 da T4) compartilharam significados parcialmente aceitos e outros 7 estudantes (sendo 2 da T3 e 5 da T4) compartilharam significados não aceitos nesse item.

Encontram-se na Tabela 25 os resultados da Q1 da prova intermediária aplicada em 2019.

Tabela 25. Resultados da Q1 da prova intermediária 2019

Categorias		Q1 (a)		Q1 (b)	
		T3	T4	T3	T4
1	Compartilha significados aceitos	10	17	12	12
2	Compartilha significados aceitos após retroalimentação.	02	0	05	02
3	Compartilha significados parcialmente aceitos	08	0	06	04
4	Compartilha significados não aceitos	05	06	02	05
5	Não respondeu à questão.	0	0	0	0

Fonte: A autora

Questão 2
Q2 - Ademar cria 75 animais em sua fazenda. Entre porcos e codornas são 210 patas.
a) Quantos animais de cada espécie Ademar cria?
b) Podemos dizer que Ademar cria 35 porcos e 40 codornas? Justifique sua resposta.

A Questão 2 (Q2) da prova intermediária foi apresentada como Q1 da prova somativa em 2018, cujo parâmetros para as análises qualitativas foram apresentados no Quadro 20.

Apresenta-se na Tabela 26 os resultados da Q2 da prova intermediária aplicada em 2019, na qual, mas uma vez podemos constatar as semelhanças dos resultados entre as turmas pesquisadas.

Tabela 26. Resultados da Q2 da prova intermediária 2019

Categorias		**Q2 (a)**		**Q2 (b)**	
		T3	**T4**	**T3**	**T4**
1	Compartilha significados aceitos	13	08	12	16
2	Compartilha significados aceitos após retroalimentação.	03	05	01	0
3	Compartilha significados parcialmente aceitos	04	03	01	04
4	Compartilha significados não aceitos	05	06	06	01
5	Não respondeu à questão.	0	01	05	02

Fonte: A autora

No item (a) da Q2 os resultados da T3 foram os mesmos da T2 nas categorias 1 e 2, com 13 estudantes compartilhando significados aceitos e outros 3 após a retroalimentação. T3 obteve ainda, os mesmos resultados da T1 nas categorias 3 e 4, com 4 estudantes compartilhando significados parcialmente aceitos e 5 compartilhando significados não aceitos.

Ainda no item (a), T4 obteve o menor índice de compartilhamento de significados aceitos, apenas 8 estudantes. Entretanto, no item (b) T4 apresentou ótimo resultado, sendo o mesmo da T1 com 16 estudantes compartilhando significados aceitos e o melhor das quatro turmas com relação ao compartilhamento de significados não aceitos, apenas 1 estudante.

Questão 3
Q3 - Invente um problema que seja resolvido pelo seguinte sistema de equações do 1º grau com duas variáveis $x + y = 4$ $x - y = 2$

A Questão 3 (Q3) apresenta um sistema de equações com duas variáveis para que os estudantes elaborem uma situação problema que possa ser resolvida através do sistema dado. Informa-se que uma questão semelhante fez parte do trabalho de Comunicação Oral apresentado no 10º Encontro Internacional de Aprendizagem Significativa (X EIAS).

Espera-se com esse tipo de questão favorecer o desenvolvimento dos princípios 2, 4, 5, 6 e 11 da TASC, de acordo com o Quadro 8 que se encontra no Capítulo 2. Q3 atende ainda uma recomendação da BNCC de desenvolver nas aulas de matemática habilidade de elaborar problemas.

Encontram-se no Quadro 22 os parâmetros para análise qualitativa da Q3 da prova intermediária 2019.

Quadro 22 – Parâmetros para análise qualitativa da Q3 da prova intermediária 2019

CATEGORIAS		INDICADORES	%
1	Compartilha significados aceitos	Quando o estudante compartilha uma situação problema, contextualiza corretamente com o modelo matemático dado.	
2	Compartilha significados aceitos com criatividade	Quando o estudante compartilha uma situação problema, contextualiza corretamente com o modelo matemático dado e acrescenta alguns elementos de criatividade.	
3	Compartilha significados parcialmente aceitos	Quando o estudante compartilha uma situação problema com alguma imprecisão em relação ao modelo matemático apresentado ou não conclui a questão.	
4	Compartilha significados parcialmente aceitos com criatividade	Quando o estudante compartilha uma situação problema com alguma imprecisão e alguns elementos de criatividade.	
5	Compartilha significados não aceitos	Quando o estudante compartilha uma situação problema que não corresponde ao modelo matemático apresentado.	
6	Não respondeu à questão	Quando o estudante não responde à questão	

Fonte: A autora

Apresenta-se na Tabela 27 a análise das respostas dos estudantes (E-73, E-77, E-89, E-93 e E-95) à Q3. Sendo selecionada uma resposta por categoria de análise.

Tabela 27. Análise das respostas dos estudantes (E-73, E-77, E-89, E-93 e E-95) à Q3

CATEGORIAS		RESPOSTAS DOS ESTUDANTES	ANÁLISE
1	Compartilha significados aceitos	E-73 "*Um número mais outro é igual a 4. E um número menos outro é igual a 2. Que números seriam esses?*".	E-73 contextualiza corretamente a situação problema com o modelo matemático envolvendo adição e subtração de números naturais.
2	Compartilha significados aceitos com criatividade	E-89 "*João e Pedro queriam comprar bombons e juntos tinham 4 reais, aí João falou o teu valor menos o meu é igual a 2, então eles queriam saber quanto cada um deu?*".	E-89 compartilha uma situação problema semelhante a apresentada por E-73, acrescentando dois personagens e um contexto criativo.
3	Compartilha significados parcialmente aceitos	E-77 "*Rogério tinha uma quantia no banco, que somada com outro valor resultava em R$ 4,00. Ricardo tinha uma quantia no banco, que subtraída de outro valor resultava em R$ 2,00*".	E-77 compartilha uma situação problema envolvendo adição e subtração de valores compatível com o modelo matemático apresentado, mas não conclui a questão.
4	Compartilha significados parcialmente aceitos com criatividade	E-93 "*João comprou uma certa quantidade de ovos e ganhou certa quantidade de ovos ficando com 4, no dia seguinte certa quantidade de ovos que havia comprado mais certa quantidade de ovos que ganhou estragaram ficando com apenas 2 ovos. Quantos ovos ele comprou? E quantos ovos ganhou?*".	E-93 compartilha uma situação problema em um contexto criativo, envolvendo a operação de adição associada a ideia de juntar quantidades (ovos que comprou e ganhou). E subtração associada a ideia de perda (ovos que estragaram), mas, comete pequena imprecisão ao adicionar novamente as perdas as duas quantidades (ovos que havia comprado mais ovos que ganhou estragaram) quando deveria associar as perdas a apenas uma das quantidades.
5	Compartilha significados não aceitos	E-95 "*4 alunos do CAp foram vencedores de uma olimpíada de matemática, mas só 1 foi escolhido, o aluno que tirou a nota mais alta recebeu uma viagem como premiação. Qual aluno foi o escolhido?*".	E-95 compartilha uma situação problema que não corresponde ao modelo matemático apresentado.
6	Não respondeu à questão	E-53, E-55, E-58, E-61, E-70, E-80, E-91, E-92 e E-97.	

Fonte: A autora

Na Tabela 28 encontram-se os resultados da Q3 da prova intermediária aplicada em 2019. Observa-se que T4 obteve melhor desempenho em relação a T3 em quase todas as categorias de análise, com exceção da categoria 5, cujo desempenho foi igual a T3 com 5 estudantes compartilhando significados não aceitos. Dessa forma, mesmo não tendo nenhum estudante na categoria 1, T4 apresentou 8 estudantes na categoria 2, que corresponde ao compartilhamento de significados aceitos com criatividade, resultado quantitativo equivalente a soma das categorias 1 e 2 da T3, mas qualitativamente melhor.

Tabela 28. Resultados da Q3 da prova intermediária 2019

Categorias		**Q3**		**Total**
		T3	**T4**	**48**
1	Compartilha significados aceitos	05	0	05
2	Compartilha significados aceitos com criatividade.	03	08	11
3	Compartilha significados parcialmente aceitos.	07	04	11
4	Compartilha significados parcialmente aceitos com criatividade.	0	02	02
5	Compartilha significados não aceitos.	05	05	10
6	Não respondeu à questão.	05	04	09

Fonte: A autora

Os resultados da prova intermediária aplicada em 2019 apresentam indícios que a UEPS desenvolvida até o momento está favorecendo o processo de assimilação do conteúdo de sistemas de equações do 1º grau com duas variáveis. E que as semelhanças e diferenças entre as turmas participantes da pesquisa continuam.

5.6 RESULTADOS DA PROVA SOMATIVA – 2019

Assim como no ano anterior, também em 2019, finalizamos o desenvolvimento da UEPS com uma prova somativa, composta por sete (7) questões, uma a menos que a prova de 2018.

Realizaram a prova somativa 49 estudantes, sendo 25 da T3 e 24 da T4. Destaca-se que pela primeira vez o estudante E-76 participou da avaliação junto com os demais. O estudante ausente é E-98, que como mencionado anteriormente, foi transferido.

Apresentam-se a seguir as questões da prova somativa e suas respectivas análises qualitativas.

Prova Somativa 2019

Q1- Como você descreveria o gráfico de um sistema que a solução é um par ordenado? Como podemos classificar essas retas?

Q2- O que acontece quando você resolve um sistema, não encontra o valor das variáveis, mas a sentença é verdadeira? Qual é a representação gráfica desse sistema?

Q3- Todo sistema tem solução? Justifique sua resposta.

Q4- Quanto ao número de soluções como podem ser os sistemas?

Q5- Qual é a relação entre o número de soluções de um sistema e a sua representação gráfica?

Q6- Complete o quadro de acordo com o que estudamos sobre sistemas de equações:

Sistema	Resolução do sistema	Número de solução	Tipo de retas	Classificação do sistema
x+y=10 5x-3y=26				
2x+3y=8 4x+6y=16				
x-4y=0 2x-8y=13				

Q7- Escolha um dos sistemas e trace o gráfico no plano Cartesiano:

As questões de 1 a 5 (Q1, Q2, Q3, Q4 e Q5) são respectivamente as mesmas apresentadas de 2 a 6 (Q2, Q3, Q4, Q5, Q6) na prova somativa 2018. Buscam-se com estas questões informações sobre a captação de significados teóricos por parte dos estudantes em relação a classificação dos sistemas de equações quanto ao número de soluções e sua representação gráfica.

Na Questão 1 (Q1), T3 obteve o melhor resultado de todas as turmas pesquisadas, com 19 estudantes compartilhando significados aceitos sobre a descrição do gráfico de um sistema, cuja solução é um par ordenado e suas retas são concorrentes. Encontra-se ainda em T3 o menor número de compartilhamento de significados não aceitos com apenas 2 estudantes. Entretanto T4 apresentou o maior índice de compartilhamento de significados parcialmente aceito, 10 estudantes, desses 7 fazem referência apenas as retas concorrentes, sem relacionar o par ordenado a solução do sistema.

Na Questão 2 (Q2) o destaque é o excelente resultado da T4 com 17 estudantes, correspondendo a 70,8% da turma, compartilhando significados aceitos como fez E-100 ao responder à questão dizendo que: "*Então, será um sistema indeterminado, de infinitas soluções e será representado no gráfico por retas coincidentes*".

Encontra-se na Questão 3 (Q3) o maior índice de compartilhando significados aceitos da pesquisa, com 85,7% dos estudantes reconhecendo que nem todos os sistemas de equações têm solução, que existem sistemas impossíveis representados por retas paralelas.

Na Questão 4 (Q4) 17 estudantes da T3 e 14 da T4, perfazendo um total de 31 estudantes, compartilham significados aceitos descrevendo corretamente os tipos de sistemas de equações (determinado, indeterminado ou impossível) e suas respectivas quantidades de soluções (única, infinitas ou nenhuma). Todavia, 3 estudantes da T3 não responderam à questão.

Na Questão 5 (Q5) há 26 estudantes, sendo 15 da T3 e 11 da T4, que compartilham significados aceitos relacionando corretamente o número de soluções de um sistema de equações do 1º grau com o tipo de retas (concorrentes, coincidentes ou paralelas).

Observa-se que não foi realizada retroalimentação nas questões teóricas da prova somativa 2019. Destaca-se ainda que 15 estudantes, sendo 10 da T3 e 5 da T4, responderam corretamente todas as questões teóricas dessa prova.

Apresentam-se na Tabela 29, os resultados das questões teóricas da prova somativa aplicada nas duas turmas participantes da pesquisa em 2019.

Tabela 29. Resultados das questões teóricas da prova somativa 2019

Categorias		**Q1**		**Q2**		**Q3**		**Q4**		**Q5**	
		T3	**T4**	**T3**	**T4**	**T3**	**T4**	**T3**	**T4**	**T3**	**T4**
1	Compartilha significados aceitos	19	11	13	17	22	20	17	14	15	11
2	Compartilha significados aceitos após retroalimentação.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	Compartilha significados parcialmente aceitos	02	10	08	06	02	03	04	08	09	11
4	Compartilha significados não aceitos	02	03	04	0	01	0	01	02	0	0
5	Não respondeu à questão.	02	0	0	01	0	01	03	0	01	02

Fonte: A autora

Considerando as semelhanças entre as respostas dos estudantes nas questões teóricas e comparando os resultados das quatro turmas nos dois anos da pesquisa podemos dizer que:

- As turmas participantes da pesquisa em 2019 obtiveram melhores resultados em relação as turmas de 2018, pois com exceção da Q4, em todas as outras questões T3 e T4 apresentaram os maiores índices de compartilhamentos de significados aceitos e menores de não aceitos.
- Encontra-se em Q2 a maior diferença entre os resultados nos dois anos da pesquisa. Uma vez que as turmas de 2018, apresentam o menor índice de compartilhamentos de significados aceitos, 36% dos estudantes, comparando com os 61,2% dos estudantes em 2019.
- Observa-se ainda em Q2 o maior índice de compartilhamentos de significados não aceitos (20 estudantes) em 2018.
- 39,39% dos estudantes participantes nos dois anos da pesquisa compartilharam significados parcialmente aceitos na Q5.

Para melhor visualização dos resultados apresentam-se na Tabela 30 os totais em cada uma das categorias de análise das questões em cada ano da pesquisa.

Tabela 30. Totais dos resultados das questões teóricas da prova somativa 2018 e 2019

Categorias		**Q1**		**Q2**		**Q3**		**Q4**		**Q5**	
		2018	**2019**	**2018**	**2019**	**2018**	**2019**	**2018**	**2019**	**2018**	**2019**
1	Compartilha significados aceitos	25	30	18	30	37	42	31	31	22	26
2	Compartilha significados aceitos após retroalimentação.	02	0	0	0	0	0	01	0	0	0
3	Compartilha significados parcialmente aceitos	10	12	10	14	10	05	11	12	19	20
4	Compartilha significados não aceitos	10	05	20	04	03	01	06	03	09	0
5	Não respondeu à questão.	03	02	02	01	0	01	01	03	0	03

Fonte: A autora

A Questão 6 (Q6) da prova somativa 2019 foi apresentada como Q7 em 2018. Trata-se de uma questão mista envolvendo o cálculo de três sistemas (item a) e o estudo dos seus resultados como número de soluções (item b), tipo de retas (item c) e classificação dos sistemas (item d). Informa-se que os parâmetros para análise dos resultados podem ser encontrados no Quadro 21.

Na Tabela 31 encontram-se os resultados da Q6 da prova somativa aplicada em 2019. Observa-se que T4 obteve o maior índice de compartilhamento de significados aceitos com e sem retroalimentação em todos os itens. Enquanto, T3 apresenta o maior índice de compartilhamento de significados parcialmente aceitos nesses mesmos itens.

Tabela 31. Resultados da Q6 da prova somativa 2019

Categorias		**Q6 (a)**		**Q6 (b)**		**Q6 (c)**		**Q6 (d)**	
		T3	**T4**	**T3**	**T4**	**T3**	**T4**	**T3**	**T4**
1	Compartilha significados aceitos	08	10	11	12	10	12	11	14
2	Compartilha significados aceitos após retroalimentação.	05	09	03	05	04	06	03	07
3	Compartilha significados parcialmente aceitos	11	03	09	04	11	04	10	01
4	Compartilha significados não aceitos	01	02	02	03	2	02	01	02
5	Não respondeu à questão.	0	0	0	0	0	0	0	0

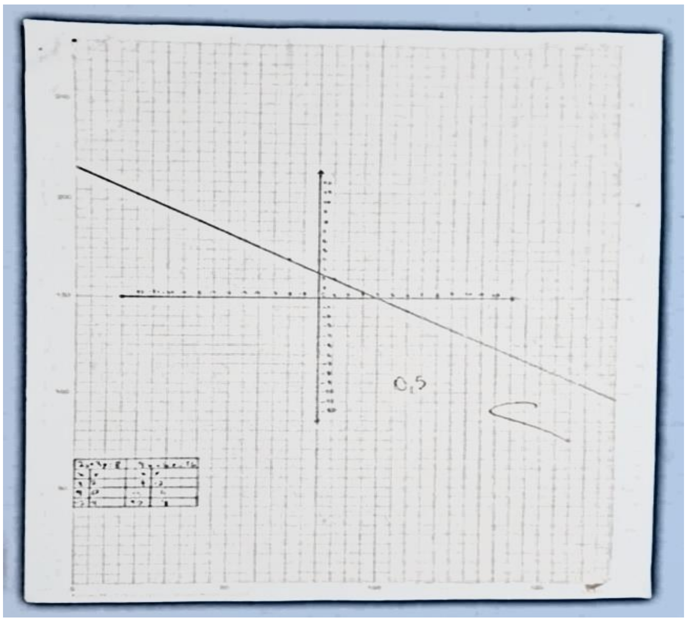
Fonte: A autora

Comparando os resultados da Tabela 31 com a Tabela 19 confirma-se o melhor desempenho das turmas participantes da pesquisa em 2019 com relação as turmas de 2018.

A Questão 7 (Q7) da prova somativa 2019 foi apresentada como Q8 em 2018. Nela os estudantes deveriam construir o gráfico de um dos sistemas (determinado, indeterminado ou impossível) apresentados em Q6.

Os estudantes (E-53, E-63, E-67 e E-99) construíram corretamente o gráfico do sistema indeterminado com as retas das equações $2x+3y=8$ e $4x+6y=16$. Encontra-se na Figura 47 a resposta do estudante E-63 à Q7. Observa-se que E-63 utiliza apenas pontos cujos dois elementos do par ordenado são números inteiros.

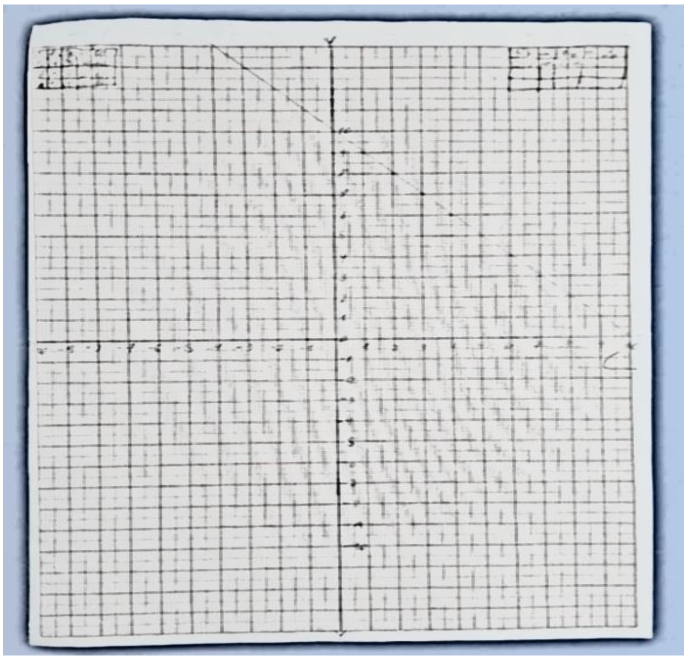
Figura 47: Gráfico construído pelo estudante E-63 com a solução gráfica da Q7



Fonte: Papel quadriculado do E-63

O estudante E-69 começou a responder a Q7 construindo o gráfico do sistema determinado, infelizmente, não concluiu, pois como relatou na autoavaliação: "*no início não estava conseguindo fazer o gráfico, mas depois conseguir, (...) achei difícil encontrar o valor de x na B da 6*". Informa-se que "B da 6" corresponde ao sistema determinado na prova da T3. Apresenta-se na Figura 48 o gráfico incompleto construído pelo estudante E-69.

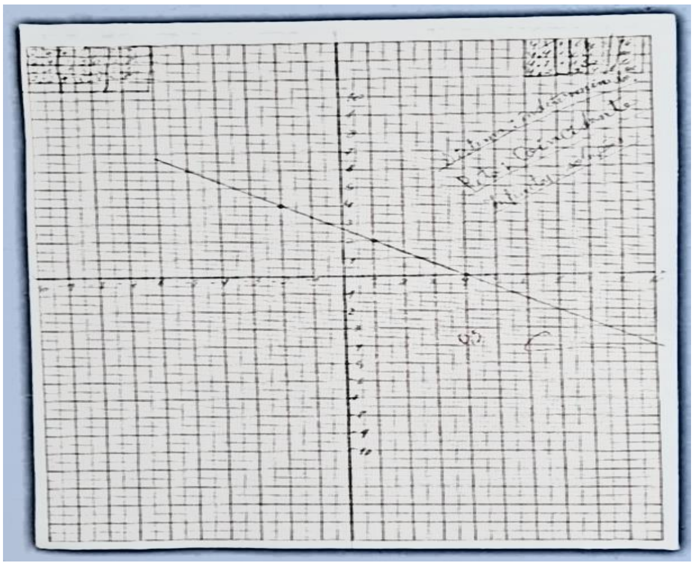
Figura 48: Gráfico incompleto construído pelo estudante E-69



Fonte: Papel milimetrado do E-69

Informa-se que para concluir a questão E-69 utiliza a retroalimentação e constrói outro gráfico, dessa vez, usando as equações do sistema indeterminado. Observando a Figura 49 podemos dizer que E-69 também utiliza pares ordenados composto por números inteiros na construção do segundo gráfico.

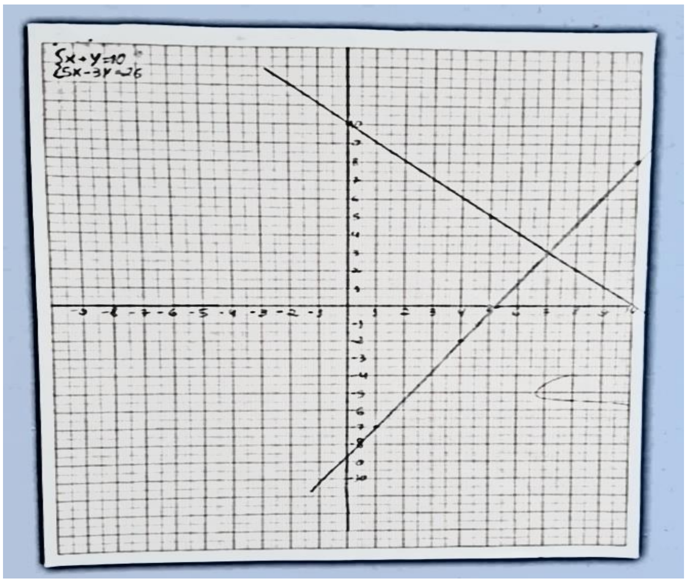
Figura 49: Gráfico construído pelo estudante E-69



Fonte: Papel milimetrado do E-69

Destaca-se que dos 49 estudantes que realizaram a prova somativa em 2019, 36 optaram por construir o gráfico de um sistema determinado, desses 11 estudantes compartilharam significados aceitos como fez o E-76. Outros 3 estudantes utilizaram a retroalimentação para concluir a construção do gráfico. Apresenta-se na Fig. 50 construída por E-76.

Figura 50: Gráfico construído pelo estudante E-76



Fonte: Papel milimetrado do E-76

Destaca-se que 16 estudantes, sendo 11 da T3 e 5 da T4, compartilham significados parcialmente aceitos, construindo apenas uma reta como fez E-63. Uma das possíveis causas das dificuldades encontradas pelos estudantes, seja o fato de vários pares ordenados serem formados por um número inteiro e outro decimal. Segundo relatou E-87 na autoavaliação: "*(...) acabei não conseguindo fazer a 2ª reta, porém a 1ª que consegui fazer eu acertei. A conta da 2ª era 5x-3y=26, tentei nessa aula, mas não consegui pois com certeza do número quebrado*". Informa-se que a representação de números decimais na reta numérica e/ou no plano cartesiano constitui outra dificuldade recorrente para os estudantes em geral.

Apresentam-se na Tabela 32 os resultados da Q7 na qual constata-se que ao contrário dos bons resultados obtidos nas questões anteriores da prova somativa, T4 apresentou rendimento inferior na Q7, pois 11 estudantes compartilharam significados não aceitos, correspondendo a 45,8 % da turma. Informa-se que 17 estudantes da T4 relataram na autoavaliação que tiveram dificuldades na construção dos gráficos, como afirmou E-77: "*(...) na questão dos gráficos, todos estavam difíceis de achar qualquer ponto que seja para marcar no plano, (...)*".

Tabela 32. Resultados da Q7 da prova somativa 2019

Categorias		**Q7**		**Total**
		T3	**T4**	**49**
1	Compartilha significados aceitos	09	06	15
2	Compartilha significados aceitos após retroalimentação.	02	02	04
3	Compartilha significados parcialmente aceitos	11	05	16
4	Compartilha significados não aceitos	02	11	13
5	Não respondeu à questão.	01	0	01

Fonte: A autora

A análise dos resultados da prova somativa, apresenta evidências que apesar das dificuldades encontradas pelos estudantes da T4 para construção dos gráficos, no geral apenas 26,53% dos participantes da pesquisa em 2019 compartilharam significados não aceitos. Logo, acredita-se que esses resultados reforçam os indícios de que a UEPS aplicada estar favorecendo a aprendizagem significativa crítica de sistemas de equações de 1º grau com duas variáveis.

5.7 RESULTADOS DOS RELATÓRIOS – 2019

Os relatórios, enquanto instrumentos de coleta de dados foram escritos pelos estudantes participantes da pesquisa em 2019 com objetivo de buscar mais informações para subsidiar a análise dos resultados.

Assim como a autoavaliação, na avaliação intermediária em 2018, os relatórios também serviram para responder ao objetivo específico da pesquisa de verificar quais dos 13 princípios da TASC influenciaram a aprendizagem significativa crítica de Sistemas de Equações do 1º grau com duas variáveis. Segue-se aqui a mesma estratégia de análise apresentada no item 5.2.

Após a leitura, os relatórios foram analisados utilizando os parâmetros apresentados no Quadro 18. Encontram-se na Tabela 33 os resultados do 1º momento da análise dos relatórios dos estudantes em 2019. Recorda-se que alguns estudantes compartilharam significados em mais de uma categoria.

Tabela 33 – Resultados do 1º momento da análise dos relatórios 2019

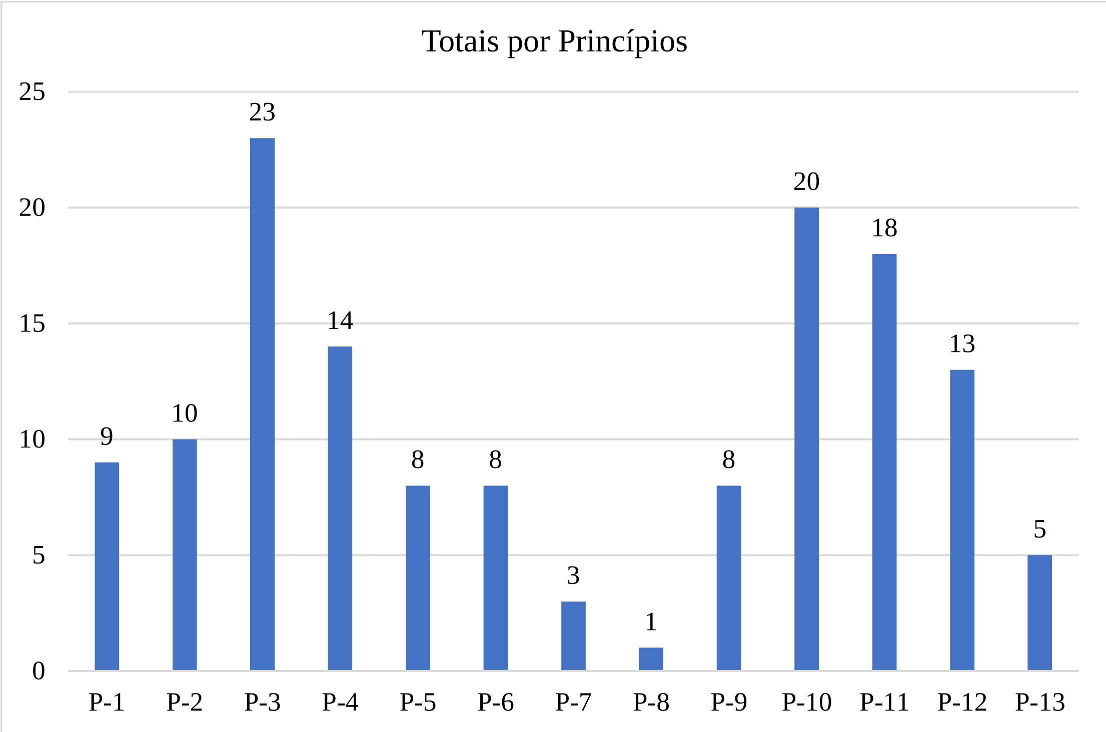
Categorias		1º momento		Total 49
		T3	T4	
1	Compartilha significados aceitos	09	11	20
2	Compartilha significados parcialmente aceitos	03	04	07
3	Compartilha outros significados aceitos	06	12	18
4	Compartilha experiências afetivas	23	22	45
5	Compartilha evidências dos princípios da TASC	25	24	49

Fonte: A autora

A releitura realizada no 2º momento contribuiu para identificação de evidências dos princípios da TASC compartilhados pelos estudantes nos relatórios, sendo utilizado outra vez, o Quadro 19 como parâmetros para análise qualitativa das evidências dos princípios da TASC (categoria 5).

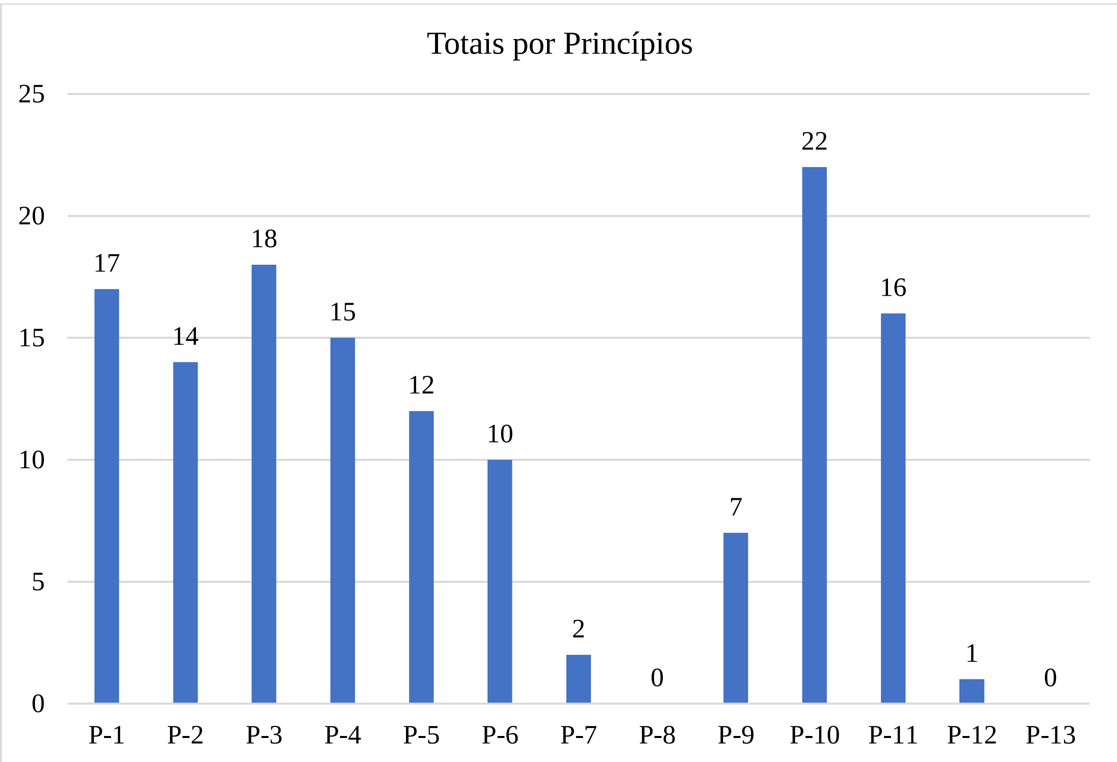
Apresentam-se nos Gráficos 05 e 06 os totais por princípios da TASC nas turmas T3 e T4 respectivamente.

Gráfico 05. Totais por Princípios da TASC na T3



Fonte: A autora

Gráfico 06. Totais por Princípios da TASC na T4



Fonte: A autora

Considerando os resultados apresentados nos Gráficos 05 e 06 pode-se afirmar que:

- Encontram-se em T3 dois extremos: de um lado P-3, P-10 e P-11 com 23, 20 e 18 estudantes respectivamente, apresentando os maiores índices de evidências dos princípios mencionados. Do outro, P-7 e P-8 com 3 e 1 estudantes compartilhando os menores índices.

- Outra particularidade da T3 é o fato de 5 estudantes evidenciarem a retroalimentação (P-13).

- Os princípios (P-5, P-6 e P-9) foram observados em 8 estudantes da T3.

- 92% dos estudantes da T3 evidenciaram o princípio da não centralidade do livro didático (P-3).

- O princípio da não utilização do quadro de giz (P-10), foi observado em 22 dos 24 estudantes da T4 equivalente a 91,67% dos estudantes da referida turma.

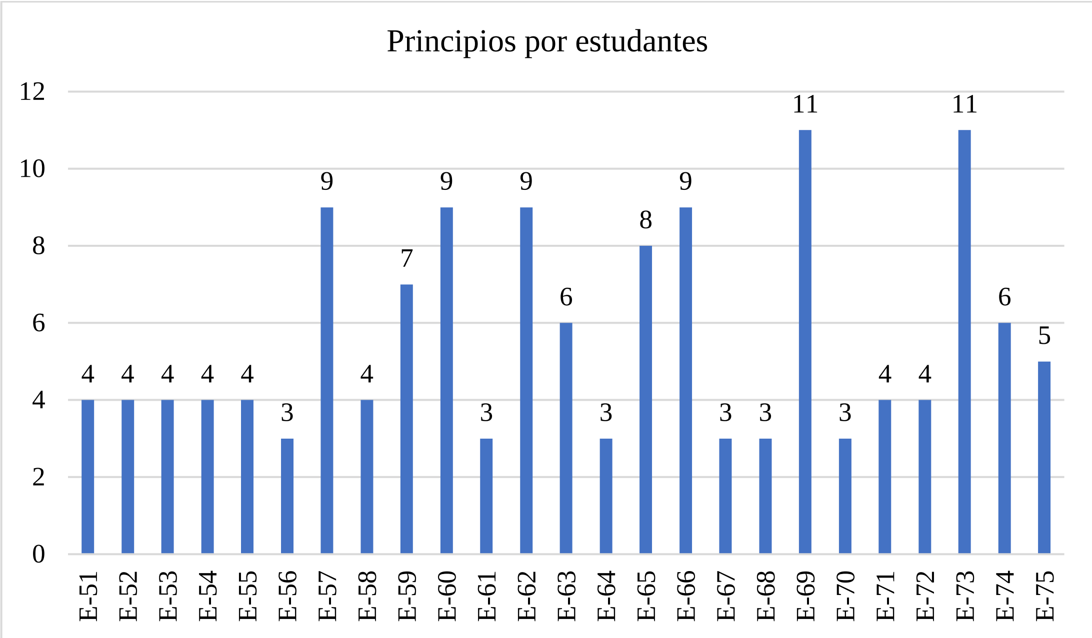
- Não foram observados os princípios P-8 e P-13 na T4, entretanto na T3 foram encontradas evidências de todos os princípios, sendo P-8 com apenas um estudante o menor índice.

- 13 estudantes, equivalente a 52% da T3 relataram experiência de superação das dificuldades, enquanto em T4 apenas 1 estudante que corresponde a 4,16% mencionou o (P-12).

Apresentam-se nos Gráficos 07 e 08 os resultados do 3º momento, referente a quantidade de princípios da TASC compartilhados por cada um dos estudantes participantes da pesquisa em 2019.

Encontram-se no Gráfico 07 os resultados dos relatórios da T3, no qual podemos observar que os estudantes compartilharam no mínimo 03 e no máximo 11 princípios da TASC.

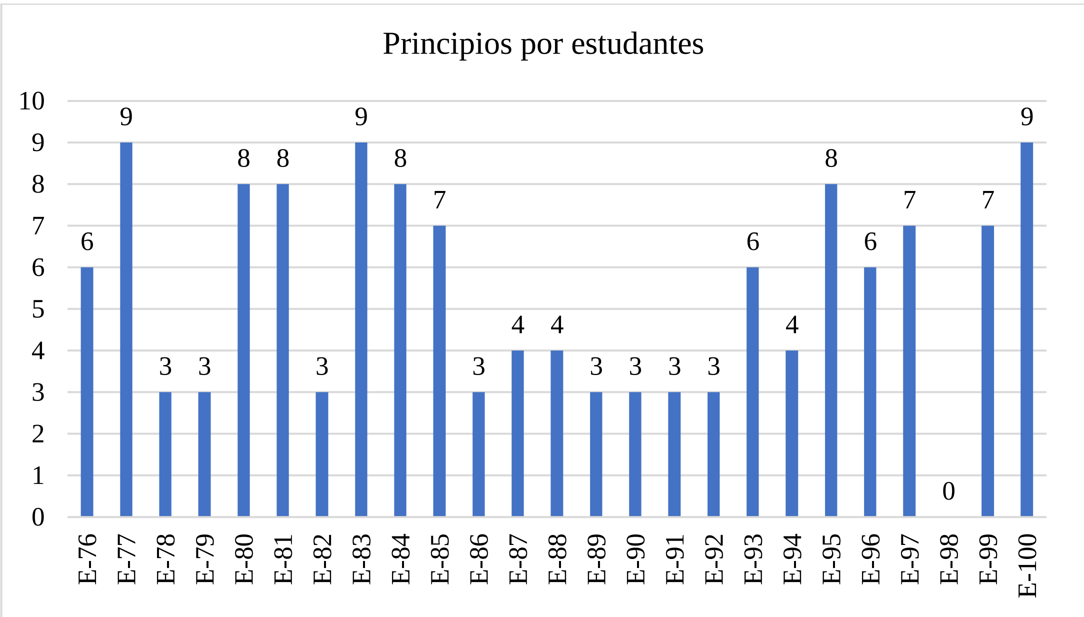
Gráfico 07. Princípios da TASC por estudantes da T3



Fonte: A autora

Observa-se no Gráfico 08 que os resultados da T4 foram semelhantes aos da T1 com os estudantes compartilhando no mínimo 03 e no máximo 09 princípios da TASC. Também em T4 temos um estudante que não escreveu o relatório (E-98).

Gráfico 08. Princípios da TASC por estudantes da T4



Fonte: A autora

Encontram-se nas Tabelas 34 e 35 os dados utilizados na construção dos gráficos dos relatórios das turmas T3 e T4. Podemos observar quais princípios foram identificados em cada um dos relatórios. Note na primeira coluna a relação dos estudantes e na primeira linha os princípios da TASC, foram assinalados com x os princípios observados em cada um dos estudantes. Por exemplo, no relatório do estudante E-51 foram encontradas evidências dos princípios P-3, P-9, P-10 e P11.

Tabela 34 – Resultados dos relatórios dos estudantes da T3

	P-1	P-2	P-3	P-4	P-5	P-6	P-7	P-8	P-9	P-10	P-11	P-12	P-13	Total
E-51			X						X	X	X			4
E-52			X	X						X	X			4
E-53			X							X	X	X		4
E-54				X			X		X		X			4
E-55										X	X	X	X	4
E-56			X							X	X			3
E-57	X	X	X	X	X	X			X	X	X			9
E-58			X		X					X	X			4
E-59	X		X	X	X	X	X				X			7
E-60	X	X	X	X	X	X				X	X	X		9
E-61	X		X								X			3
E-62	X	X	X	X	X	X			X		X	X		9
E-63	X		X		X	X				X	X			6
E-64			X							X		X		3
E-65		X	X	X					X	X	X	X	X	8
E-66	X	X	X	X		X				X	X	X	X	9
E-67		X	X							X				3
E-68			X							X		X		3
E-69	X	X	X	X	X	X	X			X	X	X	X	11
E-70		X	X							X				3
E-71			X	X				X	X					4
E-72			X	X						X		X		4
E-73	X	X	X	X	X	X			X	X	X	X	X	11
E-74			X	X					X	X	X	X		6
E-75		X	X	X						X		X		5
Total	9	10	23	14	8	8	3	1	8	20	18	13	5	

Fonte: A autora

Tabela 35 – Resultados dos relatórios dos estudantes da T4

	P-1	P-2	P-3	P-4	P-5	P-6	P-7	P-8	P-9	P-10	P-11	P-12	P-13	Total
E-76	X			X	X	X				X	X			6
E-77	X	X	X	X	X	X			X	X	X			9
E-78	X									X	X			3
E-79		X	X						X					3
E-80	X	X	X	X		X			X	X	X			8
E-81	X	X		X	X	X			X	X	X			8
E-82			X							X	X			3
E-83	X	X	X	X	X	X			X	X	X			9
E-84	X		X	X	X	X	X			X	X			8
E-85	X	X		X	X	X				X	X			7
E-86		X		X						X				3
E-87	X			X						X	X			4
E-88	X		X	X	X									4
E-89	X		X							X				3
E-90		X	X							X				3
E-91			X							X	X			3
E-92		X	X							X				3
E-93		X	X	X					X	X	X			6
E-94	X		X				X			X				4
E-95	X	X	X	X	X	X				X	X			8
E-96	X	X	X		X					X	X			6
E-97	X	X	X	X	X					X	X			7
E-98														0
E-99	X		X	X	X	X				X		X		7
E-100	X	X	X	X	X	X			X	X	X			9
Total	17	14	18	15	12	10	2	0	7	22	16	1	0	

Fonte: A autora

Apresentam-se a seguir a análise e a transcrição dos relatórios dos estudantes (E-55, E-57, E-73, E-80 e E-81), consideradas como evidências dos princípios da TASC compartilhados pelos estudantes.

E-55 compartilha experiência afetiva positivas em relação as aulas de matemática (P-10). Participa ativa e criticamente das atividades propostas (P-11). Relata ainda a superação das dificuldades com auxílio da professora e dos colegas (P-12 e P-13).

> *"06-11-19 De primeira achei que não ia gostar porque parecia entediante, porque eu não entendia nada no Geogebra. Mais (sic) depois que fui pegando o jeito fui achando bem legal. Tive um pouco de dificuldade nas contas porque eu não sabia muito sobre substituição, porém a professora e a E-73 me ajudaram e me explicaram, ai eu entendi tudo. A aula foi bem legal, dinâmica e diferente das normais já que a gente foi para o laboratório de informática. No começo da aula eu tava super elétrica mesmo achando que a aula seria entediante, mas no final da aula quando tava tudo legal, eu tava entendendo tudo, tava fácil mexer no Geogebra… A aula acaba e eu fico triste e cansada.: (Triste porque a aula tinha acabado e cansada por ficar mexendo no Geogebra. Dia 08-11-19 Essa aula seria no laboratório de informática, mas a tia da informática não tinha chegado ainda. Então a professora fez a atividade da página 180, Questão: 39 no Geogebra. A Professora falou sobre a prova e explicou a questão 39. Eu tive dificuldade na "A" da página 39 porque eu não conseguia identificar o sistema, so (sic) conseguia identificar a reta quanto da "A" quanto na "B" e na "C" (sic) A aula foi bem produtiva, eu consegui entender tudo. Não tenho mais dúvida sobre sistema e espero que a prova esteja fácil. A aula foi bem legal. Eu aprendi os sistemas. Eu ainda não sabia fazer os sistemas e nem as classificações"* (E-55)

E-57 compartilha 9 princípios, descreve com detalhe o desenvolvimento das aulas (P-1) fazendo uma análise crítica das mesma, destacando também as questões socioambientais (P-2). Percebe com clareza o que foi ensinado (P-4), interage com os materiais educativos como gráficos produzidos no papel milimetrado e/ou no GeoGebra (P-3). O estudante compreende a linguagem matemática ao citar o plano cartesiano, os tipos de sistemas, as técnicas para sua resolução e classificação quanto as retas (P-5, P-6, P-9, P-10 e P-11).

“*Atualmente, durante as aulas de matemática, viemos estudando sistemas lineares e suas resoluções. Primeiramente, aprendemos diversos métodos de como encontrar a solução de determinado sistema, sendo eles: o método da adição, método da substituição e por meio do plano cartesiano, no qual particularmente prefiro o primeiro método citado, ou seja, aquele onde tornamos uma das variáveis opostas, logo sendo eliminadas, facilitando o restante a se calcular. Posteriormente, ensinaram-nos a localizar tais sistemas em um gráfico construído por nós mesmos, através de pares ordenados, então a identificar qual sistema estamos tratando em precisa (sic) situação. Um sistema pode ser estampado como determinado, indeterminado e impossível, além de que, ao passarmos as soluções de um sistema para um plano cartesiano, é possível reconhecer o tipo das retas de acordo com o sistema resolucionado (sic), entre elas há as retas concorrentes, paralelas e coincidentes. Após todo estudo, nos direcionamos a sala de informática para colocar em prática o conhecimento, mediante o aplicativo GeoGebra. Nas respectivas aulas, a professora Adriana passou uma série de problemas não só matemáticos, contudo também sociais e ambientais, retratando a triste realidade da utilização de canudos de plástico, afetando diversos animais aquáticos, assim como as manchas de óleo nas praias nordestinas, e como o plástico possue (sic) uma longa decomposição, diferente do papel. Em todas as aulas, pude colocar em prática tudo que aprendi relacionado a sistemas no GeoGebra, apesar de ser um pouco confuso inicialmente, desfrutei e explorei o máximo que pude no aplicativo e durante a resolução de problemas, que me fizeram gostar bastante da dinâmica aplicada na aula, além da criatividade e realidade proposta nas perguntas. /enfim, consegui resolver as questões, identificar os tipos de sistemas, montá-los em um gráfico e perceber o tipo de reta, assim aproveitando a boa aula com pouquíssimas dúvidas. Obrigada.* (E-57)”

E-73 relata evidência de todos os princípios observados no E-57 acrescentando a superação da dificuldade (P-12) e retroalimentação (P-13) ao afirmar que ainda tinha algumas dúvidas em relação ao assunto e foram todas sanadas.

“A primeira aula foi no laboratório de informática no dia 06.11 (quarta-feira), onde abrimos o Geogebra para fazer os tipos de gráficos de três situações

problema; o primeiro foi relacionado ao tempo de decomposição do canudinho plástico, onde havia uma comparação desse tipo de canudo com o canudo com o canudo de papel e seu tempo de decomposição (sendo o tempo do canudo de papel menor relacionado ao canudo de plástico). O sistema correspondente seria: {x+y=1197 e x=400y} S:{(1200,3)} Colocando esses valores no programa do Geogebra, pude observar que a distância dos mesmos é imensa e seria quase que impossível realizar esse problema no plano cartesiano manual. O segundo problema envolvia um alojamento de pessoas onde haviam barracas e quitinetes; sendo sua equação correspondente: {x-y=23 e 3x+5y=85} S:{(15,8)} O terceiro problema, está relacionado a uma campanha de arrecadação de alimentos feita pelo circo da cidade, sua equação era: {x+y=658 e 2x+3y=1498} S:{(476,182)} Uma observação sobre essas situações problema é que elas estavam relacionadas a nossa sociedade, como o problema do lixo nos oceanos e quanto tempo demoram para se decompor, os imigrantes e a ajuda a essas pessoas por eventos de caridade. A segunda aula ocorreu na sala, onde foi mostrado a nós as resoluções da questão 39 do livro didático, podendo analizar (sic) os diferentes tipos de gráficos, suas soluções e suas retas. Em minha opinião, essas duas aulas foram muito boas e esclarecedoras, no sentido de visualizar o nome dos gráficos e suas retas ainda tinha umas dúvidas em relação a isso), que agora já foram todas tiradas." (E-73)

E-80, evidencia 8 princípios da TASC. Destaca-se a interação com o programa GeoGebra (P-3) e sua utilização para captar outros significados aceitos, ao afirmar que não aprende só o método gráfico, mas também cuidar do meio ambiente (P-1, P-4, P-6, P-9, P-10 e P-11). Finaliza o relatório aconselhando o uso do canudo de metal (P-2).

"Bom, na aula de matemática do dia 06 de novembro, tivemos, aula no laboratório de informática, para aprendermos a usar o método gráfico no Geogebra, é o "aplicativo" com o qual a professora Adriana, nos ensina a usar um gráfico. Nessa aula não aprendemos só a usar o metodo (sic) gráfico nos sistemas, mas também a cuidar do meio ambiente pois o primeiro problema relatava sobre os canudinhos de plástico, que são jogados nos rios e nos mares, que estão afetando a saúde dos nossos animais marinhos. Para finalizar meu

relatório: A aula foi bem produtiva, pois não só aprendemos matemática, mas também a cuidar do meio ambiente. Usem canudinhos de metal!!" (E-80)

E-81, também, evidencia 8 princípios, 7 deles iguais a E-80, entretanto, E-81 substitui o (P-3) por (P-5), pois não menciona o programa GeoGebra, mas dar ênfase ao conteúdo matemático no contexto socioambiental de cada uma das situações-problema. Note que o estudante relata ter dificuldades para resolver uma questão, mas não deixa claro se a dificuldade foi superada.

> *"Na aula de matemática do dia 06/11/19 nós alunos da turma 1182 fomo ter aula no laboratório de informática, a aula foi muito produtiva e resolvemos muitas questão (sic), a maioria foi facil (sic) e rápido de solucionar. No total, que eu me lembre resolvemos 3 sistemas de equações, o primeiro foi o da tartaruga, desse problema matemático além de aprender a resolver o sistema também aprendi que o papel dura 3 meses para se decompor, já o plástico dura 100 anos. Na segunda questão foi a dos colchonetes =, essa foi facíl (sic) também e eu entendi, pois a professora explicou muito bem. A terceira questão foi a do circo, a mais difícil pra mim, nessa tiamos (sic) que descobrir quantas pessoas com mais de 16 anos levaram quilo de feijão e quantos feijão levaram no total. E foi mais ou menos isso que aconteceu na aula de matemática, embora tenha demorado bastante para ter uma aula "prática" de matemática, eu gostei e acho que a professora tinha que repetir mais vezes"* (E-81)

Informa-se que outros relatórios podem ser encontrados nos anexos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa buscou responder ao questionamento: Como a aplicação de uma UEPS poderá contribuir para promover Aprendizagem Significativa Crítica nos estudantes do 8º ano do Colégio de Aplicação da UFRR?

Para responder tal pergunta, foram realizadas diversas atividades acadêmicas e pedagógicas, estando todas fundamentadas na TAS e na TASC, em razão da importância dessas teorias e suas influências no ensino e na aprendizagem em geral e em particular, de conteúdos matemáticos.

Em resposta ao primeiro objetivo de diagnosticar os conhecimentos prévios dos estudantes, a prova diagnóstica demonstrou evidências que os estudantes participantes nos dois anos da pesquisa possuíam subsunçores adequados para favorecer aprendizagem.

Os resultados das autoavaliações, das atividades e das provas intermediarias e somativas demonstraram a eficácia da UEPS para o ensino de Sistema de Equações do 1º grau com duas variáveis, promovendo a aprendizagem significativa crítica no ensino de matemática. Estes resultados respondem positivamente aos seguintes objetivos da pesquisa: favorecer a construção do conceito; avaliar a contribuição da UEPS e analisar o nível de compartilhamento de significado dos estudantes.

Dessa forma, os resultados apresentados no capítulo 5 comprovam a possibilidade de promover a aprendizagem significativa crítica através das Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS), com base nos princípios da TACS em estudantes do 8º ano do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Roraima (CAp/ UFRR).

Para responder ao último objetivo, buscou-se verificar quais dos 13 princípios da TASC influenciaram a aprendizagem significativa crítica de Sistemas de Equações do 1º grau com duas variáveis. Sendo assim, por meio dos relatórios dos próprios estudantes, participantes da pesquisa em 2019, pode-se compreender que todos os 13 princípios foram necessários para o desenvolvimento de uma aprendizagem crítica e significativa.

Entretanto, o grau de importância de cada princípio varia de acordo com as ações dos professores e as demandas específicas de cada estudante.

Além disso, a partir dos relatórios dos estudantes, é possível perceber que o ensino da matemática não se resume apenas em números e equações, mas também auxilia no desenvolvimento de um senso crítico por meio da aplicação de uma UEPS e dos 13 princípios da TASC. Sendo assim, podemos concluir que a aprendizagem significativa crítica no ensino de matemática proporciona a aquisição de um pensamento questionador com relação, não apenas à solução de problemas matemáticos, mas também aos problemas presentes na sociedade atual.

Vale ressaltar também que, esse estudo gerou duas publicações Qualis A2. Sendo uma na revista “Dynamis”, cujo título é “Aprendizagem Significativa Crítica no ensino dos números e seus conjuntos.”. E a outra publicação foi feita na revista “REnCiMa”, sob o título de “Aprendizagem Significativa Crítica de equações do 2º grau no Ensino Remoto de uma escola federal brasileira”. Além disso, foram realizadas duas comunicações orais, sendo uma nacional (7º ENAS) e a outra internacional (X EIAS).

Esta tese também oferece, aos docentes significativa documentação didática para desenvolver atividades de cunho crítico. Sendo assim, o processo educativo é vivenciado como um itinerário que, encarando criticamente o ensino, proporciona ferramentas que, em perspectiva, poderão contribuir para solucionar problemas sociais mais complexos, existentes fora das salas de aula.

Posto isso, ressalta-se a importância da Escola de Doutorado de Burgos para a formação de professores no Brasil e, especialmente, em Roraima, além da necessidade da continuação dos estudos sobre Aprendizagem Significativa Crítica, por meio de um grupo de pesquisa que está sendo formado e será posteriormente oficializado.

Por fim, acredita-se que os professores em geral e, em particular, os de matemática possam cativar seus estudantes através de uma prática libertadora e crítica, contribuindo para a formação integral de cidadãos questionadores e responsáveis.

Para uma melhor visualização da tese apresenta-se a seguir o “V” final.

Domínio Conceitual

Filosofia: Cognitivismo, construtivismo.
É possível promover Aprendizagem Significativa

Teorias

- TAS – D. P. Ausubel, J.D. Novak
- TASC – M. A. Moreira
- Teoria de Ensino – D. B. Gowin

Princípios

- Desenvolver uma UEPS para o ensino de Sistema de Equações do 1º grau com duas variáveis, fundamentada nos 13 princípios da TASC.
- Avaliar os conhecimentos prévios dos estudantes.
- Promover negociação de significados cientificamente aceitos.
- Promover Aprendizagem Significativa Crítica de Sistema de Equações do 1º grau com duas variáveis.
- Favorecer a construção de gráficos de Sistema de Equações do 1º grau com duas variáveis utilizando papel milimetrado e o programa GeoGebra.

Conceitos

- Aprendizagem Significativa.
- Diferenciação Progressiva.
- Reconciliação Integradora.
- Princípios da TASC
- Criticidade.
- Gráficos de Sistema de Equações do 1º grau com duas variáveis.
- Resolução de problema.
- Classificação de sistemas quanto

Questão Foco: Como a aplicação de uma UEPS poderá contribuir para promover Aprendizagem Significativa Crítica nos estudantes do 8º ano do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Roraima?

Domínio Metodológico

Asserções de Valor

- A eficácia da UEPS para o ensino de Sistema de Equações do 1º grau com duas variáveis, fundamentada nos 13 princípios da TASC.
- Promover Aprendizagem Significativa Crítica no ensino de Matemática.
- Apresentar uma fundamentação teórica e práti ca para favorecer a aprendizagem significativa crítica no ensino de Matemática.

Asserções de Conhecimento (produzido)

- A UEPS fundamentada na TASC influenciou positivamente a aprendizagem significativa crítica de Sistemas de Equações.
- Prova diagnóstica demonstrou evidências que os estudantes participantes nos dois anos da pesquisa possuíam subsunçores adequados para favorecer a aprendizagem.
- A análise dos resultados apresenta evidências que a utilização dos 13 princípios da TASC favorece a aprendizagem significativa crítica.
- Em 2018, 60% dos estudantes representaram a solução de um sistema de equações no plano cartesiano, desses 26%, precisaram da retroalimentação para concluírem a construção do gráfico.
- 24% dos estudantes em 2018 e 26,53% em 2019 não construíram o gráfico. T4 obteve o maior índice de compartilhamento de significados

Transformações Metodológicas
Analise qualitativa dos dados, organizados em tabelas e gráficos.

Registros /dados
Provas de lápis e papel
Autoavaliação
Relatórios
100 estudantes do 8º Ano

Evento

Aplicação de uma UEPS para o ensino de Sistema de Equações do 1º grau com duas variáveis, fundamentada nos 13 princípios da TASC.

REFERÊNCIAS

Antoniassi, K. R. (2013). O ensino de sistemas de equações do primeiro grau com duas incógnitas no oitavo ano do ensino fundamental através de situações-problema. (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, SP.

Ausubel, D.P., Robinson, F.G. (1969). *School learning: An introduction to educational psychology*. London: Holt, Rinehart & Winston.

Ausubel, D.P. (1978). *Psicología educativa: Un punto de vista cognoscitivo.* México: Editorial Trillas. 769p. Tradução ao espanhol do original em inglês *Educational Psychology: A Cognitive View* (1968).

Ausubel, D.P. (2000*). Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva*. Lisboa: Plátano.

Ausubel, D. P. (2003). *Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva*. Lisboa: Plátano Edições Técnicas.

Ausubel, D. P.; Novak, J. D.; Hanesian, H. (1980). *Psicologia educacional*. Rio de Janeiro: Interamericana.

Bachelard, G. (1996). *A formação do espírito científico*. Rio de Janeiro: Contraponto.

Boff, L. (2015). *Ecologia: grito da terra, grito dos pobres*, Petrópolis, RJ. Vozes. p. 154.

Bordin, D. (2019). UEPS: Aprendizagem Significativa da Trigonometria aplicada ao futebol. (Dissertação de mestrado). Universidade de Caxias do Sul, RS.

Brasil. (1998). Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática*. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF.

Brasil. (2018). Secretaria de Educação Fundamental. *Base Nacional Comum Curricular: Matemática*. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF.

Brasil. (2021). Ministério de Ciências, Tecnologia e Inovações. Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia, Brasília; https://www.gov.br/ibict/pt-br

Braian, L. C. A. (2017). Possibilidades e limites de uma intervenção¸ pedagógica pautada na metodologia da sala de aula invertida para os anos finais do Ensino Fundamental. (Dissertação de Mestrado). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, PR.

Campos, S. & Parraguez. M. (2019). *Entendendo sistemas de equações lineares: um estudo de caso no contexto da escola no Chile*. Educação Matemática Pesquisa. 21 (3), 347-368.

Cataneo, V. I. & Rauen. F. J. (2018). *Registros de representação semiótica, relevância e conciliação de metas: uma análise do capítulo Sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas do livro Matemática compreensão e prática de Ênio Silveira*. Educação Matemática Pesquisa, .20, (2),140-170.

Chirone, A. R., Moreira, M. A. & Sahelices, C. C. (2019). *Promovendo a Aprendizagem Significativa Crítica através de uma UEPS para o ensino de equações: análise de uma avaliação*. Sorocaba, SP/ Brasil.

Costa, A. G. M. (2015). *Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) como possibilidade para o ensino de Função Polinomial do 1º grau: uma experiência no Ensino Médio*. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, RN.

Dante, L. R. (2009). "manual pedagógico do professor", matemática, *in: tudo é matemática*, São Paulo, Ática, página 31.

Delazeri, G. R. (2017). *A competência de resolução de problemas que envolvem o pensamento algébrico: um experimento no 9º ano do ensino Fundamental*. (Dissertação de Mestrado). Universidade Luterana do Brasil. Canoas, RS.

Duarte, R. C. (2015). *Desempenho em questões de álgebra do SIMAVE sob a pespectiva (sic) dos registros de representação semiótica*. (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal de São Carlos, SP.

Ewert, P. H. & Lambert, J. F. (1932). *The effect of verbal instructions upon the formation of a concept*. Journal of General Psychology.

Fabro, R. R. (2018). *Unidades de ensino potencialmente significativas para a aprendizagem de geometria analítica*. (Dissertação de mestrado). Universidade de Caxias do Sul. RS.

Freire, P. (1984). *Cartas à Guiné-Bissau*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 4ª edição.

Freire, P. (1996). *Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra. 15ª Ed.

Freire, P. (1999). *Pedagogia da Esperança – Um encontro com a Pedagogia do oprimido*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 6ª edição.

Freire, P.; MACEDO, D. (2006). *Alfabetização, leitura do mundo, leitura da palavra*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 4ª edição.

Gagnê, R.M. & Smith, E.C. (1962). *A study of the effects of verbalization on problem solving*. Journal of Experimental Psychology.

Ghedin, E. & Franco, M. A. S. (2011). *Questões de método na construção da pesquisa em educação*, 2 Ed. – SP: Cortez.

Glynn, S.M., Bryan, R.R., Brickman, P., and Armstrong, N. (2015). *Intrinsic motivation, self-efficacy*, and *interest in scienc*e. Em Renninger, K.A., Nieswandt, M., and Hidi, S. (Eds). *Interest in mathematics and science learnin*g. Washington, D.C.: American Educational Research Association.

Godoy, K. V. & Leite, D. G. (2021). *Regra de Cramer: uma perspectiva histórica para o ensino de sistemas lineares*. Revista de Ensino de Ciências e Matemática, 12(5), 1-25.

Goulart, A. M. A. (2014). *A Aprendizagem Significativa de sistemas de equações do 1º grau por meio da resolução de problemas*. (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, SP.

Gowin, D.B. (1981). *Educating*. Ithaca, N.Y.: Cornell University Press.

Greca, I. M. & Moreira, M. A (2002). *Além da detecção de modelos mentais. Uma proposta integradora*. Investigações em Ensino de Ciências, 7. http://www.if.ufrgs.br/ienci

Guerra, F. J. U., Silva, M. J. F. & Iparraguirre, R. C. G. (2019) *A componente tecnológica-teórica dos sistemas de duas equações lineares na educação básica*. Educação Matemática Pesquisa. 21(5), 498-513.

Huf, V. B. S., Huf, S. F. & Pinheiro, N. A. M. (2021). *UEPS no ensino de frações nos anos iniciais: uma revisão sistemática*. Amazônia Revista de Educação em Ciências e Matemática. 17 (39), 92-107.

Johnson-Laird, P.N. (1983). *Mental models*. Cambridge, MA: Harvard University Press. 513p.

Kendler, T. S. (1963). Development of mediating responses in children. *Monographs of the Society of Research in Child Development*.

Klein, M. E. Z. (2018). *O Ensino e a Aprendizagem de Matrizes tendo como Fundamentação teórica a teoria da aprendizagem Significativa*. (Tese de doutorado). Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, RS.

Klein, M. E. Z. & Pino, J. C. (2018). *A teoria da aprendizagem significativa e o ensino de matrizes*. Blumenal, SC/Brasil.

Kotovicz, S. B. (2018). *Educação matemática e educação ambiental: questões socioambientais analisadas por alunos da educação básica*. (Dissertação de Mestrado). Universidade do Estado de Santa Catarina. Campo Alegre, SC.

Luria, A. R. (1959). *The directive function of speech in development and dissolution: Part I. Development of the directive function of speech in early childhood*. Word.

Masini, E.F.S., Moreira, M.A. (2017). *Aprendizagem significativa na escola*. Curitiba, PR: Editora CVR. 87p.

Michelsch, J. S. (2014). *Registros de representações semióticas no estudo de sistemas de equações de 1º grau com duas variáveis usando o software GeoGebra*. (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, RS.

Miléo, M. T. R. (2017). *O ensino da estatística descritiva para o tratamento da informação no Ensino Médio*. (Dissertação de mestrado). Universidade de Passo Fundo. RS.

Mileo, M. T. R. & Silva, J. T. (2020). *O ensino da Estatística descritiva para o tratamento da informação no Ensino Médio. Revista de Ensino de Ciências e Matemática*. 11(6), 530-551

Molon, D. (2017). *Unidade de Ensino Potencialmente Significativa: a resolução de Situações-problema envolvendo as operações com Números Reais e a calculadora*. (Dissertação de mestrado). Universidade de Caxias do Sul, RS.

Moreira, M.A. (2005). *Aprendizagem significativa crítica*. Porto Alegre, RS: Instituto de Física da UFRGS.

Moreira, M. A. (2006). *A Teoria da Aprendizagem Significativa e sua implementação em sala de aula*. Brasília: UnB.

Moreira, M. A. (2009). *Subsídios Didáticos para o Professor Pesquisador em Ensino de Ciências*. 1ª ed. Porto Alegre: Instituto de Física/ Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Moreira, M. A. (2010). *Aprendizagem Significativa Crítica/ Aprendizaje Significativo Crítico*. 2ª ed. Porto Alegre: Instituto de Física/ Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Moreira, M.A. (2011). *Aprendizagem significativa: a teoria e textos complementares*. São Paulo, SP: Editora e Livraria da Física. 179p.

Moreira, M. A. (2011). *Unidades de Enzeñanza Potencialmente Significativas*. Aprendizagem Significativa em Revista, v.1, n.2. pp.43-63.

Moreira, M. A. (2012). *Aprendizagem Significativa: a teoria e textos complementares*. São Paulo: Editora Livraria da Física.

Moreira, M. A. (2016). *Subsídios Didáticos para o Professor Pesquisador em Ensino de Ciências*. Instituto de Física, UFRGS, Brasil 2009 (1ª edição), (2ª edição revisada) Porto Alegre.

Moreira, M. A.; Masini, E. F. S. (2016). *Aprendizagem Significativa: A Teoria de David Ausubel*. São Paulo: Centauro.

Moreira, M.A. (2017). The relevance of physics knowledge for citizenship and the incoherence of physics teaching. In Leite, L., Dourado, L., Afonso, A. S. and Morgado, S. (Eds.). *Contextualizing Teaching to Improve Learning*. *The case of Science and Geography*. New York: Nova Science Publishers.

Novak, J. (1981). *Uma teoria de educação*. São Paulo: Pioneira.

Novak, J. D.; Hanesian, H. (1980). *Psicologia educacional*. Rio de Janeiro: Interamericana.

Novello, C. A. (2021). *Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) em diferentes contextos na educação matemática contemporânea*. (Dissertação de mestrado). Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, RS.

Nunes, C. S. & Bayer, A. (2015). *Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) no contexto do ensino de estatística*. Ensino de Matemática em revista. 16 (1), 58-69.

Onuchic, L. R. (1999). *Ensino-Aprendizagem de Matemática Através da Resolução de Problemas*. In. Bicudo, M. A. V. (Org.). Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas. 5. São Paulo: UNESP. p. 199-218.

Overing, R. L. R. & Travers, R. M. W. (1966). Effect upon transfer of variations in training condition. Journal of Educational Psychology.

Padilha; T. A. F., Moreira; M. A. & Quartieri, M. T. (2019). *Uma Unidade Potencialmente Significativa para o ensino de Ângulos baseada na construção de jogos digitais com o Scratch*. Encontro Internacional de Aprendizagem Significativa. Sorocaba, SP/ Brasil.

Pajares, F., Olaz, F. (2008). *Teoria social cognitiva e auto-eficácia: uma visão geral*. Em Bandura, A., Azzi, R.G., Polydoro, S. (2008). *Teoria social cognitiva: conceitos básicos*. Porto Alegre: Artmed. 176p.

Perrenoud, P. (1999). *Construir competências desde a escola*. Porto Alegre, RS: Artmed.

Polya, G. (2006). *A arte de resolver problemas*. Tradução Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência.

Postman, N. and Weingartner, C. (1969). *Teaching as a subversive activity*. New York: Dell Publishing Co.

Proença, M. C, Afonso, E. J. M., Travassos, W. B. & Castilho, G. R. (2020). *Resolução de Problemas de Matemática: análise das dificuldades de alunos do 9.º ano do Ensino Fundamental*. Revista de Educação, Ciências e Matemática, 16, (36), 224-243.

Ramos, F. M. & Laudares, J. B. (2018). *Objeto de aprendizagem para o ensino médio e educação profissional – sistemas de equações algébricas lineares aplicados em circuitos*. Educação Matemática em Revista. 19 (2), 94-124.

Sá, L. C. & Souza, S. G. (2018*). O jogo "onde está o erro?" No ensino de sistema de equações lineares*. Educação Matemática em Revista. 19(2), 73-80.

Sampieri, R.H., Collado, C. F. & Lucio, P. B. (2012). Metodología de La Investigación. 4ª ed. – México: McGraw-Hill Interamericana.

Santos, S. M. (2018). *Unidade de Ensino Potencialmente Significativa para estudo de Estatística no Ensino Fundamental II*. (Dissertação de mestrado). Universidade de Passo Fundo, RS.

Schroeder, L. T.; Lester, F. K. J. (1989). *Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving*. In: TRAFTON, P. R. New directions for elementary school mathematics. Reston: NCTM, p. 31-42.

Schwab, J. (1973). *The practical 3: translation into curriculum*. School Review, 81 (4), 501-523.

Shor, I.; Freire, P. (2000). *Medo e ousadia – O cotidiano do Professor*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 8ª edição.

Silva; R. R., Melo; D. A. & Veras; C. C. (2017). *Software MATLAB no ensino-aprendizagem da Matemática no 8ºano do fundamental: Uma análise analítica e geométrica no ensino de expressões algébricas e sistemas de equações do 1º grau*. Revista Eletrônica de Educação Matemática.12, (2), 58-66.

Teixeira, V. M. F. R. & Laudares, J. B. (2019). *Uma proposta de integração da educação matemática e profissional: objeto de aprendizagem de sistemas de equações* *algébricas lineares para dimensionamento de circuitos*. Educação Matemática em Revista. 20(2), 23-45.

Tenfen, M. M. & Clebsch, A. B. (2019). *Aprendizagem Significativa de Matemática contextualizada pela Física*. Encontro Internacional de Aprendizagem Significativa. Sorocaba, SP/ Brasil.

Tolentino, G. (2013). *Situações-problemas aplicadas na aprendizagem de equações e sistemas de equações do primeiro grau com duas variáveis*. (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, SP.

Valentim, M. A. (2015). *Pensamento narrativo na aprendizagem matemática: Estudo com alunos do Ensino Fundamental na resolução de atividade de Álgebra*. (Tese de doutorado). Universidade Anhanguera de São Paulo, SP.

Vergnaud, G. (1990). La Théorie des Champs Conceptuels, *Récherche en Didactique des Mathématiques*, 10(23): 133-170.

Viana, O. A. & Rodrigues, R. Jr. (2021). *Aprendizagem Significativa de estratégia para resolução de sistemas de equações*. Revista Eletrônica de Educação Matemática, 16, 1-24.

Vygotsky, L. (1987). *Pensamento e linguagem*. São Paulo: Martins Fontes. 1ª Ed.

Brasileira. 135p.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Récherches en Didactique des Mathématiques*, *10*(23): 133-170.

ANEXO

Relatório dos estudantes participantes da pesquisa em 2019

Na sequência encontram-se os manuscritos produzidos pelos estudantes após as aulas no laboratório de informática, como parte das atividades propostas durante o desenvolvimento da pesquisa.

Eu entendi sobre o relatório de matemática, quando eu fui a primeira vez na sala de informática para fazer os gráficos no Geogebra, eu não sabia fazer muita coisa, já que era minha primeira vez fazendo os gráficos no aplicativo, mas depois de um tempo eu comecei a aprender a usar o aplicativo com mais clareza e aprendi mexer nos aplicativos (funções). Na primeira vez que eu fui senti dificuldade, mas pedi ajuda para meu amigo que estava do meu lado e ele me ajudou a aprender as funções do app e comecei a sentir facilidade para fazer as contas, eu gosto de fazer conta no caderno porque eu gosto de usar os números, eu sinto mais facilidade de compreender o conteúdo.

Na segunda aula a professora passou contas no slide, mas eu queria fazer no Geogebra, pois é mais divertido resolver as contas.

E-64

A aula de matemática na sala de informática foi muito legal, Pois através da computador descobrimos inumeros possibilidade de ritos com números grandes. Gostaria que tivesse mais aulas desse tipo, Pois saumos de sala de aula.

E-91

Na primeira aula que eu tive que ir para a sala de informática, eu não conseguia entender muito bem as questões, mas consegui fazer os gráficos com ajuda, não consegui entender o que o enunciado estava Tentando falar, porém eu pedi ajuda dos meus colegas e eles me ajudaram a chegar na resposta certa. Gostei da aula, pois foi bem diferente das outras aulas, os alunos podiam se ajudar com os alunos e isso foi bem divertido, eu gostaria de ter mais aula assim, no GeoGebra comecei a entender de mais durante o passar da aula.

A segunda aula eu tive algumas dúvidas, mas foram poucas dúvidas, não conseguia compreender algumas questões do slide, mas melhorou basTante.

E-68

nas aulas, foi passado o conteúdo de sistemas, seus tipos e como descobrir qual tipo de sistema estamos resolvendo; sua divisão é:

— indeterminado
— determinado
— impossível
— possível

os métodos para se resolver são

[*] adição
[*] substituição

achei a aula bem diferente e um método bastante dinâmico, gostaria de mais aulas assim.

→ aulas nas salas de informática.

* Geogebra, o aplicativo que usamos para ver os tipos de sistemas e tipo de retas que acompanham os mesmos

E-58

Aula 1

A aula na informática foi muito interessante e divertida, muito proveitosa também. Apesar de não ter sido uma aula tradicional, consegui aprender muito, pois o domínio de classe e a explicação da professora ajudou bastante. Talvez os professora deveriam adaptar esse método também, pois os alunos além de aprenderem com o jeito tradicional, de outras formas, podem ajudar muito mais.

O que você aprendeu na aula?
Aprendi a utilizar o Geogebra, utilizar os métodos no computador e reforçar o que eu já tive.

O que poderia ser melhor?
Creio que nada.

Dia 06/11 - Quarta-Feira

Quarta-Feira no laboratório de informatica O conteúdo foi trabalhar as soluções de problemas no aplicativo Geo Gebra para indentificar as retas do sistema. Na aula foi resolvido diversos problemas de equações, como o método da substituição que foi utilizado e uma das equações, foi até fácil resolver os problemas mas o dificil foi saber utilizar o aplicativo correto, logo consegui fazer todos.

Portanto aula foi bem dinâmica e bastante interativa achei muito legal as explicações e gostaria que tivesse mais aulas assim.

Dia 08/11 - Sexta-Feira

Nesta aula revemos os problemas e os sistemas determinados e indeterminados ao conteúdo trabalhado na aula passada. Em que a professora passou no slide problemas para encontrar as soluções e as retas no aplicativo.

Contudo nós revemos isso nessa aula e espero que haja mais atividades assim.

E72

As tarefas na sala de informaticas foram otimas pois me ajudou a aprender melhor o tema eu gostaria de ir mais vezes a sala de informatica pq na 1ª vez que eu fui fizemos alguns graficos e depois voltamos para a sala a 2ª vez a gente pq ficou mais tempo fizemos as questões dos plasticos nos mares, a do circo e etc.

E-75

Eu achei que foi muito divertido, pois agente saiu da sala e foi para o laboratório de informatica, para mim foi muito facil por que agente tinha um aplicativo que ajudava agente a fazer as contas de matemática.

Eu queria que tivesse mais aulas de matemática no laboratório, eu achei muito facil eu entendi mais que na sala de aula então queria que tivesse mais aula no laboratório, diferenciado do padrão escolar que é ficar na sala de aula, se tivesse pelomenos uma aula no mês seria bem legal.

Esse foi meu relatório das aulas de matemática na laboratório de informatica.

E-70

Nas aulas de matemática foram feitas na sala de informática, onde nós aprendemos a mexer no programa geogebra. Eu prefiro fazer os gráficos no geogebra, é mais simples. Não tive muitos problemas com as situações problemas, tive dificuldade em apenas uma questão, mas consegui chegar no resultado. Sobre as aulas que tivemos, posso dizer que gostei, pois foi algo mais prático e eu consegui aprender mais assim. Os problemas estavam bem elaborados e claros, consegui compreender e resolver isso, Além de conseguir dizer quais são as retas e os resultados. E ainda consegui levar todos os resultados para o gráfico, tanto do caderno, quanto no geogebra.

Quanto as aulas, como eu já disse, elas foram muito bem elaboradas e dinâmicas e a maioria da nossa turma conseguiu aprender mais dessa forma de aula, como eu consegui aprender muito mais.

E-74

Olá, meu nome é
e nesse papel vou falar sobre as aulas de matemática essa
semana.

Quarta-feira dia (06) de novembro, A aula já começou
me surpreendendo quando a professora falou - Vamos pra
sala de informática! - A gente foi aprender a fazer um pla-
no cartesiano no "Geogebra" fizemos 3 sistemas de equação
? problema achei fácil resolver, mas o difícil mesmo foi montar
o gráfico no computador!. Passei mais de 10 minutos tentando
até que peguei o jeito e os outros 2 foi mais fácil de realizar
e montar (também gostei da professora chamando a atenção
para o meu - amarelinho isso além das atividades foi muito
importante.

Já a aula achei muito boa e bastante dinâmica tive
muitas dúvidas, também achei muito engraçado quando a pro
fessora falou do notebook dançando com a professora o que eu
estou achando é que esses dias estou me esforçando bastante.

(+) Hoje é Sexta-feira dia (08) a aula ia ser na informática
mas não deu certo então pensamos e corrigimos os exercícios
e novamente tive outras dúvidas sobre estão é se são determinado
e impossível os gráficos no geogebra também eu vou aproveitar pra
agradecer a professora porque pela primeira vez vou bem em ma
temática a senhora explica bem pensar isso que eu tenho a
dizer sobre essas duas últimas aulas obrigado!!. Ah ia me
esquecendo aquele gráfico e sistemas estava fácil mas porque
não bateu o primeiro gráfico na prova.

E-65

no dia 11/10/19 temos a infor-
mática, aprendemos muita coisa
na aula, pra mim a aula foi bem
interessante mas algumas explica-
ções da Professora não entendi muito
pois estava difícil, mas mesmo
assim achei interessante e queria
tirar as minhas dúvidas depois.

E-92

Ah, pra mim as aulas na sala de informática foram extremamente explicativas, divertidas entre outras adjetivos. No primeiro dia fizemos as retas "simples" e aprendemos sobre todas as ferramentas e como mover as retas e os pontos. Já no segundo dia infelizmente o "tio da informática" não compareceu no horário marcado e tivemos aula na sala, não que seja ruim mas é sempre bom sair do ambiente normal pois sempre é o mesmo, então acaba cansando um pouco estressante nos alunos mas fora isso as aulas foram muito legais.

$x - y = 1197$

$x = 400y \quad 400y - y = 1197 \qquad x = \text{plástico}$

$399y = 1197 \qquad y = \text{papel}$

$x = 400 \cdot 3 \qquad y = \frac{1197}{399}$

$x = 1200 \qquad y = 3$

$\frac{1200}{12} = 100$ anos para decomposição

O que você aprendeu?

Que os problemas não são tão difíceis e que existem diferentes tipos de retas e de soluções. [illegible] [illegible]. Determinado: concorrentes. Indeterminado: coincidentes. Impossível: Paralelas.

E-71

Relatório

Dia 06/11 - quarta-feira

Fomos para a sala de informatica, para ter uma aula de matematica diferente. Usamos o Geo Gebra para construir os gráficos das questões que a professora passava no slide. Primeiro liamos as questões todos juntos, a professora explicava o que tinhamos que fazer e em seguida resolviamos no caderno. Após isso a gente ia para o gráfico, nele colocavamos as duas equações do sistema e assim achavamos os pontos que representam a resposta/solução.

Resolvemos três sistemas determinados. Tinham apenas uma solução e formavam retas concorrentes no computador.

Gostei da aula. Aprendi a usar o Geo Gebra e a montar um sistema nele, o que não foi nada fácil. Achei bem divertido essa nova forma de aprender matematica. Espero ter mais aulas assim.

Dia 08/11 - sexta-feira

Nesta aula resolvemos sistemas determinados e indeterminados, em sala, com a professora e através do computador dela.

Gostei muito dessas duas aulas porque em ambas era possível ver todos os tipos de retas e pontos, mesmo sendo preciso ampliar diversas vezes a tela.

E-60

Relatório

No dia 06 de novembro de 2019, a minha turma, 1187, foi para o laboratório de informática com a professora de Matemática Adriana Chiromi, com o objetivo de conhecer e aprender a utilizar o Geogebra.

Lá nós resolvemos três sistemas possíveis determinados e aprendemos como encontrar suas soluções e como marcar as retas de cada um no aplicativo, o que foi um pouco chato, pois os pares ordenados que eram soluções tinham valores altos e tínhamos que dar muito zoom para encontrá-los.

Já no dia 08 de novembro de 2019, nós tivemos uma demonstração com a professora Adriana Chiromi de como encontrar sistemas $\boxed{\text{possíveis}}$ indeterminados e sistemas impossíveis no Geogebra, além de aprender a marcar suas soluções e encontrar suas retas.

Determinat ? indet...

Para mim, essas duas aulas foram muito interessantes e proveitosas, foram nelas que eu conheci o Geogebra e aprendi a operá-lo.

OBS: No primeiro dia só foram vistos sistemas determinados e no segundo dia só foram vistos sistemas indeterminados e impossíveis.

E-63

Hoje (06/11/19) nós foi dada uma aula diferente do costume, a professora Adriana Chiromi nos levou a sala de informática, com o propósito de resolvermos problemas matemáticos usando gráficos através do programa Geogebra.

Foi uma aula bastante dinâmica e interessante, resolvemos problemas determinados com retas coincidentes e concorrentes, achei em geral os problemas bem fáceis.

Espero muito mais aulas como essa envolvendo computadores e tecnologia, mesmo algumas pessoas se desviando da aula.

E-86

Relatório

No dia 6 de novembro a turma 1181 foi para a sala de informática fazer uma aula basicamente dinâmica, fazer a reta no computador e fazer as equações, eu e minha turma gostamos muito das aulas por nunca fizemos isso antes e foi muito bom, não tive muita dificuldade, porem assim foi muito boa e gostaria que tivesse mais.

O que você aprendeu na aula?

Aprendi as questões problemas e tive uma duvida na 2 questão que eu fiz porem não sei se esta correta:

x = barracas

y = Kitnet

$$x + y = 23$$
$$3x + 5y = 85$$
$$3x - 3y = 69$$
$$\underline{3x + 5y = 85}$$
$$0 + 2y = 16$$
$$y = \frac{16}{2}$$
$$y = 8$$

$$x + 8 = 23$$
$$x = 23 - 8$$
$$x = 15$$

E-52

Relatório de Matemática → 06-11-19

• De primeira achei que não ia gostar porque parecia entediante, porque eu não entendia nada no Geogebra. Mais depois que fui pegando o jeito fui achando bem legal.
• Tive um pouco de dificuldade nas contas porque eu não sabia muito sobre substituição, porém a professora e a sofhia me ajudaram e me explicaram aí eu entendi tudo.
• A aula foi bem legal, dinamica e diferente dos normais já que a gente foi para o laboratorio de informática.
• No começo da aula eu tava super eletrica mesmo achando que a aula seria entediante, mais no final da aula quando tava tudo legal, eu tava entendendo tudo, tava fácil mexer no Geogebra.... A aula acaba e eu fico triste e cansada. :(? Porque? Triste porque a aula tinha acabado e cansada por ficar mexendo no Geogebra

→ Dia 08-11-19

• Essa aula seria no laboratorio de informática, mas a tia da informática não tinha chegado ainda. Então a professora fez a atividade da página 180, Questão 39 no Geogebra.
• A professora falou sobre a prova e explicou a questão 39.
• Eu Tive dificuldade na "A" da 39 porque eu não consegui identificar o sistema, só consegui identificar a reta quanto da "A" quanto na "B" e na "C"
• A aula foi bem produtiva, eu consegui entender tudo. Não tenho mais dúvida sobre sistema e espero que a prova esteja fácil.
• A aula foi bem legal!

E-55

Relatório do dia 06/11/19 e 08/11/19

1º relatório

Nesse dia nós revisamos os sistemas de equações no Geo Gebra. Claro que nós calcularamos no caderno e colocaremos no Geo Gebra para conferir o resultado. Nós também aprendemos os nomes dos sistemas (determinado, impossível e indeterminado), os nomes das retas (coincidentes, paralelas e concorrentes)

ex: $\begin{cases} x - y = 1197 \\ x = 400y \end{cases}$ $= 400y - y = 1197$ $\quad 399y = 1197$ $\quad y = \frac{1197}{399} = \boxed{3}$ → papel

$x = 400 \cdot 3$ $\quad x = \boxed{1200}$ meses $\quad 1200 \div 12 = \boxed{100}$ → resposta

(Sistema determinado)
(retas concorrentes)
(1 solução) $\quad S = \{(1200, 3)\}$

$\begin{cases} 3x + 5y = 85 \\ x + y = 23 \; (-3) \end{cases}$ $\quad 3x + 5y = 85$ → $-3x - 3y = -69$ $\quad 2y = 16$ $\quad y = \frac{16}{2}$ $\quad y = 8$

$x + 8 = 23$ $\quad x = 23 - 8$ $\quad x = 15$ $\quad S = \{(15, 8)\}$

(Sistema determinado 1 solução)
(reta concorrente)

etc...

2º relatório

Já no segundo dia nós revisamos tudo do 1º dia e corrigimos no Geo Gebra da Professora; ainda nesse dia nós vimos outras soluções (não estou lembrada de quais). Essas aulas foram ótimas e produtivas Parabéns!

E-59

A aula dinâmica administrada no dia seis de novembro de dois mil e dezenove no laboratório de informática do CAp foi bastante proveitosa pois me ensinou a manusear o programa GeoGebra e a construir gráficos com grandes valores. Eu consegui realizar todas as atividades pedidas e aprendi muito sobre como interpretar problemas e formar equações

E-97

Relatório do dia 06/11/19 e 07/11/19

1º relatório

Nesse dia nós revisamos os sistemas de equações no Geo Gebra. Claro que nós calcularamos no caderno e colocaramos no Geo Gebra para conferir o resultado. Nós também aprendemos os nomes dos sistemas (determinado, impossível e indeterminado), os nomes das retas (coincidentes, paralelas e concorrentes)

ex: $\begin{cases} x - y = 1197 \\ x = 400y \end{cases}$ $= 400y - y = 1197$ $x = 400 \cdot 3$

$399y = 1197$ $x = \boxed{1200}$ meses

(Sistema determinado) $y = \frac{1197}{399} = \boxed{y\,3}$ $1200 \div 12 = \boxed{100}$

(retas concorrentes) $\underset{\text{o papel}}{}$ $\underset{\text{o resto}}{}$

(1 solução) $S = \{(1200, 3)\}$

$\begin{cases} 3x + 5y = 85 \\ x + y = 23 \; (-3) \end{cases}$ $\rightarrow$ $\begin{array}{l} 3x + 5y = 85 \\ -3x - 3y = -69 \end{array}$ $x + 8 = 23$

$x = 23 - 8$

(Sistema determinado 1 solução) $2y = 16$ $x = 15$

(reta concorrente) $y = \frac{16}{2}$ $y = 8$ $S = \{(15, 8)\}$

etc...

2º relatório

Já no segundo dia nós revisamos tudo do 1º dia e corrigimos no Geo Gebra da Professora; ainda nesse dia nós vimos outras soluções (não estou lembrada de quais). Essas aulas foram ótimas e produtivas Parabéns!

E-53

Relatório

Na aula no laboratório no dia 06/11/19, trabalhamos com o geogebra, aprendemos a fazer os gráficos dos sistemas $\begin{cases} X-y=1197 \\ X=400y \end{cases}$, $\begin{cases} X+y=23 \; (-3) \\ 3X+5y=89 \end{cases}$ e $\begin{cases} 2X+3y=1498 \\ X+y=658 \end{cases}$ de uma forma mais simples. Eu achei a aula interessante, pois foi diferente. Acho importante que sempre os professores(a) mudem sua forma de dar aula para deixá-la mais descontraída. Aprendemos também sobre as retas concorrentes, coincidentes e paralela, que elas podem ser determinadas, indeterminadas ou impossível.

E-96

No dia 06 de Novembro a Professora Adriana levou a turma 1982 para o laboratório de informática, a Professora exibiu situações problemas para os alunos resolverem os problemas e montar suas retas no aplicativo geogebra, foram 3 situações problemas e elas foram:

tartarugas e canudos $\begin{cases} X-Y=1197 \\ X=400Y \end{cases}$

kitnets e barracas $\begin{cases} 3B+5K=85 \\ B+X=23 \end{cases}$

entrada no circo $\begin{cases} 2x+3Y=1498 \\ x+Y=658 \end{cases}$

comentário: a aula foi legal, os problemas não estavam difíceis, ainda tive que ajudar outros alunos que tiveram dificuldades no geogebra

E-99

Relatorio

INICIO

Para começo de conversa quero dizer logo de inicio que essa aula diferenciada foi uma excelente ideia agora eu irei falar alguns pontos dessa aula no laboratório de informática.

Pontos Positivos

Os pontos positivos dessa aula foram, que o trabalho não foi cansativo, pois nos desfrutamos da tecnologia e a usamos de forma que nos ajudou bastante a facilitar o nosso trabalho, o deixando rapido, facil, simples e incrivelmente interessante

Pontos Negativos

Os pontos negativos que houveram, simplesmente foi pouco pois falei lá encima que muita coisa importante aconteceu deforma facil e rápido, como isso acontecia todo mundo (sem exeção de ninguém) quando "Terminava o trabalho" abria outras pastas na internete e se entretia enquanto o tempo passava.

Minha Opinião

Na minha Opinião essa aula foi uma das "melhores aulas de matemáticas" que eu ja vi ou Ja tive, pois essa aula ajudou-me bastante eu tendo acesso ao Geogebra que me ajudou a fazer o trabalho mais rapido, enquanto eu ouvia uma música que isso deixou a aula super legal e interessante.

As Vantagens

Todas Vantagens que o programa da aula é rapido, não perdemos tempo construindo um grafico, fazemos o trabalho 3 vezes mais rapido do que com o papel e aprendi melhor e mais rapido assim como foi feito o trabalho, isso ajudou eu a ver o trabalho de forma simples e facil. outra Vantagem é que é mais facil de entender quando fazemos uso da tecnologia moderna a favor dos nossos Estudos e assim conseguimos evoluir mais rapido.

esse é o meu relatório e muito obrigado professora por me conceder a graça e liberdade de eu falar do que eu achei e gostei da aula

E-89

Aula no laboratório de informática.

No dia 06 de novembro de 2019 a professora Adriana levou os alunos do oitavo ano da turma 1182 para uma aula no laboratório de informática.

Tiveram 3 situações problemas que tinham um sistema de equações:

Convidados: $\begin{cases} x - y = 1197 \\ x = 400y \end{cases}$

Kitkats e batons: $\begin{cases} 3B + 5K = 85 \\ B + K = 23 \end{cases}$

Entrada no circo: $\begin{cases} 2x + 3y = 1498 \\ x + y = 658. \end{cases}$

Depois de resolver cada sistema nós fomos fazer os sistemas no aplicativo Geogebra que é uma ótima ferramenta para nos ajudar na matemática e achamos as retas que correspondem a cada equação dos sistemas e achamos o ponto de intersecção entre elas.

Descobrimos que eles são todos sistemas determinados tem uma única solução e as retas são concorrentes.

E-84

Relatório da aula.

Nós fomos para a sala de informática, logo após o recreio para reforçarmos o conteúdo ~~pa do~~ de sistema de equações e o plano cartesiano com exemplos de circos, abrigos e impactos ambientais e com isso eu achei a aula bacana e bastante produtiva, e quero mais aulas como essa.

E-85

*Relatório sobre a aula na Informática:

· A dinâmica envolvia atenção de ambos os alunos. Antes da dinâmica começar, a professora já tinha deixado bem claro o que ocorreria no local e já havia orientado os alunos para esta aula.

Pode-se dizer que esta aula foi uma "reforsação" do conteúdo: Sistema de equações. Ao longo dos dois tempos de aula, a professora passou 3 situações-problemas de diferentes assuntos, como: o uso do plástico e seus impactos, e a vinda dos imigrantes.

Ao fim de cada problema, a turma deveria marcar os pontos (soluções), de cada equação, no plano cartesiano do GeoGebra.

A aula foi uma ajuda para os alunos, foi uma ajuda para os alunos que não sabiam marcar os pontos e resolver o sistema.

No geral, a professora foi bem paciente quanto as dúvidas dos envolvidos, e soube ministrar a aula sem deixá-la entendiante ou sem foco.

E-77

A aula no laboratório de informática foi muito produtiva, teve muita interação, aprendemos a fazer o gráfico no computador utilizando o programa Geogebra, que você pode baixar no computador ou no celular. Aprendemos a fazer os gráficos, aprendemos a marcar os pontos, e tivemos a informação de quanto tempo o papel e o plástico levam para se decompor. No programa Geogebra, nós fizemos a questão do plástico e do papel, que era utilizado o sistema determinado, e a reta, é concorrente. A equação do problema do plástico era:

$\begin{cases} X-Y=1997 \\ X=400 \end{cases}$ 11973 /. Fizemos o problema do circo, que era / da equação $\begin{cases} 2x+8y=1498 \\ x=y=858 \end{cases}$

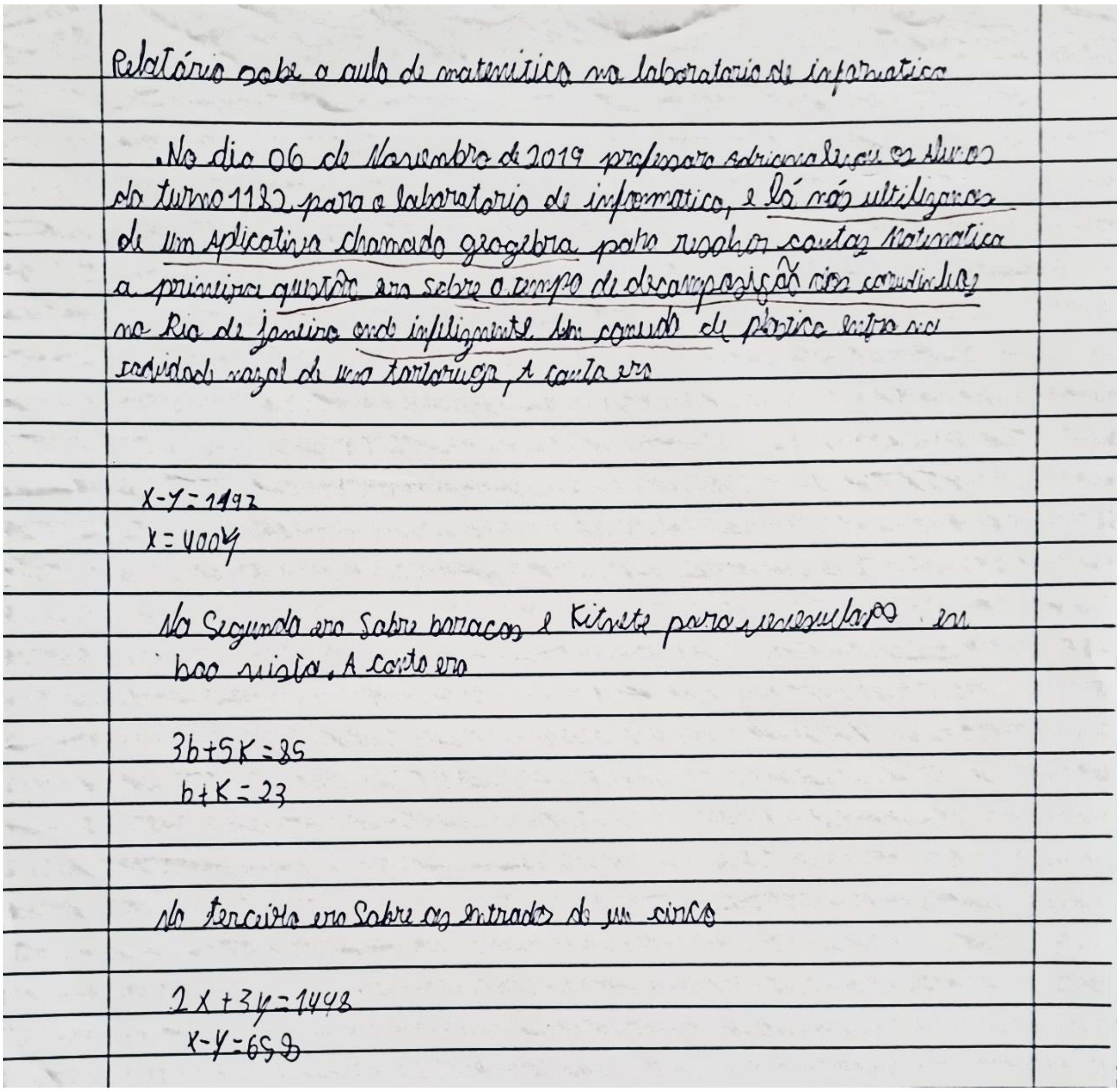
E-95

No dia datado por 06 de novembro, nós alunos da turma 1182 do 8º ano, estivemos no laboratório de informática, tendo uma aula dinâmica, objetivada em aprendermos resolver sistemas de equações por meio de gráficos.
No laboratório ainda, aprendemos por meios modernos e sofisticados, tal como usando o aplicativo GEOGEBRA, que realiza a equação dando o ponto em 90% das vezes em posição exata. Nesta aula diferente, que na minha opinião deveria ser mais presente no planejamento de todos os professores pois além de ser divertida, ajuda os alunos a aprenderem, de uma maneira mais eficaz e duradoura; nós realizamos e resolvemos vários problemas que facilitaram o entendimento do conteúdo.
Um dos problemas envolvia uma situação ecológica que me fez refletir sobre as ações dos seres humanos em relação a degradação e deterioramento do ecossistema.
Em conclusão foi uma aula positiva em grande escala para aprendizagem elevada dos alunos da turma 1182.

E-83

A professora Adriana nos levou para o laboratorio de informatica, na minha opinião eu achei uma aula bem diferenciada uma aula dinamica uma aula diferente de todas.
A professora e muito boa para explicar o assunto eu achei um modo bem deferenciado de aprender porque utilizamos o aplicativo geogebra

E-90



Relatório sobre a aula de matemática no laboratorio de informatica

No dia 06 de Novembro de 2019 professora Adriana levou os alunos da turma 1182 para o laboratorio de informatica, e lá nós ultilizamos de um aplicativo chamado geogebra para resolver contas Matematica a primeira questão era sobre o tempo de decomposição dos canudinhos no Rio de Janeiro onde infelizmente um canudo de plastico entra na cavidade nazal de uma tartaruga, A conta era

$x-y=1492$

$x=4004$

Na Segunda era Sobre barracos e Kitnete para venderlas em boa vista. A conta era

$3b+5k=85$

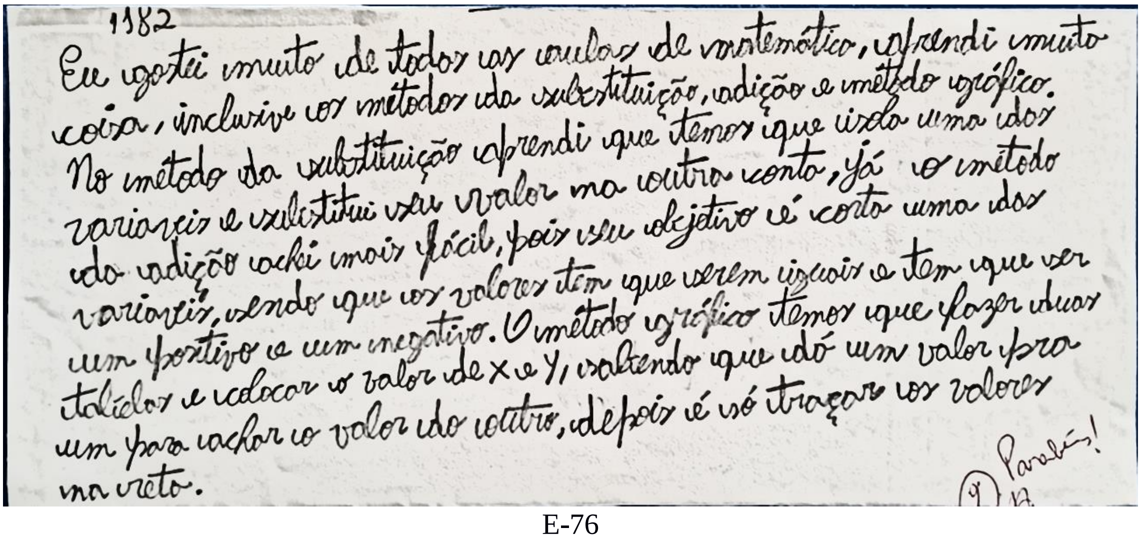
$b+k=23$

Na terceira era Sobre as entradas de um circo

$2x+3y=1448$

$x-y=658$

E-79



1182

Eu gostei muito de todas as aulas de matemática, aprendi muito coisa, inclusive os métodos da substituição, adição e método gráfico.
No método da substituição aprendi que temos que isola uma das variaveis e substitui seu valor na outra conta, já o método da adição achei mais fácil, pois seu objetivo é corta uma das variaveis, sendo que os valores tem que serem iguais e tem que ser um positivo e um negativo. O método gráfico temos que fazer duas tabelas e colocar o valor de x e y, sabendo que dó um valor pra um para achar o valor do outro, depois é só traçar os valores na reta.

Parabéns!

9

E-76

Relatório

Aula no Laboratório de Informatica.

.Bom, na aula do dia 06 de novembro, tivemos, aula no Laboratório de informatica, para aprendermos a usar o metodo grafico no Geogebra, é o "aplicativo" com o qual a professora Adriana, nos ensina a usar um grafico.

.Nessa aula não aprendemos só, a usar o metodo grafico nos sistemas, mas tambem a cuidar do meio ambiente pois o primeiro problema relatava sobre, os canudinhos de plastico, que são jogados nos rios e nos mares, que estão afetando a saúde dos nossos animais Marinhos.

:Para finalizar meu relatório:
A aula foi bem produtiva, pois não só aprendemos matemática, mas tambem o cuidar do meio Ambiente.

?Usem Canudinhos de metal?!

E-80

no dia 06 de novembro de 2019
nos do 8º ano turma da 1182 fomos
para o laboratorio de informatica
com a responsavel nossa professora
adriana com o objetivo de conhecer a
Aplicativo -geogebra- que e um App
que pode ser baixado no computador
no tablet, não sei se no Android
pode, porém em compensação e um
App que renova o modo de ensinar
dos professores e o modo de
Aprender dos alunos.
No laboratorio aprendemos a traçar
retas a encontrar pontos de um jeito
diferente, para mim foi uma otimo
aula e otima esperiencia para mim
e concerteza para os outros alunos
do 1182.
A nossa professora adriana iniciou a
aula colocando uma tipo de sistema que
e no fim indeterminado e entre outros
Para mim a aula foi otimo pois consegui-
-mos fazer o planejado e que todos entende-
-sem o conseito do aula e que saisem de
lá sabendo como fazer ou utiliza
a geogebra

E-87

ab aula que tivemos no laboratorio de informatica aprendemos a achar
os pontos para ordenados em retas com diferentes tipos de reta (paralelo
perpendicular coincidentes) com os pontos determinados e equações
que podem dar valores maiores. no computador as retas rapidamente
aparece quando coloca o calculo. eu particularmente gostei muito
dessa aula foi muito legal e dinâmica. poderia ter mais aulas
assim. foi muito bom fácil e rapido de entender o conteúdo completo
com muita facilidade de entendimento e compreenção gostei muito
sou a favor de mais aulas assim. no trabalho ao todo fizemos
três calculos depois de solucionados abrimos o geogebra fizemos
o calculo encontramos as retas, comentamos juntos
e depois tiramos duvidas. gostei acho que com aulas
assim a turma consegue aprender melhor. as situações
problemas foram de: Tartaruga (plástico e papel tempo
de decomposição entre outros) nessa aula usamos
sistemas e equações. trabalhamos sistemas indetermi-
nados e impossível (retas concorrentes e coincidentes) para
descobrir o tipo de reta é necessario saber o tipo de sistema
correto para tal equação.

E-78

Na aula do dia 06/11/2019 fomos ter aula no
laboratório de informatica, Chegando lá usamos um
programa no computador chamado geogebra, esse progra-
ma tem varios quadradinhos onde posicionamos um
ponto ou mais e ligamos-os com reta, na aula
nos vimos duas situações problemas uma relacionada
a Canudos e tartarugas com a equação de $\begin{cases} x-y=1197 \\ x=9400y \end{cases}$
e o outro foi relacionado com abrigos com a equação
de $\begin{cases} x+y=29 \\ 3x+5y=85 \end{cases}$. Resolvemos os sistemas colocamos as
retas no Programa e descobrimos se elas eram
concorrente, paralelas ou Coincidentes, Também fizemos
uma equação referente ao circo que fizemos o
mesmo processo do resto com a equação de
$\begin{cases} 2x+3y=1498 \\ x+y=658 \end{cases}$. A aula foi diferente

E-88

Dia 16 a gente teve uma aula muito legal no laboratorio de informatica a professora adriana passou 3 questões, para a gente fazer no computador usando o geoogebra eu achei uma aula muito legal interativa e divertida e consegui aprender e consegui fazer as 3 questões, muito faceis eu achei,

Poderia ter mais vezes, aprendi muito com essa aula usando o geoogebra e o plano carteziano, na aula teve varios coisos em conjunto que a prof junto como

D: * Pratica * matematico * estudos e * Divertida

É topo muito ter essa aula denovo.

E essas são as questões que a prof passou

1) $X-Y=1197$
$X=400Y$

2) $3B+5K=85$
$B+K=23$

3) $2X+3Y=1498$
$X+Y=658$

E-94

Na aula de matemática do dia 06/11/2019 nós alunos da turma 1182 fomos ter aula no laboratório de informatica, a aula foi muito produtiva e resolvemos muitas questão, a maioria foi facil e rapido de solucionar. No total, que eu me lembre, ~~fizemos~~ resolvemos 3 sistemas de equações, o primeiro foi o da tartaruga, desse problema matemático além de aprender a resolver o sistema, tambem aprendi que o papel dura 3 meses para se decompor, já o plástico dura 100 anos. Na segunda questão foi a dos cachorros, essa foi facil tambem e eu entendi, pois a professora explicou muito bem. A terceira questão foi a do circo, a mais dificil pra mim nessa tivemos que descobrir quantas pessoas com mais de 16 anos levaram ~~por~~ quilo de ~~feijão~~ feijão e quantos feijão ~~todas~~ elas levaram no total. E foi mais ou menos isso que aconteceu na aula de matemática, embora tenha ~~apesar~~ ~~de ter~~ demorado ~~um~~ bastante para ter uma aula "prática" de matematica, eu gostei e acho que a professora tinha que repetir mais vezes.

E-81

Relatório

A Professora Adriana da disciplina de matemática levou nós alunos da turma 1182 para o laboratório de informatica, onde resolvemos alguns problemas usando como base o plástico e o papel considerando a degradação do meio ambiente usando alguns programas do computador como por exemplo o Geogebra, Eu gostei da aula aprendi a fazer um gráfico no geogebra, gostaria que tivesse mais aulas com essa metodologia envolvendo tecnologia e estudo fazendo com que nós tenhamos mais interesse na propria matemática, nós fizemos três contas, $x=y=658$ $2x+3y=1998$ esta é a do circo, $x-y=1157$ $x=180y$ esta é a dos canudos, $x+y=23$ $3x+5y=85$ esta é a dos lencinhos e guimetas

E-93

Na aula de matemática do dia 6 de novembro de 2019 (quarta-feira), a professora Adriana Chironi levou a minha turma para o laboratório de informática para usarmos o ~~(prop)~~ programa Geogebra.

O programa é constituído por um grande gráfico em que se pode colocar retas e pontos, além de resolver sistemas de equação.

Como o conteúdo do trimestre é sistema de equação, foram passados situações problema para serem resolvidas no caderno e em seguida no programa. Os sistemas passados eram determinados, tinham uma única solução e as retas eram concorrentes, e inclusive ~~(os)~~ o Geogebra ajudou muito na hora de se colocar as retas no gráfico, além de calcular bem mais rápido do que manualmente.

Eu achei a aula bem interessante e dinâmica, além de ter aprendido a usar esse programa e a calcular nele.

E-100