



**UNIVERSIDAD
DE BURGOS**

Facultad de Educación

TRABAJO FIN DE MÁSTER

**MÁSTER EN PROFESOR DE ESO Y BACH, FP Y ENSEÑANZA DE
IDIOMAS**

***IMPACTO DEL APRENDIZAJE BASADO EN
PROBLEMAS Y EL USO DE GEOGEBRA EN LA
ENSEÑANZA DE LAS DERIVADAS EN
BACHILLERATO.***

Autor/a: Ángela Ortiz Cuñado

Especialidad: Matemáticas

Tutor/a: Enrique Hernando Arnaiz

Curso académico: 2023/2024

Resumen

Debido a las dificultades que suelen encontrar los alumnos en ciertos conceptos matemáticos, como pueden ser las derivadas, en este Trabajo de Fin de Master se desarrolla una propuesta de intervención didáctica para impartir el tema de cálculo diferencial de forma innovadora en 1º de Bachillerato. En primer lugar, se ha elaborado un estudio de los recursos digitales disponibles, así como un análisis de la metodología utilizada. Con el propósito de hacer más atractiva esta parte de los contenidos de la asignatura de Matemáticas I y que su aprendizaje sea más significativo, se propone impartirla a través de un entorno metodológico orientado en el Aprendizaje Basado en Problemas, mediante el que se exponen enunciados de problemas que persiguen modelizar el mundo real y comprometidos con los objetivos de la Agenda 2030. Por otro lado, se pretende evaluar la eficacia del uso de la herramienta GeoGebra para la mejora en la comprensión de la resolución de este tipo de problemas de optimización, de manera que al mismo tiempo que se trabaje la competencia digital se fortalezca el aprendizaje. Por último, se diseña una evaluación de la propuesta y se plantean posibles conclusiones y mejoras a trabajar en un futuro.

Palabras clave: matemáticas | bachillerato | ABP | GeoGebra | derivadas

Abstract

Due to the difficulties found during the learning process of derivatives, this Master's thesis develops a proposal for a didactic intervention to teach differential calculus in the first year of high school. First of all, a study of the available digital resources has been carried out, as well as an analysis of the methodology used. In order to make this part of the contents of the subject of Mathematics I more attractive and its learning more meaningful, it is proposed to teach it through a methodological environment oriented to Problem-Based Learning through which problem statements that are close to the real world and committed to the objectives of the 2030 Agenda are presented. On the other hand, it is intended to evaluate the effectiveness of the use of the GeoGebra tool for solving this type of optimization problems, so that at the same time that digital competence is worked on, learning is strengthened. Finally, an evaluation of the proposal is designed and possible improvements to be worked on in the future are proposed.

Key words: Mathematics | high school | PBL | GeoGebra | derivates

Índice

1.	Introducción, justificación y motivación.....	
2.	Objetivos.....	
3.	Marco teórico.....	
3.1.	Entorno metodológico.....	8
3.2.	Perfil del alumnado de Bachillerato.....	13
3.3.	La asignatura de matemáticas en Bachillerato.....	14
3.4.	Uso de herramientas digitales.....	15
4.	Descripción de la disponibilidad de recursos.....	
4.1.	Wolfram Alpha.....	18
4.2.	Desmos.....	18
4.3.	Derive.....	19
4.4.	GeoGebra.....	19
4.5.	Selección de recursos.....	22
5.	Propuesta de intervención en el aula.....	
5.1.	Marco Legislativo y contenidos del currículum.....	23
5.2.	Diseño de la situación de aprendizaje.....	24
5.2.1.	Material necesario para el desarrollo de la Situación de Aprendizaje.....	26
5.2.2.	Temporización de las sesiones.....	26
5.2.3.	Ejecución de las sesiones.....	27
5.2.4.	Atención a la diversidad.....	36
5.3.	Sistema de evaluación.....	38
5.3.1.	Evaluación del discente.....	38
5.3.2.	Evaluación de la propuesta de intervención.....	43
5.4.	Trabajo futuro.....	45
6.	Conclusiones.....	
7.	Reflexión personal.....	

8. Referencias.....
---------------------	-------

Índice de figuras

Figura 1: Taxonomía de Bloom.....	11
Figura 2: Problema de optimización autovía.....	24
Figura 3: Problema de optimización construcción de una caja.....	25
Figura 4: Planificación de las sesiones para la Situación de Aprendizaje.....	27
Figura 5: Visualización Gráfica de la Tasa de Variación Media.....	29
Figura 6: Visualización Gráfica de la Derivada.....	29
Figura 7: Interpretación Gráfica de la derivada como pendiente de la recta tangente a una curva en un punto.....	30
Figura 8: Visualización Gráfica de la Derivada de una parábola.....	31
Figura 9: Visualización Gráfica de la Derivada de una función cúbica.....	32
Figura 10: Representación Gráfica de la Derivada de los máximos y mínimos de una función y su identificación a través de la derivada.....	33

Índice de tablas

Tabla 1: Ventajas y desventajas del Aprendizaje Basado en Problemas.....	11
Tabla 2: Contenidos que aplican en esta intervención didáctica.....	23
Tabla 3: Instrumentos de evaluación clasificados según técnica, momento y agente....	42
Tabla 4: Relación de los criterios de evaluación con los instrumentos empleados.....	43
Tabla 5: Análisis DAFO de la Situación de Aprendizaje.....	44
Tabla 6: Criterios de evaluación asociados a la Situación de Aprendizaje.....	54
Tabla 7: Rúbrica de coevaluación y autoevaluación.....	61
Tabla 8: Rúbrica heteroevaluación para el informe del trabajo.....	62
Tabla 9: Rúbrica de coevaluación y heteroevaluación para la exposición oral.....	63

Índice de anexos

ANEXO I: Criterios de Evaluación asociados a la Situación de Aprendizaje.....	54
ANEXO II: Manuales de GeoGebra.....	56
ANEXO III: Rúbricas de evaluación.....	61
ANEXO IV: Cuestionarios de clase.....	64
ANEXO V: Prueba de evaluación final.....	67
ANEXO VI: Cuestionarios para la evaluación de la propuesta de intervención....	68
ANEXO VII: Anexo de sostenibilización curricular.....	73

1. Introducción, justificación y motivación

El contexto educativo actual se caracteriza por la creciente diversidad presente en las aulas, donde convergen estudiantes con una amplia variedad de habilidades, estilos de aprendizaje y necesidades. En este contexto, surge la necesidad de diseñar y aplicar estrategias pedagógicas inclusivas que permitan garantizar la igualdad de oportunidades para todos los alumnos.

El alumnado de Bachillerato en España se caracteriza por su preparación intensiva para superar el examen nacional de acceso a la universidad (EBAU). Este enfoque académico está orientado a maximizar sus oportunidades de ingreso a los programas universitarios, lo que genera un ambiente académico exigente y una etapa crucial en la toma de decisiones futuras. En cuanto a la asignatura de matemáticas en Bachillerato, investigaciones recientes han señalado desconexiones entre los conceptos enseñados en esta etapa y los requeridos a nivel universitario, en temas como los límites y las derivadas. Mientras que en Bachillerato se enfatizan las técnicas de cálculo, en la universidad se requiere un mayor enfoque en el razonamiento, revelando una comprensión incompleta de estos conceptos por parte de los estudiantes. Es esencial, por tanto, promover una comprensión conceptual y gráfica de las matemáticas para mejorar la capacidad de los estudiantes a la hora de resolver problemas prácticos.

La enseñanza tradicional, centrada en enfoques expositivos, ha sido identificada como una de las causas principales de estas dificultades. Sin embargo, a pesar de la continua tendencia al cambio y la implementación de nuevas metodologías didácticas dentro de las aulas, aún es notable la práctica de una docencia tradicional donde el profesor cuenta su discurso mientras los alumnos tratan de seguir esa monótona conferencia y, si se atreven, preguntar alguna cuestión que les surja.

Debido a las dificultades encontradas relacionadas con la comprensión de las derivadas, este Trabajo de Fin de Máster (TFM) se enfoca en explorar y evaluar el potencial de la combinación de dos elementos clave en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas: el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) y los recursos digitales como la herramienta GeoGebra, en el contexto específico de las derivadas en el primer curso de bachillerato.

El ABP como metodología activa de enseñanza, promueve el aprendizaje significativo al situar a los estudiantes en el centro del proceso de resolución de problemas. En lugar de recibir información pasivamente, los estudiantes se enfrentan a problemas reales y complejos, desarrollando habilidades de pensamiento crítico, resolución de problemas, tanto trabajo en equipo como trabajo autónomo.

Por otro lado, GeoGebra, una herramienta de software libre, ofrece la posibilidad de visualizar y explorar conceptos matemáticos de manera dinámica e interactiva. El uso de GeoGebra fomenta el pensamiento crítico y analítico de los estudiantes, así como sus competencias matemáticas, siendo aplicable en todos los niveles educativos gracias a su amplia variedad de funciones. Comparaciones con métodos tradicionales muestran que GeoGebra fomenta la colaboración en grupo, facilitando la identificación de elementos clave en la comprensión.

Además, la diversidad del alumnado y las dificultades presentes en la comprensión de las matemáticas presentan desafíos significativos para los docentes, que deben encontrar enfoques pedagógicos flexibles y adaptativos que puedan atender las diferentes necesidades y estilos de aprendizaje de los estudiantes. La combinación del ABP y GeoGebra ofrece un enfoque innovador que permite personalizar el aprendizaje y fomentar la participación activa de los alumnos, promoviendo así la equidad educativa; de manera que, esta combinación de recursos puede contribuir significativamente a la consecución de los principios del Diseño Universal del Aprendizaje, que abogan por la inclusión y la diversificación de las prácticas educativas para satisfacer las necesidades individuales de todos los estudiantes.

Por último, a pesar de que la situación de aprendizaje diseñada no se ha podido llevar a la práctica en el aula, se presenta como una propuesta viable para su adaptación real y, desde una perspectiva académica, este estudio tiene el potencial de contribuir al campo educativo generando conocimiento sobre la efectividad del uso de estas metodologías en el contexto específico de la enseñanza de las matemáticas en bachillerato. Los hallazgos obtenidos pueden contribuir al desarrollo de buenas prácticas docentes, así como inspirar futuras investigaciones en el campo de la educación matemática.

En resumen, este Trabajo de Fin de Máster se propone investigar y evaluar el impacto del ABP y el uso de GeoGebra en el aprendizaje de las derivadas en estudiantes del primer curso de bachillerato. El estudio busca no solo generar conocimiento académico, sino también contribuir a la mejora de las prácticas educativas y la equidad en la enseñanza de las matemáticas. con el objetivo de contribuir a la mejora de la calidad educativa.

2. Objetivos

El presente Trabajo de Fin de Máster se centra en un objetivo principal mientras que para su consecución se desarrollan otros secundarios.

Como objetivo principal se quiere *comprobar si el uso de metodologías activas como el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) y herramientas digitales como GeoGebra favorecen el desempeño de los alumnos de Bachillerato en conocimientos sobre análisis diferencial.*

Para resolver la cuestión planteada en este objetivo principal, se desarrollarán los siguientes objetivos secundarios:

- ✓ Diseñar de una propuesta de intervención en el aula para la mejora de la enseñanza del Análisis Diferencial en Bachillerato.
- ✓ Seleccionar la metodología más adecuada para la enseñanza del cálculo diferencial aplicada a la situación de aprendizaje desarrollada.
- ✓ Analizar el estado de la enseñanza de las derivadas en el nivel de Bachillerato en nuestro país.
- ✓ Analizar y seleccionar los recursos digitales más apropiados para trabajar la competencia digital a la vez que otras como la STEM.
- ✓ Diseñar una serie de actividades para el aprendizaje de las derivadas mediante problemas de optimización utilizando la metodología de Aprendizaje Basado en Problemas.
- ✓ Desarrollar un método de evaluación, tanto para valorar al alumnado como para calificar la propia propuesta, que se ajuste a los conocimientos y refleje el grado de satisfacción tanto del alumnado como de los docentes que lleven a cabo dicha propuesta.

3. Marco teórico

Dentro del marco teórico se incluye una explicación de las metodologías didácticas entorno a las que se desarrolla esta propuesta, además de un pequeño análisis de la situación actual del alumnado de Bachillerato, así como el, cada vez más creciente, uso de uso de herramientas digitales en las aulas.

3.1. Entorno metodológico

El Aprendizaje Basado en Problemas, en adelante ABP, pertenece al II Plan de Atención a la Diversidad, publicado en el BOCYL n^o115 (2017) y se incluye dentro del grupo de metodologías favorecedoras de la creación. El contacto de los alumnos con problemas del mundo real favorece el desarrollo de habilidades como el pensamiento crítico, la cooperación con sus iguales a la vez que el autoconocimiento de uno mismo y la autonomía dentro del proceso de aprendizaje. (Referencia del BOCYL)

El ABP se trata de una metodología activa que se centra en el estudiante como protagonista de su propio proceso de aprendizaje. En lugar de simplemente recibir información de manera pasiva, los estudiantes trabajan en resolver problemas reales o situaciones complejas, lo que les permite desarrollar habilidades de pensamiento crítico, resolución de problemas, trabajo en equipo y autonomía. Involucra a los estudiantes en la resolución de problemas reales, promoviendo el desarrollo de habilidades cognitivas, socioemocionales y metacognitivas de manera integrada. (Vera Velázquez at al., 2021)

El proceso comienza con la presentación de un problema real, relativamente complejo y desafiante para los estudiantes. Los estudiantes se organizan en grupos para abordar el problema de manera colaborativa lo que fomenta el trabajo en equipo, la comunicación efectiva y el intercambio de ideas entre los miembros del grupo. (Cadena Zambrano, 2020)

Este proceso fomenta el pensamiento crítico y la capacidad de análisis de los estudiantes. Ya que, a medida que los estudiantes trabajan en la resolución del problema, identifican los conceptos, habilidades y conocimientos que necesitan adquirir para llegar a una solución satisfactoria. El ABP promueve la autonomía y la responsabilidad del estudiante en su propio proceso de aprendizaje, mientras identifican las áreas en las que necesitan mejorar y buscan recursos y apoyo. A medida que avanzan en la resolución del problema, los estudiantes reflexionan sobre su proceso de

aprendizaje, evalúan sus estrategias y resultados, y reciben retroalimentación tanto de sus compañeros como del docente. El último paso en esta técnica se trata de la aplicación de lo aprendido en la resolución del problema a situaciones similares, lo que les permite transferir sus conocimientos y habilidades a contextos nuevos y diferentes (Román, 2021).

Para aplicar esta metodología en una situación de aprendizaje se deben analizar previamente sus puntos fuertes y puntos débiles.

El ABP presenta varias ventajas significativas en comparación tanto con la metodología de enseñanza tradicional como con otras metodologías activas (Vélez Córdova y Arteaga Pita ,2020; Solaz-Portolés et al., 2011).

- Utiliza problemas reales como punto de partida para el aprendizaje, lo que hace que el contenido sea más relevante y significativo para los estudiantes.
- Fomenta el desarrollo de habilidades prácticas como el pensamiento crítico, la resolución de problemas, la comunicación efectiva y el trabajo en equipo, que son fundamentales para el éxito en la vida personal y profesional.
- Al abordar problemas reales y tener un papel activo en su propio aprendizaje, los estudiantes suelen sentirse más motivados intrínsecamente en el ABP y fomenta un mayor desarrollo de competencias asociadas al aprendizaje científico y profesional.
- En el ABP, los estudiantes son **activos** participantes en su propio proceso de aprendizaje, lo que les permite construir su propio conocimiento y comprensión a través de la investigación, la reflexión y la colaboración. Además, los estudiantes aprenden a ser conscientes de su propio proceso de aprendizaje y a regularlo de manera autónoma, lo que estimula el desarrollo de la metacognición.
- Preparar a los estudiantes para enfrentarse a problemas complejos y desafiantes en el mundo real, proporcionándoles las habilidades y la confianza necesarias para abordar situaciones nuevas y desconocidas.

Las desventajas que se encuentran del ABP frente a la aplicación de una metodología de enseñanza más tradicional son las siguientes (Jofré y Contreras, 2013):

- Tanto para los estudiantes como para los educadores, el ABP puede **demandar un tiempo significativo** para investigar, discutir y resolver el problema planteado.
- Al inicio, los estudiantes pueden sentirse **confundidos o inseguros** debido a la naturaleza abierta y no estructurada de los problemas propuestos.
- Pueden surgir **conflictos** o desafíos en el **trabajo en grupo**, como diferencias de opinión o falta de colaboración.
- Los docentes deben estar disponibles para guiar y orientar a los estudiantes durante todo el proceso de resolución del problema.
- Debido al enfoque grupal, puede ser más **complicado** para los educadores realizar un **seguimiento individualizado** del progreso de cada estudiante.

Centrándonos en los contenidos que se quieren tratar en este trabajo, el ABP en la enseñanza de las derivadas en bachillerato ofrece varias ventajas específicas (Herrera López, 2024).

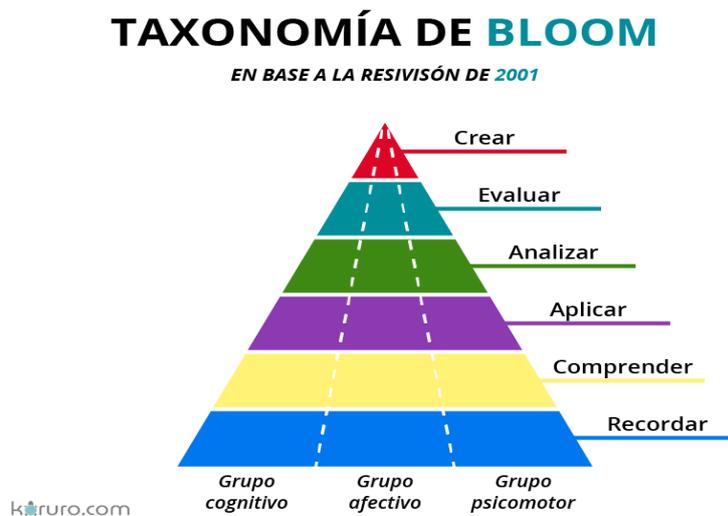
- Contextualización del aprendizaje: permite enseñar las derivadas en un contexto real y significativo, donde las derivadas tienen aplicaciones prácticas, como la física, la economía o la ingeniería.
- Desarrollo de habilidades críticas: Al enfrentarse a problemas complejos que requieren el uso de derivadas, los estudiantes desarrollan habilidades críticas como el pensamiento analítico, la resolución de problemas y la creatividad.
- Motivación intrínseca: ofrece la oportunidad de involucrarse activamente en su propio proceso de aprendizaje y aplicar conceptos matemáticos a problemas interesantes para ellos.
- Aprendizaje colaborativo: Al trabajar en equipos para resolver problemas, los estudiantes pueden compartir ideas, discutir soluciones y aprender unos de otros. Esta colaboración fomenta el trabajo en equipo y la comunicación efectiva, habilidades importantes tanto en el ámbito académico como en el profesional.
- Transferencia de conocimiento: Al aplicar las derivadas a una variedad de problemas y situaciones, los estudiantes pueden ver la utilidad y la versatilidad de este concepto matemático. Esto facilita la transferencia de conocimiento a nuevas situaciones, lo que les permite aplicar lo que han aprendido en contextos diferentes.

Tabla 1: Ventajas y desventajas del Aprendizaje Basado en Problemas

VENTAJAS	DESVENTAJAS
Utiliza problemas reales como punto de partida para el aprendizaje.	Demanda un tiempo significativo para investigar, discutir y resolver el problema planteado.
Fomenta el desarrollo de habilidades prácticas como el pensamiento crítico, la resolución de problemas, la comunicación efectiva y el trabajo en equipo.	Al inicio, los estudiantes pueden sentirse confundidos o inseguros.
Participación activa de los estudiantes.	Pueden surgir conflictos en el trabajo en grupo.
Los estudiantes suelen sentirse más motivados y fomenta un mayor desarrollo de competencias asociadas al aprendizaje científico y profesional	Los docentes deben estar disponibles para guiar y orientar a los estudiantes durante todo el proceso de resolución del problema.
Preparar a los estudiantes para enfrentarse a problemas complejos y desafiantes en el mundo real, proporcionándoles las habilidades y la confianza.	Puede ser más complicado para los educadores realizar un seguimiento individualizado del progreso de cada estudiante.

El ABP se alinea bien con la Taxonomía de Bloom porque proporciona un marco para guiar a los estudiantes a través de los diferentes niveles de aprendizaje. Los problemas en el ABP pueden ser diseñados para abordar diferentes niveles de la taxonomía, desde tareas más simples que requieren conocimiento y comprensión hasta problemas más complejos que involucran análisis, síntesis y evaluación. Además, el ABP fomenta el aprendizaje activo, la colaboración y el pensamiento crítico, lo que puede ayudar a los estudiantes a alcanzar los niveles más altos de la Taxonomía de Bloom.

Figura 1: Taxonomía de Bloom



Nota: Recuperado de https://koruro.com/taxonomia-de-bloom#google_vignette

La taxonomía de Bloom es un marco educativo que clasifica los objetivos educativos en diferentes niveles cognitivos. Fue propuesta por Benjamin Bloom y un grupo de educadores en 1956, y ha sido revisada varias veces desde entonces. El propósito principal de la taxonomía de Bloom es proporcionar una estructura para organizar y entender los objetivos educativos, facilitando así el diseño de planes de estudio, la evaluación del aprendizaje y la comunicación entre educadores. (Toala et al., 2022)

La taxonomía de Bloom original consta de seis niveles cognitivos, que van desde los procesos cognitivos más simples hasta los más complejos. En un primer momento se asociaba cada nivel mediante un sustantivo, que posteriormente se sustituyó por un verbo. En la última actualización se contemplan los siguientes niveles:

Recordar: Implica recuperar información previamente aprendida sin necesidad de comprensión profunda. Verbos asociados: recordar, identificar, reconocer.

Comprender: Se refiere a la capacidad de entender la información y explicarla con tus propias palabras. Verbos asociados: entender, explicar, interpretar.

Aplicar: Implica la capacidad de aplicar el conocimiento y las habilidades en situaciones prácticas. Verbos asociados: aplicar, utilizar, implementar.

Analizar: Descomponer la información en partes más pequeñas para comprender mejor las relaciones entre ellas. Verbos asociados: analizar, comparar, contrastar.

Evaluar: Implica la capacidad de juzgar la calidad de la información o el resultado de un proceso. Verbos asociados: evaluar, juzgar, criticar.

Crear: Se refiere a la capacidad de generar nuevas ideas, productos o formas de pensar. Verbos asociados: crear, diseñar, inventar.

Cabe destacar que estos niveles no tienen por qué seguir un orden temporal estricto, es decir, se puede llevar a cabo primero el proceso definido para el nivel de crear antes de haber ejecutado el establecido para el nivel de analizar. (Toala et al., 2022)

A continuación, se expone la relación que se ha encontrado a través de las lecturas anteriores sobre cómo aborda la metodología activa ABP cada nivel de la Taxonomía de Bloom:

Recordar: Los estudiantes identifican y recuerdan información relevante para entender el problema. Reconocimiento o recuerdo de hechos y conceptos básicos.

Comprender: Los estudiantes entienden el problema, identifican sus componentes y explican el significado del problema. Explicación de ideas o conceptos y interpretación de información.

Aplicar: Los estudiantes aplican el conocimiento y habilidades previamente adquiridas para resolver el problema. Uso de la información en una nueva situación o contexto.

Analizar: Los estudiantes descomponen el problema en partes más pequeñas, identifican relaciones y diferencias. Descomposición de la información en partes más pequeñas y análisis de las relaciones entre ellas.

Evaluar: Los estudiantes evalúan la solución propuesta, reflexionan sobre su proceso de aprendizaje y determinan la efectividad de la solución. Juicio basado en criterios establecidos, evaluación de la validez de las ideas o la calidad del trabajo basado en un conjunto de criterios.

Crear: Los estudiantes proponen soluciones al problema, integran ideas y crean una solución coherente. Combinación de ideas para formar un nuevo todo, generación de soluciones o ideas originales.

Es por todo esto que el ABP tiene un gran potencial como metodología a la hora de impartir la asignatura de matemáticas.

3.2. Perfil del alumnado de Bachillerato

Los alumnos de bachillerato suelen tener entre 16 y 18 años, aunque puede haber variaciones en función de las circunstancias individuales y el sistema educativo. Actualmente en las aulas de Bachillerato en España, se engloban mayoritariamente perfiles enfocados a la superación del examen nacional de acceso a la universidad (EBAU). Por lo tanto, los colegios preparan a los alumnos para obtener un alto rendimiento en la prueba, para posteriormente optar por la posibilidad de entrar en el Grado universitario que ellos desean, lo cual lo convierte en un período académicamente exigente.

Los alumnos de bachillerato a menudo se enfrentan a decisiones importantes sobre su futuro académico y profesional, lo que puede generar estrés y ansiedad. Como la generación digital, suelen utilizar la tecnología de manera habitual tanto en su vida cotidiana como en sus estudios. Los alumnos de bachillerato en España provienen de diversos contextos culturales y socioeconómicos, lo que puede influir en sus experiencias educativas y en sus perspectivas sobre el futuro.

Es importante recordar que estas características son generales y que pueden variar significativamente entre individuos y contextos educativos específicos.

Además de preparar a estos alumnos para enfrentarse a un examen, se debe focalizar en la enseñanza de la toma de decisiones y el desarrollo para una futura inserción laboral, así como la propia autonomía, independencia y respeto y tolerancia ante sus iguales. Además, se debe dar gran importancia a la educación afectiva y sexual, además de al cuidado del medio ambiente y el impulso del pensamiento crítico y reflexivo

Por todo lo expuesto anteriormente, esta etapa tiene como finalidad proporcionar a los alumnos formación, madurez intelectual y humana, conocimientos y habilidades

que les permitan desarrollar funciones sociales e incorporarse a la vida activa, personal y profesional con responsabilidad y competencia. (educagob, s.f.)

3.3. La asignatura de matemáticas en Bachillerato

En las últimas décadas, se ha investigado la transición de las matemáticas escolares a las universitarias, estos estudios han identificado desconexiones en algunos conceptos.

A menudo, los conceptos matemáticos que se enseñan en Bachillerato se vuelven a tratar en la Universidad, como los límites de funciones o derivadas. Durante el Bachillerato, se enfatiza en las técnicas de cálculo, pero al llegar a la universidad, tienen a centrarse en el razonamiento y es aquí donde se identifica que los alumnos no tienen una comprensión clara de estas importantes herramientas. En Bachillerato, se integra el estudio del límite de una función con conceptos como derivada e integral para calcular áreas y volúmenes. A pesar de la importancia del Cálculo en Bachillerato para modelar problemas de variación, su aprendizaje presenta desafíos para los estudiantes. Un ejemplo son los problemas de optimización, donde los estudiantes a menudo enfrentan dificultades en la aplicación del cálculo diferencial.

Los docentes suelen creer que los estudiantes construyen relaciones matemáticas de forma espontánea. Sin embargo, la investigación muestra la complejidad de la comprensión de estos conceptos. La enseñanza tradicional del Cálculo se ha centrado en enfoques procedimentales, pero es esencial promover la comprensión conceptual.

Solórzano Criollo et al., 2023, destacan las dificultades que enfrentan los estudiantes al aprender matemáticas debido a su abstracción y falta de aplicación práctica en la vida cotidiana. La mayor dificultad que se ha identificado es que muchos estudiantes tienden a comprender la derivada desde una sola perspectiva, principalmente la analítica. Esto dificulta su capacidad para relacionar la derivada con diferentes modos de representación y resolver problemas que requieren esta coordinación. Se señala que una de las posibles causas de estas dificultades radica en el enfoque tradicional de enseñanza, que tiende a basarse en la descripción algebraica de conceptos como la recta secante y la tangente. Este enfoque, centrado en la manipulación de fórmulas, puede dificultar la comprensión geométrica y conceptual de la derivada. Por lo tanto, el objetivo es que los estudiantes comprendan el concepto de la derivada desde el punto de

vista analítico y gráfico. (Portillo-Lara et al., 2019; Sánchez-Matamoros et al., 2022; Jiménez Oviedo, 2023)

Para abordar estas dificultades, es necesario diseñar situaciones de enseñanza que fomenten la comprensión y construcción de significados matemáticos.

3.4. Uso de herramientas digitales

Cada vez es más y más habitual el uso de las TICs tanto en nuestros quehaceres diarios como, no podía ser de otra forma, en la educación incluso de los más pequeños. Con el uso de las nuevas tecnologías como herramienta dentro del aula, los docentes hacen de sus asignaturas materias más atractivas y son capaces de acercarse más al alumnado.

No fue hasta la llegada de la COVID-19 y con ella el ‘encierro’ globalizado, cuando realmente se reconoció el verdadero potencial de estos recursos a la hora de continuar con la formación de los alumnos desde sus hogares, lo que sin estas tecnologías no habría sido posible. Desde entonces, aunque también antes eran ya utilizadas, han alcanzado un peso elevado en el proceso de aprendizaje puesto que multitud de metodologías activas requieren de recursos de este tipo. (Nicolás et al., 2022)

Si se utilizan los recursos digitales de la manera adecuada, estos pueden suponer un beneficio en el aprendizaje de los alumnos ya que se pueden utilizar para adaptar los contenidos de manera personalizada y mucho más flexible que con la metodología tradicional, a la vez que el discente desarrolla la competencia digital y de aprender a aprender. Esto conlleva la necesidad de que los docentes se adapten al rápido desarrollo de las TIC y las integren adecuadamente en el currículo sin sobrevalorar su papel, utilizando métodos de enseñanza que motiven a los estudiantes y los preparen para los desafíos del futuro. (Fabián Estrada y Rodríguez Valle, 2020)

Hoy en día estas tecnologías son incluso utilizadas para la evaluación de los alumnos, como se trata de la herramienta Kahoot. (Chaiyo & Nokham, 2017).

Mora (2020) destaca la importancia de formar integralmente a los estudiantes, desarrollando no solo conocimientos sino también habilidades y capacidades, como puede ser el uso de las TIC. Estas se presentan como un desafío para los docentes, pero

esenciales para satisfacer las demandas de los estudiantes nativos digitales y promover la innovación en áreas críticas como las matemáticas.

Este proyecto, quiere poner de manifiesto la importancia del buen uso de las TICs en el aula y relevancia de hacer una previa selección de la herramienta más adecuada para cada materia, por ello dentro de la propuesta de intervención se diseñará una situación de aprendizaje que involucre el uso de herramientas digitales.

4. Descripción de la disponibilidad de recursos

Para la elección de la herramienta digital más apropiada durante el desarrollo de la competencia STEM en concreto en la asignatura de Matemáticas I impartida en primero de Bachillerato, se ha llevado a cabo una investigación de los recursos digitales que los docentes tienen a su alcance. Posteriormente se ha hecho un estudio más en profundidad sobre la aplicación de estas herramientas en la enseñanza de las derivadas mediante la metodología ABP.

Según argumentan Cox Figueroa et al. (2023) la enseñanza de las matemáticas está evolucionando hacia enfoques que promueven una comprensión científica del mundo y el desarrollo de habilidades que preparan a los estudiantes para la vida laboral y para abordar problemas científicos y tecnológicos, de manera que la UNESCO aboga por el uso de tecnología en el aula para mejorar la calidad de la educación y ampliar el acceso a la información.

Los docentes se enfrentan a un desafío a la hora de enseñar matemáticas de manera dinámica, interactiva y contextualizada en la era moderna, donde la tecnología es esencial tanto dentro como fuera del aula, por lo que la educación debe mantenerse al día con los avances tecnológicos para hacerla más atractiva y efectiva (Muñoz-Suárez y Porras-Fernández, 2018).

Además, los estudiantes tienen diferentes estilos de aprendizaje, lo que requiere que los docentes dominen diversas estrategias de enseñanza. Es aquí donde entra la importancia y el impacto positivo de las aplicaciones móviles y tecnologías innovadoras en la enseñanza de las matemáticas para motivar a los estudiantes por lo que se recomienda fomentar la formación y actualización constante de los docentes en el uso de estas tecnologías para mejorar sus prácticas educativas. Siempre teniendo en cuenta

el uso de la tecnología como un medio para el aprendizaje, no como un fin en sí mismo. (González Ogando, 2020; Cox Figueroa et al., 2023)

Los estudiantes enfrentan dificultades al aprender matemáticas debido a su abstracción y falta de aplicación práctica en la vida cotidiana. Solórzano Criollo et al. (2023) manifiestan los beneficios del uso de las TICs en la mejora del rendimiento académico y la mayor participación de los estudiantes, así como la importancia de estas herramientas como complemento y no reemplazo de la enseñanza tradicional. Además, los estudios revisados por Solórzano Criollo et al. (2023) indicaron que las aplicaciones móviles permiten a los estudiantes comprender mejor los conceptos matemáticos complejos y aumentan su motivación hacia la materia.

El desarrollo de las primeras calculadoras gráficas para propósitos educativos transformó la enseñanza de las matemáticas al crear ambientes de aprendizaje colaborativo, fomentando la experimentación, investigación y reflexión de los estudiantes. Lo que ha demostrado influir positivamente en el rendimiento estudiantil. (Paredes y Gámez Valero, 2018; Soledispa-Castro y García-Murillo, 2022)

Paredes y Gámez Valero (2018) y Solórzano Criollo et al. (2023) hacen un extenso análisis de las aplicaciones para M-Learning (Mobile Learning) como una forma accesible e interactiva de aprender matemáticas haciendo uso de dispositivos móviles para fines educativos, todas ellas disponibles en play store. Mencionan aplicaciones como Grapher Free, Calculator N+, Malmath, Symbolab, Yhomework, Photomath, Cymath, Wolfram Alpha, Mathway, Khan Academy, IXL Math y GeoGebra. Lo que nos advierte que hay infinidad de aplicaciones móviles a nuestra disposición.

Centrándonos en el estudio de herramientas digitales para ordenadores nos encontramos con cuatro interesantes y potentes, veámoslas en profundidad.

4.1. Wolfram Alpha

Wolfram Alpha es una potente herramienta computacional desarrollada por Wolfram Research, que puede ser útil para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. A diferencia de los motores de búsqueda convencionales, Wolfram Alpha no busca en páginas web, sino que calcula respuestas

directamente a partir de una amplia base de datos y algoritmos computacionales (Muñoz-Suárez y Porras-Fernández, 2018).

Al introducirla en el aula durante la enseñanza de las matemáticas, se encuentran las siguientes ventajas (Solórzano Criollo et al., 2023):

- Los estudiantes pueden introducir ecuaciones matemáticas complejas y obtener no solo el resultado, sino también los pasos detallados para llegar a esa solución.
- Generación de gráficos detallados de funciones matemáticas, lo que ayuda a los estudiantes a visualizar conceptos abstractos.
- Los estudiantes pueden utilizar Wolfram Alpha para verificar sus respuestas a problemas matemáticos y recibir retroalimentación inmediata.

4.2. Desmos

Desmos es una calculadora gráfica en línea, accesible de forma gratuita, que permite trabajar con expresiones algebraicas, tablas de valores y representaciones gráficas, lo que permite a los estudiantes graficar funciones matemáticas de manera interactiva, explorando cómo cambian las gráficas cuando se ajustan parámetros como la pendiente (Cox Figueroa et al., 2023; González Ogando, 2020).

Desmos es fácil de usar y accesible desde cualquier dispositivo con conexión a Internet. Su interfaz intuitiva y amigable lo hace adecuado para estudiantes de todas las edades y niveles de habilidad. Por tanto, se presenta como una herramienta útil para la enseñanza de matemáticas, especialmente para mejorar la comprensión de funciones y gráficas matemáticas, debido a su facilidad de uso (Cox Figueroa et al., 2023; González Ogando, 2020).

Los educadores pueden utilizar Desmos para crear actividades didácticas y lecciones personalizadas que se adapten a las necesidades individuales de sus estudiantes. Esto incluye la capacidad de asignar tareas, realizar evaluaciones y proporcionar retroalimentación en tiempo real (González Ogando, 2020).

Según han estudiado Cox Figueroa et al. (2023), el alumnado muestra entusiasmo y alto interés en las tareas realizadas con Desmos debido a su naturaleza visual y colaborativa y se destacan el aumento significativo en el rendimiento académico de los estudiantes cuando se utiliza esta herramienta.

4.3. Derive

Derive es un software de álgebra computacional que se utiliza principalmente en el ámbito educativo para enseñar y aprender matemáticas, especialmente en niveles de educación secundaria y universitaria. Permite realizar cálculo simbólico, análisis gráfico y manipulación numérica por lo que resulta útil para resolver problemas relacionados con derivada, límites, integrales y otras operaciones matemáticas (Muñoz-Suárez y Porras-Fernández, 2018).

Esta herramienta puede ser útil para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, Pineda et al. (2020) indican en sus estudios que el uso de Derive facilita la comprensión de los conceptos de derivadas, fortalece los conocimientos previos, permite experimentar con nuevos parámetros, fomenta la autonomía del estudiante y mejora la actitud y la motivación hacia las matemáticas.

4.4. GeoGebra

GeoGebra se trata de una herramienta dinámica y gratuita que facilita la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Destaca su potencial a nivel educativo, al ser un software libre que facilita la enseñanza de la geometría, álgebra y cálculo, promoviendo el aprendizaje colaborativo y constructivista, a la vez que mejora el rendimiento académico y la actitud de los estudiantes hacia la materia (Sánchez-Balarezo y Borja-Andrade, 2022; Soledispa-Castro y García-Murillo, 2022).

El uso de GeoGebra puede mejorar el pensamiento crítico y analítico de los estudiantes, así como sus competencias matemáticas. Además, GeoGebra puede utilizarse en todos los niveles educativos y ofrece una amplia gama de funciones que facilitan la enseñanza. (Mora, 2020)

Como principales características de GeoGebra en la enseñanza, encontramos las siguientes:

- Permite a los estudiantes crear construcciones geométricas interactivas, graficar funciones matemáticas y explorar relaciones entre diferentes objetos matemáticos.
- Ofrece una variedad de herramientas para resolver problemas matemáticos.
- Los docentes pueden utilizar GeoGebra para crear actividades interactivas y lecciones que fomenten el aprendizaje activo y la exploración.

- GeoGebra es especialmente útil para enseñar geometría dinámica, ya que permite a los estudiantes manipular figuras geométricas y observar cómo cambian en tiempo real.
- GeoGebra ofrece una serie de herramientas para adaptarse a las necesidades individuales de los estudiantes. Esto incluye la capacidad de asignar tareas, realizar seguimiento del progreso y proporcionar retroalimentación personalizada.
- Ofrece enlaces a manuales, tutoriales y foros en su sitio web oficial, que proporcionan soporte adicional para los usuarios.

Los estudios de Alvarez-Matute et al. (2020), resaltan cómo el uso de esta herramienta facilita la comprensión de conceptos matemáticos mediante demostraciones y simulaciones gráficas, promoviendo un aprendizaje significativo y motivador.

De entre las herramientas exploradas, se concluye que la más versátil y sencilla a la hora de llevarla al aula es GeoGebra, es por ello que se hace, a continuación, un estudio de su uso en la resolución de problemas y la enseñanza de las derivas.

El aprendizaje de las derivadas es complejo, por ello el uso de software educativo puede ser crucial para facilitar una comprensión más profunda de los conceptos. Aguilar-Salinas et al. (2021) identificaron, en sus estudios, dificultades en la comprensión de temas como las tasas de variación, y la resolución de problemas. La integración de GeoGebra en el aula permitió a los estudiantes interactuar con problemas matemáticos de manera más visual y activa, lo que mejoró su comprensión y habilidades de resolución de problemas. Según estudió Jiménez Oviedo (2023) utilizando actividades con GeoGebra para mejorar la comprensión de conceptos como la noción geométrica de la primera derivada, extremos locales, visualización de rectas tangentes, la relación entre la pendiente de la recta tangente y la monotonía de la función, la mayoría de los estudiantes expresó que GeoGebra les ayudó a comprender mejor los conceptos y facilitó su proceso de aprendizaje.

Destaca la importancia de herramientas como GeoGebra, en la resolución de problemas matemáticos, ya que permite a los estudiantes representar y explorar situaciones desde diversas perspectivas, estableciendo relaciones entre conceptos y profundizando en los significados y razonamientos matemáticos. Camacho Machín et al.

(2019) investigaron la comparación del proceso de resolución de problemas con lápiz y papel versus el uso de GeoGebra, destacando cómo este último puede enriquecer las discusiones matemáticas. Además, de encontrar que trabajar en parejas o grupos fomenta la identificación de elementos clave en la comprensión.

Portillo-Lara et al. (2019) proponen un enfoque alternativo a la enseñanza tradicional centrado en el uso del software GeoGebra para enseñar derivadas a través de problemas de optimización, concluyendo que su uso puede mejorar significativamente la comprensión de los conceptos matemáticos, permitiendo a los estudiantes explorar, visualizar y experimentar con problemas de manera más efectiva que los métodos tradicionales. Este enfoque promueve un aprendizaje más activo y significativo en el ámbito del cálculo diferencial.

Morales Carballo et al. (2022) destaca la resolución de problemas como elemento central en la enseñanza de las matemáticas, resaltando la importancia de entenderla como objeto de enseñanza y no solo como medio de evaluación. De manera que introduce GeoGebra como herramienta para facilitar la comprensión dinámico-visual y el tratamiento de conceptos matemáticos.

Más autores como Poveda Fernández (2020) destacan que el uso de GeoGebra influye en la construcción del pensamiento matemático durante la resolución de problemas, facilitando la exploración de soluciones alternativas pudiendo generalizar los problemas y aplicarlos a situaciones similares, lo que muestra un nivel de abstracción y transferencia de conocimientos elevado.

4.5. Selección de recursos

Tras una fundamentación previa basada en los artículos y estudios expuestos anteriormente, donde queda demostrado que el uso de herramientas digitales visuales aumenta la capacidad de los estudiantes para entender y resolver problemas matemáticos, al tiempo que fomentan su interés y participación en la materia. Se concluye que GeoGebra es la herramienta más adecuada para abordar el temario de análisis diferencial en 1º de Bachillerado utilizando la metodología activa ABP.

Este enfoque metodológico busca no solo mejorar el rendimiento académico de los estudiantes, sino también fomentar una mayor diversidad en las modalidades de enseñanza y desarrollar habilidades matemáticas esenciales.

Una de las principales razones para la selección de GeoGebra es su capacidad para representar visualmente problemas matemáticos, lo que facilita la comprensión de conceptos abstractos como las derivadas.

Otro aspecto relevante es la capacidad de GeoGebra para ofrecer una experiencia de aprendizaje interactiva y activa. La herramienta permite a los estudiantes explorar conceptos matemáticos de manera experimental, manipulando gráficos y funciones y observando el efecto de cambios en variables. Esta capacidad de exploración activa les permite descubrir y comprender conceptos por sí mismos, en lugar de simplemente recibir información de forma pasiva

Su capacidad para representar visualmente conceptos matemáticos, su carácter interactivo y su capacidad de adaptación a las necesidades individuales de los estudiantes lo convierten en un recurso esencial para mejorar el aprendizaje y la comprensión de las derivadas en este nivel educativo.

El uso de GeoGebra en el aula no solo facilita la comprensión de conceptos matemáticos complejos, sino que también promueve el desarrollo de habilidades cognitivas y el pensamiento crítico, preparando a los estudiantes para enfrentar desafíos matemáticos con confianza.

5. Propuesta de intervención en el aula

A continuación, se expone el diseño de la propuesta de intervención desarrollada para la asignatura de Matemáticas I impartida en 1º de Bachillerato. Esta situación de aprendizaje se llevará a cabo utilizando la metodología ABP expuesta anteriormente, así como haciendo uso del recurso digital GeoGebra.

5.1. Marco Legislativo y contenidos del currículum

De acuerdo con el *Real Decreto 243/2022, de 5 de abril, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas del Bachillerato* y con el *DECRETO 40/2022, de 29 de septiembre, por el que se establece la ordenación y el currículo del bachillerato en la Comunidad de Castilla y León*, los saberes

básicos/contenidos (clasificados según los distintos sentidos matemáticos tratados) que se pretenden alcanzar con el desarrollo de esta propuesta son los siguientes:

Tabla 2: Contenidos que aplican en esta intervención didáctica

<i>Sentidos matemáticos</i>		<i>Saberes Básicos/ Contenidos</i>
B. Sentido de la medida.	2. Cambio.	Derivada de una función: definición a partir del estudio del cambio en diferentes contextos.
		Cálculo de derivadas elementales.
		Resolución de problemas de optimización en situaciones sencillas: aplicación de la derivada. (bocyl)
D. Sentido algebraico.	4. Relaciones y funciones.	Análisis, representación gráfica e interpretación de relaciones mediante herramientas tecnológicas.
		Propiedades de las distintas clases de funciones, incluyendo, polinómicas, exponenciales, irracionales, racionales sencillas, logarítmicas, trigonométricas y a trozos: comprensión y comparación.
	5. Pensamiento computacional.	Formulación, resolución y análisis de problemas de la vida cotidiana y de la ciencia y la tecnología utilizando herramientas o programas adecuados.
F. Sentido socioafectivo.	1. Creencias, actitudes y emociones.	Destrezas de autoconciencia encaminadas a reconocer emociones propias, afrontando eventuales situaciones de estrés y ansiedad en el aprendizaje de las matemáticas.
	2. Trabajo en equipo y toma de decisiones.	Reconocimiento y aceptación de diversos planteamientos en la resolución de problemas y tareas matemáticas, transformando los enfoques de los demás en nuevas y mejoradas estrategias propias, mostrando empatía y respeto en el proceso.
	3. Inclusión, respeto y diversidad.	Destrezas para desarrollar una comunicación efectiva: la escucha activa, la formulación de preguntas o solicitud y prestación de ayuda cuando sea necesario.
		Valoración de la contribución de las matemáticas y el papel de matemáticos y matemáticas a lo largo de la historia en el avance de la ciencia y la tecnología.

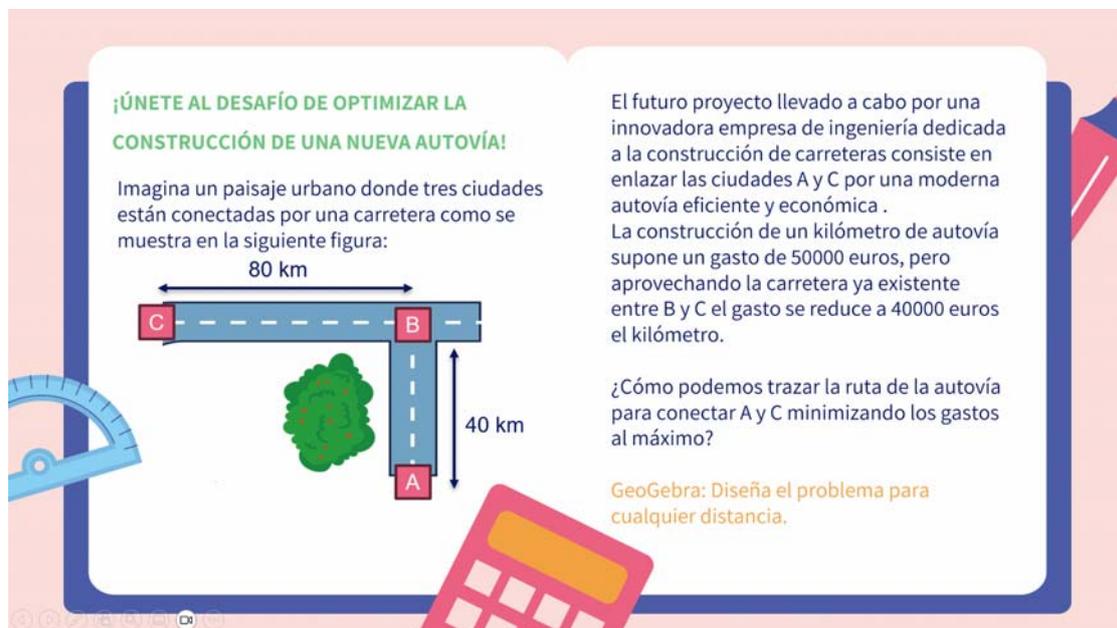
Los criterios de evaluación asociados a cada una de las competencias específicas que se pretenden evaluar con el desarrollo de la situación de aprendizaje detallada posteriormente se encuentran recogidos en el ANEXO I: Criterios de Evaluación asociados a la Situación de Aprendizaje.

5.2. Diseño de la situación de aprendizaje

Debido a las dificultades conceptuales que se han encontrado entre el alumnado de Bachillerato respecto al análisis diferencial se pretende utilizar la metodología activa de Aprendizaje Basado en Problemas para solventar los desafíos acercando estos conceptos a una realidad más tangible. Además, para facilitar la comprensión de estos nuevos conceptos se utilizará la herramienta de visualización y calculadora gráfica GeoGebra.

La situación que se plantea comienza con la presentación de los enunciados de dos problemas, referentes a el tema de optimización.

Figura 2: Problema de optimización autovía



¡ÚNETE AL DESAFÍO DE OPTIMIZAR LA CONSTRUCCIÓN DE UNA NUEVA AUTOVÍA!

Imagina un paisaje urbano donde tres ciudades están conectadas por una carretera como se muestra en la siguiente figura:

80 km

40 km

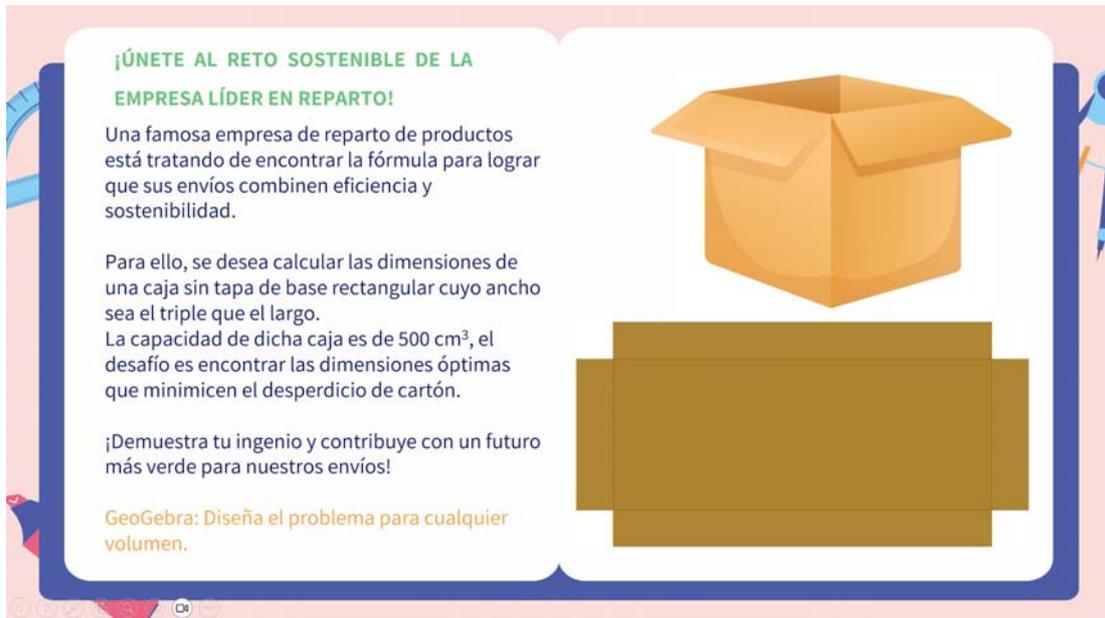
El futuro proyecto llevado a cabo por una innovadora empresa de ingeniería dedicada a la construcción de carreteras consiste en enlazar las ciudades A y C por una moderna autovía eficiente y económica . La construcción de un kilómetro de autovía supone un gasto de 50000 euros, pero aprovechando la carretera ya existente entre B y C el gasto se reduce a 40000 euros el kilómetro.

¿Cómo podemos trazar la ruta de la autovía para conectar A y C minimizando los gastos al máximo?

GeoGebra: Diseña el problema para cualquier distancia.

Fuente: Elaboración propia inspirada en el libro de texto de la editorial EDEBÉ.

Figura 3: Problema de optimización construcción de una caja



¡ÚNETE AL RETO SOSTENIBLE DE LA EMPRESA LÍDER EN REPARTO!

Una famosa empresa de reparto de productos está tratando de encontrar la fórmula para lograr que sus envíos combinen eficiencia y sostenibilidad.

Para ello, se desea calcular las dimensiones de una caja sin tapa de base rectangular cuyo ancho sea el triple que el largo. La capacidad de dicha caja es de 500 cm^3 , el desafío es encontrar las dimensiones óptimas que minimicen el desperdicio de cartón.

¡Demuestra tu ingenio y contribuye con un futuro más verde para nuestros envíos!

GeoGebra: Diseña el problema para cualquier volumen.

The image shows a screenshot of a GeoGebra problem statement. On the left, there is a text box with a green header and black text. On the right, there are two 3D models of a cardboard box: the top one is an open box, and the bottom one is a flat net of the box. The background is light blue with decorative elements.

Fuente: Elaboración propia inspirada en el libro de texto de la editorial EDEBÉ.

Con estos enunciados, de temática e interés actual, se pretende acercar a los alumnos al mundo real. La idea de presentar los enunciados al comienzo del tema es que tengan en mente continuamente los problemas que tienen que resolver para así poder identificar los conceptos que se van desarrollando a lo largo del temario útiles para la resolución de estos.

Durante el desarrollo de la situación de aprendizaje iremos intercalando las sesiones explicativas de la materia, muy necesarias para la introducción del concepto de la derivada ya que es la primera vez que los alumnos ven este temario, con sesiones más prácticas en las que los alumnos se podrán reunir con su equipo de trabajo para realizar la resolución de sus problemas.

Además, con los enunciados de estos problema se pone de manifiesto el gran debate de actualidad sobre la sostenibilidad ambiental y se hace reflexionar a los alumnos sobre la cantidad de desperdicio de materiales que hacemos en nuestro día a día, así como la contaminación que hoy en día nos rodea, en el ANEXO VII: Anexo de sostenibilización curricular queda explicado cómo, tanto el desarrollo de este Trabajo de Fin de Master como en particular, estos enunciados se comprometen con los objetivos de la Agenda 2030.

Con el objetivo de que los alumnos se conozcan más a sí mismo y hagan una mayor introspección sobre su relación con los problemas de matemáticas, dedicaremos alguna de las sesiones al enfrentamiento de problemas de manera individual.

Para presentar el concepto de derivada como pendiente de la recta tangente a una curva en un punto, se propondrá un ejercicio desarrollado a mano, con papel y boli y, además, el diseño de un ejercicio con un deslizador en GeoGebra, lo que les ayudará a interiorizar mucho mejor esta definición. Durante las sesiones de manejo de la herramienta se les explicará a los alumnos cómo crear y configurar el deslizador.

Para el desarrollo del problema de optimización de cajas, la idea es que, en GeoGebra, se visualice cómo varía simultáneamente la caja en función de la función que se debe optimizar. De este modo se entenderá que para optimizar se necesita encontrar los puntos máximos o mínimos que coinciden con los puntos de derivada cero (lo que es equivalente a tener una recta tangente horizontal), es aquí donde se espera una comprensión clara de los conceptos teóricos a través de los problemas.

5.2.1. Material necesario para el desarrollo de la Situación de Aprendizaje

Para que cualquier docente pueda llevar a cabo esta propuesta de intervención será necesario lo siguiente:

- Libro de texto o material de apoyo para las explicaciones teóricas.
- Pizarra digital para poder proyectar GeoGebra.
- Ordenadores del centro con la aplicación de escritorio GeoGebra o acceso a internet para poder hacer uso de ella en línea.
- Manuales y tutoriales para la explicación del funcionamiento de GeoGebra.

5.2.2. Temporización de las sesiones

Para planificar la propuesta se toma como base el Calendario escolar de la Junta de Castilla y León para el curso 2023–2024.

Esta propuesta de intervención en el aula está diseñada para realizarse durante el tercer trimestre, después de las vacaciones de Semana Santa, ya que para abordar los contenidos del tema de derivadas se necesita haber trabajado antes en el concepto de límites, así como las ecuaciones de la recta y la representación de funciones.

Previamente a las vacaciones de Semana Santa, durante ese periodo que hay entre el cierre de la segunda evaluación y la llegada de las vacaciones, se impartirán una sesión introductoria sobre la realización de la Situación de Aprendizaje, así como una introducción al manejo de la herramienta GeoGebra con la que se trabajará posteriormente.

La asignatura de Matemáticas I cursada en 1º de Bachillerato dedica 4 sesiones semanales de 50 minutos cada una.

Se dedicarán 16 sesiones para el desarrollo de esta Situación de Aprendizaje, planificadas según el siguiente calendario, suponiendo que los martes los alumnos de esta clase no tienen clase.

Figura 4: Planificación de las sesiones para la Situación de Aprendizaje

		Marzo							Abril										
		Lu.	Ma.	Mi.	Ju.	Vi.	Sá.	Do.	Lu.	Ma.	Mi.	Ju.	Vi.	Sá.	Do.				
<ul style="list-style-type: none"> Tutoriales de GeoGebra Docencia habitual Sesiones de cuestionario Exposiciones Prueba de evaluación Periodo vacacional 					1	2	3					1	2	3	4	5	6	7	
		4	5	6	7	8	9	10		8	9	10	11	12	13	14			
		11	12	13	14	15	16	17		15	16	17	18	19	20	21			
		18	19	20	21	22	23	24		22	23	24	25	26	27	28			
		25	26	27	28	29	30	31		29	30								

Fuente: Elaboración propia

5.2.3. Ejecución de las sesiones

La estructuración de las sesiones podría verse alterada en función de como avance el ritmo de la clase, pudiendo acelerar o decelerar el ritmo para adecuarse al aprendizaje de los alumnos.

Para el desarrollo de las sesiones modificaremos un poco el orden que suelen llevar los libros de texto. Para que los alumnos puedan trabajar y dedicar más tiempo a los problemas que deben resolver y, como los problemas propuestos no necesitan de la resolución de una derivada compleja, introduciremos las aplicaciones de las derivadas tras haber visto y trabajado cómo se resuelven las derivadas de un polinomio.

Sesión 1. La primera sesión se efectuará el último día de docencia previo a las vacaciones de Semana Santa.

En este periodo lectivo se hará una breve introducción sobre la metodología ABP que vamos a usar en el desarrollo de las próximas clases. Además, se les explicará el proyecto que tienen que elaborar para completar la Situación de Aprendizaje consistente en resolver dos problemas tanto de forma manual como con la herramienta GeoGebra. El proyecto se llevará a cabo en grupos de 3 personas por lo que aprovecharemos también esta sesión para formar los grupos de forma heterogénea.

Por último, introduciremos la herramienta GeoGebra al alumnado, mostrándoles las funcionalidades básicas que necesitarán para el desarrollo de la actividad. Posteriormente se realizará otra sesión para explicar y repasar otras funcionalidades de GeoGebra y resolver cualquier duda que tengan.

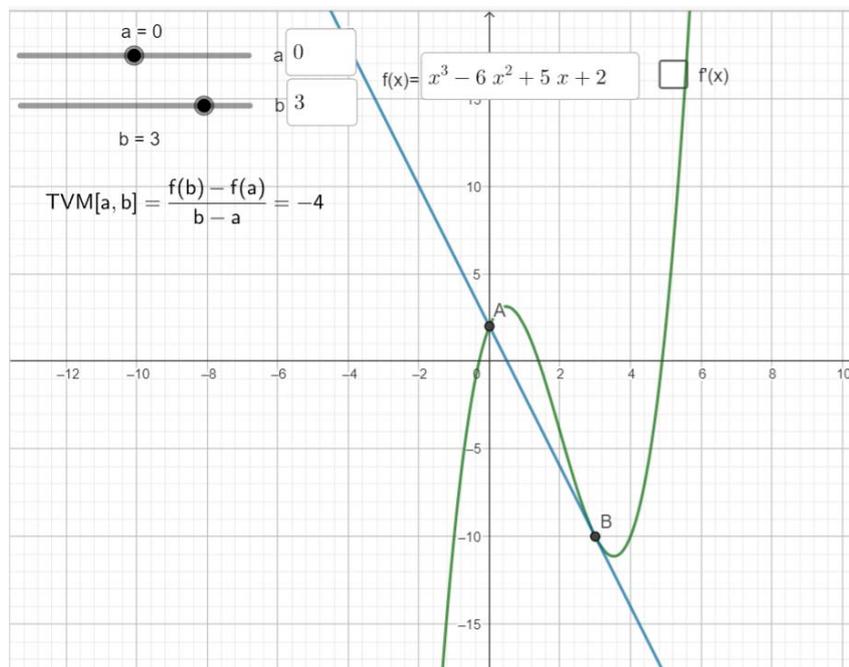
Se pondrá a su disposición tutoriales y manuales de uso de la herramienta, que se encuentran recogidos en el ANEXO II: Manuales de GeoGebra.

Sesión 2. En primer lugar, en esta segunda sesión, como recordatorio del proyecto que tienen que llevar a cabo se le entregará a cada uno de los alumnos unas rúbricas donde tendrán que evaluar el trabajo de cada uno de sus compañeros del grupo durante todas las sesiones.

Posteriormente se comenzará a exponer el tema de derivadas, comenzando con el concepto de la Tasa de Variación Media y la definición de derivada como Tasa de Variación Instantánea, límite de la Tasa de Variación Media y se trabajarán ejercicios de cálculo de derivadas mediante el límite

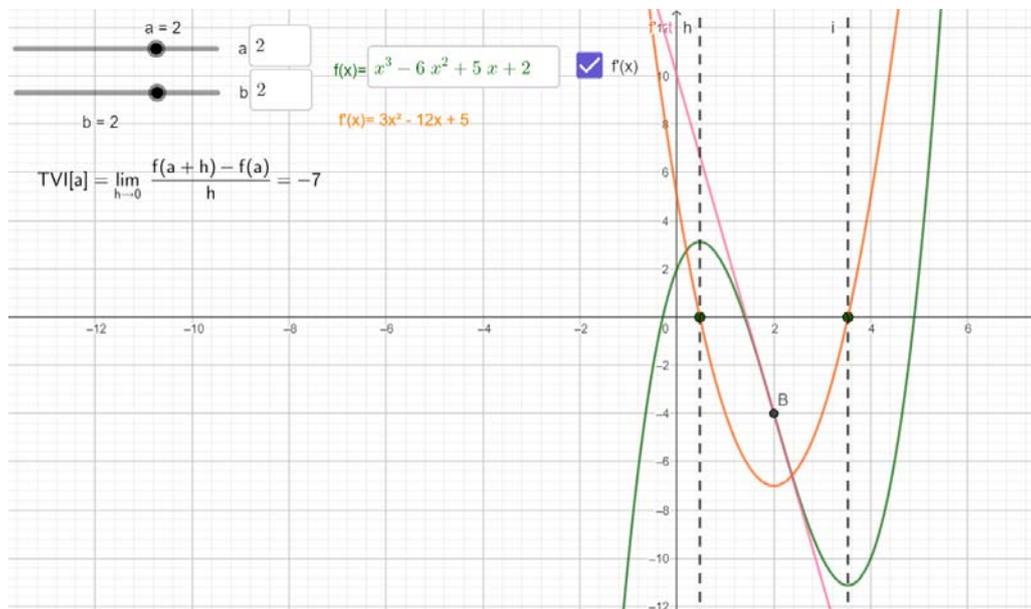
Para que los alumnos comprendan mejor estos conceptos, se ha desarrollado una aplicación en GeoGebra, su funcionamiento se explica en el ANEXO II: Manuales de GeoGebra, donde se puede introducir el intervalo $[a,b]$ y la función $f(x)$ que nosotros queramos. Esta aplicación diseñada durante el desarrollo de este TFM, ayuda a comprender la relación entre la Tasa de Variación y el comportamiento de una función respecto a su crecimiento y decrecimiento, con esto se observa que el hecho de introducir GeoGebra en el aula proporciona una mejora en el proceso de aprendizaje de los alumnos. A continuación, se muestran ejemplos de las funcionalidades de esta aplicación, que como hemos comentado antes, quedan mejor detallados en el ANEXO II: Manuales de GeoGebra.

Figura 5: Visualización Gráfica de la Tasa de Variación Media



Fuente: Elaboración propia

Figura 6: Visualización Gráfica de la Derivada



Fuente: Elaboración propia

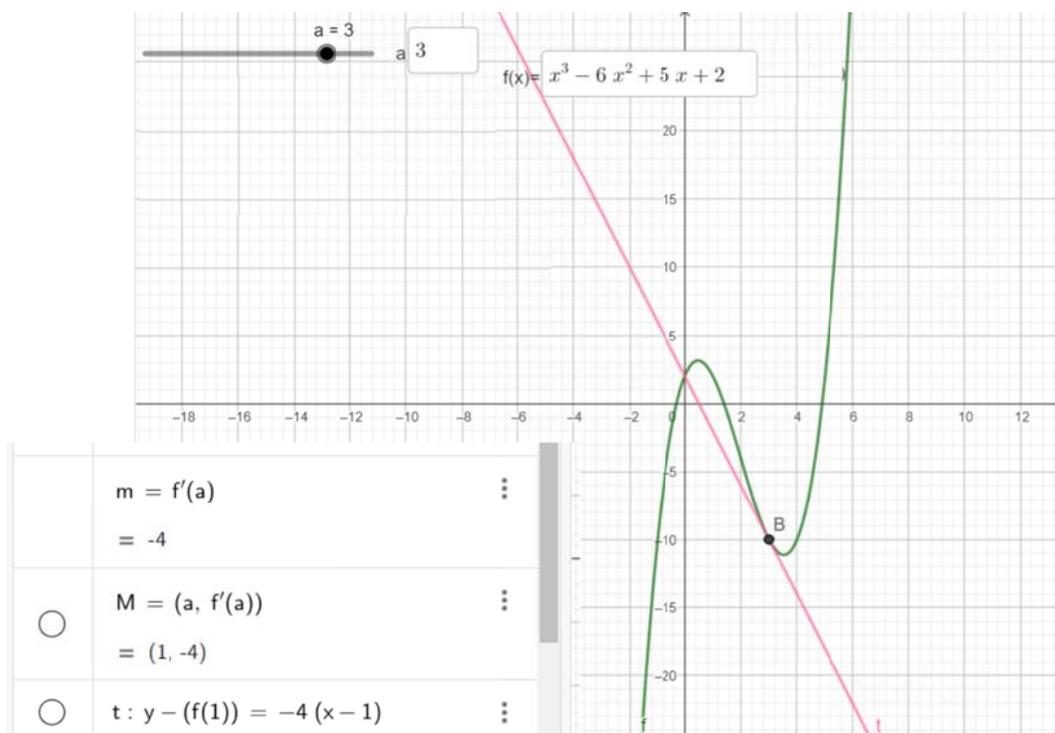
Sesión 3. En esta tercera sesión se expone la visión gráfica de la derivada como la pendiente de la recta tangente a una curva en un punto. Tras una explicación teórica de este concepto se propondrá un ejercicio desarrollado a mano, con papel y boli.

Posteriormente, los alumnos se reunirán con sus grupos de trabajo para diseñar en GeoGebra una aplicación que les permita visualizar e interiorizar mucho mejor esta definición, el problema consistirá en diseñar una pequeña aplicación que introduciéndole una función y la coordenada x de un punto, represente la recta tangente a la curva en ese punto. Para cualquier duda que les pueda surgir tanto del uso de GeoGebra como del planteamiento del problema contarán con la ayuda del docente.

Sabiendo que la ecuación de la recta tangente, $t(x)$, a una curva, $f(x)$ en un punto $x=a$ es $t(x) - f(a) = f'(a)(x - a)$. Siendo $f'(a)$ la derivada de la función $f(x)$ evaluada en el punto a la pendiente de la recta tangente a la curva.

En la siguiente figura, se muestra un ejemplo del resultado esperado y de lo que los alumnos tendrían que introducir en GeoGebra, siendo $f(x)$ la función deseada y a la coordenada x del punto indicado.

Figura 7: Interpretación Gráfica de la derivada como pendiente de la recta tangente a una curva en un punto



Fuente: Elaboración propia

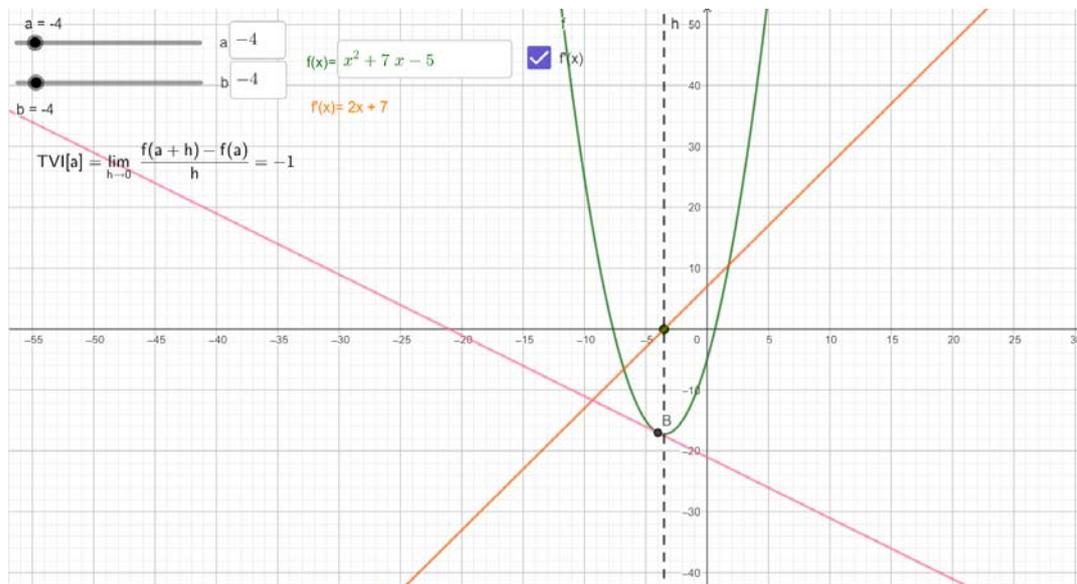
De este modo comienzan a manejar GeoGebra y se van habituando a generar diseños propios, para después ponerlo en práctica durante el desarrollo de los problemas.

Sesión 4. El inicio de esta sesión comenzará con un breve repaso de los conceptos aprendidos en la sesión anterior. Posteriormente, se introducen y trabajan las reglas básicas de derivación, derivada de una constante, derivada de la suma y diferencia de funciones, derivada de una función por una constante, derivada del producto de funciones y derivada del cociente de funciones. Además, se explicará la derivada de funciones polinómicas y se ejemplificarán todas estas propiedades vistas anteriormente aplicadas a funciones polinómicas.

Comprender cómo calcular las derivadas de funciones polinómicas es esencial antes de abordar los problemas de optimización planteados. El objetivo de esta sesión es que se manejen con este tipo de funciones para que posteriormente puedan aplicar los conceptos adquiridos al desarrollo de los problemas.

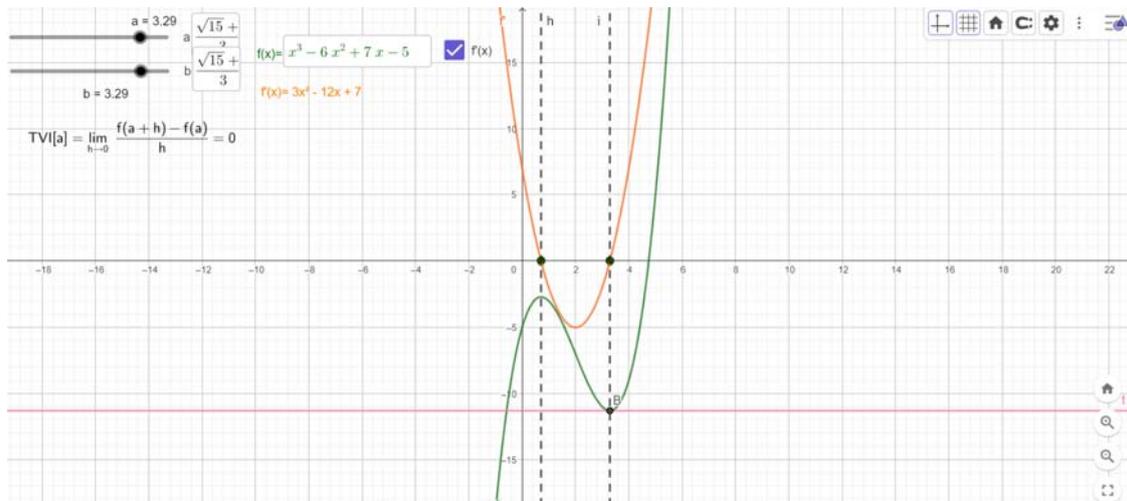
Además, se introduce el uso de GeoGebra para visualizar la derivada de funciones polinómicas, poniendo ejemplos con parábolas sencillas, funciones con las que el alumno está familiarizado, para que comprenda cómo sería la función derivada de una parábola, es decir, una recta y funciones cúbicas para que vean que la derivada es una parábola porque disminuye el grado el polinomio.

Figura 8: Visualización Gráfica de la Derivada de una parábola



Fuente: Elaboración propia

Figura 9: Visualización Gráfica de la Derivada de una función cúbica



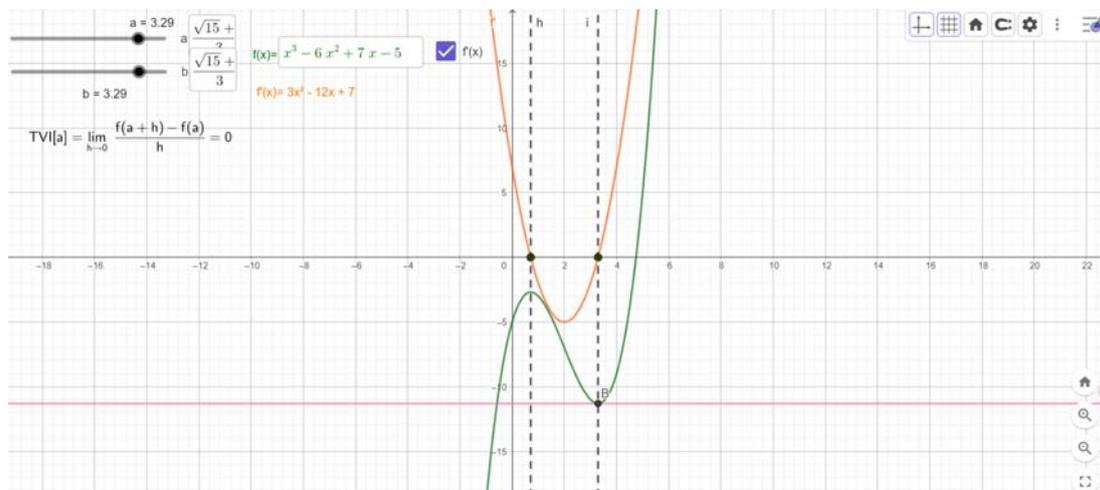
Fuente: Elaboración propia

Al finalizar la clase se entrega un breve cuestionario, recogido en el ANEXO IV: Cuestionarios de clase, Cuestionario nº1 para la evaluación del tema de derivadas que se corregirá al instante para que el docente tenga una retroalimentación del estado de conocimiento de los alumnos y para que los alumnos conozcan también su propio Feedback y sean conscientes de su proceso de aprendizaje.

Sesión 5. Esta sesión junto con la sesión anterior es primordial para que los alumnos puedan llevar a cabo el desarrollo de los problemas. Se estudiará la monotonía (crecimiento y decrecimiento) de funciones polinómicas a través de su derivada.

En esta sesión se introduce una de las aplicaciones más utilizadas de las derivadas, el cálculo de máximos y mínimos de funciones utilizando las derivadas. Con la app diseñada para esta propuesta de intervención se visualiza perfectamente cómo justamente los puntos en los que se anula la derivada de una función coinciden con máximos o mínimos de la misma, por ello, es importante uso de la herramienta GeoGebra para visualizar este concepto en diferentes tipos de funciones.

Figura 10: Representación Gráfica de la Derivada de los máximos y mínimos de una función y su identificación a través de la derivada



Fuente: Elaboración propia

Una vez que los estudiantes comprenden cómo calcular derivadas, es el momento adecuado para introducir el concepto de optimización, que es el núcleo de los problemas que deben resolver, se hará una pequeña introducción a la optimización de funciones al finalizar la clase para así enlazar con la sesión posterior.

Sesión 6. Enlazando con la sesión anterior se introducirá a los alumnos el concepto de optimización de funciones como el proceso de ‘maximizar o minimizar una función’, haciendo hincapié en su importancia en las matemáticas y en el mundo real.

El concepto de optimización es el pilar de los problemas a resolver así que se pondrán en contexto varios problemas de optimización que se trabajarán resolviendo paso a paso tanto a mano como en GeoGebra. Durante esta sesión dedicaremos un tiempo para el enfrentamiento a los problemas de manera individual.

La mitad de la sesión se utilizará para realizar un tutorial de GeoGebra más avanzado de manera que los alumnos puedan utilizar estas funcionalidades para la resolución de problemas de optimización.

Sesión 7. Toda esta sesión se dedicará al trabajo en grupo, tras haber visto más en profundidad las funcionalidades de GeoGebra, se les dejará a los alumnos esta sesión para que se reúnan con sus grupos y traten de resolver los problemas en GeoGebra ahora que lo tienen reciente, la función del docente durante el desarrollo de esta sesión

será la de supervisar el trabajo de los grupos y la resolución las dudas que existan, así como analizando el progreso de cada equipo.

Es crucial para el desarrollo de la actividad que los estudiantes trabajen en equipo para resolver los problemas de optimización utilizando GeoGebra, aplicando los conceptos aprendidos de manera colaborativa.

Sesiones 8 y 9. Al inicio de la primera sesión se llevará a cabo el Cuestionario nº2 para la evaluación del tema de derivadas, encontrado en el ANEXO IV: Cuestionarios de clase. Una vez finalizado se procederá a la corrección de las preguntas que proporcionarán un pequeño feedback sobre el nivel de conocimientos del tema tanto al docente como a los propios alumnos.

Durante estas dos sesiones se ampliará el conocimiento de derivadas a funciones radicales, trigonométricas, exponenciales y logarítmicas. Trabajando con la composición de funciones mediante la regla de la cadena, se trabajará mucho este concepto ya que es fundamental en el análisis diferencial. Además, se verá cómo comprobar si una función definida a trozos es derivable, viendo la continuidad como condición necesaria pero no suficiente para la derivabilidad.

Se hará uso de GeoGebra para visualizar funciones radicales, trigonométricas, exponenciales y logarítmicas, así como sus derivadas.

Sesiones 10 y 11. Se reservarán estas sesiones para posibles dudas o aspectos que hayan quedado sin explicar, dependiendo el ritmo de la clase, o si ellos necesitaran más tiempo para elaborar la resolución de problemas. Si todas las sesiones se han realizado según lo previsto se trabajará la resolución de problemas como técnica para repasar todos los conceptos vistos, viendo la aplicación de diferentes tipos de funciones que no sean polinómicas en problemas. Durante estas sesiones se podría dedicar tiempo para el enfrentamiento a los problemas de manera individual.

Sesión 12. Está sesión comenzará con la resolución el último cuestionario, que se encuentra recogido en el ANEXO IV: Cuestionarios de clase, Cuestionario nº3 para la evaluación del tema de derivadas y la corrección y retroalimentación del mismo.

Tras realizar el cuestionario, que no ocupará mucho tiempo, los alumnos dispondrán del resto de la hora para juntarse con su equipo, revisar el proyecto y realizar

los ajustes finales para así finalizar el proyecto de resolución de problemas, pudiendo aprovechar esta última sesión previa a las exposiciones para resolver cualquier duda que les haya surgido.

Sesiones 13 y 14. Sesiones de exposiciones. Durante estos periodos lectivos los alumnos tendrán que exponer el resultado de su trabajo, cómo han desarrollado sus resoluciones, qué dificultades encontraron y cómo las resolvieron. Además, en la primera, de estas dos sesiones, se les entregará una rúbrica de evaluación (que se encuentra recogida en el ANEXO III: Rúbricas de evaluación , Rúbrica de Coevaluación y Heteroevaluación para la exposición oral) para que cada alumno evalúe la exposición del resto de los grupos, siguiendo las pautas indicadas. También el docente se encargará de evaluar las exposiciones de todos los grupos y a cada alumno en particular, utilizando la misma rúbrica.

Al finalizar las sesiones los alumnos entregarán todas las rúbricas completadas al profesor. Durante los últimos minutos de la segunda sesión el docente dará feedback a los alumnos sobre el desarrollo de las exposiciones, de manera que estos puedan tomar nota para la mejora de su puesta en escena en futuras ocasiones.

Sesión 15. Esta sesión previa a la prueba de evaluación final se dedicará para la resolución de ejercicios por parte del docente de manera que sirva como preparación para el examen. Esto permitirá aclarar dudas y reforzar el conocimiento antes del examen.

La clase consistirá en resolver ejercicios representativos del examen y preparar a los estudiantes para la evaluación final, en este momento los alumnos tendrán también la oportunidad que preguntar cualquier duda que les haya podido surgir.

Sesión 16. La última sesión de esta propuesta de intervención consistirá en realizar una prueba de evaluación escrita. Esta prueba engloba todos los conceptos del temario de Derivadas de Matemáticas I no sólo la resolución de problemas de optimización que ya será evaluada con mayor profundidad en el proyecto propuesto. El objetivo de esta prueba es comprobar que mediante la introducción de los conceptos de derivadas a través del ABP y el uso de GeoGebra los alumnos son capaces de comprender e interiorizar mejor estos conceptos que con el uso de la metodología tradicional. En el ANEXO V: Prueba de evaluación final se encuentra un ejemplo para

una posible prueba de evaluación escrita, que como se verá posteriormente supondrá un 40% de la evaluación.

El orden de las sesiones está diseñado para construir progresivamente los conocimientos y habilidades de los estudiantes, comenzando con conceptos básicos y avanzando hacia aplicaciones más complejas. En primer lugar, se realiza una introducción a la metodología y las herramientas para establecer un marco de trabajo. La introducción de la metodología ABP y GeoGebra desde el inicio permite que los estudiantes se familiaricen con estas herramientas y enfoques desde el principio. Luego, se introducen los conceptos básicos de derivadas y optimización, alternando entre teoría y práctica para consolidar el aprendizaje. Las sesiones de trabajo en equipo fomentan la colaboración y aplicación práctica de los conceptos aprendidos. Las sesiones finales se centran en la preparación y presentación de proyectos, seguidas de una evaluación sumativa para asegurar una comprensión profunda del temario. Esta planificación ofrece una buena combinación del ABP, la teoría, la práctica individual y el trabajo en grupo, utilizando GeoGebra como una herramienta central para la comprensión visual y práctica.

5.2.4. Atención a la diversidad

De acuerdo con el Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA) se debe tener en cuenta la diversidad del alumnado, que cada vez es más variada y notable en las aulas, de manera que se fomente la igualdad de oportunidades en el proceso de enseñanza-aprendizaje de todo el alumnado. Para ello, la propuesta desarrollada durante este proyecto debe ser capaz de lograr una inclusión efectiva minimizando al máximo las posibles diferencias físicas, sensoriales y cognitivas que existan entre el alumnado.

Atendiendo a los principios del DUA, revisados en EducaDUA, (s.f.), encontramos que nuestra propuesta por su propia forma de proceder se adapta muy bien y cumple de manera satisfactoria con ellos, como se muestra a continuación:

- **PRIMER PRINCIPIO.** Se corresponde con el QUÉ, haciendo referencia al contenido, propone presentar la información en distintos formatos.

Durante la Situación de Aprendizaje propuesta, además de utilizar el libro de texto para tratar los conocimientos previstos, nos apoyamos en herramientas visuales como lo es GeoGebra. Por otro lado, en lugar de presentarles la teoría y

posteriormente realizar ejercicios y problemas, como podría suceder en una clase tradicional, se introduce el tema a través de un problema de actualidad.

- SEGUNDO PRINCIPIO. Se corresponde con el CÓMO, haciendo referencia a la forma de expresión, plantea diversidad a la hora de expresarse.

Durante la Situación de Aprendizaje propuesta, se plantea la resolución de dos problemas, pero no se les da a los alumnos unas instrucciones exactas sobre cómo tienen que resolverlos, dejando a elección de cada grupo de alumnos cuál es el procedimiento que mejor encaja con su forma de pensar. Por otro lado, también queda abierta la presentación que tienen que hacer sobre el proceso de resolución de estos problemas, dejando a su elección el formato y medio en el que quieren desarrollar el material de apoyo para la misma.

- TERCER PRINCIPIO. Se refiere al PORQUÉ, correspondiente a la motivación de los alumnos, sugiere el uso de estrategias distintas.

Durante la Situación de Aprendizaje propuesta, se plantean diferentes tipos de ejercicios, algunos más mecánicos, otros más acercados al mundo real, algunas cuestiones más de lógica e incluso se ofrecen distintas formas de trabajo para que, de este modo, las actividades resulten menos monótonas y más atractivas para los adolescentes.

Además, en el momento en el que se crean los grupos de trabajo, que como hemos matizado antes deben ser heterogéneos, el docente deberá tener en cuenta estas posibles distinciones para diseñar estos grupos de manera que se favorezca el aprendizaje para todo el alumnado.

Si detectamos que pudiera haber ciertos alumnos que avanzan más rápido que le resto, creando esto diferencias notables a la hora de impartir la docencia en el aula, podríamos añadir un problema más con cierta dificultad para dichos grupos. Si, por el contrario, notamos que existen alumnos con dificultades de aprendizaje, bien sean temporales o permanentes, se les podría asignar unos problemas relativamente más sencillos y/o disminuir la carga de trabajo a la resolución de un único problema. De esta manera se conseguirá mantener la motivación tanto de los alumnos más aventajados como de los que tienen ciertas dificultades, siempre con el objetivo de que no pierdan el interés por los estudios y se sienta capaces de lograr cualquier reto, de forma que su autoestima aumente.

Por otro lado, si hubiera que realizar adaptaciones curriculares específicas, bien sean significativas o no, sería el Equipo de Orientación el encargado de pasarnos el informe psicopedagógico de los alumnos que presenten dificultades en el proceso de aprendizaje (alumnos con altas capacidades, TDAH, ACNEE, ANCE, etc) y se deben formalizar por escrito estas modificaciones, personalizadas para cada caso específico.

En todo momento se tratará de inculcar a los alumnos la importancia de ser solidarios y tenderle una mano al compañero que tienen al lado, de manera que se apoyen entre ellos y ayuden a aquellos compañeros que presenten más dificultades en el proceso de enseñanza-aprendizaje, consiguiendo además un mayor sentimiento de pertenencia al grupo. Por ello, siempre se tratará de situar a estos alumnos en el grupo que mejor se puedan adaptar. Del mismo modo, la asistencia por parte de los docentes es elemental, así que serán los profesores de la materia los que traten de apoyar y resolver todas las dudas posibles para el buen desarrollo de las actividades.

Para evaluar la efectividad que tienen estas medidas que se van tomando acordes a las circunstancias específicas de cada grupo es importante reunirse con el Departamento de Orientación, para hacer un seguimiento de las mismas y en caso de que no sean efectivas buscar alternativas hasta dar con la mejor opción.

5.3. Sistema de evaluación

Dentro de esta propuesta didáctica cabe evaluar dos aspectos totalmente independientes. Por un lado, se debe realizar un proceso de evaluación del alumnado acorde con los conocimientos transmitidos durante la situación de aprendizaje. Por otro lado, debemos diseñar un método para ver si la propuesta expuesta como mejora para del proceso de enseñanza-aprendizaje de las derivadas en 1º de Bachillerato es efectiva.

A continuación, se desarrollan estas evaluaciones en profundidad.

5.3.1. Evaluación del discente

Para llevar a cabo la evaluación del alumno se tendrán en cuenta las directrices expuestas en el el *Real Decreto 243/2022, de 5 de abril, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas del Bachillerato* y con el *DECRETO 40/2022, de 29 de septiembre, por el que se establece la ordenación y el currículo del bachillerato en la Comunidad de Castilla y León*, relacionadas con los contenidos y criterios de evaluación expuestos en el ANEXO I: Criterios de Evaluación asociados a la Situación

de Aprendizaje relacionados con el temario de derivadas impartido en la asignatura Matemáticas I de 1º de Bachillerato.

Lo primero que se debe tener en cuenta a la hora de diseñar los métodos de evaluación es que la evaluación no es una simple calificación de los alumnos donde les ponemos una nota en función de un examen. La evaluación se trata de un proceso de recogida y análisis de la información, mediante distintos instrumentos, para orientar el proceso de enseñanza-aprendizaje y guiar el desarrollo curricular. Además, la evaluación debe servir de ayuda para la toma de decisiones enfocadas a la mejora continua de la práctica educativa. De acuerdo con la *Orden EFP/279/2022, de 4 de abril, por la que se regulan la evaluación y la promoción en la Educación Primaria, así como la evaluación, la promoción y la titulación en la Educación Secundaria Obligatoria, el Bachillerato y la Formación Profesional en el ámbito de gestión del Ministerio de Educación y Formación Profesional*, y con todo lo mencionado anteriormente la evaluación de la situación de aprendizaje expuesta anteriormente será:

- Continua. El proceso de evaluación se llevará a cabo de manera regular y continua, permitiendo identificar los progresos, las dificultades y las necesidades individuales de cada estudiante en relación con los objetivos y contenidos de las diferentes áreas curriculares.
- Individualizada. La evaluación ha de ser individual, es decir, centrada en cada alumno y las particularidades de este. Se tendrán en cuenta la diversidad de ritmos y estilos de aprendizaje de los estudiantes, adaptando los procesos de evaluación a las necesidades individuales.
- Integradora. Tendrá en cuenta diversos aspectos del aprendizaje y del desarrollo del alumnado, así como de su contexto educativo y personal. Busca integrar diferentes dimensiones del proceso educativo, tales como los aprendizajes académicos, las competencias transversales, el desarrollo personal y social, y el entorno en el que se desenvuelve el estudiante.
- Formativa. Se refiere al proceso de evaluación que se lleva a cabo durante el desarrollo del proceso educativo con el propósito de monitorear el progreso del estudiante, identificar sus necesidades de aprendizaje y proporcionar retroalimentación continua para mejorar su rendimiento y desarrollo integral. Para que el alumno pueda sacar provecho de ella, la evaluación debe tratarse de

una evaluación formativa. Es por ello, que a medida que vamos avanzando en el desarrollo de la Situación de Aprendizaje, como docentes, debemos observar cómo trabajan nuestros alumnos, pero no es suficiente sólo con observar tenemos que ir proporcionando un feedback a cada uno de los grupos para que ellos puedan ir haciendo una mejora continua en su aprendizaje.

Por ello, como docentes nosotros llevaremos a cabo una guía de observación diaria y al finalizar cada semana, cada uno de los grupos recibirá un pequeño informe sobre el estado de su trabajo, de esta manera podemos también observar si los alumnos siguen nuestras sugerencias y tratan de esforzarse y cambiar para así mejorar o si por el contrario mantienen su tendencia.

Además de esto, cada semana realizaremos un pequeño y breve cuestionario que tendrá dos enfoques. Por un lado, el profesor analizará el progreso de aprendizaje en el aula y podrá reforzar ciertos contenidos si observa que existe un desconocimiento generalizado. Por otro lado, servirá como autoevaluación para los propios alumnos de manera que conocerán su estado en el proceso de aprendizaje y podrán actuar acorde a lo que cada uno necesite, enfocándose en sus puntos débiles y potenciando sus puntos fuertes.

- Sumativa. Al finalizar cada trimestre se determinará el grado de logro de los objetivos de aprendizaje establecidos, para medir la consecución de estos de la manera más objetiva se utilizan una variedad de instrumentos de evaluación, de manera que no sea una única prueba la que decida la evaluación de estos objetivos. Es por ello por lo que para la evaluación de nuestra situación de aprendizaje combinaremos el uso de técnicas de observación, rendimiento y desempeño.

Por otro lado, para fomentar la participación activa de los alumnos en su propio proceso de enseñanza-aprendizaje, la evaluación será llevada a cabo por distintos agentes, esto significa que en este caso no será el docente el único encargado de evaluar, sino que los propios alumnos serán partícipes tanto de su propia evaluación, así como de la del resto de sus compañeros. Dependiendo del agente evaluador nos encontramos con la siguiente clasificación:

- Autoevaluación. Se refiere al proceso mediante el cual el estudiante reflexiona sobre su propio aprendizaje y su desarrollo integral, identificando sus fortalezas, áreas de mejora y necesidades de aprendizaje. Esta modalidad de evaluación promueve la autonomía del estudiante y su capacidad para autorregular su proceso de aprendizaje. Dentro de la situación de aprendizaje nos encontramos con tres momentos, en los que los alumnos deberán ser los propios jueces de su proceso de enseñanza- aprendizaje. El primero se trata de los cuestionarios realizados semanalmente donde observarán el ritmo al que avanzan; el segundo se corresponde con la rúbrica que deberán rellenar para evaluar su propio desempeño durante la realización de los problemas plantados; por último, tendrán que juzgar su propia exposición.
- Coevaluación. En este proceso de evaluación los propios estudiantes participan en la evaluación de sus compañeros, reportando una retroalimentación constructiva. Este tipo de evaluación fomenta la colaboración entre los estudiantes y promueve la responsabilidad compartida en el proceso educativo. Durante la evaluación de la situación de aprendizaje existen dos momentos en los que los alumnos tendrán que evaluarse entre ellos. En primer lugar, deberán juzgar el desempeño de sus compañeros dentro del grupo de trabajo durante la elaboración y el desarrollo del informe de los problemas. En segundo lugar, deberán evaluar la exposición del proyecto del resto de grupos del aula.
- Heteroevaluación. Durante este proceso de evaluación el docente es responsable de evaluar el desempeño académico y tomar decisiones sobre la calificación y el progreso del estudiante en función de los criterios establecidos por el currículo educativo y los estándares de rendimiento. Será el docente quien se encargue de hacer un seguimiento y una evaluación más profunda de la situación de aprendizaje al completo, valorando por un lado tanto diariamente como semanalmente (mediante los cuestionarios) el progreso de aprendizaje de los alumnos, por otro lado haciendo un análisis detallado del informe de los problemas que los alumnos deberán entregar al finalizar así como de la puesta en escena que hagan el día de la exposición; para terminar y cerrar el tema el docente evaluará la prueba final escrita donde podrá observar cómo de eficiente es utilizar la metodología ABP en el proceso de enseñanza de las derivadas, así

como introducir la herramienta GeoGebra para que los alumnos entiendan mejor y profundicen más en estos conceptos.

La siguiente tabla muestra una clasificación de los instrumentos de evaluación (según técnica, momento y agente) que se emplearán para llevar a cabo una evaluación que cumpla con todas las características explicadas anteriormente. Así como el peso que tendrá cada uno de ellos en la evaluación de los contenidos.

Tabla 3: Instrumentos de evaluación clasificados según técnica, momento y agente

Técnica de evaluación	Instrumento de evaluación	Momento de evaluación	Tipo de evaluación según el agente evaluador	Peso del instrumento
Observación	Cuestionarios	Semanalmente	Heteroevaluación y autoevaluación	5%
	Guía de observación	Diariamente	Heteroevaluación	10%
Desempeño	Rúbrica del proyecto	Una vez finalizada la Situación de Aprendizaje	Autoevaluación y coevaluación	10%
	Informe del proyecto	Una vez finalizada la Situación de Aprendizaje	Heteroevaluación	20%
Rendimiento	Exposición oral del proyecto	Una vez finalizada la Situación de Aprendizaje	Heteroevaluación y coevaluación	15%
	Prueba escrita	Una vez finalizada la Situación de Aprendizaje	Heteroevaluación	40 %

De esta manera, la evaluación de la situación de aprendizaje no se centrará únicamente en un examen o proyecto final, sino que se valorará el esfuerzo, el trabajo en grupo y la implicación de los estudiantes a lo largo de todas las clases.

Por otro lado, la siguiente tabla muestra a través de qué instrumento se evalúa cada uno de los criterios de evaluación que afectan a esta situación de aprendizaje y cuál

es su peso dentro de la evaluación, estos pesos se han ponderado en función de la importancia que tiene cada uno de ellos con nuestros objetivos.

Tabla 4: Relación de los criterios de evaluación con los instrumentos empleados

Criterio de evaluación	Instrumentos de evaluación	Peso en la Evaluación
1.1	Informe del proyecto + Guía de observación	7.5%
2.2	Exposición oral del proyecto + Informe del proyecto	7.5%
3.1	Cuestionarios + Prueba escrita	15%
4.1	Informe del proyecto	5%
5.2	Prueba escrita	15%
6.1	Prueba escrita + Informe del proyecto + Guía de observación	25%
8.1	Exposición oral del proyecto + Rúbrica del proyecto + Guía de observación	5%
9.1	Rúbrica del proyecto + Exposición oral del proyecto +	20%

Las rúbricas utilizadas para evaluar cada uno de los instrumentos comentados anteriormente, ya sea el agente evaluador el docente o sean los propios alumnos, se encuentran recogidas en el ANEXO III: Rúbricas de evaluación. Para el diseño de estas rúbricas se ha tenido en cuenta los criterios de evaluación que se encuentran recogidos en el ANEXO I: Criterios de Evaluación asociados a la Situación de Aprendizaje.

Además, todas las rubricas estarán a disposición de los alumnos al comenzar la actividad, para que puedan observar los ítems evaluables.

5.3.2. Evaluación de la propuesta de intervención

El objetivo principal de esta propuesta de intervención es evaluar si la metodología activa de Aprendizaje Basado en Problemas y el uso de la herramienta GeoGebra favorecen el aprendizaje de los contenidos del tema de cálculo diferencial

que se ve en primero de bachillerato. Con el propósito de evaluar la consecución de los objetivos didácticos de la propuesta, en primer lugar, se ha realizado un análisis exhaustivo de la propuesta de manera interna, contemplando sus Fortalezas y Debilidades, así como de manera externa analizando las posibles Amenazas y Oportunidades. Todo esto queda recogido en la siguiente tabla en lo que se conoce como análisis DAFO.

Tabla 5: Análisis DAFO de la Situación de Aprendizaje

DEBILIDADES	AMENAZAS
<ul style="list-style-type: none"> • Necesidad de inversión de tiempo por parte de los docentes en el uso de GeoGebra. • Necesidad del uso de ordenadores para algunas de las sesiones. • Esfuerzo por parte de los docentes a la hora de preparar sus clases introduciendo la nueva metodología ABP. • Dedicación de unas horas para la explicación del manejo de la herramienta GeoGebra a los alumnos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Rechazo de los docentes a la hora de implementar esta metodología. • Temporización variable dependiendo del nivel de compromiso y trabajo de los alumnos, así como el nivel general del aula. • Necesidad de una alta coordinación con el resto de los departamentos para el uso de los ordenadores del centro, considerando la imposibilidad de acceso a las horas deseadas. • Las Leyes de educación cambian frecuentemente con lo que la propuesta podría verse afectada.
FORTALEZAS	OPORTUNIDADES
<ul style="list-style-type: none"> • Capacidad de trabajo con herramientas digitales para la realización de las diferentes actividades. • Combinación de la técnica expositiva con metodologías activas como el aprendizaje basado en problemas. • Aprendizaje contextualizado con el compromiso de sostenibilidad de la Agenda 2030. • Uso el uso de las TIC para mejorar la comprensión del concepto de derivada y sus aplicaciones. 	<ul style="list-style-type: none"> • Posibilidad de extrapolar este entorno metodológico de aprendizaje activo a diferentes partes del temario de matemáticas. • Metodología adaptable a diferentes niveles tanto superiores como inferiores. • Capacidad de fomentar el interés de los alumnos hacia la asignatura de matemáticas por su mejor comprensión de los conceptos. • Posibilidad de adaptación a otras herramientas digitales similares.

<ul style="list-style-type: none">• Participación activa y autonomía del alumnado durante la resolución de problemas.	
---	--

A pesar de haber encontrado algunas debilidades y amenazas en la propuesta, en rasgos generales, se podría decir que la propuesta es viable y está alineada con el objetivo de conseguir una mejora en el aprendizaje de los conceptos esenciales de cálculo diferencial por parte de los alumnos.

Además, los docentes deben comprometerse a hacer un análisis y reflexión de manera autocrítica sobre su práctica educativa para así poder tomar acción sobre ella con el objetivo de mejorarla. De esta manera, como se pone de manifiesto en el ANEXO VII: Anexo de sostenibilización curricular acorde con la Agenda 2030, estarán más cerca de conseguir una enseñanza de calidad que es la finalidad principal que todo docente debiera perseguir.

La forma idónea de evaluar la propuesta educativa hubiera sido realizar y evaluar un cuestionario una vez llevada a la práctica la situación de aprendizaje. Sin embargo, no se ha tenido la oportunidad de trasladarla al aula, por lo que no ha sido posible realizar un estudio con el que evaluar datos reales de los posibles beneficios del uso del APB y GeoGebra en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las derivadas en alumnos de 1º de Bachillerato.

No obstante, se han diseñado dos cuestionarios. El primero está dirigido a los alumnos, donde podrán valorar la propuesta desde su perspectiva y así el docente recibirá un feedback sobre las sensaciones del alumnado. El objetivo final del mismo es conocer si ha resultado efectivo este método de aprendizaje, qué dificultades han encontrado durante el desarrollo de las actividades para poder solventarlas en futuras intervenciones, qué aspectos les ha motivado más para seguir potenciándolos, así como tener en cuenta sus propuestas de mejora. El segundo va dirigido al docente que lleve a la práctica esta propuesta, que le ayudará a hacer una valoración crítica sobre el desarrollo de la propuesta de intervención, cómo ha sido la aceptación de la propuesta por parte de los alumnos y sus posibles mejoras.

En el ANEXO VI: Cuestionarios para la evaluación de la propuesta de intervención se encuentran los cuestionarios de evaluación de la propuesta de intervención didáctica elaborados.

5.4. Trabajo futuro

Si se llevara a cabo la propuesta de intervención, no sería suficiente con ponerla en práctica y hacer una evaluación de la misma mediante los cuestionarios diseñados, para favorecer la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje hay que someter a la propuesta a una evaluación continua y sistemática. Se deben hacer revisiones periódicas a lo largo de los años cercanos a la implantación de esta metodología para comprobar si realmente está funcionando y cumpliendo con el objetivo de mejorar la didáctica y así poder corregir posibles fallos detectados o cesar su implantación en el caso de que no estuviera funcionando.

Como desarrollo futuro y ampliación de esta propuesta se podrían tomar las siguientes acciones:

- Implementar esta misma propuesta en el curso inmediatamente superior (2º de Bachillerato), adecuando el nivel de los problemas e incluyendo una ampliación de los contenidos.
- Aplicar esta misma metodología a otros contenidos del temario de Matemáticas I, así como a otros niveles académicos tanto superiores como inferiores, de manera que se fomente el aprendizaje de las matemáticas a través de los problemas.
- Mejorar y hacer un mayor desarrollo de la aplicación diseñada en GeoGebra durante este proyecto como material de apoyo y mejor comprensión de los conceptos teóricos.
- Creación o búsqueda de más problemas de optimización que pueda ser interesante trabajar y ampliar con GeoGebra para tener una amplia variedad de ejercicios.

6. Conclusiones

La realización de este trabajo nos ha permitido evaluar si la metodología activa de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) y el uso de la herramienta GeoGebra

favorecen el aprendizaje de los contenidos del tema de cálculo diferencial en el primer curso de bachillerato.

Durante la investigación, pudimos identificar las principales dificultades y desafíos que enfrentan los estudiantes durante el aprendizaje de las derivadas en el nivel de Bachillerato en nuestro país, donde se observó que los alumnos no tienen una comprensión clara del concepto de derivada y cuando se enfrentan a problemas de optimización presentan dificultades a la hora de aplicar y razonar el cálculo diferencial. Estos descubrimientos nos permitieron diseñar estrategias específicas que intentan fomentar la comprensión de estos conceptos para abordar estas dificultades dentro de nuestra propuesta de intervención.

Tras realizar una revisión de las distintas metodologías disponibles, concluimos que el ABP era la más adecuada para nuestro contexto educativo y para los objetivos planteados en este trabajo. Esta metodología promueve el aprendizaje activo, la resolución de problemas y la aplicación práctica de los conceptos teóricos, lo cual se alinea con las necesidades de los alumnos de Bachillerato.

Mediante la evaluación de diferentes recursos digitales, identificamos a GeoGebra como una herramienta versátil y especialmente adecuada para el trabajo con derivadas en el aula. Su capacidad para visualizar conceptos matemáticos de forma dinámica y su integración con el ABP ofrecen un entorno de aprendizaje enriquecedor y motivador para los estudiantes que favorece la comprensión de los conceptos de análisis diferencial y promueve el desarrollo de habilidades tecnológicas.

Una vez seleccionada la metodología a aplicar y la herramienta digital de apoyo, se procedió a la elaboración de la propuesta de intervención que nos permitió estructurar un plan detallado para implementar el ABP y GeoGebra en el aula, con el objetivo de mejorar la enseñanza de las derivadas. Desarrollamos una serie de actividades prácticas y contextualizadas que permiten a los estudiantes aplicar los conceptos de derivadas en situaciones reales y significativas. Este tipo de actividades estimulan el pensamiento crítico, la resolución de problemas y la colaboración entre los estudiantes, fomentando así un aprendizaje más profundo y significativo.

El diseño de un método de evaluación continuo y formativo no solo permite medir el progreso y el aprendizaje de los estudiantes, sino que también proporciona

retroalimentación útil para mejorar la propia propuesta de intervención. La combinación de diferentes estrategias de evaluación, como la autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación, proporciona una evaluación equitativa y centrada en el desarrollo de competencias y está diseñado para ser lo más justo, equitativo y formativo posible.

El análisis DAFO realizado nos ha permitido identificar las fortalezas, debilidades, oportunidades y amenazas de la propuesta de intervención. A pesar de algunas debilidades y amenazas identificadas, concluimos que la propuesta es viable y está alineada con los principios del DUA, ya que promueve la flexibilidad, la diversidad, la participación activa y la personalización del aprendizaje para satisfacer las necesidades individuales de los estudiantes.

Aunque no se pudo llevar a cabo la implementación de la propuesta en el aula debido a limitaciones logísticas durante el desarrollo de las prácticas en el centro de enseñanza asignado, se diseñaron dos cuestionarios para recopilar la opinión de los alumnos y del docente encargado de llevar a cabo la propuesta. Estos cuestionarios proporcionarían información relevante sobre la efectividad del método de aprendizaje propuesto, las dificultades encontradas, los aspectos motivadores y las áreas de mejora.

También se han identificado varias áreas para el desarrollo futuro y la ampliación de la propuesta de intervención. Estas incluyen la mejora del desarrollo de la aplicación diseñada en GeoGebra para la explicación del concepto de derivada, el diseño de más problemas de optimización, la implementación en cursos superiores y la aplicación a otros contenidos matemáticos y niveles académicos. Estas acciones futuras podrían enriquecer aún más la experiencia de aprendizaje de los estudiantes y contribuir a la mejora continua de las prácticas docentes.

Como conclusión final, podemos decir que la combinación del ABP y GeoGebra ofrece un enfoque dinámico, interactivo y contextualizado que facilita la comprensión de conceptos matemáticos complejos y promueve la participación activa de los estudiantes en su propio proceso de aprendizaje. Tras el desarrollo y análisis de la propuesta de intervención, así como la revisión de la literatura existente, que respalda la relevancia de adoptar enfoques innovadores y centrados en el estudiante en el ámbito educativo para promover un aprendizaje más significativo y motivador en las aulas de matemáticas, podemos concluir que ambos elementos desempeñan un papel

fundamental en la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje de las derivadas. La combinación de metodologías activas y recursos digitales en el aula puede promover un aprendizaje más autónomo, significativo y centrado en el estudiante, preparándolos mejor para enfrentar los desafíos del mundo actual.

7. Reflexión personal

El desarrollo de este TFM ha sido una oportunidad única para reflexionar sobre mi propia práctica docente y para reafirmar mi compromiso con la innovación educativa. He confirmado que la educación no es un proceso estático, sino dinámico y en constante evolución. La capacidad de adaptarse, de buscar siempre nuevas formas de involucrar y motivar a los estudiantes, es esencial para cualquier docente.

Personalmente, este proyecto ha fortalecido mi creencia en el valor del aprendizaje activo y la importancia de utilizar herramientas tecnológicas para hacer que los conceptos abstractos sean más accesibles y comprensibles para los estudiantes. También he aprendido la importancia de la resiliencia y la paciencia en el proceso educativo al enfrentarme a distintas dificultades como la búsqueda de unos enunciados que puedan resultar atractivos a los alumnos a la vez que se acercan a la vida real y se comprometen con los objetivos de sostenibilidad, todo esto sumado a que tengan un desarrollo interesante en GeoGebra. Otro de los retos que tuve que superar fue el aprendizaje de la herramienta GeoGebra, consultando algún que otro tutorial; esta inversión de tiempo y esfuerzo mereció la pena. Otra dificultad importante fue la imposibilidad de implementar la propuesta en un aula real debido a limitaciones logísticas en el centro educativo asignado. Para mitigar este problema, diseñé cuestionarios que recopilarían la retroalimentación hipotética tanto de alumnos como de docentes.

Si tuviera que comenzar de nuevo, dedicaría más tiempo a la planificación inicial para evitar el estrés que esto me ha causado en alguna que otra ocasión. Sobre la metodología empleada, podría explorar la posibilidad de combinar el ABP con otras metodologías activas, como el aprendizaje cooperativo, para enriquecer aún más la experiencia educativa.

En definitiva, este proyecto ha sido una experiencia enriquecedora que ha ampliado mi visión sobre las posibilidades de la enseñanza de las matemáticas. Me

gustaría poder llevar estos conocimientos y experiencias a mis futuras clases, con la esperanza de hacer una diferencia positiva en la educación de mis estudiantes, ya que como hemos visto la combinación de metodologías activas y recursos digitales no solo mejora el aprendizaje, sino que también prepara a los estudiantes para enfrentar los desafíos del mundo moderno de manera autónoma y crítica.

8. Referencias

- Aguilar-Salinas, W.E., De Las Fuentes-Lara, M., Justo-López, A.C. y Martínez-Molina, A.D. (2021). Propuesta para el tratamiento de problemas de tasas de variación relacionadas mediante el uso de GeoGebra: Un estudio de casos. *Formación Universitaria*, 14(5), 95-106. <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062021000500095>
- Alvarez-Matute, J.F., Garcia-Herrera, D.G., Erazo-Álvarez, C.A. y Erazo-Álvarez, J.C. (2020). GeoGebra como estrategia de enseñanza de la Matemática. *EPISTEME KOINONIA: Revista Electrónica de Ciencias de la Educación, Humanidades, Artes y Bellas Artes*, 3(6), 211-230. <https://doi.org/10.35381/e.k.v3i6.827>
- Cadena Zambrano, V. E. (2020). Aprendizaje basado en problemas aplicado en Matemáticas. *Roca: Revista Científico - Educaciones de la provincia de Granma*, 16(1), 334-343.
- Camacho-Machín, M., Perdomo-Díaz, J. y Hernández, A. (2019). Actividades para la formación de profesores derivadas del uso de geogebra en la resolución de problemas. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández y M. T. González (Eds.), *Investigación sobre el profesor de matemáticas: formación, práctica de aula, conocimiento y competencia profesional* (pp. 373-396). Salamanca: Ediciones Universidad Salamanca.
- Cox Figueroa, E.J., Salas Giler, J.C., Espinoza Sánchez, M.G. y Macias Barberán, J.R. (2023). Aplicación de DESMOS para la enseñanza de funciones exponenciales. *Polo del Conocimiento*, 8(12), 372-383. <https://doi.org/10.23857/pc.v8i12.6285>
- Fabián-Estrada, Y. y Rodríguez-Valle, Z. (2020). El uso del GeoGebra en la asignatura de Matemática I. *Serie Científica de la Universidad de las Ciencias Informáticas*, 13(4), 11-22.
- González Ogando, P. (2020). Desmos: una herramienta didáctica para trabajar con funciones y gráficas. *Números: Revista de didáctica de las matemáticas*, 104, 9-28.

- Herrera López, H. (2024). Aplicaciones de la derivada mediante un aprendizaje basado en proyectos: un estudio en el bachillerato. *RIDE Revista Iberoamericana Para La Investigación Y El Desarrollo Educativo*, 14(28).
<https://doi.org/10.23913/ride.v14i28.1791>
- Jiménez-Oviedo, B., Oviedo-Rodríguez, K., Ramírez Jiménez, J. y Carlos Ueno, C. (2023). Deduciendo aspectos de Cálculo Diferencial con GeoGebra: Una experiencia de aula. *Números: Revista de didáctica de las matemáticas*, 114, 135-147.
- Jofré, C. y Contreras, F. (2013). Implementación de la Metodología ABP (Aprendizaje Basado en Problemas) en Estudiantes de Primer año de la Carrera de Educación Diferencial. *Estudios Pedagógicos*, 19(1), 99-113.
<http://dx.doi.org/10.4067/S0718-07052013000100006>
- Ministerio de Economía y Competitividad, educaDUA. (s.f.). *Principios del DUA*.
https://www.educadua.es/html/dua/pautasDUA/dua_principios.html
- Mora, C. (2020). Geogebra como herramienta de transformación educativa en Matemática. *Mamakuna Revista de divulgación de experiencias pedagógicas*, (14), 70-81.
- Morales-Carballo, A., Damián-Mojica, A., Locia-Espinoza, E. y Contreras, M.J. (2022). Uso de GeoGebra para mejorar la comprensión de la resolución de problemas de optimización en el bachillerato. *Números: Revista de didáctica de las matemáticas*, 111, 71-89.
- Muñoz-Suárez, M. y Porras-Fernández, M. (2018). Wolfram Alpha, Geogebra y Derive como integrantes de la formación STEM. *Conference Proceedings UTMACH*, 2(1), 41-53.
- Paredes, G. y Gámez, B. (2018). M-Learning: Revisión y análisis comparativo de algunas aplicaciones o apps de matemáticas. *ACCIÓN PEDAGÓGICA*, 27(1) / 86-101.
- Pineda, W., Hernández, C., y Avendaño, W. (2020). Propuesta didáctica para el aprendizaje de la derivada con Derive. *Praxis & Saber*, 11(26), 1-19.
<https://doi.org/10.19053/22160159.v11.n26.2020.9845>

Portal del sistema educativo Español, educagob (s.f.). *Bachillerato*. Ministerio de Educación, Formación Profesional y Deportes.
<https://educagob.educacionfpydeportes.gob.es/ensenanzas/bachillerato.html>

Portillo-Lara, H. J., Ávila-Sandoval, M. S., Cruz-Quiñones, M. de los Ángeles, & López-Ruvalcaba, C. (2019). GeoGebra y Problemas de Optimización. *Cultura Científica Y Tecnológica*, 16(1), 5–11.
<https://doi.org/10.20983/culecyt.2019.1.2.1>

Poveda-Fernández, W.E. (2020). Resolución de problemas matemáticos en GeoGebra. *Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo*, 9(1), 26-42.
<https://doi.org/10.23925/2237-9657.2020.v9i1p26-42>

Román, F. (2021). La Neurociencia detrás del aprendizaje basado en problemas (ABP). *Journal of Neuroeducation*, 1(2), 50-56.
<https://doi.org/10.1344/joned.v1i2.33695>

Sánchez-Balarezo, R.W. y Borja-Andrade, A.M. (2022). GeoGebra en el proceso de Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas. *Dominio de las Ciencias*, 8(2), 33-52. <https://doi.org/10.23857/dc.v8i2.2737>

Sánchez-Matamoros, G., Adamuz, N., Cañadas, M.C., Fernández, E., García, M.T., Moreno, A., Ramírez, R. y Serradó, A. (2022). Matemáticas en Bachillerato. En L. Blanco, *Aportaciones al desarrollo del currículo desde la Investigación en educación matemática* (pp.199-223). Universidad de Granada.

Solaz-Portolés, J.J., Sanjosé López, V. y Gómez López, A. (2011). Aprendizaje basado en problemas en la Educación Superior: una metodología necesaria en la formación del profesorado. *Didáctica de las Ciencias Experimentales y Sociales* (25) 177-186.

Soledispa-Castro, Y.S. y García-Murillo, G.R. (2022). Geogebra y el rendimiento académico de los estudiantes en matemáticas: un análisis sistemático de la literatura. *Revista Científica Multidisciplinaria Arbitrada Yachasun*, 6(11), 159–175. <https://doi.org/10.46296/yc.v6i11edespag.0209>

Toala, S. R., Gómez, L.Y., Guevara, R. N. y Quiñonez, E.C. (2022). Aplicación de la taxonomía de Bloom para mejorar la enseñanza-aprendizaje. *Sapienza*:

International Journal of Interdisciplinary Studies,3 (6), 176-189.

<https://doi.org/10.51798/sijis.v3i6.507>

Vélez Córdova, J. y Arteaga Pita, I. G. (2022). Aprendizaje Basado en Problemas en el aprendizaje significativo de la asignatura de Matemáticas. *Revista Cognosis*,8(3), 41-54. <https://doi.org/10.33936/cognosis.v7i3.5114>

Vera Velázquez, R., Merchán García, W.A., Maldonado Zúñiga, K. y Castro Landin, A.L. (2021). Metodología del aprendizaje basado en problemas aplicada en la enseñanza de las Matemáticas. *Serie Científica de la Universidad de las Ciencias Informáticas*,14(3), 142-155.

ANEXO I: Criterios de Evaluación asociados a la Situación de Aprendizaje

De acuerdo con lo establecido en el *Real Decreto 243/2022, de 5 de abril, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas del Bachillerato* y con el *DECRETO 40/2022, de 29 de septiembre, por el que se establece la ordenación y el currículo del bachillerato en la Comunidad de Castilla y León*, la evaluación deberá ir ligada a las competencias clave de cada etapa para ello evaluaremos las competencias específicas de la materia Matemáticas I mediante los criterios de evaluación que se recogen a continuación y que conectan las competencias específicas con las competencias clave.

Tabla 6: Criterios de evaluación asociados a la Situación de Aprendizaje

Competencia específica	Criterios de evaluación	Competencias clave
Competencia específica 1. Modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana y de la ciencia y la tecnología aplicando diferentes estrategias y formas de razonamiento para obtener posibles soluciones.	1.1 Manejar algunas estrategias y herramientas, incluidas las digitales, en la modelización y resolución de problemas de la vida cotidiana y de la ciencia y la tecnología, evaluando su eficiencia en cada caso.	CCL2, STEM1, STEM3, CD2, CPSAA4, CE3
Competencia específica 2. Verificar la validez de las posibles soluciones de un problema empleando el razonamiento y la argumentación para contrastar su idoneidad.	2.2 Seleccionar la solución más adecuada de un problema en función del contexto (de sostenibilidad, de consumo responsable, equidad.), usando el razonamiento y la argumentación.	STEM1, STEM2, CD3, CPSAA4, CC3, CE3
Competencia específica 3. Formular o investigar conjeturas o problemas, utilizando el razonamiento, la argumentación, la creatividad y el uso de herramientas tecnológicas, para generar nuevo conocimiento matemático.	3.1 Adquirir nuevo conocimiento matemático a partir de la formulación de conjeturas y problemas de forma guiada.	CCL1, STEM1, STEM2
Competencia específica 4. Utilizar el pensamiento computacional de forma eficaz, modificando, creando y generalizando algoritmos que	4.1 Interpretar, modelizar y resolver situaciones problematizadas de la vida cotidiana y de la ciencia y la tecnología, utilizando el pensamiento	STEM1, STEM2, CD2, CD3

resuelvan problemas mediante el uso de las matemáticas, para modelizar y resolver situaciones de la vida cotidiana y del ámbito de la ciencia y la tecnología.	computacional, modificando y creando algoritmos.	
Competencia específica 5. Establecer, investigar y utilizar conexiones entre las diferentes ideas matemáticas estableciendo vínculos entre conceptos, procedimientos, argumentos y modelos para dar significado y estructurar el aprendizaje matemático.	5.2 Resolver problemas en contextos matemáticos, estableciendo y aplicando conexiones entre las diferentes ideas matemáticas.	STEM1, STEM3, CD2, CD3
Competencia específica 6. Descubrir los vínculos de las Matemáticas con otras áreas de conocimiento y profundizar en sus conexiones, interrelacionando conceptos y procedimientos, para modelizar, resolver problemas y desarrollar la capacidad crítica, creativa e innovadora en situaciones diversas.	6.1 Resolver problemas en situaciones diversas, utilizando procesos matemáticos, estableciendo y aplicando conexiones entre el mundo real, otras áreas de conocimiento y las matemáticas.	STEM1, STEM2, CD2, CPSAA5, CE3
Competencia específica 8. Comunicar las ideas matemáticas, de forma individual y colectiva, empleando el soporte, la terminología y el rigor apropiados, para organizar y consolidar el pensamiento matemático.	8.1 Mostrar organización al comunicar las ideas matemáticas empleando el soporte, la terminología y el rigor apropiados.	CCL1, CCL3, CP1, STEM2, STEM4, CD3, CCEC3.2
Competencia específica 9. Utilizar destrezas personales y sociales, identificando y gestionando las propias emociones, respetando las de los demás y organizando activamente el trabajo en equipos heterogéneos, aprendiendo del error como parte del proceso de aprendizaje y afrontando situaciones de incertidumbre, para perseverar en la consecución de	9.1 Afrontar las situaciones de incertidumbre identificando y gestionando emociones y aceptando y aprendiendo del error como parte del proceso de aprendizaje de las matemáticas.	STEM5, CPSAA1.1, CPSAA1.2, CC2, CE2

objetivos en el aprendizaje de las matemáticas.		
---	--	--

ANEXO II: Manuales de GeoGebra

En este anexo se ponen a disposición del alumnado diversos materiales para aprender a utilizar GeoGebra que se han encontrado haciendo una exhaustiva búsqueda. La propia web de GeoGebra nos presenta un Tutoriales y Manuales para el uso de GeoGebra muy potentes y útiles para su iniciación.

<https://wiki.geogebra.org/es/Tutoriales> :Tutoriales de GeoGebra

<https://wiki.geogebra.org/es/Manual> : Manual de GeoGebra

Además, cabe destacar el tutorial interactivo que se presenta en la web como método de aprendizaje dinámico.

<https://www.geogebra.org/m/MqVqGRux>

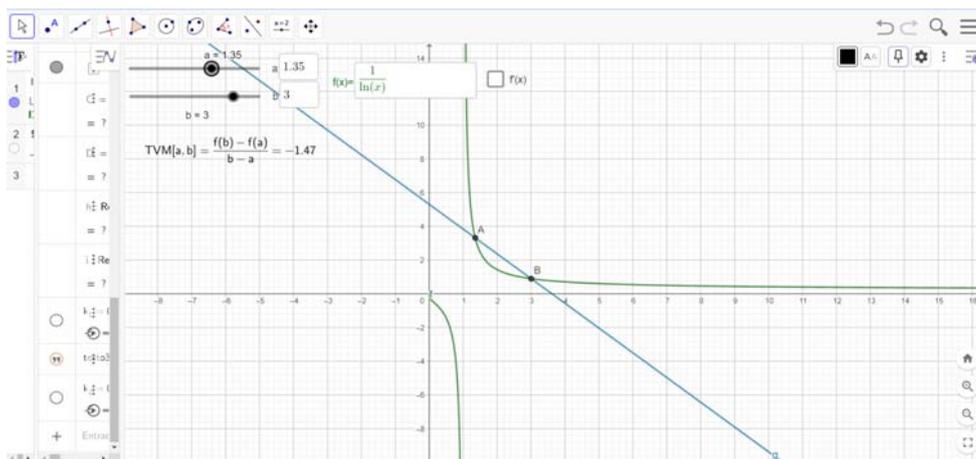
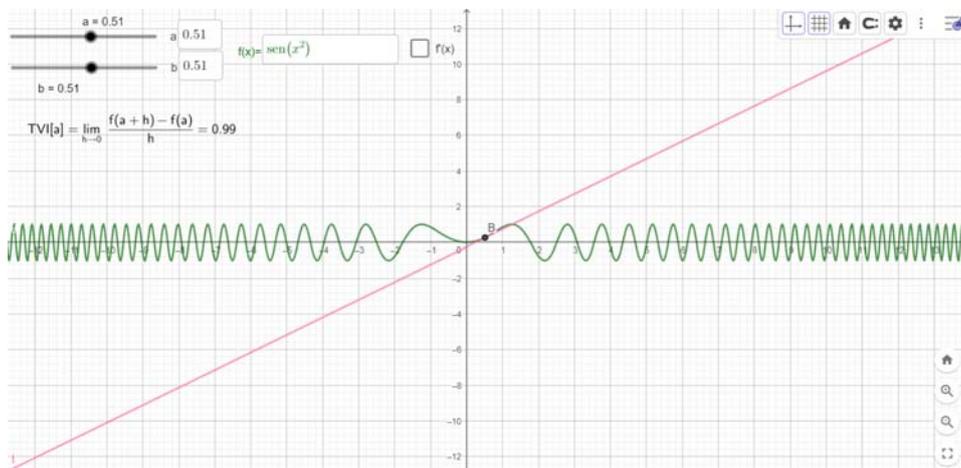
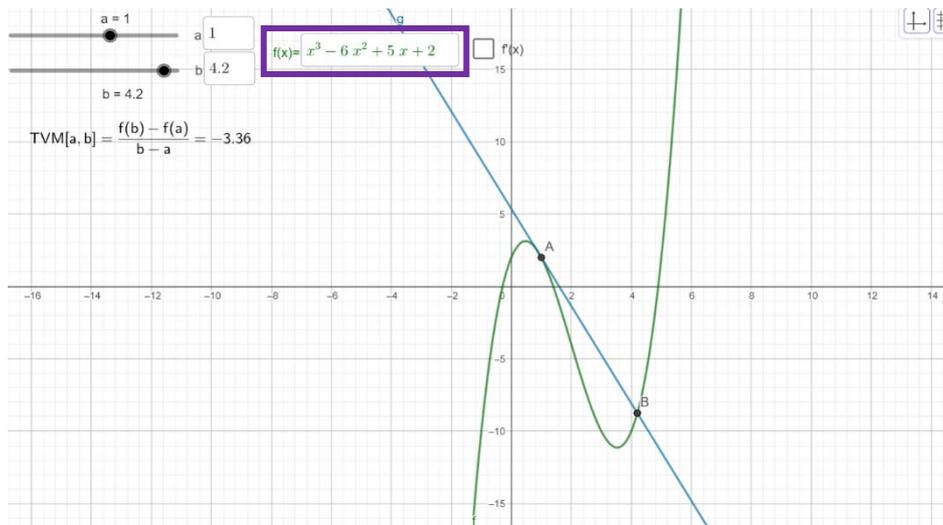
También se deja a disposición de los alumnos esta manual en pdf para que lo puedan descargar y trabajar con ello en caso de que no dispongan de conexión a internet.

http://www.cvrecursosdidacticos.com/web/repository/1301163918_1_ABorbon_ManualGeogebra.pdf

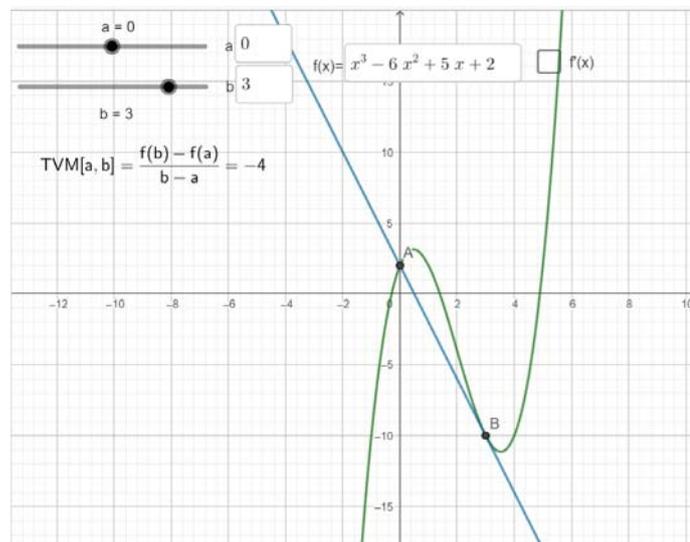
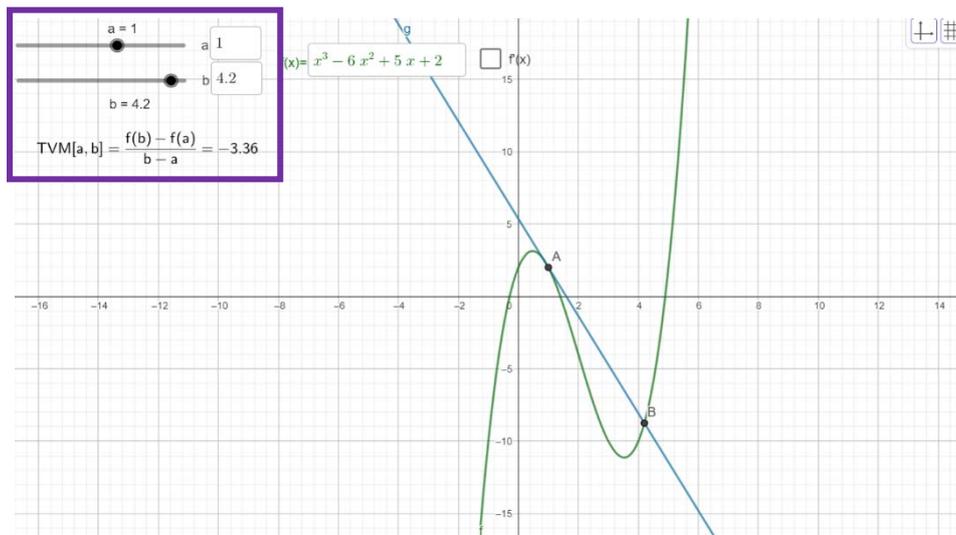
Explicación de la aplicación de GeoGebra diseñada durante el desarrollo de este Trabajo de Fin de Master

Como parte de los productos finales de esta investigación se ha desarrollado una aplicación de apoyo a las explicaciones teóricas para que los alumnos puedan comprender mejor el tema. Este material visual cuenta con las siguientes funcionalidades.

1. Dispone de una casilla de entrada para introducir la función que queramos. Como se puede ver en las siguientes imágenes la función se representa en el gráfico.

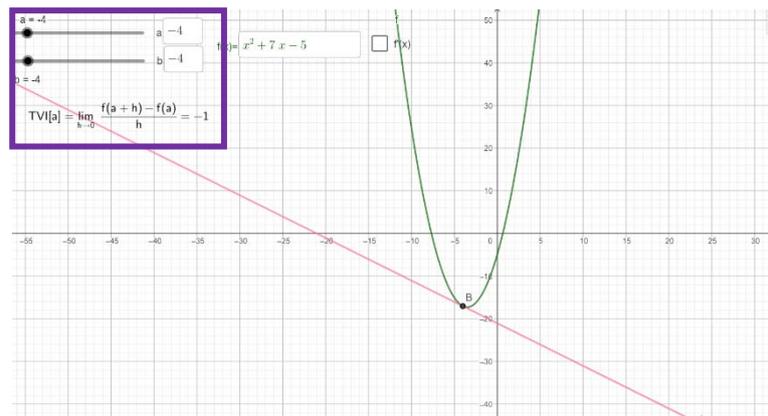


- Además, dispone de unas casillas de entrada para introducir los valores del intervalo en el que queremos calcular la Tasa de Variación Media. Los valores del intervalo también se pueden modificar utilizando los deslizadores.

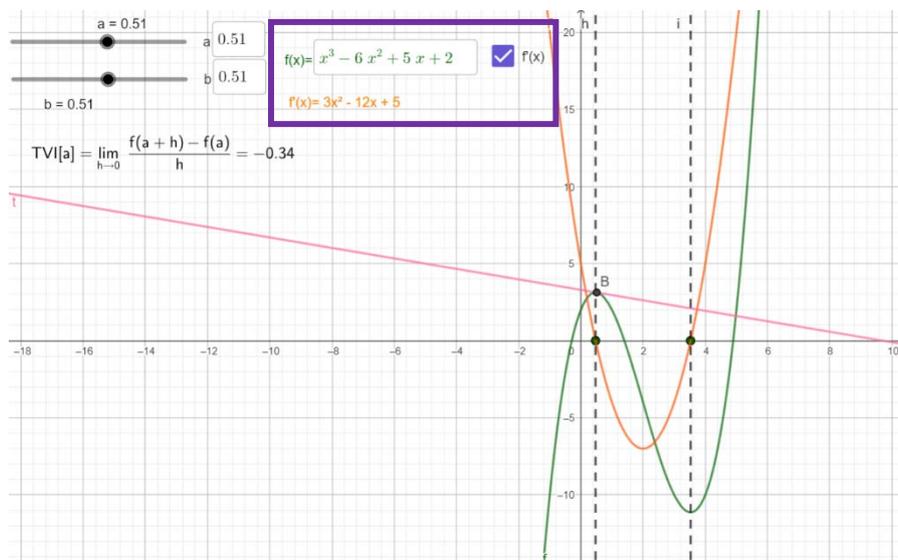


Como se muestra en las imágenes superiores la TVM se recalcula en función de los extremos del intervalo elegido. Además, se muestra cómo se calcula la TVM como la pendiente de la recta que une los extremos del intervalo $[a, b]$ y se representa dicha recta.

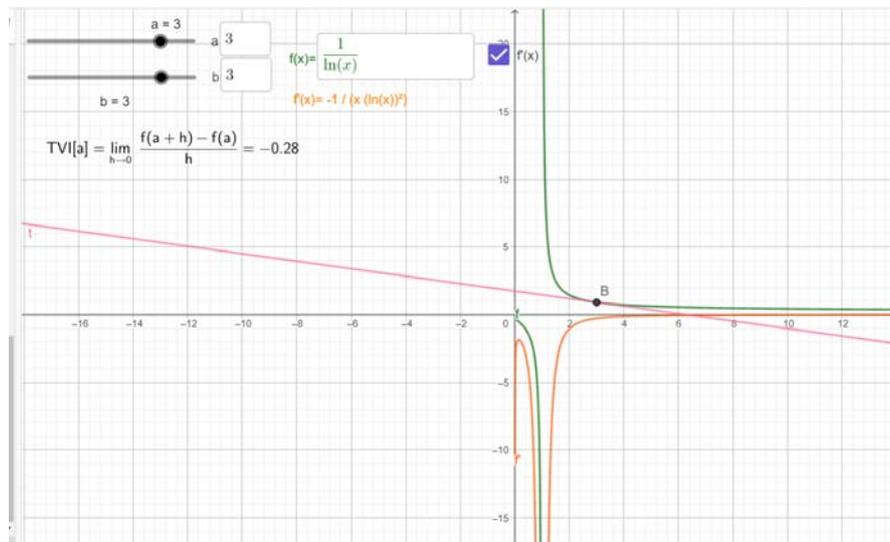
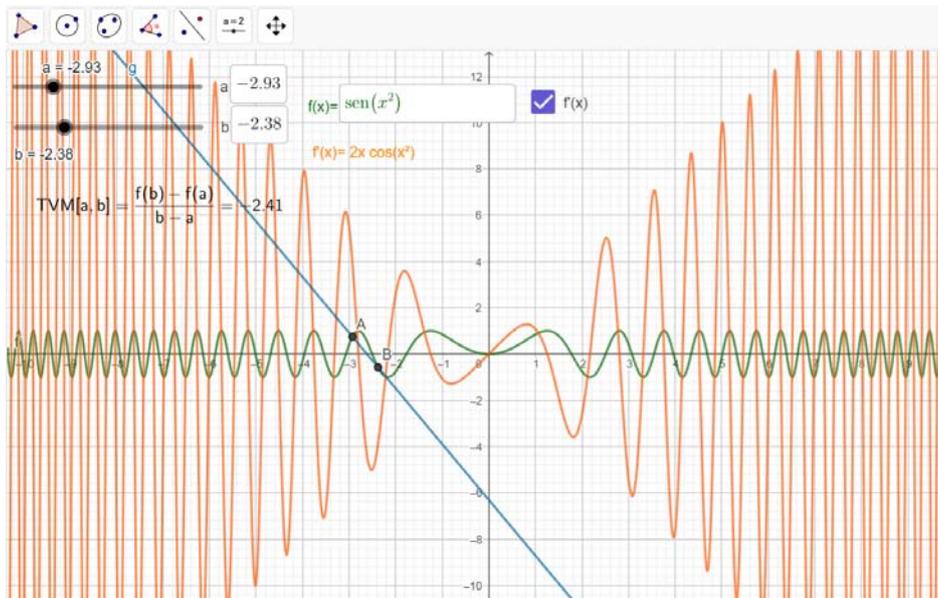
Por otro lado, si reducimos el intervalo hasta convertirlo en un punto, es decir si calculamos el límite de la TVM cuando a tiende a b , tendríamos la Tasa de Variación Instantánea, lo que se conoce como derivada de una función en un punto. Esta derivada coincide con el valor de la pendiente de la recta tangente, hemos diseñado la aplicación para que cuando se reduzca el intervalo a un punto el color de representación de la recta cambie y además en lugar de mostrarse la TVM ahora se muestra la TVI. Cuando el intervalo se convierte en un punto se muestra la recta tangente y la TVI.



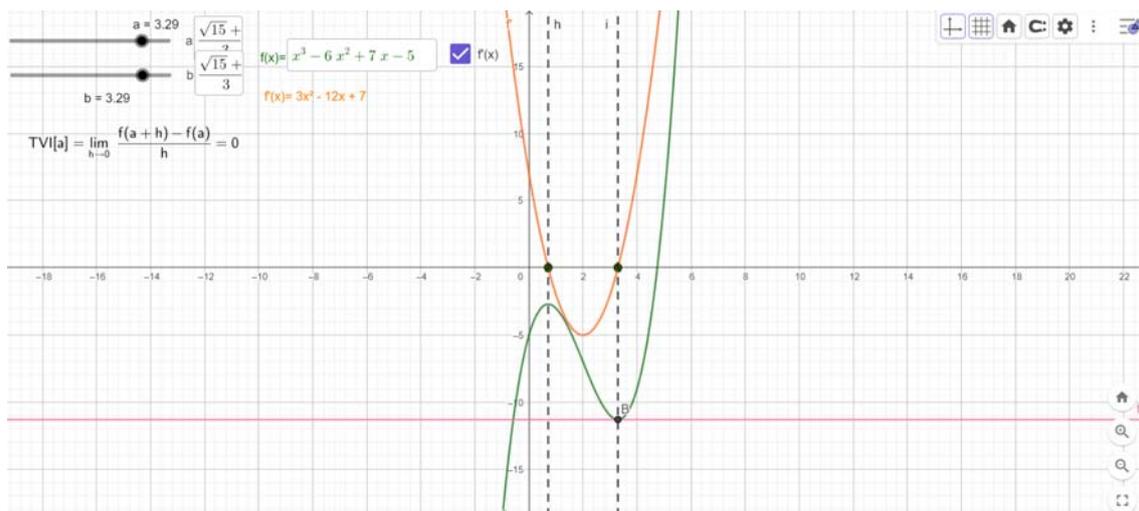
3. Dispone de un botón que muestra la derivada y franjas de crecimiento y decrecimiento de la función principal, así como sus máximos y mínimos (si los hubiera). Como puede apreciarse en la siguiente figura, los extremos relativos coinciden con los puntos en los que la derivada se anula. Además de mostrarse la derivada de manera gráfica se muestra también la expresión analítica en el mismo color.



Se muestran, a continuación, ejemplos con diferentes funciones.



Puede servir de apoyo también para que comprendan el concepto de máximos y mínimos como puntos en los que se anula la derivada y por lo tanto la TVI es 0, como se muestra en la siguiente figura.



El diseño de esta aplicación de GeoGebra se ha realizado con el propósito de visualizar de manera gráfica e interactiva los conceptos y aplicaciones de las derivadas, para que los alumnos tengan un apoyo visual con el que puedan interiorizar mejor lo expuesto en clase y en los libros de texto.

ANEXO III: Rúbricas de evaluación

Rúbrica de Coevaluación y Autoevaluación

Apellidos:

Nombre:

Instrucciones:

Lee cada uno de los ítems y evalúa la actuación de tus compañeros y la tuya propia en función de la participación en la resolución de problemas matemáticos.

Llena cada casilla con la calificación que consideres adecuada según la actuación de cada compañero y la tuya propia en cada ítem. La suma total de las calificaciones te dará una idea del desempeño general de cada uno.

5: Siempre | 4: Casi Siempre | 3: Algunas veces | 2: Rara vez | 1: Nunca

Tabla 7: Rúbrica de coevaluación y autoevaluación

Ítem	Compañero 1	Compañero 2	Auto-evaluación
Está dispuesto a colaborar con sus compañeros en la resolución de problemas matemáticos			
Participa activamente en los trabajos en equipo asignados			
Mantiene una actitud respetuosa hacia sus compañeros			
Propone ideas y estrategias para mejorar las soluciones matemáticas			
Asume responsabilidades adicionales por iniciativa propia			
Gestiona y distribuye eficientemente el tiempo y las tareas matemáticas			
Cuida y utiliza adecuadamente el material matemático			
Valora y respeta las opiniones y métodos de sus compañeros			
TOTAL	.../40	.../40	.../40

Rúbrica de Heteroevaluación para el informe del trabajo

Tabla 8: Rúbrica heteroevaluación para el informe del trabajo

criterio	Excelencia (9-10 puntos)	Adecuado (7-8 puntos)	Aceptable (5-6 puntos)	Insuficiente (1-4 puntos)	No Presentado (0 puntos)
Contenido Matemático (30%)	Dominio profundo, explicaciones claras y correctas, ejemplos y aplicaciones relevantes	Cobertura adecuada, explicaciones correctas, buenos ejemplos	Tratamiento superficial, algunos errores menores, ejemplos básicos	Errores significativos, explicaciones confusas, falta de profundidad y precisión	No se ha presentado el contenido requerido
Claridad y Organización (20%)	Muy bien organizada, estructura lógica y clara, información coherente	Bien organizada, algunas secciones necesitan mejor conexión	Organización básica, algunas partes confusas o desordenadas, falta de cohesión	Falta de organización clara, ideas desordenadas	No se ha presentado una estructura organizada
Habilidades de Comunicación (20%)	Expresión clara, fluida y confiada, uso adecuado del lenguaje técnico	Comunicación clara y fluida, algunas vacilaciones	Comunicación comprensible, algunos problemas de fluidez o uso del lenguaje técnico	Dificultades para comunicarse claramente, uso incorrecto del lenguaje técnico	No se ha realizado la comunicación oral de manera efectiva
Uso de Recursos y Apoyos Visuales (10%)	Recursos muy efectivos, claros y relevantes, uso creativo	Recursos efectivos y relevantes, aunque podrían ser más creativos o mejor integrados	Recursos básicos, cumplen su función, no añaden valor significativo	Recursos inadecuados, confusos o no ayudan a la comprensión del contenido	No se han utilizado recursos o apoyos visuales
Interacción y Respuesta a Preguntas (10%)	Interacción excelente con la audiencia, respuestas precisas y conocimiento profundo	Buena interacción, respuestas adecuadas, buen conocimiento	Respuestas básicas, algunas vacilaciones, interacción limitada	Dificultades para responder preguntas, no interactúa de manera efectiva	No se ha realizado interacción o respuesta a preguntas
Originalidad y Creatividad (10%)	Muy original y creativa, enfoque único o innovador	Original y creativa en varios aspectos, algunos convencionales	Algunos elementos de originalidad y creatividad, mayoría convencional	Falta de originalidad y creatividad, enfoques básicos y tradicionales	No se ha presentado ninguna originalidad o creatividad

Rúbrica de Coevaluación y Heteroevaluación para la exposición oral

Tabla 9: Rúbrica de coevaluación y heteroevaluación para la exposición oral

Criterio	Excelente (9-10)	Notable (7-8)	Bien (5-6)	Suficiente (3-4)	Insuficiente (0-2)
Comprensión del problema (20%)	Demuestra una comprensión completa y profunda del problema. Identifica claramente todos los elementos relevantes.	Demuestra una comprensión adecuada del problema. Identifica la mayoría de los elementos relevantes.	Demuestra una comprensión básica del problema. Identifica algunos elementos relevantes.	Demuestra una comprensión limitada del problema. Identifica pocos elementos relevantes.	No comprende el problema o lo comprende de manera incorrecta. No identifica los elementos relevantes.
Explicación del planteamiento (20%)	Explicación clara y lógica del planteamiento del problema. Justificación detallada de los pasos a seguir.	Explicación bastante clara del planteamiento del problema. Justificación adecuada de los pasos a seguir.	Explicación comprensible del planteamiento del problema, aunque con algunas lagunas. Justificación básica de los pasos a seguir.	Explicación confusa del planteamiento del problema. Justificación insuficiente de los pasos a seguir.	Explicación muy deficiente o inexistente del planteamiento del problema. No justifica los pasos a seguir.
Desarrollo y explicación de la resolución (20%)	Desarrollo detallado y coherente de la resolución. Explicación completa y precisa de cada paso.	Desarrollo coherente de la resolución con pocas imprecisiones. Explicación adecuada de la mayoría de los pasos.	Desarrollo comprensible, aunque con algunas inconsistencias. Explicación básica de los pasos.	Desarrollo incompleto o confuso. Explicación insuficiente de los pasos.	Desarrollo incorrecto o inexistente. No explica los pasos.
Solución (10%)	Solución correcta y bien fundamentada. Respuesta completamente justificada.	Solución correcta con alguna pequeña imprecisión. Respuesta bien justificada.	Solución correcta, pero con justificación insuficiente.	Solución incorrecta, pero con intento de justificación.	Solución incorrecta sin justificación o sin solución.
GeoGebra (20%)	Uso excelente y creativo de GeoGebra. Herramienta utilizada de manera efectiva para ilustrar y resolver el problema.	Uso adecuado de GeoGebra con pocas imprecisiones. Herramienta utilizada correctamente para resolver el problema.	Uso básico de GeoGebra con algunas inconsistencias. Herramienta utilizada de manera simple para resolver el problema.	Uso limitado y poco efectivo de GeoGebra. Herramienta utilizada de manera deficiente para resolver el problema.	No utiliza GeoGebra o lo utiliza de manera incorrecta. No aporta al desarrollo de la resolución.
Originalidad/Presentación (10%)	Presentación excepcionalmente clara, organizada y atractiva. Solución innovadora y creativa.	Presentación clara y bien organizada. Solución con algún grado de originalidad.	Presentación adecuada, pero sin elementos destacables. Solución básica.	Presentación desorganizada o confusa. Solución poco original.	Presentación deficiente. Solución carente de originalidad y creatividad.

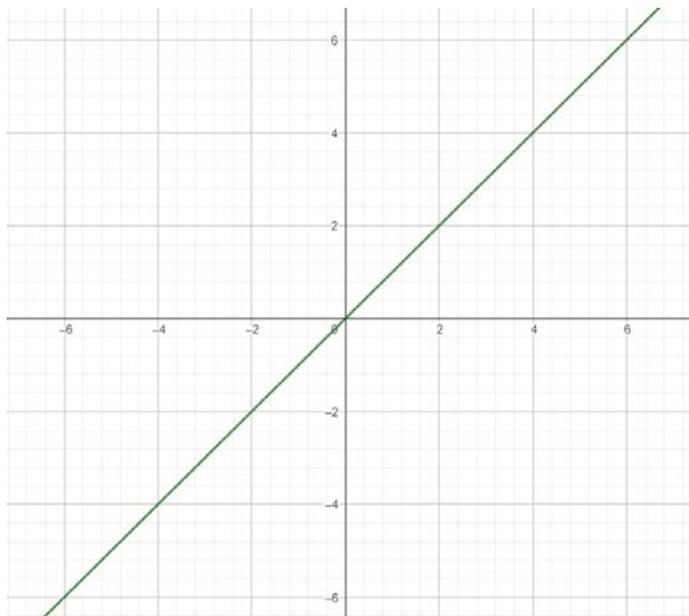
ANEXO IV: Cuestionarios de clase

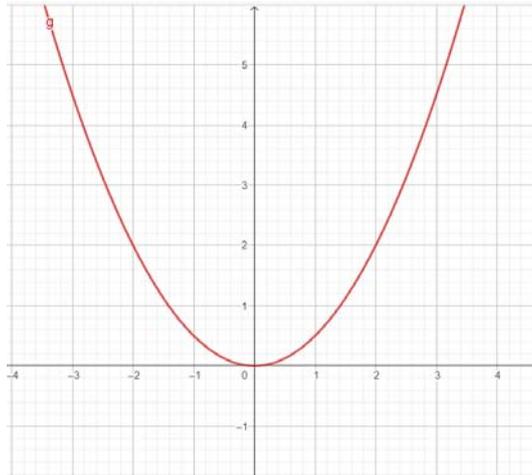
Cuestionario nº1 para la evaluación del tema de derivadas

1. Si una función es creciente en un intervalo (a, b) , ¿cómo es el signo de su derivada en el intervalo (a, b) ? **Positivo.**
2. ¿Qué representa geoméricamente la derivada? **La derivada representa la pendiente de la recta tangente a una curva en un punto.**
3. Si la recta tangente a la gráfica $f(x)$ en un punto $x=a$ es paralela al eje de abscisas, ¿cuál es el valor de $f'(a)$? **0**
4. Si la derivada de una función $f(x)$ es constante, ¿qué podemos decir de la pendiente de $f(x)$? **Que siempre es igual**

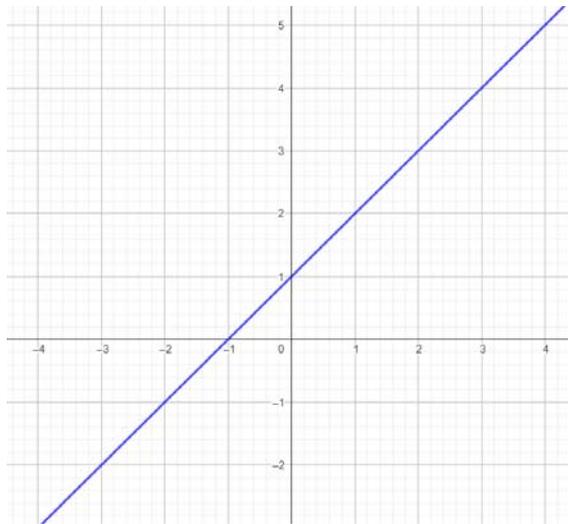
Cuestionario nº2 para la evaluación del tema de derivadas

1. ¿Puede haber dos funciones distintas que tengan la misma derivada? En caso afirmativo, pon un ejemplo. **Sí, $f(x) = x^2 + 5$, $g(x) = x^2 - 2$**
2. ¿Existe alguna función que tenga la misma derivada en todos sus puntos? Si existe, pon un ejemplo. **Sí, cualquier función constante $f(x) = -1$ o cualquier recta $g(x) = 3x - 4$**
3. Esta gráfica se corresponde con la función derivada de una de las 3 funciones siguientes, ¿de cuál de ellas?

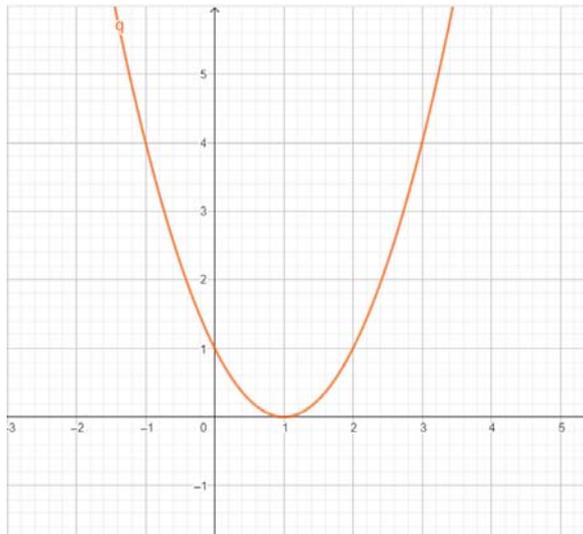




a.



b.

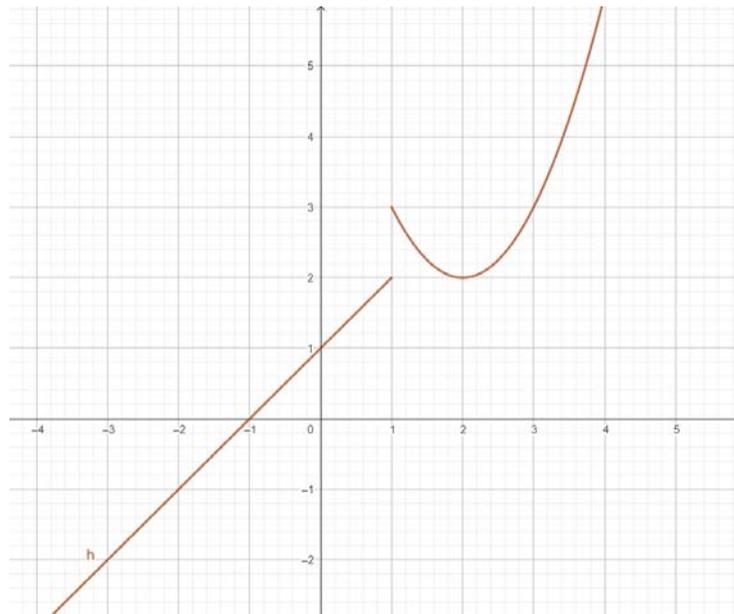


c.

4. Si $f'(x_0)=0$ y $f'(x_0^-)>0$ y $f'(x_0^+)<0$
- $f(x)$ tiene un máximo en x_0
 - $f(x)$ tiene un mínimo en x_0
 - $f(x)$ no tiene máximo ni mínimo en x_0

Cuestionario nº3 para la evaluación del tema de derivadas

1. ¿Toda función continua es derivable? Explica tu respuesta brevemente. **No, para que una función sea derivable además de ser continua tienen que coincidir sus derivadas laterales en todo el dominio de definición.**
2. Pon tres ejemplos de funciones cuya derivada sea $3x^2$.
3. ¿Cuántas funciones crees que existen cuya derivada es $3x^2$? **Infinitas**
4. Dada la siguiente gráfica indica:



- a. ¿en qué puntos no es derivable?
- b. ¿en qué puntos su derivada es 0?
- c. ¿en qué intervalos su derivada es positiva?
- d. ¿en qué intervalos su derivada es negativa?



ANEXO V: Prueba de evaluación final

Ejemplo de examen para evaluar los conceptos vistos a lo largo de la Situación de Aprendizaje.

Examen de Derivadas

Nombre _____

Clase _____

Fecha _____

1. Calcula la derivada de la siguientes función utilizando la definición. (1 punto)

a) $f(x) = \frac{1}{x^2}$

2. Calcula las siguientes derivadas. (3 puntos)

a) $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + \text{sen}(x)}}$

b) $f(x) = [\sin(x^2 + 1)^3]^2$

c) $f(x) = \arctan(\ln(x^3 + x^2))$

3. Encontrar la ecuación de la recta tangente a la curva $f(x) = 2x^4 - 4x^2$ en el punto $x = \frac{1}{2}$. (2 puntos)

4. Comprueba si la siguiente función es derivable y, en caso de que lo sea, encuentra su función derivada. (2 puntos)

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & x < 1 \\ x^2 + 2, & x \geq 1 \end{cases}$$

5. Un segmento de longitud 5 apoya sus extremos en los semiejes OX y OY, de manera que se forma un triángulo rectángulo. Determina las dimensiones del triángulo de área máxima. (2 puntos)

ANEXO VI: Cuestionarios para la evaluación de la propuesta de intervención

Cuestionario para la evaluación de la propuesta por parte del alumnado

<https://77cr74p1z3d.typeform.com/to/KuyFPjZA>

1 → El uso de GeoGebra me ha ayudado a entender mejor el concepto de Derivada*

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

2 → Mi interés por las matemáticas ha aumentado al trabajar con GeoGebra*

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

3 → He aprendido a resolver problemas matemáticos de una manera más eficiente y he mejorado mis habilidades*

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

4 → Considero que el tiempo para desarrollar los problemas ha sido adecuado*

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

5 → La resolución de problemas en equipo me ha ayudado a comprender mejor los conceptos del tema de derivadas*

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

6 → El trabajo cooperativo me ha ayudado a comprender y respetar a mis compañeros así como a mejorar en la resolución de conflictos con el grupo*

1 2 3 4 5

7 → Me gustaría realizar otras actividades similares*

A Sí
 B No

8 → Considero que estas actividades estimulan mi aprendizaje*

1 2 3 4 5

9 → El manejo de GeoGebra me ha parecido difícil*

1 2 3 4 5

10 → ¿Qué dificultades has encontrado durante el desarrollo de las actividades?*

Type your answer here...

OK

press Enter ↵

11 → ¿Qué ha sido lo que más te ha gustado?*

Type your answer here...

OK press Enter ↵

12 → Comentarios (Opcional)

En caso de querer añadir alguna sugerencia este es el apartado.

Type your answer here...

Shift ↑ + Enter ↵ to make a line break

Submit

Cuestionario para la evaluación de la propuesta por parte del docente

<https://77cr74p1z3d.typeform.com/to/XTNBf2Jz>

1 → El desarrollo de las actividades ha sido como esperaba*

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

2 → He percibido que los alumnos estaban más atentos y concentrados durante las clases*

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

3 → Los alumnos han demostrado un dominio de los contenidos tras la realización de la Situación de Aprendizaje*

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

4 → Los alumnos se han comportado adecuadamente trabajando en grupo manteniendo el respeto hacia el resto de los compañeros*

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

5 → Se han comprendido los conceptos más teóricos a través del desarrollo de los problemas*

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

6 → La comprensión de los problemas de optimización ha mejorado con el uso de GeoGebra

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

7 → Los alumnos se han manejado bien utilizando y resolviendo problemas con GeoGebra*

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

8 → En general, el desarrollo de la actividad ha sido beneficioso para el aprendizaje de los contenidos de derivadas*

1 2 3 4 5

9 → ¿Qué aspectos consideras que se pueden mejorar?

Type your answer here...

Submit

Para la evaluación del cuestionario, la propia plataforma en la que ha sido desarrollado almacena las respuestas de cada una de las entradas así como el cómputo global de las respuestas.

<input type="checkbox"/>	Date	El desarrollo de las...	He percibido que los...	Los alumnos han...	Los alumnos se han...
<input type="checkbox"/>	13 May 2024 09:52	4 / 5	2 / 5	5 / 5	4 / 5

ANEXO VII: Anexo de sostenibilización curricular

Titulación: MÁSTER UNIVERSITARIO EN PROFESOR DE EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA Y BACHILLERATO, FORMACIÓN PROFESIONAL Y ENSEÑANZA DE IDIOMAS
Apellidos y nombre alumno/a: ORTIZ CUÑADO, ÁNGELA
Título del trabajo: IMPACTO DEL APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS Y EL USO DE GEOGEBRA EN LA ENSEÑANZA DE LAS DERIVADAS EN BACHILLERATO
Apellidos y nombre tutor/a: HERNANDO ARNAIZ, ENRIQUE

Reflexión sobre los aspectos de la sostenibilidad que se abordan en el trabajo
<p>La propuesta de intervención presentada en el Trabajo de Fin de Máster contribuye a los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS) establecidos en la Agenda 2030 de las Naciones Unidas.</p> <p>El primer objetivo con el que cumple se trata el ODS 4 que hace referencia a una Educación de Calidad bajo su lema “Garantizar una educación inclusiva y equitativa de calidad y promover oportunidades de aprendizaje permanente para todos”. El cual busca garantizar una educación inclusiva, equitativa y de calidad, y promover oportunidades de aprendizaje para todos a lo largo de la vida.</p> <p>Mediante la aplicación de los principios del Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA) para fomentar la inclusión y adaptación a la diversidad en el proceso educativo, la propuesta expuesta se relaciona estrechamente con este ODS de la siguiente manera:</p> <ul style="list-style-type: none">- Trata la diversidad en el aula y desarrolla estrategias para incluir a todos los estudiantes, independientemente de sus diferencias individuales.- La adaptación a la diversidad y la promoción de la inclusión en el entorno educativo no solo benefician a los estudiantes que enfrentan desafíos específicos, sino que también fomentan el desarrollo de habilidades sociales y emocionales en todos los estudiantes.- La educación inclusiva y adaptada a la diversidad prepara a los estudiantes para vivir y trabajar en sociedades cada vez más diversas y globales, al promover el respeto, la tolerancia y la comprensión intercultural.



- La variedad de estrategias y enfoques pedagógicos propuestos tienen como objetivo motivar a los estudiantes y fomentar su participación activa en el proceso de aprendizaje.

Además, la consideración de la diversidad del alumnado y la promoción de la igualdad de oportunidades en el proceso educativo también reflejan una preocupación por la reducción de las desigualdades lo que contribuye indirectamente al ODS 10, que busca reducir las desigualdades dentro y entre países.

- Al adoptar enfoques pedagógicos inclusivos, se busca proporcionar igualdad de oportunidades educativas para todos los estudiantes, independientemente de sus diferencias individuales.
- Al reconocer y valorar la diversidad del alumnado y al adaptar el proceso educativo para satisfacer las necesidades individuales, se promueve la inclusión y la igualdad de oportunidades para todos los estudiantes.
- Al adoptar un enfoque inclusivo y adaptativo en el aula, se puede ayudar a empoderar a grupos desfavorecidos, proporcionándoles las herramientas y el apoyo necesario para tener éxito en su educación.

Por otro lado, la inclusión de enunciados de problemas relacionados con la sostenibilidad ambiental y el desperdicio de materiales muestra una preocupación por promover prácticas de producción y consumo responsables.

Para que los alumnos se familiaricen y conciencien con esta propuesta de desarrollo sostenible, los problemas que se proponen presentan unos enunciados que además de acercarse al mundo real trascienden temas de gran relevancia en la Agenda 2030. Los temas que abordan estos enunciados hacen referencia a la reducción de desperdicio de cartón y la reducción de gases contaminantes.

Problema de Reducción de Desperdicio de Cartón

Este enunciado está estrechamente alineado con el ODS 12: "Garantizar modalidades de consumo y producción sostenibles". Al proponer medidas para reducir el desperdicio de cartón, se busca minimizar el impacto ambiental asociado con la producción de este material. Esto se alinea con la meta 12.5 de la Agenda 2030, que busca reducir sustancialmente la generación de desechos a través de la



prevención, reducción, reciclado y reutilización.

Además de abordar específicamente el ODS 12, la gestión sostenible de recursos como el cartón puede tener efectos positivos en la conservación de la biodiversidad (ODS 15: "Proteger, restablecer y promover el uso sostenible de los ecosistemas terrestres, gestionar sosteniblemente los bosques, luchar contra la desertificación, detener e invertir la degradación de las tierras y detener la pérdida de biodiversidad").

Problema de Creación de una Autopista para Reducir Emisiones de Gases

Este enunciado tiene implicaciones positivas para el ODS 13: " Adoptar medidas urgentes para combatir el cambio climático y sus efectos". La construcción de una autopista con el propósito de reducir las emisiones de gases contaminantes está directamente relacionada con la meta 13.1 de la Agenda 2030, que busca fortalecer la resiliencia y la capacidad de adaptación a los impactos del cambio climático.

Por otro lado, la reducción de emisiones de gases puede tener impactos positivos en otros objetivos de desarrollo sostenible como contribuir a mejorar la calidad del aire (ODS 3: "Garantizar una vida sana y promover el bienestar de todos a todas las edades") y la creación de infraestructuras sostenibles, como la autopista propuesta, puede promover el desarrollo económico inclusivo y sostenible (ODS 8: "Promover el crecimiento económico sostenido, inclusivo y sostenible, el empleo pleno y productivo y el trabajo decente para todos").

Como conclusión, la propuesta presentada en el Trabajo de Fin de Máster no solo tiene como objetivo cumplir con los requisitos académicos, sino que también pretende contribuir significativamente con la Agenda 2030.