UNIVERSIDAD DE BURGOS

PROGRAMA DE DOCTORADO EN EDUCACIÓN
ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS

Departamento de Didácticas Específicas

O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM NO ESTUDO DO CONCEITO DE DERIVADA POR MEIO DA INTEGRAÇÃO DA MATEMÁTICA E DA FÍSICA PARA ESTUDANTES DE UM CURSO DE ENGENHARIA

TESIS DOCTORAL

LETÍCIA OBEROFFER STEFENON

Burgos, Outubro de 2020

UNIVERSIDAD DE BURGOS

PROGRAMA DE DOCTORADO EM EDUCACIÓN
ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS

Departamento de Didácticas Específicas

O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM NO ESTUDO DO CONCEITO DE DERIVADA POR MEIO DA INTEGRAÇÃO DA MATEMÁTICA E DA FÍSICA PARA ESTUDANTES DE UM CURSO DE ENGENHARIA

LETÍCIA OBEROFFER STEFENON

Tesis doctoral realizada por Dª **Letícia Oberoffer Stefenon**, para optar al Grado de Doctor por la Universidad de Burgos, bajo la dirección de la **Dr. Marco Antonio Moreira y Dra. María Concesa Caballero**

Burgos, Outubro de 2020

Letícia Oberoffer Stefenon

O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM NO ESTUDO DO CONCEITO DE DERIVADA POR MEIO DA INTEGRAÇÃO DA MATEMÁTICA E DA FÍSICA PARA ESTUDANTES DE UM CURSO DE ENGENHARIA

278 páginas

Tese - Escuela de Doctorado de la Universidad de Burgos.

1. Ensino e aprendizagem de Derivada

2. Teoria da Aprendizagem Significativa

3. Teoria dos Campos Conceituais

4. Engenharia Ambiental e Sanitária

I. Universidad de Burgos. Escuela de Doctorado. Departamento de Didácticas Específicas.

Dedico este trabalho às minhas amadas filhas, Danielly e Antonella, amor além do infinito.

Agradecimentos

Agradecer nunca é suficiente quando se está rodeada de pessoas tão especiais, mas se essa é a forma de homenagear a cada um que esteve junto a mim, me guiou ou compreendeu as minhas ausências, espero que esse agradecimento reflita tudo o que sinto.

Agradeço a Deus, que durante esta jornada sempre me deu sinais de que vale a pena continuar.

Aos meus pais, Gilberto e Tânia pelo amor incondicional que recebo todos os dias, pelo apoio e compreensão em minhas ausências. A vocês sou grata por ser a mulher que sou hoje, pela minha integridade e caráter.

Ao meu esposo Lucio e minhas filhas Danielly e Antonella pelo inesgotável amor que recebo diariamente. Vocês são minha base, o elo que me dá forças para seguir na Ciência, pesquisando e lutando pelo o que acredito.

À Universidad de Burgos (UBU), Espanha, por seu ensino de excelência que permitiu uma pós formação diferenciada, prezando pela ética, ciência e pesquisa de qualidade.

Aos meus diretores. Professor Marco Antonio Moreira, diretor que me orientou com todo zelo, competência e carinho na construção do meu conhecimento neste processo. O mesmo terei de dizer da minha co-diretora professora María Concesa Caballero, que me acolheu e orientou com todo o carinho e competência. Muito obrigada por todos os ensinamentos, orientações, apoio e discussões. Sou imensamente grata por aprender com pessoas que são exemplos de profissionais. Minha admiração e inspiração crescem exponencialmente.

Aos meus colegas e amigos queridos Leonardo Dalla Porta, Luis Sebastião Barbosa, Letícia Fogaça e Rodrigo Pereira obrigada pelas horas juntos e por todo o companheirismo e debates dentro e fora do ambiente de estudo, vocês tornaram essa jornada mais leve e divertida. Vocês são especiais e estarão sempre em meu coração.

Às professoras Eleni Bisognin e Vanilde Bisognin que me incentivaram a ingressar no Programa Internacional de Doctorado -Enseñanza de las Ciencias na Universidad de Burgos, na Espanha.

A todos que de alguma forma fizeram parte dessa jornada, muito obrigada!

RESUMO

O ensino e aprendizagem de Cálculo ainda desperta muitas inquietações em diferentes áreas do conhecimento. Por essa razão vários estudos vêm acontecendo com o propósito de despertar o interesse do aluno para esse assunto.

Este estudo está vinculado ao Programa de Doutorado em Educação da Universidade de Burgos, na Espanha e se insere na Linha de Investigação Ensino de Ciências, no ensino superior, mais especificamente ao ensino do conceito de derivada.

O trabalho desenvolvido, no contexto de uma pesquisa qualitativa com uma abordagem complementar quantitativa, teve como objetivo investigar se uma estratégia didática integrando a Matemática e a Física, com base nas teorias de David Ausubel e Gérard Vergnaud, promove a aprendizagem significativa do conceito de derivada em estudantes de um curso de Engenharia. Tendo a Teoria da Aprendizagem Significativa e a Teoria dos Campos Conceituais como referenciais teóricos, elaborou-se uma sequência didática para promover essa aprendizagem significativa.

Participaram da pesquisa vinte e seis alunos ingressantes no curso de Engenharia Ambiental e Sanitária e matriculados na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, no ano de 2017, de uma instituição universitária comunitária situada no interior do Rio Grande do Sul, Brasil. A atividade desenvolvida foi uma estratégia didática aplicada em sala de aula com o intuito de promover a ocorrência da aprendizagem significativa do conceito de derivada por meio da integração entre a Matemática e fenômenos físicos presentes no cotidiano de um Engenheiro Ambiental e Sanitário.

A pesquisa foi composta por três etapas: Etapa de Diagnóstico, Etapa de Construção e Implementação de uma Proposta Didática e Etapa de Monitoramento e Avaliação da Aprendizagem. A sequência de ensino, aplicada em sala de aula, foi constituída pela construção de um Mapa Mental Livre, um Mapa Mental Direcionado, um questionário, uma sequência didática e a construção de um mapa conceitual. Para a análise da primeira etapa utilizou-se o *software Nvivo*. Os resultados obtidos, por meio da análise dos registros dos alunos nas atividades propostas e das observações anotadas no diário de campo, indicam que os estudantes foram capazes construir o conceito de derivada por meio da integração da Matemática com fenômenos físicos presentes na profissão do Engenheiro Ambiental e Sanitário. A partir da elaboração dos mapas conceituais pode-se mobilizar os invariantes operatórios que os estudantes

utilizaram para chegar a uma aprendizagem conceitual, aproximando-se do mapa conceitual esperado pela professora pesquisadora. Além disso, a pesquisa mostrou que os estudantes que possuem essa relação clara, não tiveram dificuldade no momento de formalização do conceito de derivada, indicando um entendimento mais satisfatório.

Entende-se, assim, que as escolhas teóricas e metodológicas permitiram responder satisfatoriamente à questão norteadora desta pesquisa e alcançar o objetivo de propor uma estratégia didática, com base nas teorias de David Ausubel e Gérard Vergnaud, para promover a aprendizagem significativa do conceito de derivada por meio da integração da Matemática e Física. A pesquisa contribuiu para a melhoria do ensino de Cálculo, mais precisamente do conceito de derivada, no curso de Engenharia, inibindo, dessa forma, a evasão no curso e corroborando para uma educação de excelência.

Palavras-chave: Ensino e aprendizagem de Derivada. Teoria da Aprendizagem Significativa. Teoria dos Campos Conceituais. Engenharia Ambiental e Sanitária.

ABSTRACT

The teaching and learning of Calculus still raises many concerns in different areas of knowledge. For this reason, several studies have been taking place with the purpose of arousing the student's interest in this subject.

This study is linked to the Doctoral Program in Education at the University of Burgos, in Spain and is part of the Research Line focused on Science Education in higher education, more specifically on the teaching of derivative.

The research was developed in the context of a qualitative research with a complementary quantitative approach aimed to investigate whether a didactic strategy integrating Mathematics and Physics, based on the theories of David Ausubel and Gérard Vergnaud, promoted meaningful learning of the derivative concept in students of an Engineering course. Having the Theory of Meaningful Learning and the Theory of Conceptual Fields as theoretical frameworks, a didactic sequence was developed to promote meaningful learning.

Twenty-six students entering the Environmental and Sanitary Engineering course and enrolled in the Differential and Integral Calculus discipline, in 2017, from a higher education community institution located in the interior of Rio Grande do Sul, Brazil, participated in the research. The developed activity was a didactic strategy applied in the classroom to promote the occurrence of meaningful learning of the concept of derivative through the integration between Mathematics and physical phenomena present in the daily life of an Environmental and Sanitary Engineer.

The research consisted of three stages: Stage of Diagnosis, Stage of Construction and Implementation of a Didactic Proposal and Stage of Monitoring and Evaluation of Learning. The teaching sequence, applied in the classroom, consisted of the construction of a Free Mind Map, a Directed Mind Map, a questionnaire, a didactic sequence and the construction of a concept map. For the analysis of the first stage, the Nvivo software was used. The results obtained through the analysis of the students records in the proposed activities and the observations noted in the field diary indicated that the students were able to construct the concept of derivative through the integration of Mathematics with physical phenomena present in the profession of Environmental and Sanitary Engineer. From the elaboration of concept maps, it is possible to mobilize the operative invariants that students used to arrive at a conceptual learning, approaching the conceptual map expected by the researcher professor. In addition, the research showed that students who had this relationship clearly presented had no difficulty when formalizing the concept of derivative, indicating a more satisfactory understanding.

It is understood, therefore, that the theoretical and methodological choices allowed the researcher to answer the guiding question of this research and attain the objective of proposing a didactic strategy based on the theories of David Ausubel and Gérard Vergnaud to promote the meaningful learning of the derivative concept through the integration of Mathematics and Physics. The research can contribute to the improvement of the teaching of Calculus, more precisely the derivative concept, in the Engineering course, thus inhibiting the dropout in the course and corroborating for an education of excellence.

Keywords: Teaching and learning Derivative. Theory of Meaningful Learning. Conceptual Fields Theory. Environmental and Sanitary Engineering.

RESUMEN

La enseñanza y el aprendizaje de Cálculo aún plantea muchas preocupaciones en diferentes áreas del conocimiento. Por esta razón, se han llevado a cabo varios estudios con el propósito de despertar el interés del estudiante en este tema.

Este estudio está vinculado al Programa de Doctorado en Educación de la Universidad de Burgos, en España, y forma parte de la Línea de Investigación en Enseñanza de las Ciencias, en la educación superior, más específicamente la enseñanza del concepto de derivada.

El trabajo desarrollado, en el contexto de una investigación cualitativa con un enfoque complementar cuantitativo, tuvo como objetivo investigar si una estrategia didáctica que integra Matemática y Física, basada en las teorías de David Ausubel y Gérard Vergnaud, promueve el aprendizaje significativo del concepto de derivada en estudiantes de un curso de ingeniería. Teniendo la Teoría del Aprendizaje Significativo y la Teoría de los Campos Conceptuales como referentes teóricos, se desarrolló una secuencia didáctica para promover el aprendizaje significativo.

Veintiséis estudiantes que ingresaron al curso de Ingeniería Ambiental y Sanitaria y se inscribieron en la disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, en 2017, en una institución universitaria comunitaria ubicada en el interior de Rio Grande do Sul, Brasil, participaron en la investigación. La actividad desarrollada fue una estrategia didáctica aplicada en el aula para promover la ocurrencia de un aprendizaje significativo del concepto de derivada a través de la integración entre la Matemática y los fenómenos físicos presentes en la vida cotidiana de un Ingeniero Ambiental y Sanitario.

La investigación consistió en tres etapas: Etapa de Diagnóstico, Etapa de Construcción e Implementación de una Propuesta Didáctica y Etapa de Monitoreo y Evaluación del Aprendizaje. La secuencia de enseñanza, aplicada en el aula, consistió en la construcción de un Mapa mental libre, de un Mapa mental dirigido, un cuestionario, una secuencia didáctica y la construcción de un mapa conceptual. Para el análisis de la primera etapa, se utilizó el software Nvivo. Los resultados obtenidos, a través del análisis de los registros de los estudiantes en las actividades propuestas y de las observaciones registradas en el diario de campo, indican que los estudiantes pudieron construir el concepto de derivada a través de la integración de la Matemática con los fenómenos físicos presentes en la profesión de Ingeniero Ambiental y Sanitario. A partir de la elaboración de los mapas conceptuales, se puede ver que los

estudiantes que lograron llegar a un aprendizaje conceptual movilizaron los invariantes operatorios apropiados que se acercaban al mapa conceptual esperado por la profesora investigadora. Además, la investigación mostró que los estudiantes que tienen clara esta relación no tuvieron dificultades al formalizar el concepto de derivada, lo que indica una comprensión más satisfactoria.

Por lo tanto, se entiende que las elecciones teóricas y metodológicas permitieron responder a la pregunta guía de esta investigación y alcanzar el objetivo de proponer una estrategia didáctica, basada en las teorías de David Ausubel y Gérard Vergnaud, para promover el aprendizaje significativo del concepto de derivada a través de integración de la Matemática y la Física. La investigación contribuyó a la mejora de la enseñanza del Cálculo, más específicamente el concepto de derivada, con mayor precisión, en el curso de Ingeniería, inhibiendo así el abandono en el curso y corroborando para una educación de excelencia.

Palabras clave: Enseñanza y Aprendizaje de Derivada. Teoría del Aprendizaje Significativo. Teoría de los Campos Conceptuales. Ingeniería Ambiental y Sanitaria.

“Jamais considere seus estudos como uma obrigação, mas como uma oportunidade invejável para aprender a conhecer a influência libertadora da beleza do espírito, para o seu próprio prazer pessoal e para o proveito da comunidade à qual seu futuro trabalho pertencer.”

Albert Einstein

Lista de Figuras

Lista de Quadros

Abreviaturas e Siglas

ABENGE	Associação Brasileira de Ensino de Engenharia
AD	Avaliação Diagnóstica
BOLEMA	Boletim de Educação Matemática
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CMAP	Mapas Conceituais
CNRS	Centro Nacional de Pesquisa Científica
COBENGE	Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia
DCEng	Diretrizes Nacionais para o Ensino de Graduação em Engenharia do Brasil
DCN	Diretrizes Curriculares Nacionais
EDUCERE	Revista de Educação
EJA	Educação de Jovens e Adultos
GEPEM	Grupo de Estudo e Pesquisas em Educação Matemática
IENCI	Investigações em Ensino de Ciências
IES	Instituições de Ensino Superior
IJET	International Journal of Education and Teaching
IHMC	*Institute for Human and Machine Cognition*
IREM	Instituto de Pesquisa sobre o Ensino de Matemática
MMD	Mapa Mental Direcionado
MML	Mapa Mental Livre
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PDI	Plano de Desenvolvimento Institucional
PPC	Projeto Político Pedagógico
REBES	Revista Brasileira de Ensino Superior
REEC	Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias
REIEC	Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias
REMAT	Revista Eletrônica de Matemática
TAS	Teoria da Aprendizagem Significativa
TCC	Teoria dos Campos Conceituais
UFN	Universidade Franciscana
UFT	Universidade Federal de Tocantins
UFSM	Universidade Federal de Santa Maria

Sumário

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Capítulo 1 - Introdução

Pensar no ensino de Matemática nunca foi uma tarefa fácil. Essa dificuldade é sentida tanto por quem ensina quanto por quem aprende. Compreender os processos de ensino e aprendizagem dessa disciplina é, certamente, um desafio para a maioria dos professores.

Desde que ingressei[1] no Ensino Médio me questionei quanto à aplicabilidade da Matemática no cotidiano. Por diversas vezes ao longo da minha carreira acadêmica, tive boa relação com a Matemática, dedicando-me a compreender como essa ciência exata elucida questões presentes no nosso dia a dia, pois é mais válido conseguir captar como um mecanismo funciona e entendê-lo na sua forma mais pura para que, então, tudo se encaixe e faça sentido naturalmente. No entanto, as aplicações não eram abordadas em sala de aula, o que aguçava em mim curiosidades que não cessavam.

Assim, optei em ingressar no curso de Matemática e investigar minhas inquietações. Eu tinha anseio por compreender o que estava em torno da Matemática, o que faz ela ser tão complexa e ao mesmo tempo tão simples. Como e por que a utilizamos em todas as ações do dia a dia. Então, cursei licenciatura plena em Matemática na Universidade Franciscana (UFN) e, durante os 4 anos de duração do curso, realizei várias atividades intra e extracurriculares que contribuíram bastante em minha formação pessoal e profissional, além de influenciar na decisão dos rumos que eu seguiria após a formatura.

Logo, decidi fazer o Mestrado em Matemática Aplicada na Universidade Federal de Santa Maria (UFSM). Lá, percebi que a partir das vivências da faculdade e de tudo o que fui aprendendo na pós-graduação, foi crescendo exponencialmente um amor pela área da pesquisa e da docência, contribuindo para minha expansão profissional e pessoal. A Matemática é uma área que se amplia cada vez mais e, com pesquisa e comprovações científicas a partir de diversos estudos que vem sendo desenvolvidos ao redor do mundo, torna-se cada vez mais nítido o quanto podemos corroborar para o progresso da ciência, com verdadeira demonstração da importância e aplicabilidade da Matemática na vida das pessoas. Após concluir o Mestrado, decidi

[1] Usarei primeira pessoa para relatar minha trajetória enquanto estudante.

que estaria disposta a encarar novos desafios que me seriam dados, pautada nos princípios dos direitos humanos e da ética, de forma crítica, proativa e responsável.

Então, quando ingressei como docente em uma universidade comecei a ministrar aulas no curso de Engenharia Ambiental e Sanitária e surgiu a dúvida de porquê os alunos não conseguiam aprovação na disciplina de Cálculo, gerando-me frenesi sob o assunto. No curso de Engenharia Ambiental e Sanitária, a disciplina de Cálculo I é ofertada aos alunos do primeiro semestre, que na sua maioria, são recém-chegados do Ensino Médio. Essa disciplina tem grande índice de reprovação, o que sempre me incomodou, pois os alunos ingressam, ou pelo menos deveriam ingressar, com motivação no curso escolhido.

Reis (2009) destaca a importância, por parte do professor, de uma reflexão sobre o papel do Cálculo na formação do estudante, levando em consideração o curso em que esse aluno está inserido. Desse modo, no ensino de Cálculo devem ser utilizadas metodologias diferenciadas para cada curso de graduação, "de modo a garantir que a produção de significado das ideias do Cálculo esteja em estreita relação com o contexto profissional do curso" (Reis, 2009, p. 81). Santarosa (2013) defende e prova a tese que são as situações físicas vivenciadas pelos acadêmicos da Graduação em Física que dão sentido aos conceitos matemáticos do Cálculo I.

Pode-se perceber que muitos alunos, após cursarem a disciplina de Cálculo, são capazes de resolver cálculos por meio da derivada, no entanto, quando questionados sobre seu significado não conseguem externalizar um conceito. Frota (2001) afirma que:

> Parece haver um consenso que o ensino da Matemática precisa libertar-se das amarras de um ensino passo a passo, que conduz à aprendizagem de procedimentos e não incentiva ao conhecimento matemático relacional que leva o indivíduo a estabelecer, sempre mais, novas conexões entre os vários conceitos estudados. (p. 91)

Para libertar-se dessas amarras, o professor deve propor atividades que levem os alunos a fazer conjecturas, generalizar e argumentar para após formalizar o conhecimento matemático, pois "o conhecimento é construído a partir de percepções e ações do sujeito...e a partir de muita investigação e exploração" (Gravina & Santarosa, 1998, p. 1-2).

A partir dessas provocações é que surge a presente pesquisa, esta que foi motivada por situações vivenciadas no ensino da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral para alunos ingressantes em um curso de graduação de Engenharia Ambiental e Sanitária. O estudo buscou analisar e compreender como o conceito da derivada é percebido por alunos ingressantes em um curso de Engenharia Ambiental e Sanitária de uma Universidade Comunitária do interior do Estado do Rio Grande do Sul, Brasil. Ainda, de que forma uma sequência de atividades potencialmente significativas pode contribuir para a aprendizagem deste conceito. De acordo com a Resolução CNE/CES n. 11 (2002), acreditamos que a necessidade é de formar alunos críticos, autônomos e capazes de estabelecer relações entre os conhecimentos, sejam decorrentes da escola ou de suas vivências.

O estudo da derivada, pela sua importância na formação profissional, está presente em diversos cursos de graduação, principalmente na área tecnológica pois ela nos permite uma análise das relações entre quantidades físicas e matemáticas, em que tais relações podem ser descritas em termos de gráficos, fórmulas, dados numéricos ou sentenças. Ao ministrar a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral em nível superior, foi possível constatar que o conceito central da derivada tanto de uma ou várias variáveis, faz mais sentido para o estudante quando relacionado com fenômenos físicos. Esta tese tem como hipótese que uma sequência de ensino que busca relacionar a Matemática com fenômenos físicos pode trazer ganhos para a aprendizagem conceitual do Cálculo para alunos do curso de Engenharia Ambiental e Sanitária. Na tentativa de motivar os alunos, acredita-se que atribuir um sentido mais concreto ao estudo do conceito de derivada, tendo como ponto de partida situações que são familiares a um curso de Engenharia Ambiental e Sanitária e que envolvam tais fenômenos, facilitaria a compreensão do conteúdo possibilitando uma aprendizagem significativa.

Ao longo da história observou-se que a Matemática e Física estão intimamente relacionadas e esta relação de influência mútua foi fundamental para o desenvolvimento das ciências. Paty (1995) afirma que, para Galileu, a “Matemática era concebida como um conhecimento que permitia uma leitura direta da natureza da qual, precisamente, era a língua”. (p. 234). Já Einstein, considera a geometria como a mais antiga das teorias físicas; a origem do cálculo está intimamente ligada à descrição matemática dos movimentos (Boyer, 1949); Poincaré (1995) destaca que a teoria das equações diferenciais desenvolveu-se, sobretudo, *pela Física e para a Física*; a álgebra vetorial está profundamente relacionada com a busca pela matematização do eletromagnetismo (Silva, 2002); a análise de Fourier foi motivada por problemas relacionados com cordas vibrantes e propagação do calor (Davis & Hersh, 1995).

Ao estudante, ele deve ser capaz de identificar as propriedades físicas que servem para descrever os fenômenos e relacioná-las com as variáveis quantitativas que as representam (Hestenes, 2003). Segundo Greca e Moreira (2001), possivelmente a complexidade deste processo, denominado “modelização” leva os estudantes à aprendizagem mecânica de conceitos e algoritmos.

Por outro lado, quando a percepção do surgimento de Cálculo através da Física passa despercebida, o estudante não identifica a relação entre essas ciências, temos então o reflexo de um ensino de Matemática compartimentado, que além de favorecer a reprovação e, consequentemente, a evasão, a matemática ensinada desta forma não favorece uma aprendizagem significativa.

Segundo Ausubel (1978) a:

> [...] essência do processo de aprendizagem significativa é que ideias simbolicamente expressas sejam relacionadas, de maneira substantiva (não-literal) e não-arbitrária, ao que o aprendiz já sabe, ou seja, a algum aspecto de sua estrutura cognitiva especificamente relevante que pode ser, por exemplo, uma imagem, um símbolo, um conceito ou uma proposição já significativos. (p. 41)

Considerando a importância do tema, entende-se que mais pesquisas são necessárias e, com isso, pretende-se adicionar elementos para a compreensão do problema de pesquisa. Desta forma, optamos por utilizar a *Teoria da Aprendizagem Significativa* (TAS) (Ausubel, 1963, 2000) e a *Teoria dos Campos Conceituais* (Vergnaud, 1990b).

A *Teoria da Assimilação da Aprendizagem e da Retenção Significativa*, proposta por David Paul Ausubel (1963), tem como foco principal a aprendizagem significativa que procura explicar os mecanismos internos que ocorre na mente humana em relação à estrutura do conhecimento e da aprendizagem. Ela teve como objetivo apresentar uma teoria cognitivista em oposição a uma aprendizagem por pura memorização mecânica defendida nas décadas de sessenta e setenta.

Além disso, nós nos apoiamos nos princípios da *Teoria dos Campos Conceituais* proposta pelo psicólogo e pesquisador pós-piagetiano Gerard Vergnaud (1983b), que tem sido utilizada para entender como se dá a formação dos conceitos matemáticos por parte dos alunos, observando suas estratégias de ações. Vergnaud prioriza o conhecimento por meio de situações concretas vivenciadas pelo ser humano. O campo conceitual é definido como um conjunto de situações que permitem uma classificação baseada na análise das tarefas cognitivas e procedimentos adotados nestas tarefas. Para Magina (2005), um campo conceitual abrange um conjunto de situações cujo domínio progressivo irá exigir uma variedade de conceitos, procedimentos e de representações simbólicas. Desta forma, os conceitos tornam-se significativos através da escolha mais adequada das situações tornando-os significativos.

Fundamentada na Teoria de Assimilação e da Retenção Significativa proposta por Ausubel e na Teoria dos Campos Conceituais abordada por Vergnaud, pretende-se investigar o seguinte tema de pesquisa: ***Promover a ocorrência da aprendizagem significativa do conceito de derivada por meio da integração entre a Matemática e a Física em um curso de Engenharia Ambiental e Sanitária.***

Tendo em vista um aprimoramento no ensino e aprofundamento no conhecimento referente ao Cálculo, especificamente voltado às experiências em sala de aula, a pesquisa propõe um trabalho junto com os alunos de graduação para que os resultados possam contribuir em uma melhor formação acadêmica, tornando-os profissionais mais competentes e colaborando para a melhoria do ensino.

Diante disso, o presente estudo tem como objetivo principal: *Investigar se uma estratégia didática integrando a Matemática e Física*[2]*, com base nas teorias de David Ausubel e Gérard Vergnaud, promove a aprendizagem significativa do conceito de derivada em estudantes de Engenharia.*

Tal objetivo principal é desdobrado nos seguintes objetivos específicos:

a) identificar os subsunçores[3] que os alunos do curso de Engenharia Ambiental e Sanitária possuem sobre a relação entre a Matemática e a Física;

b) elaborar uma sequência de atividades potencialmente significativas de acordo com os subsunçores e fundamentada em princípios de Ausubel e Vergnaud;

[2] Nesse trabalho considera-se Física como Fenômenos Físicos.
[3] Ideia (conceito ou proposição) mais ampla, que funciona como subordinador de outros conceitos na estrutura cognitiva e como ancoradouro no processo de assimilação. Como resultado dessa interação (ancoragem), o próprio subsunçor é modificado e diferenciado (Moreira & Masini, 2001).

c) desenvolver a sequência de atividades com a finalidade de contribuir na construção do conceito de derivada;

d) diagnosticar possíveis indicadores que manifestem como os alunos constroem o conceito de derivada;

e) analisar, com base nas teorias de Ausubel e Vergnaud, se houve indícios de aprendizagem significativa a partir desse processo.

Esta tese está estruturada em sete capítulos. O capítulo Dois tem como objetivo apresentar e discutir os dados levantados na revisão de literatura; para isso, são apresentadas as categorias da pesquisa bibliográfica bem como o modo como organizamos a análise desses dados.

O capítulo Três destina-se à discussão dos constructos teóricos da pesquisa. Para tal, iniciamos o capítulo discutindo o Ensino de Cálculo no Ensino Superior, e em especial, na Engenharia Ambiental e Sanitária em uma Universidade Comunitária do sul do Brasil. O item seguinte apresenta os constructos teóricos da Aprendizagem Significativa na perspectiva de Ausubel e da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud.

O Quarto capítulo narra os caminhos metodológicos adotados para essa investigação. Nele, são apresentados o tipo de pesquisa, o contexto, os sujeitos, a metodologia de ensino e, por fim, as estratégias utilizadas para análise dos dados produzidos nesse trabalho.

O capítulo Quinto descreve a metodologia de ensino que conduziu as atividades em sala de aula. Apresenta-se a *Etapa de Implementação de uma Proposta Didática*, desenvolvida à luz da Teoria da Aprendizagem Significativa e da Teoria dos Campos Conceituais. São apresentadas as situações-problema e o objetivo de cada uma delas. Apresenta-se também, a proposta para a construção de um mapa conceitual.

No capítulo Seis apresenta-se as análises e discussões produzidas. Iniciando com a análise da atividade diagnóstica realizada pelos sujeitos, evidenciando o modo como esta forneceu subsídios para a elaboração da sequência de atividades. Após, são apresentados e discutidos os dados coletados durante a pesquisa.

O Sétimo e último capítulo destina-se às considerações finais e prolongamentos a partir do desenvolvimento desta investigação.

CAPÍTULO 2

REVISÃO DE LITERATURA: UMA ABORDAGEM SISTEMÁTICA DO CONHECIMENTO PRODUZIDO

Capítulo 2 - Revisão da Literatura: Uma Abordagem Sistemática do Conhecimento Produzido

Este capítulo tem como objetivo sintetizar e expor pesquisas que relacionam, de alguma forma, o ensino de derivada com fenômenos físicos. Isto é, buscou-se identificar investigações que se aproximassem do nosso problema de pesquisa e de certa forma justificassem a relevância deste trabalho.[4]

As frequentes demandas no ensino nos levam a pensar em diferentes metodologias que possibilitem ao aluno construir o processo de aprendizagem de forma contínua. As disciplinas ministradas em cursos de graduação que envolvem conceitos matemáticos são constituídas de um conjunto de conhecimentos em constante evolução. Esse processo não é diferente em relação ao conteúdo da disciplina de Cálculo Diferencial no ensino superior. Com isso, o crescente avanço nos estudos de Matemática implica mudanças de conceitos para suprir a necessidade de demandas de outras áreas como, por exemplo, a Engenharia Ambiental e Sanitária.

A necessidade de adequação da realidade torna-se essencial para que o aluno, por meio da construção de conceitos, desenvolva o pensamento lógico e abstrato, promovendo a capacidade crítica, analítica e sintética. O ensino de Cálculo Diferencial e Integral, mais precisamente o conteúdo de derivada, voltado para o desenvolvimento dos processos, pode se tornar uma poderosa ferramenta na construção e reconstrução desse conceito.

Segundo Sánchez, Pérez e Torregrosa (1996):

> [...] a Matemática não deve ser ensinada de maneira expositiva, estática, transmitida de um professor a um conjunto de alunos passivos. É preciso que estes participem, observem, explorem, façam conjecturas e se enfrentem com problemas que lhes interessam. O professor é um diretor da orquestra que apenas se vê, pois sugere e orienta constantemente. (p. 9)

Com o intuito de suprir uma demanda de um curso de Engenharia Ambiental e Sanitária por uma formação acadêmica – profissional mais completa, são necessárias habilidades que envolvam não somente conhecimentos técnico-científicos, mas que desenvolvam uma capacidade crítica e analítica.

---

[4] Os resultados dessa pesquisa bibliográfica foram publicados na Rev. Int. de Pesq. em Didática das Ciências e Matemática (RevIn), Itapetininga, v. 1, e020014, p. 1-33, 2020 (Apêndice E).

Acredita-se que, quando o aluno consegue relacionar a Matemática vista na disciplina de Cálculo com fenômenos físicos presentes na profissão de um Engenheiro Ambiental e Sanitário, ele passa a apropriar-se significativamente desse conhecimento e, como consequência, uma possível redução no índice de reprovação nessa disciplina. Vergnaud (1993) afirma que é através das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido, corroborando com nossa asserção.

Alguns estudos, como o de Rezende (2003), que trata do "fracasso" no ensino de Cálculo, elencam respostas a questionamentos referentes ao motivo de tantas reprovações. Suas pesquisas indicam que "as raízes do problema estão além dos métodos e das técnicas, sendo inclusive anteriores ao próprio espaço-tempo local do ensino de Cálculo" (Rezende, 2003, p. 4).

Nesse mesmo sentido, várias pesquisas vêm sendo realizadas, no entanto, poucas apresentam estratégias para aproximar o conteúdo de derivada com o contexto na profissão de um Engenheiro Ambiental e Sanitário. E em sua maioria, realçam problemas na aprendizagem desse conteúdo e, consequentemente, não conseguem relacioná-lo com outras áreas do conhecimento.

O ensino atual, independente da área de conhecimento, se caracteriza pela rapidez na busca e aplicação da informação. Não é diferente com a Engenharia, que vive em uma época de mudanças intensas com o avanço da tecnologia. A preocupação com o crescimento econômico, com questões ambientais e a necessidade de novos produtos, é parte do posicionamento de um engenheiro ambiental e sanitário, tornando-as exigências implícitas na formação desse profissional. Dessa forma, é essencial que as universidades ensinem mais do que fórmulas, é necessário que se pensem em ações para que sejam formados profissionais comprometidos com a sociedade.

A busca por pesquisas desenvolvidas na área de ensino em Engenharia foi realizada em periódicos classificados com conceito *Qualis* A e B conforme classificação da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) que coordena toda a Pós-Graduação no Brasil. Foram consultados os seguintes periódicos: *Science & Education, Boletim de Educação Matemática – BOLEMA, Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias- REIEC, Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencia –REEC, Boletim GEPEM, Revista Brasileira de Ensino Superior -REBES, Revista Internacional de Educação Superior, Revista da Educação – EDUCERE, Revista de Ensino de Engenharia, American*

Journal of Physics, International Journal of Science and Mathematics Education, Investigações em Ensino de Ciências, *Educational and Technology, International Journal Education and Teaching- IJET.*

Considerou-se também, como fonte de análise, o Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia – COBENGE e 1º Simpósio Nacional de Ensino de Ciências e Tecnologia, realizado em 2009 na cidade de Ponta Grossa, PR, Brasil. A escolha pelos eventos se deu pela relevância no Ensino de Engenharia, pois nesses encontros são apresentadas as principais pesquisas realizadas no ensino de Cálculo nessa área. O COBENGE é um dos mais importantes fórum de discussão sobre a formação do engenheiro. Esse evento que tem periodicidade anual e vem sendo realizado desde 1973, tem como missão produzir mudanças para a melhoria da qualidade de ensino de Engenharia.

Para tal estudo, considerou-se indexadores como ABEC – Associação Brasileira de Editores Científicos; Biblioteca Brasileira de Educação – BBE; Database de Periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Ensino Superior – CAPES-PERIÓDICOS; Diadorim; Directory of Open Acess Journals – DOAJ; Diretórios de Revistas Brasileiras em SEER – Sistema de Editoração Eletrônica de Revistas; Geodados; Institute of Scientific Information/Web of Knowledge/Thomson Reuters – ISI/WoK/JCR; Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP; Mathematics Education Database – MATHDI; ProQuest; Public Knowledge Project – PKP; Redalyc; Scholar Google; SCOPUS; Sistema Regional de Información em Línea para Latino América – LATINDEX; Social Sciences Citation Index – SSCI e SciELO, entre outros.

Foram consultados também, os periódicos *Revista Ambiente & Água: an Interdisciplinary Journal of Applied Science* (http://www.ambi-agua.net/seer/index.php/ambi-agua/index) e *Revista Brasileira de Engenharia Sanitária e Ambiental* (http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_serial&pid=1413-4152&lng=en&nrm=iso), específicos da Engenharia Ambiental e Sanitária. No entanto, não foram encontradas pesquisas relacionadas ao ensino de Cálculo que estivessem de acordo com as categorias indicadas.

As produções analisadas foram divididas nas seguintes categorias**:**

a) Categoria 1 – C_1: Aprendizagem significativa no Ensino Superior;
b) Categoria 2 – C_2: Ensino de Cálculo Diferencial na Engenharia Ambiental e Sanitária;

c) Categoria 3 – C_3: Conhecimento prévio;
d) Categoria 4 – C_4: Relação da Matemática e Física.

A escolha da Categoria 1 se deu pelo fato de se ter interesse em pesquisas que apontam esforços de Instituições de Ensino Superior em organizar-se para romper o ensino compartimentado e promover uma aprendizagem baseada em fenômenos, em fatos e na solução de problemas que fazem parte do cotidiano do estudante.

Nessa pesquisa tem-se uma atenção especial no ensino de Cálculo Diferencial no curso de Engenharia Ambiental e Sanitária, o que justifica a escolha da Categoria 2. Como essa investigação está fundamentada na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel e na Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, salienta-se a necessidade de verificar estudos acerca do conhecimento prévio do estudante.

O conhecimento prévio (conceitos, proposições, imagens, símbolos...) é fundamental para a Teoria da Aprendizagem Significativa, uma vez que se constitui como determinante no processo de aprendizagem, o que justifica a escolha da Categoria 3. Essa pesquisa busca encontrar relações entre a Matemática e a Física, para promover a aprendizagem significativa, dessa forma acredita-se que a procura por estudos relacionados a essa associação seja necessária, o que explica a escolha pela Categoria 4.

A busca de produções nacionais e internacionais ocorreu inteiramente de forma digital contemplando artigos entre os anos de 2007 a 2019. No entanto, apesar do esforço na análise das produções, admite-se a possibilidade de que existam algumas falhas no processo de garimpo. Embora tenham sido priorizados trabalhos dos últimos anos, em alguns casos, artigos anteriores serão mencionados com o objetivo de melhor situar a pesquisa.

Os termos usados na busca nos periódicos são equivalentes às nomenclaturas das categorias, sendo essas consideradas critérios de elegibilidade para a seleção final dos trabalhos. Primeiramente, foi analisado o título do artigo, seguido da leitura do resumo e posteriormente analisou-se cada texto completo a fim de relacionar os pontos em comum.

Durante o processo de investigação, foram encontrados 131 trabalhos de pesquisa potencialmente elegíveis (considerando somente o título do trabalho), relacionados com as categorias descritas. Todavia, desse total foram selecionados 32 artigos de pesquisa que contemplaram pelo menos uma das categorias descritas anteriormente, como demonstrado na Figura 2.1. A escolha por esses 32 trabalhos se deu por uma leitura minuciosa dos textos que indicaram maior relação com os critérios escolhidos.

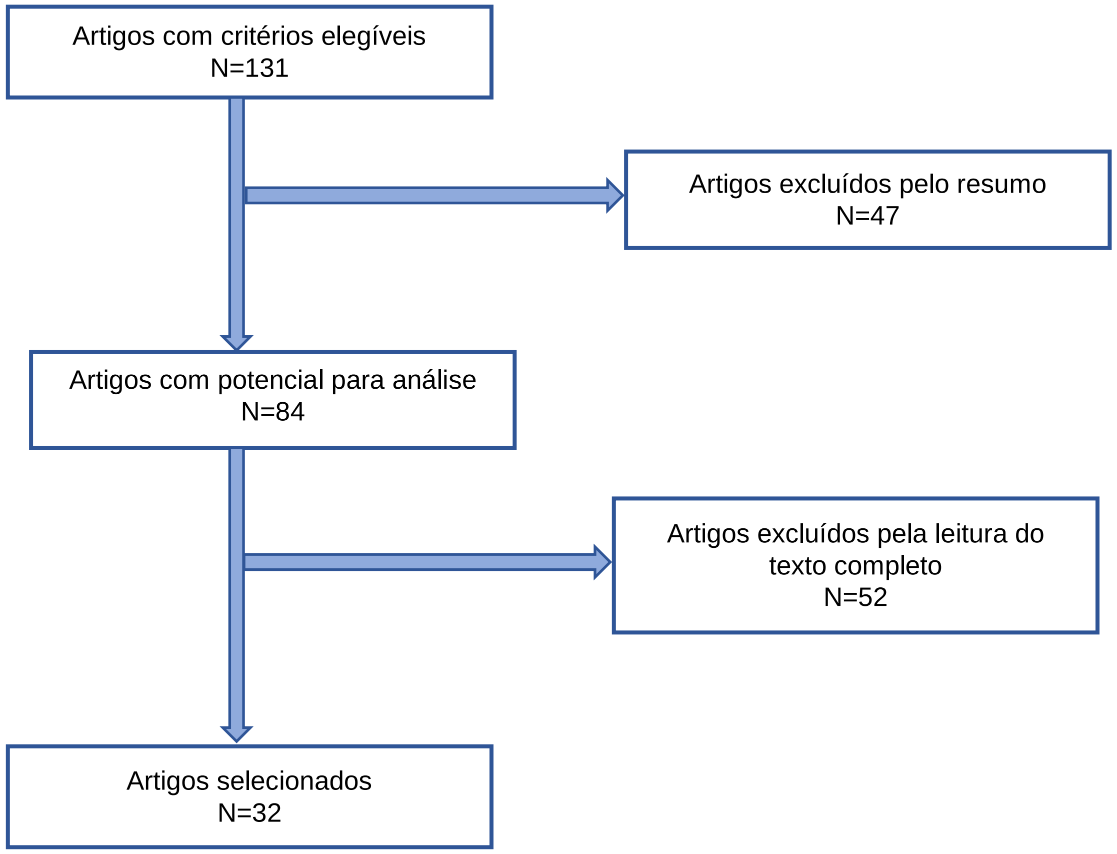


Figura 2.1: Critérios de exclusão dos artigos selecionados

A quantidade de artigos analisados em cada categoria bem como os periódicos a que pertencem é apresentada na Quadro 2.1:

Quadro 2.1: Quantidade de artigos analisados em cada categoria

Periódicos	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**N**	**%**
Science & Education	1		1	2	4	13
Boletim de Educação Matemática – BOLEMA	2	3	1		6	19
Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias- REIEC	1	1	1		3	9
Revista Eletrônica de Enseñanza de las Ciencias – REEC				1	1	3
Revista Internacional de Educação Superior	1				1	3
American Journal of Physics				1	1	3
American Journal of Physics				1	1	3
International Journal of Science and Mathematics Education			1		1	3

Periódicos	C1	C2	C3	C4	N	%
International Journal- Education and Teaching- IJET	1				1	3
Revista Brasileira de Ensino Superior- REBES		1			1	3
Revista da Educação – EDUCERE			1		1	3
Investigações em Ensino de Ciências-IENCI	1		1		2	7
Educational and Technology			2		2	7
I Simpósio Nacional de Ensino de Ciências e Tecnologia		1			1	3
Revista de Ensino de Engenharia		2	1		3	9
Anais do Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia – COBENGE	1	1	1		3	9
Boletim GEPEM		1			1	3
TOTAL					32	100%

Adotou-se como critérios de exclusão os resumos que não estavam relacionados com a aprendizagem significativa no ensino superior, com o ensino de cálculo, com o conhecimento prévio e a relação da Matemática com a Física, bem como os textos completos que também não se encaixavam nesses critérios. O foco de escolha dos artigos convergiu para as pesquisas que corroboram para o Ensino de Derivada no curso superior. Os artigos selecionados que foram nominados por T1 ao T32 são apresentados na Quadro 2.2, a seguir, sendo destacados: ano, título e os autores das produções.

Nos artigos selecionados, descritos no Apêndice C, foram evidenciados aspectos importantes julgados pertinentes com o objetivo desta pesquisa. Essa análise foi dividida pelas categorias já mencionadas, na qual foram destacadas as principais contribuições para este trabalho de tese.

Quadro 2.2: Relação de artigos científicos selecionados

	Revista electrónica de investigación en educación en ciencias (http://ppct.caicyt.gov.ar/reiec)		
	Ano	**Autores**	**Título**
T1	2009	Ana Rosa Corica	Aprender Matemática en la Universidad: la perspectiva de estudiantes de primer año
T2	2010	Andréia de Freitas Zompero Carlos Eduardo Laburú	As atividades de investigação no Ensino de Ciências na perspectiva da teoria da Aprendizagem Significativa
T3	2016	Andréia de Freitas Zompero; Helenara R. Sampaio; Karen Mayara Vieira	Investigação da transferência de significados na abordagem da aprendizagem significativa utilizando atividades investigativas
	Revista electrónica de investigación en educación en ciencias (http://ppct.caicyt.gov.ar/reiec)		
T4	2011	Maria Madelena Dullius Ives Solano Araújo Eliane Angela Veit	Ensino e Aprendizagem de Equações diferenciais com abordagem gráfica, numérica e analítica: uma experiência em cursos de Engenharia

(Continua)

(Continuação)

	Ano	Autores	Título
T5	2011	Marjúnia Edita Zimmer Klein; Sayonara Salvador Cabral da Costa	Investigando as Concepções Prévias dos Alunos do Segundo Ano do Ensino Médio e seus Desempenhos em alguns Conceitos do Campo Conceitual da Trigonometria
T6	2013	Gloria Sánchez-Matamoros García Mercedes García Blanco Salvador Llinares Ciscar	Algunos indicadores del desarrollo del esquema de derivada de una función
T7	2014	Silvia Vrancken Adriana Engle	Una Introducción a la derivada desde la Variación y el Cambio: resultados de una investigación con estudiantes de primer año de la universidad
T8	2016	Monica Panero Ferdinando Arzarello Cristina Sabena	The Mathematical Work with the Derivative of a Function: Teachers' Practices with the Idea of "Generic"
T9	2017	Crisólogo Dolores Flores Javier García-García	Conexiones Intramatemáticas y Extramatemáticas que se producen al Resolver Problemas de Cálculo en Contexto: un Estudio de Casos en el Nivel Superior
	Investigações em Ensino de Ciências (https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/index)		
	Ano	**Autores**	**Título**
T10	2010	Lourdes Maria Werle de Almeida Maria Lúcia de Carvalho Fontanini	Aprendizagem significativa em atividades de modelagem matemática: uma investigação usando mapas conceituais
T11	2014	Felipa Pacífico Ribeiro de Assis Silveira	Ensinando e Investigando o uso de mapas conceituais como recurso didático facilitador da aprendizagem significativa em Ciências Naturais no Ensino Fundamental
	Science & Education (https://www.springer.com/journal/11191)		
	Ano	**Autores**	**Título**
T12	2009	Maria Beatriz Ferreira Leite Denise Helena Lombardo Ferreira Cintia Rigão Scrich	Explorando conteúdos matemáticos a partir de temas ambientais.
T13	2010	Jesuina Lopes de Almeida Pacca Anne Louise Scarencé	O que pensam os professores sobre a função da aula expositiva para a Aprendizagem Significativa
	Revista electrónica de investigación en educación en ciencias (http://ppct.caicyt.gov.ar/reiec)		
	Ano	**Autores**	**Título**
T14	2010	Francimar Martins Teixeira Ana Carolina Moura Bezerra Sobral	Como novos conhecimentos podem ser construídos a partir dos conhecimentos prévios: um estudo de caso.
T15	2012	Ana Raquel Pereira de Ataíde Ileana Maria Greca	Epistemic Views of the Relationship Between Physics and Mathematics: Its Influence on the Approach of Undergraduate Students to Problem Solving
	International Journal – Education and Teaching – IJET (https://ijet-pdvl.com/index.php/pdvl/login?source=%2Findex.php%2Fpdvl)		

(Continua)

(Continuação)

	Ano	Autores	Título
T16	2018	Adriana Richit Luciane Ferreira Mocrosky	Perspectives in the calculus teaching in a environmental engineering course
	Revista Internacional de Educação Superior (https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/riesup)		
	Ano	**Autores**	**Título**
T17	2017	Thais Branquinho Oliveira Frageli	Gamificação como um processo de mudança no estilo de ensino aprendizagem no ensino superior: um relato de experiência
	REBES - Rev. Brasileira de Ensino Superior (https://seer.imed.edu.br/index.php/REBES/index)		
	Ano	**Autores**	**Título**
T18	2016	Wilson de Jesus Masola Norma Suely Gomes Allevato	Dificuldades de aprendizagem matemática de alunos ingressantes na educação superior
	Boletim Gepem (http://www.ufrrj.br/SEER/index.php?journal=gepem&page=index)		
	Ano	**Autores**	**Título**
T19	2011	Marcelo Cavasotto Lori Viali	Dificuldades na aprendizagem de cálculo: o que os erros podem informar
	International Journal of Science and Mathematics Education (https://www.springer.com/journal/10763)		
	Ano	**Autores**	**Título**
T20	2014	Gloria Sánchez-Matamoros, Ceneida Fernández Salvador Llinares	Developing pre-service teachers' noticing of students' understanding of the derivative concept
	Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias (http://reec.uvigo.es/)		
	Ano	**Autores**	**Título**
T21	2013	Ana Raquel Pereira de Ataíde Ileana María Greca	Estudo exploratório sobre as relações entre conhecimento conceitual, domínio de técnicas matemáticas e resolução de problemas em estudantes de licenciatura em Física
	Revista de Educação- EDUCERE (https://revistas.unipar.br/index.php/educere/index)		
	Ano	**Autores**	**Título**
T22	2007	André Estevam Jaques, Juliano Yasuo Oda Célia Macorin Gomes	Mapa conceitual: abordagem da aprendizagem significativa
	American Journal of Physics (https://aapt.scitation.org/journal/ajp?gclid=EAIaIQobChMIgMn-9o7n5wIVRgiRCh2CSw58EAAYASAAEgI5z_D_BwE&)		
	Ano	**Autores**	**Título**
T23	2017	Hasnawati Haili Johar Maknun Parsaoran Siahaan	Problem solving based learning model with multiple representations to improve student's mental modelling ability on physics
	Revista de Ensino de Engenharia http://revista.educacao.ws/revista/index.php/abenge		
	Ano	**Autores**	**Título**
T24	2012	Márcia Jussara Hepp Rehfeldt Cristiane Antonia Hauschild Nicolini Marli Teresinha Quartieri Ieda Maria Giongo	Investigando os conhecimentos prévios dos alunos de Cálculo do Centro Universitário UNIVATES

(Continuação)

(Continuação)

T25	2019	André Ricardo Lucas Vieira Pedro Paulo Souza Rios	Aprendizagem Significativa e a estratégia do uso de mapas conceituais no ensino de Cálculo Diferencial no curso de bacharelado em engenharia elétrica
T26	2019	Gilselene Garcia Guimarães	Novas tendências de aprendizagem em engenharia: o aluno como protagonista na produção do conteúdo curricular na disciplina de cálculo diferencial e integral
	Educational Technology		
	Ano	**Autores**	**Título**
T27	2012	María-Eugenia Salamanca-Avila, Cécile Vander Borght, Mariane Frenay	Analisis del contenido y la estructura de las representaciones a partir de mapas conceptuales
T28	2012	Bärbel Fürstenau, Lenie Kneppers, Rijkje Dekker	Concept mapping and text writing as learning tools in problem-oriented Learning
	Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia- COBENGE http://www.abenge.org.br/cobenge/2019/		
	Ano	**Autores**	**Título**
T29	2013	Julia Schaetzle Wrobel Marcus Vinicius Casoto Zeferino Teresa Cristina Janes Carneiro	Um mapa do ensino de cálculo nos últimos 10 anos do Cobenge
T30	2014	Priscila Pigatto Gasparin Pedro Elton Weber Liliane Hellmann André Sandmann Marlene Donel Shiderlene Vieira de Almeida	O impacto do cálculo diferencial e integral nos alunos ingressantes dos cursos de engenharia
T31	2019	Regiane Slongo Fagundes Daniela Trentin Nava Thiago Picinini Gustavo H. Dall Posso	O ensino de funções, limites e continuidade fundamentada na aprendizagem significativa
	I Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia http://www.sinect.com.br/2018/index.php?id=80		
	Ano	**Autores**	**Título**
T32	2009	Franciele Buss Frescki Priscila Pigatto	Dificuldades na aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral na Educação Tecnológica: proposta de um Curso de Nivelamento

A seguir será descrita uma síntese preliminar das produções selecionadas e as principais contribuições para esta pesquisa, segundo critérios estabelecidos anteriormente.

2.1 Aprendizagem significativa no Ensino Superior

A preocupação com o ensino e a aprendizagem no ensino superior vem crescendo de forma significativa, tornando necessária a busca por novas estratégias. A pesquisa realizada por Costa e Moreira (2001) teve como objetivo trabalhar com atividades que enfoquem o conhecimento do conteúdo específico, da lógica e de estratégias específicas para resolver as situações apresentadas, foi aplicada a acadêmicos do 3º semestre dos cursos de Engenharia e de Física. As atividades apresentadas por Costa e Moreira foram sistemáticas e por meio de aulas expositivas, exemplos de situações práticas e sessões de resolução de problemas em pequenos grupos, de dois a quatro alunos, assistidas pelo professor. Os autores consideraram que a generalização pode ser obtida de um ou de poucos exemplos e a partir da experiência, o que vem ao encontro da pesquisa de tese que está sendo desenvolvida.

Na investigação realizada por Almeida e Fontanini (2010) se buscou, no uso de mapas conceituais, indícios de aprendizagem significativa. A pesquisa foi aplicada a alunos de um curso superior de Tecnologia em Manutenção Mecânica durante as disciplinas de Fundamentos de Matemática e de Cálculo Diferencial e Integral I ao longo do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática para verificar indícios de aprendizagem significativa.

Para tanto, os autores desenvolveram uma proposta pedagógica com alunos matriculados nessas disciplinas, com o objetivo de buscar relações presentes na estrutura cognitiva dos estudantes em relação à modelagem matemática. Segundo Ausubel (1963), a interação entre novos significados potenciais e ideias relevantes na estrutura cognitiva do aprendiz dá origem à captação de significados contextualmente aceitos. Almeida e Fontanini (2010) observaram a interação entre esses novos significados potenciais e ideias relevantes na estrutura cognitiva do aprendiz, mostrando indícios de uma aprendizagem significativa. Além do uso de mapas conceituais, utilizou-se atividades de modelagem matemática a fim de diagramar a estrutura cognitiva com o objetivo de qualificar o ensino e diminuir o processo de evasão nos cursos superiores.

Ainda, com proposta metodológica semelhante, Vieira e Rios (2019) propuseram a utilização de mapas conceituais no ensino da disciplina de Cálculo para alunos do curso de bacharelado em Engenharia Elétrica. Após a construção dos mapas conceituais, os autores selecionaram dois alunos em níveis diferentes para uma avaliação qualitativa. Perceberam que a construção de mapas conceituais, além de permitir ao aluno a visualização de algumas relações que eram ou não estabelecidas entre os conceitos existentes na estrutura cognitiva, ainda possibilita ao professor identificar conceitos e relações errôneas formadas pelos alunos e, dessa forma, orientar a sua prática pedagógica.

Nesta pesquisa de tese que está sendo relatada, utilizou-se dois momentos para mapear relações existentes na estrutura cognitiva. Primeiramente, recorreu-se à construção de Mapas Mentais Livres e Mapas Mentais Direcionados. Segundo Stefenon, Moreira e Caballero (2019), estes são adequados à organização inicial de ideias, para verificar de que forma a relação entre Matemática e a Física é percebida pelos estudantes. Para finalizar a coleta dos dados, assim como Vieira e Rios (2019), utilizou-se a construção de mapas conceituais, que serão descritos no decorrer deste trabalho.

Almeida e Fontanini (2010) desenvolveram atividades relacionadas com situações-problema ligadas ao curso dos alunos, ou vivenciadas por eles em seu dia a dia com a finalidade de favorecer condições necessárias à aprendizagem significativa. As informações que Almeida e Fontanini (2010) obtiveram no decorrer do desenvolvimento da pesquisa, sinalizaram que a Modelagem Matemática - como alternativa pedagógica - viabiliza a introdução e resolução de situações-problema nas aulas de Matemática.

Além de estar em sintonia com a ideia defendida na teoria de Ausubel de que situações deste tipo representam um meio que favorece a aprendizagem significativa nos estudantes, reforça a ideia de que os problemas propostos devem estar associados às atividades do cotidiano do estudante. A pesquisa que estamos desenvolvendo vai corroborar com os estudos que indicam que a abordagem de situações envolvendo o cotidiano do aluno pode favorecer indícios de uma aprendizagem significativa.

Costa e Moreira (2001) utilizaram atividades que enfocam o conhecimento do conteúdo específico, sendo estas sistemáticas que atentam para a aplicação do conhecimento de Física, já existente na estrutura cognitiva, na disciplina de Mecânica Geral para acadêmicos dos cursos de Engenharia e Física. Carvalho, Porto e Belhot (2001) acreditam que sem uma mudança no processo de ensino, os alunos continuarão a sair de seus cursos com dificuldades para se adaptarem às mudanças exigidas pelo mercado de trabalho. É o que se percebe quando se trata de disciplinas voltadas à Matemática, mais especificamente ao Cálculo Diferencial, no qual as dificuldades existentes no início do curso de graduação, quando não minimizadas, vão refletir em disciplinas mais específicas e consequentemente na carreira profissional do aprendiz.

Acredita-se que o conteúdo de Cálculo[5], tão temido pelos estudantes, quando relacionado a fenômenos físicos tende a aproximar o aprendiz de situações reais e facilitar a aprendizagem, sendo essa uma estratégia eficiente nos cursos de Engenharia.

Preocupações desse gênero vem sendo alvo de pesquisas relacionadas com o ensino de Cálculo, é o que mostra a pesquisa realizada por Richit e Mocrosky (2018) intitulada *Perspectives in the calculus teaching in a environmental engineering course*. As autoras analisaram as diretrizes curriculares de um Curso de Engenharia Ambiental e Sanitária de uma Universidade Pública na região Sul do Brasil, aplicaram questionários a estudantes matriculados na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral e examinaram situações problemas exploradas nessa disciplina.

As pesquisadoras perceberam que, para os estudantes, a dimensão que se sobressai diz respeito à resolução de problemas específicos da área. Richit e Mocrosky (2018) constataram que os estudantes ainda não vislumbraram de maneira concreta a presença do Cálculo na sua formação. As mesmas ressaltam a necessidade de mudanças tanto na proposta curricular como nas práticas de sala de aula, de modo que os estudantes possam vivenciar tais conceitos em diferentes situações.

A pesquisa de tese que foi desenvolvida veio a corroborar para essa assertiva. Acredita-se que, por meio de situações que fazem parte do cotidiano da profissão do engenheiro ambiental e sanitário, o estudante consiga fazer essa relação do conteúdo, mais especificamente da derivada, com sua formação profissional e dessa forma facilitar a aprendizagem. Segundo Santarosa e Moreira (2011) se faz necessário a articulação entre a Matemática e a Física. Não levar em conta esta possível articulação pode subentender um isolacionismo da matemática com relação às áreas científicas.

---

[5] Aqui referindo-se à disciplina de Cálculo Diferencial e Integral.

Do mesmo modo, se faz necessário conhecer as Teorias de Aprendizagem para desenvolver a melhor estratégia de ensino. Carvalho et al. (2001) em sua pesquisa titulada *Aprendizagem Significativa no Ensino de Engenharia,* abordam a importância do conhecimento das Teorias de Aprendizagem no ensino e salientam que a Engenharia é uma área importante no desenvolvimento econômico e social, por essa razão precisa passar por mudanças e aprimorar a forma de como são formados os profissionais.

Ainda, Moreira (1999) afirma que a estrutura cognitiva é entendida como o conteúdo total de ideias de um indivíduo e sua organização em uma área particular do conhecimento, e a maneira como esta estrutura interfere na aprendizagem. Assim, é necessário que o ensino seja organizado, proporcionando a reorganização do conhecimento do aprendiz, visando uma maior aproximação ao conhecimento científico. Essa estruturação deve ser construída ao longo de toda a vida escolar do indivíduo, tornando-se mais específica na graduação. Cabe ao professor, oferecer estratégias para que a aprendizagem aconteça de forma natural e contínua, tornando-se significativa.

Em virtude disso, há um interesse por parte dos professores, em buscar novas estratégias que promovam mudanças na prática de sala de aula. É o que se pode perceber na pesquisa realizada por Pacca e Scarencé (2010) intitulada *O que pensam os professores sobre a função da aula expositiva para a aprendizagem significativa*.

Nesse estudo dez professores de Física do ensino médio participaram de um programa de formação contínua, em que cada um deveria definir um objetivo de ensino e elaborar um planejamento de aula que levasse o aluno à compreensão dos conceitos. A pesquisa constatou que existe um pré-conceito dos professores em relação ao uso do giz e lousa, indicando uma ideia distorcida em relação à aula expositiva. Tais professores acreditavam que em uma aula expositiva a interação e participação do aprendiz não aconteceria. No entanto, ao concluir a pesquisa, perceberam que a interação entre professor e aluno na construção do conhecimento, desempenha um grande papel no processo de aprendizagem.

Em sua pesquisa denominada *Gamificação como um processo de mudança no estilo de ensino aprendizagem no ensino superior: um relato de experiência,* a estratégia buscada por Frageli (2017) mostra que é possível diversificar práticas pedagógicas que favoreçam a aprendizagem. A autora desenvolveu três jogos que foram utilizados em sala de aula em uma turma do curso de Fisioterapia, dentro do planejamento da disciplina.

Acredita-se que esse tipo de atividade pode ser estendido para cursos da área tecnológica, como é o caso do curso de Engenharia Ambiental e Sanitária. Conforme relato da autora, foi uma estratégia que motivou os alunos, que se mostraram participativos e interessados na continuidade dos estudos. Segundo Ausubel (1963) um dos fatores que contribui para uma aprendizagem significativa, é a predisposição do estudante em aprender.

Outras pesquisas realizadas e que vêm ao encontro desta tese, são os trabalhos de Dullius, Araújo e Veit (2011) denominado *Ensino e Aprendizagem de Equações Diferenciais com abordagem gráfica, numérica e analítica: uma experiência em cursos de engenharia* e o de Fagundes, Nava, Picinini e Dal Posso (2019) intitulada *O ensino de funções, limites e continuidade fundamentada na aprendizagem significativa*. Apesar de esses estudos não estarem alinhados diretamente com a construção do conceito de derivada, os mesmos mostram a importância de as atividades propostas estarem vinculadas com a área de conhecimento dos estudantes.

Dullius et al. (2011) desenvolveram uma pesquisa com alunos dos cursos de Química e Engenharias com uma proposta focada na solução de situações-problema envolvendo equações diferenciais com o auxílio de recursos computacionais. Dessa forma os estudantes puderam visualizar as aplicações e implicações dos aspectos teóricos no qual estavam vinculados.

Fagundes et al. (2019) utilizaram, como proposta metodológica, problemas de modelagem diretamente relacionados com o perfil dos estudantes dos cursos de Engenharia de Bioprocessos e Biotecnologia e concluíram que ao apresentar situações do cotidiano do aluno conseguiram perceber mudanças no processo de aprendizagem fazendo com que o aluno seja mais ativo na construção do seu conhecimento e, dessa forma, facilite a aprendizagem significativa.

O estudo realizado por Zompero e Laburú (2010) intitulado *As atividades de investigação no Ensino de Ciências na perspectiva da Teoria da Aprendizagem Significativa,* apresenta uma reflexão sobre a Teoria da Aprendizagem Significativa vinculada às atividades de investigação no ensino de Ciências e estabelece uma aproximação entre ambas. Os autores apresentam algumas características pertinentes às atividades de investigação no ensino, as quais se referem à Aprendizagem Significativa, como o engajamento do estudante, a emissão de hipóteses, a resolução de problemas, dentre outras, e ressaltam a proximidade entre tais atividades e a teoria mencionada.

Para Moreira (2010), a mediação no processo de assimilação no ensino-aprendizagem de significados é feita pelo professor; a aprendizagem, o ensino e o desenvolvimento cognitivo são relacionados com a interação social, na qual todos os envolvidos devem expressar, e terem possibilidades de expressar, suas ideias.

Pode-se observar que várias investigações vêm acontecendo para entender o processo de ensino e aprendizagem, no qual se pode perceber metodologias preocupadas em explorar situações-problema referentes ao cotidiano dos estudantes para verificar indícios de aprendizagem significativa. No entanto, não foram encontradas pesquisas relacionadas diretamente com o ensino de Cálculo no curso de Engenharia Ambiental e Sanitária.

2.2 Ensino de cálculo diferencial na Engenharia Ambiental e Sanitária

A literatura que aborda o Ensino de Cálculo Diferencial na Engenharia Ambiental e Sanitária, em comparação com outros temas de interesse da pesquisa nesta área, é quantitativamente modesta, mas versa uma constante busca pela reestruturação no ensino de Cálculo Diferencial e Integral, que é alvo de várias pesquisas com o intuito de mapear as dificuldades dos alunos ao ingressarem no ensino superior. Pode-se verificar esse movimento no trabalho de Sánchez-Matamoros, García e Llinares (2013) intitulado *Algunos indicadores del desarrollo del esquema de derivada de uma función,* que estuda o avanço na compreensão do conceito de derivada por meio do desenvolvimento de um esquema com três fases: intra, inter e trans, com base na teoria de Piaget e Garcia (1982). Tal estudo verificou que a aprendizagem do conceito de derivada está ligada à capacidade dos alunos para relacionar elementos constituintes do conceito durante a realização de problemas. Cabe salientar, a pesquisa desenvolvida pelos autores corrobora os resultados que serão descritos neste trabalho de tese.

Ainda, segundo Sánchez-Matamoros et al. (2013), as dificuldades dos estudantes em relacionar os modos de representação gráfica e analítica são revelados quando em contextos gráficos, uma vez que os alunos solicitam a expressão analítica da função a fim de resolver certas questões.

Outros estudos como, por exemplo, o realizado por Cavasotto e Viali (2011), apontam dificuldades na aprendizagem encontradas na disciplina de Cálculo, principalmente no conceito de derivada, que é o foco dessa investigação. A pesquisa realizada pelos autores mostrou que muitas lacunas oriundas do ensino básico provêm da falta de interesse dos estudantes. O estudo foi realizado com 95 estudantes de um curso de Engenharia e buscou refletir sobre as dificuldades e proporcionar reflexões acerca de modalidades de apoio ao ensino de Cálculo. A pesquisa desta tese que vem sendo relatada, tem intenção de sanar tais dificuldades, apresentando aos estudantes de Engenharia Ambiental e Sanitária situações que estejam associadas ao seu cotidiano. Logo, pretende-se, com isso, explorar o sentido da Matemática estudada.

Em consonância, a pesquisa realizada por Wrobel, Zeferino e Carneiro (2013), e divulgada no Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia, aponta uma preocupação quanto ao ensino de Cálculo e revela um mapeamento desse ensino nos cursos de Engenharia nos últimos dez anos (2003 a 2012). Ela identifica e analisa as principais preocupações dos autores, no entanto, não indica nenhuma estratégia de ensino para minimizar as dificuldades encontradas pelos estudantes. No estudo que estamos relatando pretende-se apresentar estratégia de ensino do conteúdo de derivada, extremamente importante na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral.

Para Malta (2004), as preocupações das pesquisas em Educação Matemática no ensino superior, principalmente para as disciplinas iniciais dos cursos da área das Ciências Exatas se dá pelo alto índice de reprovações. O fracasso no ensino de Cálculo não se restringe ao Brasil, Rezende (2003) enumera dois autores que corroboram para esse fato. O primeiro é a pesquisa de Tall e Vinner (1981), um dos principais articuladores de pesquisas voltadas ao pensamento matemático avançado, cujas questões permeiam em torno das dificuldades no ensino e aprendizagem dos conceitos básicos de Cálculo. Já o segundo, foi o movimento iniciado na década de 80, conhecido por *Calculus Reform,* (movimento em prol da reforma do ensino de Cálculo).

Além dos estudos apresentados, temos o de Panero, Arzarello e Sabena (2016) que desenvolveram sua pesquisa em uma escola na cidade de Piemonte (Itália) com alunos da 13ª série. O estudo teve como objetivo investigar o processo através do qual a função derivada é introduzida, a partir da definição do método da derivada em um ponto específico, além de analisar o papel do professor na gestão desse processo.

Os autores realizaram a coleta dos dados em 3 momentos: entrevista preliminar com professores, observações nas aulas de cada professor e atividades com os alunos, nas quais apresentaram problemas adequadamente projetados na derivada para serem resolvidos em grupo. Esse trabalho revelou que para verificar os conhecimentos prévios é necessário não apenas uma escolha adequada dos recursos utilizados, mas possivelmente a ativação combinada, a fim de chamar a atenção dos alunos para a perspectiva desejada. Fica claro que essa preocupação em verificar os subsunçores existentes na estrutura cognitiva dos alunos não fica restrita ao ensino superior, pois deve-se a todo o momento criar meios de facilitar o ensino e aprendizagem.

Ainda, trabalhos como o de Frescki e Pigatto (2009), Cavasotto e Viali (2011), Masola e Allevato (2016) apontam dificuldades de aprendizagem de alunos ingressantes na educação superior, o que evidencia que o ensino de Cálculo, principalmente no conceito de derivada, tem motivado diversas pesquisas em todo o mundo e que o *fracasso* nessa disciplina está longe de ser um assunto recente.

Assim, evidenciam-se metodologias diferenciadas com o objetivo de sanar tais dificuldades. É o que mostra a pesquisa realizada por Frescki e Pigatto (2009), a qual traz reflexões acerca das dificuldades, tanto no ensino quanto na aprendizagem e apresenta como proposta um Curso de Nivelamento com a finalidade de auxiliar o professor e o aluno. A pesquisa concluiu que os alunos apresentam muita dificuldade na disciplina de Cálculo Diferencial por ser abstrata e não apresentar a aplicabilidade esperada no cotidiano. O que reforça a importância do problema de pesquisa desta tese, visto que pretende relacionar a aprendizagem do conceito de derivada com fenômenos físicos presentes no cotidiano do engenheiro ambiental e sanitário.

Nesse sentido, é necessário que o aprendiz dê significado ao conceito de derivada. Da mesma forma, é fundamental que o aluno de um curso de Engenharia Ambiental e Sanitária consiga relacionar os conceitos matemáticos envolvidos na definição de derivada com fenômenos físicos presentes do cotidiano desse profissional.

O estudo de Flores e García-García (2017) divulgado no artigo *Conexiones Intramatemáticas y Extramatemáticas que se producen al resolver problemas de Cálculo en Contexto: un estudio de casos en el nível superior*, corrobora com a assertiva indicando que os alunos devem fazer conexões e relações com a

Matemática. Eles apontam que os estudantes conseguem fazer essas relações ao resolver problemas matemáticos no contexto no qual estão inseridos.

Cabe salientar que essas relações, muitas vezes não compreendidas pelos estudantes, são de extrema importância, necessitando, dessa forma, de uma orientação do professor. Além disso, esse processo só é possível quando o aluno está motivado a aprender. Atualmente, observa-se, por parte dos alunos, grande desinteresse em compreender os conteúdos estudados. Os alunos estudam para passar e progredir em suas carreiras ao invés de se proporem a aprender de forma significativa. Esse fato pode-se observar na pesquisa realizada por Corica (2009), intitulada *Aprender Matemática en la Universidad: la perspectiva de estudiantes de primer año.*

Entretanto, na pesquisa realizada por Vrancken e Engle (2014), percebeu-se o oposto, os alunos mostraram-se receptivos tanto na resolução das atividades propostas quanto nas etapas de discussão. Os estudantes usaram estratégias relacionadas ao pensamento variacional, o que os motivou a mobilizarem seus conceitos, já internalizados, na estrutura cognitiva. Para Ausubel (1968) o aprendiz deve manifestar uma disposição de relacionar o novo material de maneira substantiva e não-arbitrária a sua estrutura cognitiva.

No entanto, é preocupante essa busca por novas metodologias para facilitar a aprendizagem, pois segundo o trabalho desenvolvido por Guimarães (2019), denominado *Novas tendências de aprendizagem em Engenharia: o aluno como protagonista na produção do conteúdo curricular na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral,* que teve como objetivo elencar habilidades dos discentes na intenção de desenvolver a função autônoma de protagonista de seu aprendizado, revelou que é necessária uma mudança de comportamento nos espaços acadêmicos.

A autora, indicou que embora os discentes continuem gerando muitas críticas ao tradicional modelo de ensino e aprendizagem, o que lhe confere total legitimidade, não significa dizer que os mesmos estejam preparados para assumir uma postura responsável pelo desenvolvimento de seu aprendizado. Essa pesquisa foi realizada com 102 discentes do curso de Engenharia Civil, com o coordenador do curso e com o gestor acadêmico.

A partir do exposto, entende-se que cabe ao corpo docente de cada curso buscar autonomia para se criar uma cultura acadêmica em que o estudante se sinta responsável pelo próprio conhecimento, tornando o processo de aprendizagem enriquecedor cognitivamente e afetivamente. Segundo Santarosa e Moreira (2011), estudos relacionados a tópicos específicos do Cálculo estão sendo desenvolvidos por pesquisadores da área do Ensino de Física, para dar conta das dificuldades no aprendizado de conteúdos matemáticos.

Essa pesquisa discorre, com vista a aprendizagem do estudante, de proporcionar uma autonomia na construção do conhecimento. Pretende-se, ao apresentar situações familiares à profissão do engenheiro ambiental e sanitário, despertar seu interesse pelos conteúdos envolvidos em tais situações.

2.3 Conhecimento prévio

Durante as últimas três décadas, estudos apontam para a importância dos conhecimentos prévios quando se pretende atingir uma aprendizagem significativa. Na pesquisa realizada, foram realizados estudos que conciliam a investigação por conhecimento prévio a mapas mentais e/ou conceituais, a questionários e sequências didáticas. Os estudos não estão restritos ao ensino superior, pois abrangem também o ensino secundário (sendo este em maior quantidade) como mostra a pesquisa de Klein e Costa (2011) intitulada *Investigando as Concepções Prévias dos Alunos do Segundo Ano do Ensino Médio e seus Desempenhos em Alguns Conceitos do Campo Conceitual de Trigonometria.*

As autoras objetivam aplicar uma metodologia fundamentada em Teorias de Aprendizagem para promover uma aprendizagem significativa no campo conceitual da trigonometria. Klein e Costa (2011) propõem um procedimento baseado na pesquisa prévia do professor sobre as concepções que os alunos trazem sobre a trigonometria. O estudo foi realizado com 28 alunos de uma turma secundária do Ensino Médio e baseou-se nas Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de David Ausubel e na Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Gérard Vergnaud.

A Teoria da Aprendizagem Significativa proposta por David P. Ausubel e continuada, interpretada e complementada por Joseph D. Novak (Ausubel, Novak, & Hanesian, 1978) e D. Bob (Gowin, 1981) tem, como ideia mais importante, considerar aquilo que o aprendiz já sabe.

Segundo Ausubel (1978), a Teoria da Aprendizagem Significativa pode ser resumida na seguinte proposição: “Se tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a um só princípio, diria o seguinte: o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. Averigue isso e ensine-o de acordo”. (p. 4)

Para Vergnaud, existe a premissa de que o conhecimento está organizado em campos conceituais. E, segundo ele:

> Campo conceitual é um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição (VERGNAUD, 1982, p. 8).

Klein e Costa (2011) conseguiram estabelecer uma convergência entre essas duas teorias de aprendizagem e concluíram que é possível afirmar que a identificação dos conhecimentos prévios e dos conhecimentos-em-ação, nas situações propostas, resultou em uma significativa mudança de postura, tanto do professor como do aluno. No trabalho de tese está sendo descrito, buscou-se esse conhecimento prévio por meio de um Mapa Mental Livre e um Mapa Mental Direcionado, diferentemente dos resultados obtidos por Klein e Costa (2011), que perceberam que os alunos se sentiam participantes do processo. Vários estudos vêm demonstrando que grande parte dos alunos não percebe a matemática como uma área extremamente aplicável no cotidiano, mas sim entendem-na de forma mecânica.

Zompero, Sampaio e Vieira (2016) também preocupadas com a aprendizagem na educação básica, desenvolveram um estudo intitulado *Investigação da transferência de significados na abordagem da aprendizagem significativa utilizando atividades investigativas.* Estudo esse, aplicado a trinta e dois alunos do 6º ano do ensino fundamental com idade entre 11 e 12 anos. As autoras analisaram a transferência de significados na perspectiva de Ausubel (2000) mediante a aplicação de atividades investigativas para problemas aplicados aos estudantes.

O estudo de Zompero et al. (2016) ainda apontou que o desempenho dos estudantes no processo de transferência não depende efetivamente do acesso inicial ao conteúdo. Assim, mesmo nas atividades investigativas aplicadas com base em conteúdos em que os alunos não tiveram acesso, foi possível averiguar que eles apresentaram resultados satisfatórios.

Silveira (2014) com a pesquisa intitulada *Ensinando e investigando o uso de mapas conceituais como recurso didático facilitador da aprendizagem significativa em Ciências Naturais no ensino fundamental*, buscou compreender a contribuição do

Mapa Conceitual para o processo de aquisição de conceitos científicos, atuando como recurso facilitador da aprendizagem de temas das Ciências Naturais. Com base na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel e nos aportes teóricos de Novak e Gowin (1999), Novak (2000) e Moreira (2003) aplicou sua pesquisa a alunos da 6ª, 7ª e 8ª séries do ensino fundamental.

Os dados iniciais são provenientes da avaliação diagnóstica (AD) sobre o tema proposto para cada série, com o objetivo evidenciar os conhecimentos prévios dos alunos. A avaliação AD constituiu-se de 20 questões associadas aos indicadores de aprendizagem. Os resultados deixaram evidentes que as fragilidades e potencialidades presentes no desenvolvimento do raciocínio do aluno estavam presentes no ensino centrado na negociação de significados ao se utilizar os mapas conceituais.

Grande parte dos artigos encontrados por meio da categoria *Conhecimento Prévio* convergiu para pesquisas na área da educação básica, no entanto, foram encontradas algumas pesquisas que abordam a preocupação com a aprendizagem no ensino superior, que foi o caso do trabalho desenvolvido por Jaques, Oda e Gomes (2007).

A pesquisa conduzida por estes autores teve como objetivo demonstrar o mapa mental como ferramenta pedagógica que auxilia no processo de ensino-aprendizagem. Aplicada a professores e alunos de cursos de Enfermagem, Fisioterapia e Pedagogia, concluiu que o uso de mapas conceituais corrobora para que as atividades em sala de aula ocorram de forma organizada, colaborativa e integrada.

Fürstenau, Kneppers e Dekker (2012) optaram por desenvolver seu trabalho em dois momentos: realizando um teste de conhecimento antes e depois da aplicação do conteúdo, o que possibilitou realizar um mapeamento conceitual. Com a pesquisa intitulada *Concept mapping and text writing as learning tools in problem-oriented Learnung,* os autores constataram que em ambos os estudos os grupos não diferiram significativamente nos escores pré-teste e pós-teste. No entanto, cabe salientar que o mapeamento dos conhecimentos prévios dos estudantes vem a ratificar a importância da elaboração de atividades a partir do que o estudante já sabe.

A pesquisa realizada por Salamanca-Avila, Borght e Frenay (2012) intitulada *Analisis del contenido y la estructura de las representaciones a partir de mapas conceptuales,* vem ao encontro do trabalho realizado por Stefenon et al. (2019) que aborda o uso de Mapas Mentais Livres e Direcionados. Salamanca-Avila et al. (2012)

afirmam que no processo de construção de um mapa conceitual, existem dois cenários possíveis: o indivíduo é livre para escrever os conceitos, ou parte de uma lista de conceitos entre os quais uma escolha deve ser feita. Tem-se então uma associação livre e uma seleção de conceitos, como os autores identificaram.

Salienta-se ser extrema importância a identificação dos conhecimentos prévios dos alunos e/ou das relações que os mesmos fazem com os assuntos envolvidos nos estudos, pois segundo Salamanca-Avila et al. (2012) eles podem ser muito úteis na determinação de “representações preexistentes” e no monitoramento de sua evolução ao longo de um curso.

Segundo Santarosa e Moreira (2011), as dificuldades oriundas da falta de conhecimentos prévios são detectadas exatamente na fase transitória do ingresso na academia e, se não resolvidas ainda nesta etapa, comprometem a aprendizagem ao longo de toda a graduação.

Cabe ressaltar, ainda, que essas relações devem estar associadas ao conteúdo em estudo. É função do professor intermediar e apresentar estratégias para tratar os conhecimentos prévios dos alunos, como mostra o estudo de caso apresentado por Teixeira e Sobral (2010) denominado *Como novos conhecimentos podem ser construídos a partir dos conhecimentos prévios: um estudo de caso.*

Deve-se considerar não só relações ligadas diretamente ao conteúdo estudado, mas também, conteúdos fundamentais para que se tenha uma boa formação específica. Rehfeldt, Nicolini, Quartieri e Giongo (2012) realizaram um estudo para investigar os conhecimentos prévios por meio da problematização do currículo das disciplinas que compõem o ensino de ciências exatas.

Esse trabalho denominado *Investigando os conhecimentos prévios dos alunos de Cálculo do Centro Universitário - UNIVATES,* mostrou que os alunos apresentaram maior capacidade de leitura e interpretação de gráficos, de realização de cálculo utilizando quantidades que envolvessem grandezas inversamente proporcionais. No entanto, o maior déficit foi apresentado em questões referentes às propriedades e logaritmos, em situações-problema envolvendo conceitos de trigonometria e cálculo de potência e raízes.

Percebe-se nessas pesquisas a imensa importância em investigar os conhecimentos prévios dos alunos para que o professor consiga estruturar sua metodologia, a fim de corrigir o desprovimento de conteúdos essenciais para facilitar aprendizagem significativa.

No entanto, o professor deve ser capaz de perceber os sinais de compreensão dos alunos. Pensando nisso, Sánchez-Matamoros, Fernández e Linares (2014) desenvolveram a pesquisa intitulada *Developing pre-service teachers' noticing of students' understanding of the derivative concept.* O trabalho examinou o desenvolvimento de capacidades de professores em identificar a compreensão dos alunos em relação ao conceito de derivada. Os autores concluíram que descrições detalhadas permitem identificar os conteúdos assimilados pelos estudantes.

A busca por pesquisas com foco nos conhecimentos prévios na área da Engenharia Ambiental e Sanitária leva a uma preocupação no sentido de que há uma certa inquietação com o grande número de reprovações e/ou desistências na disciplina de Cálculo Diferencial. No entanto, foi encontrado apenas um trabalho que relata a preocupação em avaliar os conhecimentos prévios dos estudantes de Engenharia Ambiental e Sanitária. Percebe-se que esse tipo de pesquisa fica restrito a eventos específicos da área da Engenharia não ficando evidente em periódicos de ensino.

A pesquisa apresentada por Gasparin et al. (2014) intitulada *O impacto do Cálculo Diferencial e Integral nos alunos ingressantes dos cursos de Engenharia* teve por objetivo identificar os conteúdos básicos de matemática que os ingressantes em cursos de engenharia possuem. A pesquisa foi realizada com 42 alunos calouros de uma Universidade Tecnológica Federal do estado do Paraná, Brasil. A proposta foi verificar os conhecimentos prévios sobre conteúdos específicos de matemática básica, importantes para o desenvolvimento da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral.

Os autores optaram por aplicar um questionário com questões do ensino fundamental e médio. Após a aplicação do questionário foram realizadas as tabulações dos dados com os quais pode-se verificar quais os conteúdos mais marcantes e que pudessem influenciar na aprendizagem do conteúdo de Cálculo.

A pesquisa mostrou que a grande dificuldade de alunos dos cursos de engenharia, dentre as quais encontra-se a Engenharia Ambiental e Sanitária, é a dificuldade em expressar matematicamente o raciocínio e a linguagem específica. Outra grande dificuldade demonstrada pelos alunos foi em relação ao conteúdo de função, alicerce da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral.

A pesquisa que gerou a presente tese preocupou-se com o atual cenário do curso de Engenharia Ambiental e Sanitária, mais especificamente, no ensino e aprendizagem do conteúdo de derivada que permeia grande parte da disciplina de Cálculo. Em virtude disso, entendeu-se que quando o aluno se identifica com situações familiares, tende a sentir uma maior motivação para o desenvolvimento das atividades.

2.4 Relação Matemática e Física

Estudos mostram que a relação da Matemática com a Física ainda é concisa. As pesquisas indicam essa relação, no entanto, não foram encontradas associação direta com a Engenharia Ambiental e Sanitária.

Ataíde e Greca (2013) apontam a importância da compreensão não apenas dos conceitos e das técnicas matemáticas isoladamente, mas sim da formalização matemática ligada à construção dos conceitos para que a aprendizagem ocorra de forma significativa. Essa investigação intitulada *Estudo exploratório sobre as relações entre conhecimento conceitual, domínio de técnicas matemáticas e resolução de problemas em estudantes de licenciatura em Física*, indica uma forte relação entre a resolução de problemas e o papel da Matemática na construção do conhecimento físico. Além disso, Ataíde e Greca (2013) afirmam que nos níveis mais avançados do ensino, a necessidade de descrever os fenômenos físicos, segundo uma determinada teoria ou mesmo resolver problemas referentes a ela, requerem tanto a compreensão da teoria quanto sua formulação matemática.

Hestenes (2003) acresce que os estudantes deveriam ser capazes de identificar as propriedades físicas que servem para descrever os fenômenos e relacioná-las com as variáveis quantitativas que as representam. Considerando o caráter interpretativo da Matemática e a concebendo como uma linguagem, Pinheiro, Alves Filho e Pietrocola (2002) afirmam que “[...] sua maior importância está no papel estruturante que ela pode desempenhar quando do processo de produção de objetos que irão se constituir nas interpretações do mundo físico”. (p. 100)

Nesse mesmo contexto, Leite, Ferreira e Scrich (2009) exploram conteúdos matemáticos a partir de temas ambientais, relacionando conteúdos específicos de matemática com situações do dia a dia. Em sua pesquisa, intitulada *Explorando conteúdos matemáticos a partir de temas ambientais*, os autores exploram a utilização da modelagem matemática para relacionar a Matemática com questões ambientais e apresentam três modelos de problemas, um para cada nível de ensino (superior, médio e fundamental). Os autores consideram relevante relacionar modelos matemáticos com temas ambientais, sobretudo pela importância e necessidade formar profissionais com poder de argumentação por meio de um pensamento reflexivo e crítico.

A pesquisa realizada por Haili, Maknun e Siahaan (2017) nominada *Problem solving based learning model with multiple representations to improve student's mental modelling ability on physics* e desenvolvida no *Department of Physics Education, Indonesia University of Education*, Bandung aponta que a Física está relacionada à experiência diária dos alunos. Logo, os estudantes já têm uma visualização e conhecimento prévio sobre fenômenos naturais e poderiam ampliá-lo. Por sua vez, o processo de aprendizagem em sala de aula deve ter como objetivo detectar, processar, construir e usar modelos mentais dos alunos. Acredita-se que relacionar o conhecimento prévio de fenômenos físicos com outras áreas de conhecimento facilitaria o processo de ensino e aprendizagem.

Da mesma forma, Ataíde e Greca (2012) apontam que a relação entre Matemática e Física dificilmente é apresentada com clareza. Na pesquisa realizada pelas autoras, elas examinam a construção histórica dessa relação. São apresentados resultados de um estudo empírico sobre como essas relações são percebidas entre os estudantes de graduação de um curso de Física.

Em outra publicação, Ataíde e Greca (2013) apontam para relações significativas entre o desempenho dos alunos na resolução de problemas e a visão epistêmica que eles mantêm. Redish (2005) reforçou essa ideia, enfatizando que, embora a Matemática possa ser a linguagem da ciência, “matemática em física é um dialeto distinto desse idioma”. (p. 21)

Para essas autoras, os alunos devem ser capazes de identificar as propriedades físicas usadas para descrever os fenômenos no processo de modelagem e relacioná-los às variáveis quantitativas que os representam, melhorando assim sua compreensão da Física e da Matemática. Seus estudos comprovaram que os alunos têm uma visão da Matemática como uma ferramenta para o estudo da Física, ao invés de encontrar uma relação estreita entre a Matemática e a Física, o que dificulta o processo de aprendizagem.

Essa estreita relação deve ser estendida para os cursos que utilizam a Matemática e a Física como instrumentos para desempenhar melhor suas tarefas. Na pesquisa desta tese a intenção foi de verificar como se dá essa relação em um curso de Engenharia Ambiental e Sanitária.

No Brasil, há um déficit na formação adequada dos engenheiros (Pinto, Portela, Oliveira, & Silveira, 2010) apesar de aperfeiçoamentos na legislação, com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei n. 9394/96); e com a Resolução n. 11/2002 do Conselho Nacional de Educação que estabeleceu as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) para os cursos de Engenharia. Para formar engenheiros com conhecimento técnico, competências gerais e específicas, nessa pesquisa pensou-se que uma alternativa no ensino é oportunizar condições que favoreçam uma aprendizagem significativa.

> A essência do processo de aprendizagem significativa é que ideias simbolicamente expressas sejam relacionadas, de maneira substantiva (não-literal) e não-arbitrária, ao que o aprendiz já sabe, ou seja, a algum aspecto de sua estrutura cognitiva especificamente relevante (i.e., um subsunçor) que pode ser, por exemplo, uma imagem, um símbolo, um conceito ou uma proposição já significativos (Ausubel et al., 1978a, p. 41).

Revisando a literatura, percebe-se que são poucas as pesquisas envolvendo o ensino na Engenharia Ambiental e Sanitária, necessitando uma atenção especial por parte dos professores para promover uma aprendizagem significativa nessa área.

Para Ausubel, aprendizagem significa organização e integração do material na estrutura cognitiva, onde baseia-se na premissa de que existe uma estrutura na qual a organização e a integração se processam. É a estrutura cognitiva, entendida como conteúdo de ideias de um certo indivíduo e sua organização (Ausubel, 1968). Poderíamos relacionar os conhecimentos prévios dos estudantes com subsunçores que segundo Ausubel (2000), são ideias que funcionam como âncora de outros conhecimentos na estrutura cognitiva e facilitam o processo de assimilação. Pode-se perceber, com essa revisão da literatura, que há pouco movimento para estabelecer estratégias de ensino de Cálculo, particularmente em cursos de Engenharia Ambiental e Sanitária; a grande maioria das pesquisas realizadas ficam no âmbito do ensino secundário. Sabe-se que a evasão e/ou reprovação é crescente, constatando-se que mais pesquisas precisam ser realizadas para traçar mecanismos que favoreçam uma aprendizagem significativa e diminuam reprovações e evasões.

No processo de ensino e aprendizagem de engenharia, é extremamente importante compreender de que forma o estudante se apropria do conhecimento de Cálculo. Com o avanço nas pesquisas nessa área, fica clara a necessidade de relacionar áreas de conhecimento e conceitos que podem ser construídos a partir de elementos relacionados como propriedades e experimentos (inclusive fora do contexto matemático) a fim de colaborar com o aluno para este perceber o real significado do conteúdo estudado e, por consequência, facilitar o processo de ensino e aprendizagem. Tendo em vista um aprimoramento no ensino e aprofundamento no conhecimento referente ao Cálculo, essa revisão de literatura pretendeu mostrar caminhos que indicam em quais direções as pesquisas apontam a fim de buscar soluções para o sucesso na aprendizagem do conteúdo da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de Engenharia Ambiental e Sanitária.

No entanto, percebeu-se poucos estudos relacionados à construção do conceito de Derivada, principalmente os que se referem ao ensino e aprendizagem em um curso de Engenharia Ambiental e Sanitária.

2.5 Resultados e contribuições

Após breve relato dos trabalhos selecionados, pode-se verificar ações que permearam grande parte das pesquisas consultadas (Figura 2.2).

Figura 2.2: Ações que permearam as pesquisas

Essas ações revelaram que as maiores preocupações no ensino superior por parte dos alunos, são as dificuldades encontradas ao ingressarem em cursos que necessitem de conteúdos de matemática básica

Grande parte dos alunos apresentam carências quanto à formação básica, em particular as que estão relacionadas com produtos notáveis, funções e manipulações algébricas, pois ocasionam erros na resolução da atividade algébrica e geométrica.

Destaca-se na primeira categoria, que tratou da Aprendizagem Significativa no Ensino Superior, que os trabalhos T2, T4, T10, T13, T16, T17, T25 e T31 atentam para a importância de as atividades propostas serem contextualizadas por meio de questionários, mapas conceituais e aplicação de situações-problema. Essas pesquisas retratam cenários em que o aluno está inserido para obterem informações que possam direcionar na busca de um possível entendimento sobre o ensino de derivada obtendo, dessa forma, indícios de aprendizagem significativa.

Diversos enfoques teóricos e metodológicos foram utilizados nessas pesquisas com o objetivo de sanar dificuldades e auxiliar os alunos na compreensão de conceitos abordados na disciplina de Cálculo.

As autoras do trabalho T16 ressaltam que, além de metodologias e estratégias de ensino diferenciadas, são necessárias mudanças na proposta curricular dos cursos de Engenharia Ambiental e Sanitária, pois os estudantes não percebem a aplicabilidade do Cálculo na sua formação.

Diversos aspectos foram abordados em relação a metodologias e análise de situações-problema sempre com o intuito de motivar o estudante para a aprendizagem.

Na segunda categoria percorrida, Ensino de Cálculo Diferencial na Engenharia Ambiental e Sanitária, pode-se observar uma escassez em trabalhos direcionados para cursos de engenharia ambiental e sanitária, em comparação com outras áreas de interesse. Desta forma, levou-se em consideração os trabalhos voltados para cursos de Engenharia, de um modo geral, pois forneceram subsídios para o desenvolvimento da pesquisa, em uma engenharia específica, no que se refere à construção de uma sequência didática.

Independente do referencial teórico e da metodologia de ensino utilizada pelos pesquisadores, é importante observar que todos convergiram para o mesmo propósito

- ensino e aprendizagem de Cálculo – que é fundamental para estudantes que ingressam em um curso superior na área tecnológica.

Os trabalhos T6 e T9 ressaltam a importância de fazer conexões, nas situações-problema, entre o conteúdo a ser estudado e o contexto no qual o estudante está inserido. A pesquisa divulgada em T32 acrescenta, ainda que a disciplina de Cálculo seja vista como abstrata e sem aplicabilidade, a proposta de um curso de nivelamento aos alunos ingressantes e salienta a importância de uma escolha adequada das atividades para despertar o interesse dos educandos.

Além disso, observou-se que as pesquisas T1, T18 e T26 sinalizam a importância de mudanças de comportamento nos espaços acadêmicos, tanto pelos discentes quanto pelos docentes. As pesquisas desenvolvidas em T7 e T19 ratificam a importância de estratégias bem elaboradas, pois afirmam que mesmo os estudantes sabendo de seu déficit na matemática básica, não demonstram iniciativas de saná-las.

Os trabalhos T8 e T29, utilizaram a análise documental para promover uma discussão em relação aos principais obstáculos enfrentados pelos estudantes na aprendizagem dos conteúdos de Cálculo. Segundo Masola e Allevato (2016), são recomendados recursos e ações que relacionam as atividades de aula com o cotidiano profissional do aluno e que apresentem níveis diferenciados de dificuldade.

Ainda, na mesma categoria analisada, pode-se perceber a carência de pesquisas que agregam a Teoria da Aprendizagem Significativa, a Teoria dos Campos Conceituais e o ensino de derivada para cursos de Engenharia Ambiental e Sanitária. Diante disso, a proposta da pesquisa realizada foi utilizar essas teorias para conectar o futuro engenheiro ambiental com situações que representam essa profissão.

A terceira categoria revela pesquisas que abordam o conhecimento prévio do estudante e percebeu-se que esse tipo de pesquisa não está restrito ao Ensino Superior. Vários estudos estão acontecendo com o objetivo de investigar os conceitos prévios na Educação Básica, o que pode ser observado nos trabalhos T3, T5, T11, T14 e T28.

Além disso, as pesquisas apontam que a investigação dos conhecimentos prévios, associada à construção de Mapas Conceituais é útil para determinar as representações preexistentes e auxiliar na composição do conteúdo. Tal fato colabora para que as atividades sejam mais organizadas, colaborativas e integradas, o que mostra os estudos realizados por T22, T24, T27 e T30.

Um aspecto identificado também, foi a importância de examinar o desenvolvimento da capacidade de professores em identificar a compreensão dos alunos em relação ao conceito de derivada. A pesquisa realizada no T20 mostrou mudanças na habilidade dos professores em avaliar os mapas conceituais, indicando que com descrições detalhadas, o professor identifica um número maior de conceitos assimilados.

Na última categoria analisada – Relação da Matemática e Física – os trabalhos analisados T12, T15, T21 e T23 mostraram-se preocupados em como os alunos relacionam conceitos matemáticos com a Física. Eles citam que a Física está associada às experiências diária dos alunos, discutem como o entendimento dessa associação influencia no entendimento dos conceitos de Física. Os autores mencionam que a resolução de problemas juntamente com a Matemática constrói uma forte relação na construção do conhecimento científico.

Os trabalhos analisados nessa revisão de literatura fazem um aparato geral sobre metodologias, obstáculos e ações para que os alunos consigam compreender de fato o conteúdo de Cálculo. No entanto, não foram encontradas pesquisas especificamente para cursos de Engenharia Ambiental e Sanitária baseadas na Teoria da Aprendizagem Significativa e na Teoria dos Campos Conceituais.

Os estudos apresentados evidenciam a necessidade de novas pesquisas como forma de investigar estratégias e alternativas para o ensino de Cálculo, principalmente do conteúdo de derivada, para que o estudante consiga compreender a relação da Matemática com fenômenos físicos. Entende-se que ao trabalhar com situações reais e familiares à profissão de Engenheiro Ambiental e Sanitário, estudantes possam relacionar e interpretar informações que possibilitem o desenvolvimento do pensamento crítico e reflexivo.

Mesmo tendo em vista a qualidade incontestável dos trabalhos examinados, compreende-se que a pesquisa feita se torna diferenciada desses trabalhos, por investigar se a relação da Matemática com a Física para cursos de Engenharia Ambiental e Sanitária tem influência na construção do conceito de derivada, inclusive tornando-se contribuidora para o crescimento do Ensino em Ciências de um modo geral.

CAPÍTULO 3

BASES TEÓRICAS DA PESQUISA

Capítulo 3 - Bases Teóricas da Pesquisa

Este capítulo tem como objetivo apresentar e discutir as bases teóricas desta investigação; para isso foi organizado em dois momentos distintos.

Inicialmente, é feita uma retomada sobre a importância do Ensino de Cálculo na formação profissional de sujeitos ligados à área tecnológica, em especial, no curso de Engenharia Ambiental e Sanitária, foco desta investigação.

No segundo momento do capítulo, são apresentadas as bases conceituais ligadas as Teorias de Aprendizagem que deram suporte teórico para a construção deste estudo investigativo. São discutidos os conceitos centrais da Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Vergnaud e da Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de Ausubel evidenciando o modo como ambas contribuíram para a concretização desta tese.

3.1 Cálculo no ensino superior: algumas considerações

Como já foi destacado, devido ao baixo rendimento nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral nos últimos anos, os processos de ensino e aprendizagem têm sido foco de estudo em várias áreas de ensino (Rezende, 2003). É necessária uma intervenção imediata para que os profissionais que são formados saiam aptos e críticos na resolução de problemas. Há uma tendência entre os professores de curso superior em adiar conceitos essenciais na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, principalmente no que diz respeito à derivada, foco da pesquisa feita. Provavelmente, isto acontece pelo fato de os professores de nível superior acreditarem que ao ingressar na universidade o estudante estaria motivado para a aprendizagem, pois ingressou em um curso de sua escolha supondo habilidades para a área escolhida. No entanto, não é isso que se percebe, constantemente docentes deparam-se com alunos imaturos e desmotivados, sem predisposição em aprender, o que torna o processo de aprendizagem mais difícil. Cabe salientar ainda, que as dificuldades na aprendizagem de conceitos matemáticos enfrentadas pelos alunos das universidades muitas vezes são oriundas da dificuldade em expressar o seu raciocínio em linguagem matemática e por não conseguir interpretar o problema proposto.

Santarosa (2013) enfatiza que no Ensino Superior estamos formando aplicadores, não geradores, de conhecimento. Acrescenta que ainda que consigamos ensinar os alunos a resolverem mecanicamente alguns cálculos e alguns problemas-padrão é difícil fazê-los compreender satisfatoriamente os conceitos centrais desse campo da Matemática.

Devido à enorme aplicabilidade da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral no primeiro ano dos estudantes de um curso de Engenharia Ambiental e Sanitária, público alvo desta pesquisa, o professor deve estar constantemente em busca de novas metodologias para que o ensino e a aprendizagem desse conteúdo matemático seja abordado de maneira satisfatória e passe a ser a principal ferramenta para análise e compreensão dos processos e fenômenos físicos onde ocorrem movimentos e variações.

Acredita-se que mudar o foco do ensino de Cálculo, principalmente no que diz respeito à derivada, na aplicabilidade das ideias fundamentais para resolver situações-problema no contexto da realidade do aluno, ao invés de enfatizar o treinamento em habilidades e técnicas rotineiras, estaria contribuindo na formação de um engenheiro moderno, levando-o ao raciocínio crítico, à capacidade de trabalho coletivo, a solucionar problemas em sua profissão e habilitá-lo a frequentes mudanças tecnológicas.

O conteúdo da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, mais precisamente da derivada, constitui uma importante ferramenta para o trabalho do Engenheiro Ambiental e Sanitário, cujas técnicas desenvolvidas possibilitarão ao futuro profissional modelar situações reais. A ampla aplicabilidade da derivada permite ao professor, ao lecionar a disciplina, relacionar a Matemática com fenômenos físicos presentes no contexto do Engenheiro Ambiental e Sanitário, tornando o conteúdo mais próximo do âmbito dessa profissão.

A origem da palavra Cálculo, vem do latim "*Calculus*" que significa pedra, utilizada para contagem na Roma antiga. Atualmente, o Cálculo é um sistema de métodos para resolver problemas quantitativos e está dividido em Cálculo Diferencial, relacionado às derivadas e Cálculo Integral que aborda o estudo das integrais. O conceito da derivada representa um dos obstáculos dentre os vários que dificultam o ensino e o aprendizado de Cálculo. Esse conceito foi difundido por Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) e Isaac Newton (1643 -1727).

Newton abordava uma vaga ideia de "velocidade instantânea" e utilizava uma ilustração geométrica da secante que se aproxima da posição de uma tangente por meio de motivações com aplicabilidade à Física. Leibniz, escolheu um caminho diferente ao que foi apresentado por Newton para abordar esse mesmo conceito. Apesar de com resultados equivalentes, baseou-se no conceito de “aproximação assintótica” de funções consideradas como padrões. Com essa abordagem, Leibniz conseguiu sintetizar as principais ideias e métodos do Cálculo (limite, continuidade e derivada). Muitos matemáticos, mesmo sem rigor, já utilizavam conceitos do Cálculo como por exemplo, Cavalieri[6] (1598-1647), Barrow[7] (1630-1677) e Fermat[8] (1601-1665). Mas somente após as descobertas e aperfeiçoamento de Newton e Leibniz, considerados tradicionalmente como os inventores do Cálculo, que surgiram os fundamentos mais importantes do Cálculo: as Derivadas e Integrais. Newton estendeu e unificou os vários processos de Cálculo e Leibniz ligou-os através de uma notação eficaz e de um novo Cálculo operacional.

O desenvolvimento da Derivada está intimamente relacionado à questão das tangentes. O conceito de reta tangente como sendo uma reta que intercepta uma curva em um único ponto, já era conhecido desde o tempo da Grécia Antiga, no entanto, essa ideia era simples quando se considerava a questão da tangente a uma curva, necessitando de um tratamento mais rigoroso. Ao longo da história, vários métodos surgiram para resolver o problema de encontrar a tangente a uma curva em um ponto, Arquimedes[9] e Apolônio[10] utilizavam métodos geométricos.

---

[6] **Francesco Bonaventura Cavalieri** foi um matemático e astrônomo italiano, nascido em 1598 na cidade de Milão. É conhecido principalmente pelo *Princípio de Cavalieri*, que auxilia no cálculo de volumes de sólidos. Professor da Universidade de Bologna, inventou o método dos indivisíveis (1635) abrindo o caminho para a introdução do cálculo integral. Seu último livro foi *Trattato della ruota planetaria perpetua* (1646). Faleceu em Bologna no ano de 1647.

[7] **Isaac Barrow** foi um matemático e teólogo inglês, creditado por suas descobertas na área do cálculo moderno. Nasceu no ano de 1630 em Londres e faleceu no dia 4 de maio de 1677. Tornou-se ministro religioso e ensinava matemática, mas não obteve o devido reconhecimento por suas descobertas na área do cálculo moderno. Editou várias obras dos antigos gregos como Euclides, Apolônio e Arquimedes e suas próprias como Lectiones opticae (1669) e Lectiones geometriae (1670), em ambas já auxiliado por Newton.

[8] **Pierre de Fermat** nasceu no dia 17 de agosto de 1601 na, França, e morreu no dia 12 de janeiro de 1665 em Castres, França. A matemática era o seu passatempo. Em 1636, Fermat propôs um sistema de geometria analítica semelhante aquele que Descartes proporia um ano depois. Um trabalho semelhante conduziu Fermat para descobrir métodos similares para diferenciação e integração por máximos e mínimos. Fermat é mais lembrado pelo seu trabalho em teoria de número, em particular pelo Último Teorema de Fermat.

[9] **Arquimedes** nasceu em Siracusa, na Sicília em 287 a.C., e foi educado em Alexandria, no Egito. Consagrou-se à Matemática, mais especialmente ao estudo da Geometria e da Mecânica, conseguindo descobrir princípios e fazer aplicações que o imortalizaram. Embora Arquimedes seja mais famoso pelo princípio da Hidrostática que traz seu nome, talvez sejam mais notáveis suas investigações sobre a quadratura do círculo, que vem a ser a descoberta da relação entre a circunferência e o seu diâmetro.

[10] **Apolônio de Perga**, matemático grego, chamado "O Grande Geômetra". Viveu durante os últimos anos do século III até princípios do século II a.C. Autor do famoso Tratado das Secções

Com o desenvolvimento da Geometria Analítica, por volta do século XVIII, com a introdução das coordenadas cartesianas por René Descartes (1596-1650) e Pierre de Fermat (1601-1665) ressurgiu o interesse por tangentes a curvas. A utilização de equações para descrever curvas e símbolos algébricos contribuiu para o desenvolvimento do conceito de derivada tornando, ao longo do tempo, um tratamento menos geométrico e mais algébrico facilitando um progresso nas pesquisas acerca de vários conceitos relacionados ao Cálculo como, por exemplo, conceitos de funções, derivadas e integrais.

Fermat conseguiu determinar os pontos de máximo e os pontos de mínimo de uma função por meio de um método algébrico elaborado por ele. Encontrava geometricamente os pontos onde a reta tangente ao gráfico tinha inclinação zero, ou seja, buscava os pontos em que o coeficiente angular da reta tangente era nulo. Isto é, ele comparou o valor de $y = f(x)$ num ponto com o valor $f(x + E)$ num ponto vizinho. Geralmente valores diferentes, mas num máximo ou mínimo de uma curva suave a variação será quase invisível, logo para achar os pontos de máximos e mínimos, Fermat igualava $f(x)$ e $f(x + E)$, percebendo que os valores eram quase idênticos. Quanto menor o intervalo E entre os dois pontos, mais perto chega a uma provável equação. Por isso, Fermat depois de dividir tudo por E fazia $E \rightarrow 0$. Os resultados lhe davam as abscissas dos pontos de máximo e mínimo de $f(x)$.

Nos dias de hoje, podemos descrever esse processo, em termos matemáticos, nos processos de diferenciação, como obter um ponto em que

$$f'(x) = \lim_{E \to 0} \frac{f(x + E) - f(x)}{E} = 0$$

Fermat não tinha o conceito de limite, mas, por outro lado, seu método para achar máximos e mínimos é utilizado até hoje no Cálculo. No entanto, geralmente usa-se o símbolo *h* ou Δx em lugar do E de Fermat.

Foi por meio deste método utilizado atualmente que Fermat foi considerado, por Louis Lagrange (1736-1813), como o inventor do Cálculo. Fermat mostrou que a

Cônicas que é considerado como uma das principais obras científicas da Antiguidade, dando-lhe assim, o direito de ser a mais eminente figura da ciência grega no campo da geometria pura.

derivada $f'(x)$ representava a reta tangente à função $f(x)$ salientando que o método poderia ser empregado a qualquer curva.

Outro matemático que se dedicava a estudos que vinham ao encontro da derivada foi o antecessor de Newton, Isaac Barrow (1630-1677). Barrow utilizou um método, semelhante ao de Fermat, que consistia na determinação do limite de uma corda com os pontos aproximando-se entre si. A estratégia utilizada por Barrow em determinar as retas tangentes a curvas, teve grande impacto no avanço de pesquisas relacionadas à derivada. Seu método, publicado em 1669 em *Lectures on Optics and Geometry,* faz uso do triângulo diferencial, conhecido como triângulo diferencial de Barrow.

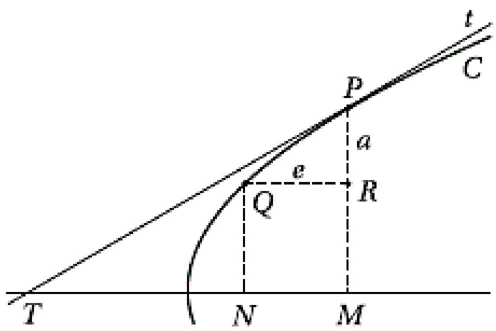


Figura 3.1: Método de Barrow e a reta tangente
Fonte: Carvalho (2020).

O método de tangentes utilizado por Barrow (Figura 3.1) é análogo ao usado no cálculo diferencial, semelhante ao utilizado por Fermat, no entanto Barrow utilizava duas quantidades, diferentemente de Fermat que usava somente a letra E (única de Fermat). Nos dias de hoje essas letras são equivalentes a Δx e Δy. A regra das tangentes proposta por Barrow pode ser descrita do seguinte modo:

Se *M* é um ponto sobre uma curva dada por uma polinomial $f(x, y) = 0$, e se *T* é um ponto de intersecção da tangente desejada *MT* com eixo *x*, então Barrow marcava um “arco infinitamente pequeno *MN* da curva”. Então, traçava as ordenadas por *M* e *N* e por *M* uma reta *MR* paralela ao eixo *x*. Após, designando por *m* a ordenada conhecida em *M*, por *t* a subtangente desejada *PT* e por *a* e *e* os lados vertical e horizontal do triângulo *MRN,* considerando os pontos *N* e *S* muito próximos, o triângulo proposto pelo matemático observada que a razão de *a* para *e* é igual à razão de *M* para *T.*

Em termos matemáticos, o cálculo pode ser representado como:

$$\frac{RS}{MR} = \frac{PM}{TP}$$

Como $OT = OP - TP$ temos que:

$$OT = x - \frac{e}{a}PM = x - \frac{e}{a}y$$

Após encontrar a medida OT, marca-se o ponto T e é possível traçar a tangente por T e M, pois os valores x e y do ponto M são conhecidos. A partir daí deve ser calculado o valor de $\frac{e}{a}$.

Barrow compreendia que a derivada e a integral, cujos primeiros estudos tiveram início com Arquimedes (287-212 a.C.), que se ocupava principalmente pelo *Método de Exaustão*, eram processos complementares, um o inverso do outro. Apesar de Barrow estar trabalhando para uma formalização do Cálculo, nunca afirmou explicitamente o teorema fundamental do Cálculo. Coube a Newton, discípulo de Barrow, continuar este trabalho e fazer a primeira afirmação explícita do teorema.

Newton direcionou seus estudos sobre Cálculo pensando na taxa de variação ou fluxo de quantidades variáveis continuamente ou fluentes, tais como áreas, volumes, distâncias e temperaturas. Uma das descobertas importantes de Newton em relação ao estudo de Cálculo foi o Método dos Fluxos ou das Fluxões, O método descrito na obra *Method of Fluxions* foi publicado somente em 1736, 65 anos após ser escrito, tratava de uma curva gerada pelo movimento contínuo de um ponto no tempo, em geral com quantidades variáveis, muito útil como instrumento para auxiliar os estudos sobre Mecânica. A uma quantidade variável ele dava o nome de *fluente* (uma quantidade que flui com o passar do tempo) e à sua taxa de variação dava o nome de *fluxo* do fluente. Se um fluente, como a ordenada do ponto gerador, era indicado por y, então o fluxo desse fluente era denotado por y. Atualmente a notação desse fluxo é equivalente a $\frac{dy}{dt}$, onde t representa o tempo.

Newton considerava o movimento como a base fundamental para o estudo de curvas, sendo assim, quando criou o *Método de Fluxões*, levou em consideração as velocidades horizontal e vertical que eram as fluxões de x e y associadas ao fluxo do tempo. Os fluentes eram x e y. Atualmente, essa notação corresponde a derivada de x com relação ao tempo, ou apenas $x'(t)$ e de forma análoga a derivada de y em relação ao tempo ou simplesmente $y'(t)$. Cabe salientar que as notações propostas por Newton, ao longo dos anos foram esquecidas, prevalecendo a notação criada por Leibniz.

Diferentemente de Newton, Leibniz desenvolveu seus estudos sobre a derivada baseado não em movimentos e sim em quantidades infinitamente pequenas, considerava as variáveis como percorrendo sequências de valores infinitamente próximos, introduziu a notação dx e dy como a diferença entre esses valores sucessivos.

Enquanto o cálculo newtoniano evidenciava conceitos da geometria, o cálculo leibniziano se desenvolveu mais em direção à análise, à manipulação com as fórmulas, independentemente de figuras e de interpretação geométrica.

Muitos matemáticos contribuíram para o desenvolvimento do Cálculo e sustentavam-se na teoria proposta por Leibniz, onde consideravam problemas baseados nos infinitesimais com valores infinitamente pequenos. Como havia divergências de opiniões, surgiu a necessidade de uma base conceitual mais rigorosa para o Cálculo, proposto por Leonhard Euler (1707-1783) por volta do século XVIII. A ideia, apresentada por Euler, trazia conceitos de função e limites que foram fundamentais para modificar o cálculo proposta por Newton e Leibniz, que se baseava em variáveis e infinitesimais para a teoria de funções e suas derivadas. A proposta abordada por Euler, é atualmente a que conhecemos como Análise.

O conceito de derivada utilizado atualmente foi proposto por Augustin-Louis Cauchy (1789-1857) ao apresentar uma fundamentação completa do Cálculo utilizando o limite, continuidade e derivada em três de seus livros em 1821, 1823 e 1829.

Na obra *Résumé des leçons données a l'Ecole Royale Polytechnique sur le calcul infinitesimal*, Cauchy (1823 como citado em Baron & Bos, 1985) salienta:

> [...] a forma da nova função que serve como limite da razão $\frac{f(x+i)-f(x)}{i}$ dependerá da forma da função inicial $y = f(x)$. Indicamos essa dependência nomeando a nova função de função derivada, designando-a pelo uso de um apóstrofo na notação: y'ou $f'(x)$. (p. 49)

No cálculo moderno, Stewart (2016) aborda em seu livro *Cálculo* o conceito de derivada por meio de dois problemas clássicos. O problema de encontrar a reta tangente a uma curva e o problema de encontrar a velocidade de um objeto envolvem determinar o mesmo tipo de limite. Este tipo especial de limite é chamado *derivada* e pode ser interpretado como uma taxa de variação muito utilizada na engenharia.

O problema da tangente: A palavra *tangente* vem do latim *tangens*, que significa “tocando”. Assim, uma tangente a uma curva é uma reta que toca a curva. Em outros termos, uma reta tangente deve ter a mesma direção que a curva no ponto de contato. Para um círculo, pode-se simplesmente, como Euclides, dizer que a tangente é uma reta que intercepta o círculo uma única vez, conforme a Figura 3.2.

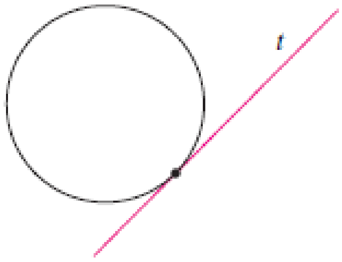


Figura 3.2: Reta tangente no círculo
Fonte: Stewart (2016).

Para as curvas mais complicadas essa definição é inadequada. A Figura 3.3 mostra duas retas, *l* e *t*, passando através de um ponto *P* em uma curva *C*. A reta *l* intersecta *C* somente uma vez, mas certamente não se parece com o que se pensa ser uma tangente. A reta *t*, por outro lado, parece ser uma tangente, mas intercepta *C* duas vezes.

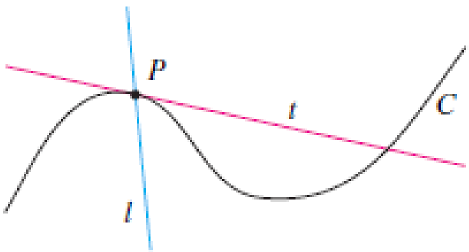


Figura 3.3: Reta tangente a uma curva
Fonte: Stewart (2016).

Se uma curva C tiver uma equação $y = f(x)$ e quisermos encontrar a reta tangente a C em um Ponto $P(a, f(a))$, considera-se um ponto próximo $Q(x, f(x))$, onde $x \neq a$, e calcula-se a inclinação da reta secante[11] PQ:

[11] Uma **reta secante**, do latim *secans*, significando corte, é uma linha que corta (intersecta) uma curva mais de uma vez.

$$m_{PQ} = \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

Então, faz-se *Q* aproximar-se de *P* ao longo da curva *C* ao obrigar x tender a a. Se tender a um número m, então define-se a *tangente t* como a reta que passa por *P* e tem inclinação m. Ou seja, a reta tangente é a posição-limite da reta secante PQ quando *Q* tende a *P*. Pode-se observar esse raciocínio nas Figuras 3.4 e Figura 3.5.

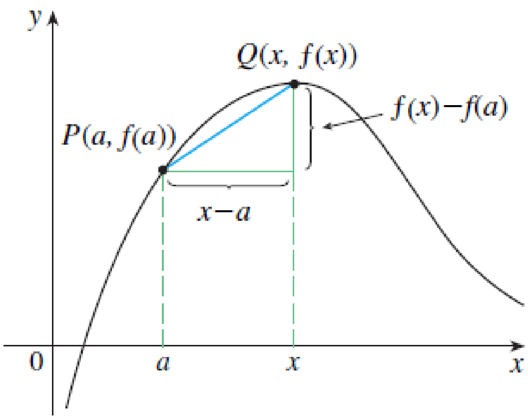


Figura 3.4: Problema da tangente
Fonte: Stewart (2016).

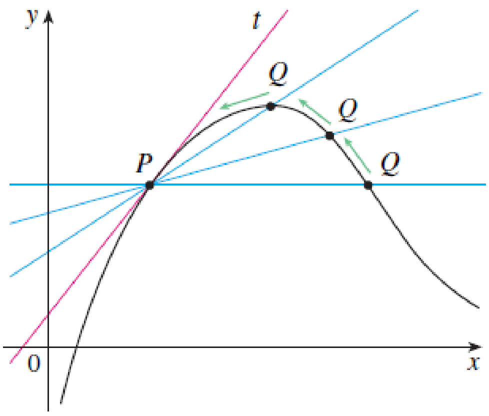


Figura 3.5: Problema da tangente com indicação das aproximações
Fonte: Stewart (2016).

Pode-se verificar também outro exemplo nas Figura 3.6 e Figura 3.7, nas quais a simulação desse processo ocorre tanto pela direita ou esquerda em uma função quadrática[12]. À medida que *Q* tende a *P* ao longo da parábola, as retas secantes correspondentes giram em torno de *P* e tendem à reta tangente *t*.

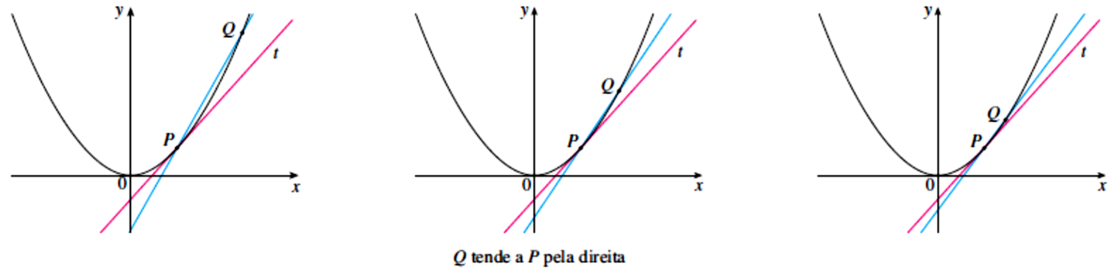


Figura 3.6: Aproximação da reta secante pela direita
Fonte: Stewart (2016).

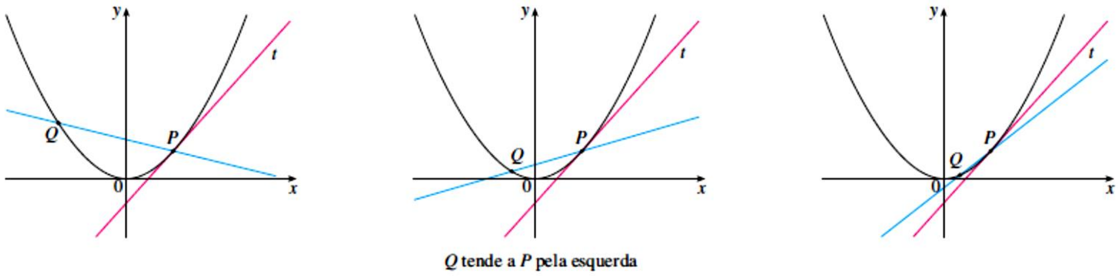


Figura 3.7: Aproximação da reta secante pela esquerda
Fonte: Stewart (2016).

Tem-se, portanto, que a reta tangente à curva $y = f(x)$ em um ponto $P(a, f(a))$ é a reta passando por P com a inclinação:

$$m_{PQ} = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

desde que o limite exista.

Cabe salientar que há outra expressão muito utilizada no ensino, por vezes mais fácil de ser usada. Se $h = x - a$, então $x = a + h$ e, assim, a inclinação da reta secante PQ pode ser escrita como:

$$m_{PQ} = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

---

[12] É uma função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$ com a, b e c números reais e $a \neq 0$.

Observa-se na Figura 3.8 que quando x tende a a, h tende a 0, pois $h = x - a$.

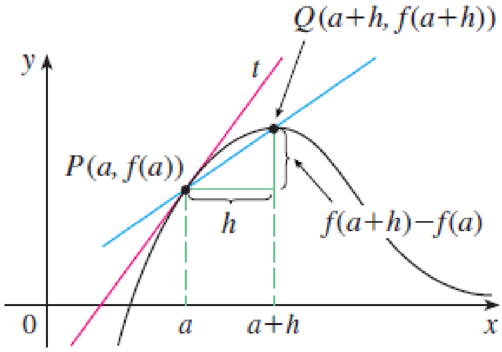


Figura 3.8: Aproximação da reta secante pela direita
Fonte: Stewart (2016).

Assim a expressão para a inclinação da reta tangente pode ser escrita como:

$$m = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

3.1.1 *O problema da velocidade*

Outro problema clássico para a introdução do conceito de derivada, é o problema da velocidade.

Em geral, suponha-se que um objeto se mova sobre uma reta de acordo com a equação $s = f(t)$, na qual s é o deslocamento do objeto a partir da origem no instante t. A função f que descreve o movimento é chamada de função posição do objeto. No intervalo de tempo entre $t = a$ e $t = a + h$, a variação na posição será $f(a+h) - f(a)$, conforme a Figura 3.9.

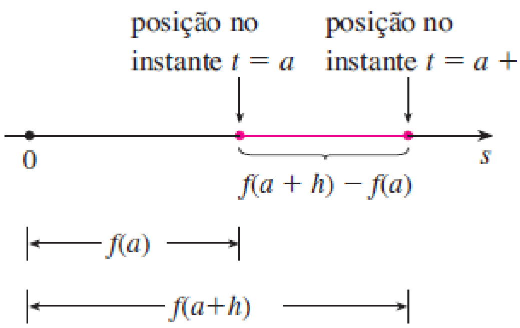


Figura 3.9: Intervalo de tempo X variação da posição
Fonte: Stewart (2016).

A velocidade média nesse intervalo é de

$$\text{velocidade média} = \frac{deslocamento}{tempo} = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

que é o mesmo que a inclinação da reta secante PQ.

Suponha agora que a velocidade média seja calculada em intervalos cada vez menores $[a, a+h]$. Se $h$tender a zero, tem-se a velocidade em um determinado ponto, ou seja, a velocidade instantânea $v(a)$ no instante $t = a$ como o limite dessas velocidades médias:

$$v(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Isso significa que a velocidade instantânea $t = a$ é igual à inclinação da reta tangente em P.

Dessa forma, pode-se perceber que o mesmo tipo de limite aparece ao encontrar a inclinação da reta tangente ou a velocidade. Esses limites surgem sempre que se calcula uma taxa de variação em qualquer ramo das ciências ou na engenharia, que é o foco da pesquisa realizada. Uma vez que esse tipo de limite é utilizado amplamente, ele é chamado de *derivada.*

Derivada de uma função f em um número a, denotado por $f'(a)$ é

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

se o limite existir.

Do mesmo modo, se o número $a$variar e este for substituído por uma variável x, obtém-se $f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$. Dado qualquer número x para o qual esse limite exista, atribui-se a x o número $f'(x)$ que será uma nova função, chamada ***função derivada de f****.*

Várias notações são usadas para indicar a função derivada, como por exemplo a notação tradicional $y = f(x)$ para indicar que a variável independente é x e a variável dependente é ye ainda,

$$f'(x) = y' = \frac{dy}{dx} = \frac{df}{dx} = \frac{d}{dx}f(x) = Df(x) = D_x f(x)$$

Os símbolos D e $\frac{d}{dx}$ são chamados operadores diferenciais, pois indicam a operação de diferenciação, que é o processo de cálculo de uma derivada. O símbolo $\frac{dy}{dx}$, introduzido por Leibniz, não deve ser encarado como um quociente, trata-se simplesmente de um sinônimo para $f'(x)$.

No decorrer da história, apesar das descobertas de Newton em relação ao Cálculo utilizando conceitos de movimento, mecânica e cinemática, no campo da Engenharia a notação de Leibniz é amplamente utilizada. No entanto, o conceito de cinemático de Newton que sugeriu a velocidade ou a taxa de mudança de variável como conceito fundamental e largamente utilizado em problemas que modelam fenômenos físicos presentes no cotidiano do engenheiro ambiental e sanitário.

3.2 O ensino de cálculo e a Engenharia Ambiental e Sanitária

A importância do Cálculo na formação de engenheiro, é incontestável. No entanto, a maneira de como essa disciplina é abordada em sala de aula tem causado preocupação entre docentes que fazem de sua prática profissional um campo de pesquisa. Tal entendimento foi percebido pelo crescente índice de reprovações e desistências nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral. Conforme Mocrosky e Alves (2011), Los Santos (2009) e Frota (2007), a aprendizagem de Cálculo tem se apresentado como um ponto crucial para a permanência de estudantes nos cursos de Engenharia.

Diante dessa preocupação, várias pesquisas vêm acontecendo no âmbito da educação e da educação matemática. As publicações em eventos científicos como os trabalhos publicados no Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia (COBENGE) e aqueles divulgados na Revista Ensino de Engenharia editada pela Associação Brasileira de Ensino de Engenharia (ABENGE) têm assumido grande relevância.

Estudos como os de Los Santos (2009) e Bizelli (2003) apontam diferentes perspectivas para o ensino de Cálculo e as interligações com outras disciplinas do curso de Engenharia. Entende-se que para dar significado aos conhecimentos aprendidos pelo Cálculo, a disciplina deve ser trabalhada de modo a abordar assuntos referentes ao contexto da Engenharia Ambiental e Sanitária, estabelecendo articulações com as demais disciplinas do curso e com assuntos pertinentes ao contexto dessa profissão. Desse modo, nesta pesquisa de tese, procurou-se elaborar uma sequência didática, que será descrita posteriormente, voltada a tópicos que tenham conexão com assuntos presentes no cotidiano do engenheiro ambiental.

Bizelli (2003), D'Ambrosio (1997) e Skovsmose (2007) ressaltam que não é possível estruturar a Matemática de modo que contemple os propósitos de outras áreas, no entanto, consideram que o tratamento dado à Matemática desempenha papel distinto na formação do profissional em todos os âmbitos. Como já foi destacado, com esta pesquisa, tem-se interesse de buscar subsídios para facilitar a aprendizagem de Cálculo em um Curso de Engenharia Ambiental e Sanitária.

A partir da década de 1990, ocorreu uma grande expansão de cursos de graduação em meio ambiente no Brasil, devido, principalmente, às legislações Federais e Estaduais que procuravam se adequar à nova Carta (Constituição Brasileira de 1988) e à crescente pressão da sociedade por ações de caráter mais sustentáveis. Do mesmo modo, a imposição às grandes empresas de contarem com Sistemas de Gestão Ambiental para conseguirem novos mercados na Europa, nos EUA e no Japão, fez surgir novas habilitações em Engenharia Ambiental e Gestão Ambiental (Lucas Filho, 2010).

Nesse mesmo período, surgiu o primeiro curso de Engenharia Ambiental no Brasil, na Universidade Federal de Tocantins (UFT), em 9 de março de 1992, criado pela Resolução CESu n° 118, de 19 de dezembro de 1991. E ainda na década de 90, várias Instituições de Ensino Superior (IES) realizaram uma reforma curricular e com nova nomenclatura surgiu o curso de Engenharia Ambiental e Sanitária. Os cursos de Engenharia Ambiental e Sanitária mantêm sua estrutura curricular voltada para a resolução de questões mais ligadas ao Saneamento Básico (Lei n. 11.445, 2007).

O curso de Engenharia Ambiental e Sanitária onde foi desenvolvida a pesquisa que gerou esta tese, foi criado em 1999 pela Resolução nº 43/99, do Conselho Universitário da Instituição onde a pesquisa foi desenvolvida, e reconhecido pela Portaria nº 477/11-MEC e obteve a renovação do reconhecimento pela Portaria MEC nº 922/18 – DOU 28/12/2018. O primeiro processo seletivo do curso ocorreu em janeiro de 2000, com abertura de 40 vagas, e atividades iniciadas em março do mesmo ano.

De acordo com a legislação brasileira, as Diretrizes Nacionais para o Ensino de Graduação em Engenharia do Brasil – DCEng (Resolução CNE/CES n. 11, 2002) regulamentam e orientam a questão do ensino de engenharia para o qual tem-se o seguinte entendimento do perfil do profissional:

> Art. 3º O Curso de Graduação em Engenharia tem como perfil do formando egresso/profissional o engenheiro, com formação generalista, humanista, crítica e reflexiva, capacitado a absorver e desenvolver novas tecnologias, estimulando a sua atuação crítica e criativa na identificação e resolução de problemas, considerando seus aspectos políticos, econômicos, sociais, ambientais e culturais, com visão ética e humanística, em atendimento às demandas da sociedade. (p. 1)

O Currículo do Curso em pauta segue as Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Engenharia e as recomendações da Comissão de Avaliação do INEP.

Conforme o Projeto Político Pedagógico (PPC)[13], o curso tem a missão de formar profissionais ecléticos para atender as demandas da área ambiental, considerando o grande número de empresas no Estado que necessitam de profissionais engenheiros ambientais capacitados a planejar e administrar novas tecnologias, com vistas ao uso sustentável dos recursos naturais. Salienta-se ainda que, o curso mantém relação com o Plano de Desenvolvimento Institucional (PDI) da Universidade onde desenvolveu-se esta pesquisa de tese.

A organização curricular do curso de Engenharia Ambiental e Sanitária envolve conteúdos de formação básica, profissionalizante e específicos, constituídos por conhecimentos científicos, tecnológicos e instrumentais, necessários para a definição do curso. Visam garantir o desenvolvimento de competências e habilidades dos estudantes, estabelecidas nas diretrizes curriculares.

Com essa estrutura curricular, espera-se que o estudante desenvolva, ao longo do curso, um perfil de engenheiro ambiental e sanitarista com formação humanista, crítica e reflexiva, com sólida formação científica e profissional geral, que o capacite a identificar, formular e solucionar problemas ligados às atividades de projeto, operação e gerenciamento do trabalho e de sistemas de produção de bens e serviços; identificar e resolver problemas, considerando os aspectos políticos, econômicos, sociais, ambientais e culturais.

---

[13] Projeto Político Pedagógico do Curso de Engenharia Ambiental e Sanitária, elaborado por docentes da IES (onde foi realizada a pesquisa) no ano de 2012.

É nesse contexto educacional que foram apresentados anseios por um ensino de Cálculo significativo que resultaram na pesquisa desta tese.

3.3 Algumas reflexões acerca do processo cognitivo

O campo da aprendizagem é vasto quando se tenta compreender aspectos acerca do desenvolvimento cognitivo humano. Entende-se aqui por aprendizagem como sendo a capacidade que o sujeito apresenta em dar soluções adaptadas às solicitações e desafios que lhe são impostos durante permanente interação com o meio. A aprendizagem deve ser entendida como um processo contínuo, dinâmico, individual e cumulativo. Para isso, o indivíduo deverá ser um processador ativo, com captação de significados da informação que lhe é oferecida, não deve ter um papel passivo, pois corre o risco de não absorver o conhecimento recebido.

O ser humano não é obra da natureza, nem produto da ação modeladora do meio. Na verdade, ele é uma produção social, em que ele participa na condição de sujeito (Vygotsky, 2002). O ser humano é um animal social, de modo que grande parte da sua aprendizagem ocorre em interações sociais, o aprendizado ocorre por meio de outras pessoas, pais, irmãos, amigos, professores. A cultura sempre influenciando o conteúdo e os processos de desenvolvimento cognitivo, visto que este desenvolvimento ocorre dentro do contexto cultural (Griggs, 2009).

Aprender é, portanto, o resultado da interação entre estruturas mentais e o meio ambiente e sociocultural. O ser humano, com o passar do tempo, compreende que o significado de sua existência e o desenvolvimento cognitivo é fundamental no processo evolutivo. Esse desenvolvimento cognitivo, trata do estabelecimento de representações mentais e de conceptualizações (Vergnaud, 1987), o que leva a conceitos teóricos de esquema e de invariantes operatórios que serão abordados com detalhes posteriormente.

Pode-se citar as competências matemáticas que utilizam esquemas organizadores que segundo Vergnaud (1993) é onde deve-se pesquisar os conhecimentos – em - ação do sujeito, isto é, os elementos cognitivos que fazem com que a ação do sujeito seja operatória. O funcionamento cognitivo dos alunos envolve operações que se automatizam progressivamente e decisões conscientes que permitem perceber os valores particulares das variáveis de situações (Vergnaud, 1993, 1996a), Piaget e Vygotsky em suas teorias, não abordaram quanto o desenvolvimento cognitivo depende de situações e de conceptualizações específicas necessárias para lidar com elas.

3.4 Teoria dos Campos Conceituais

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) foi proposta por Gérard Vergnaud, psicólogo e discípulo de Jean Piaget (Vergnaud, 1990a, 2009).

Vergnaud nasceu em 08 de fevereiro de 1933 na França, psicólogo e Doutor em Educação Matemática. É Doutor Honoris Causa na Universidade de Genebra e fundador da Escola Francesa de Didática da Matemática.

Foi, também, fundador do Instituto de Pesquisa sobre o Ensino de Matemática (IREM) nas Universidades da França - momento da excitação do movimento da Matemática Moderna – para as quais se criaram as condições institucionais que favoreceram a constituição da didática entendida como disciplina científica. De 1975 a 1995 atuou como responsável pelo Centro Nacional de Pesquisa Científica (CNRS) da França. No Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o Ensino de Matemática têm como base a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud.

A teoria dos campos conceituais é uma teoria cognitivista que busca propiciar uma estrutura coerente e alguns princípios básicos ao estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas, sobretudo as que dependem da ciência e da técnica (Vergnaud, 1993). Sua principal finalidade é propor uma estrutura que permita compreender as filiações e rupturas entre conhecimentos, em crianças e adolescentes, entendendo-se por “conhecimentos”, tanto as habilidades quanto as informações expressas. Nas aprendizagens dos adultos, estas ideias estão mais ligadas aos hábitos e formas de pensamento adquiridas do que ao desenvolvimento da estrutura física (Vergnaud, 1993).

Nesse sentido, teoria dos campos conceituais visa a construção dos conceitos que permitam articular competências e princípios constituídos em situações, e os problemas práticos e teóricos em que essas competências e princípios se constituem.

Para Vergnaud (1998) não se pode estudar Matemática sem compreender o processo cognitivo da criança, do adolescente e do professor. O Vergnaud (2008) se considera um pragmático, pois prioriza o conhecimento como apoio para a ação, ou seja, para viver situações concretas que tenham a ver com a necessidades existenciais do ser humano.

Segundo Moreira (2002), Vergnaud toma como premissa que o conhecimento está organizado em campos conceituais cujo domínio, por parte do sujeito, ocorre ao longo de um largo período, através de experiência, maturidade e aprendizagem. Essa teoria ainda supõe que a essência do desenvolvimento cognitivo é a conceitualização (Vergnaud, 1996a). É ela a pedra angular da cognição (Vergnaud, 1998). Logo, deve-se atentar aos aspectos conceituais dos esquemas e à análise conceitual das situações para as quais os estudantes desenvolvem seus esquemas, na escola ou fora dela (Vergnaud, 1994).

Apesar de ser uma teoria elaborada no contexto da Educação Matemática, ela não é restrita exclusivamente à Matemática, estende-se também às áreas científicas e tecnológicas. No entanto, para Vergnaud (1994) encontra-se na Matemática uma lacuna grande entre a cientificidade do conhecimento e o conhecimento subjacente às competências das crianças e adultos. Esta pesquisa de tese vem corroborar para amenizar essa lacuna na profissão do Engenheiro Ambiental e Sanitário, visto que a Matemática é de extrema importância para essa profissão.

Ainda, os conceitos-chave da teoria dos campos conceituais são, além do próprio conceito de campo conceitual, os conceitos de esquema (a grande herança piagetiana segundo Vergnaud), situação, invariante operatório (teorema-em-ação ou conceito-em-ação), e a sua concepção de conceito (Moreira, 2002).

3.4.1 Campos conceituais

Um campo conceitual é definido como um conjunto informal de situações onde se necessita de conceitos, relações, estruturas, conteúdos, procedimentos e representações que estão relacionados entre si. Segundo Vergnaud (1993) o conceito de situação não tem o sentido de situação didática, mas o de tarefa. A ideia é que toda situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas, cuja natureza e dificuldades específicas devem ser bem conhecidas.

Cabe salientar que o aprendiz se apropria do campo conceitual ao longo do tempo, a partir de novos problemas e propriedades que serão estudadas ao longo dos anos, ou seja, esse domínio é progressivo. Acredita-se que o conhecimento está organizado em campos conceituais, cujo domínio por parte dos sujeitos, ocorre durante um longo período de tempo, através de experiências, da maturidade e da aprendizagem (Vergnaud 1990b como citado em Fávero & Sousa, 2002).

Ao estudar um campo conceitual ao invés de um conceito, conforme proposto por Vergnaud, está se considerando que, em uma situação-problema, o conceito não aparece eremítico. Um campo conceitual abrange um conjunto de situações cujo domínio progressivo irá exigir uma variedade de conceitos, de procedimentos e de representações simbólicas em estreita conexão (Magina, 2005).

Vergnaud (1983a) considera três argumentos principais que o levaram a definir conceito de campo conceitual:

> 1) um conceito não se forma dentro de um só tipo de situações;
>
> 2) uma situação não se analisa com um só conceito;
>
> 3) a construção e apropriação de todas as propriedades de um conceito ou todos os aspectos de uma situação é um processo de muito fôlego que se estende ao longo dos anos, às vezes uma dezena de anos, com analogias e mal-entendidos, com continuidades e reupturas entre situações, entre concepções, entre procedimentos, entre significantes. (p. 393)

Segundo Moreira (2004), Vergnaud considera o campo conceitual como uma unidade de estudo para entender as dificuldades em conceituar o real, e a teoria dos campos conceituais pressupõe que a conceituação seja a essência do desenvolvimento cognitivo.

3.4.2 Conceitos e esquemas

Percebe-se que ainda prevalece, mesmo que inconscientemente, a crença de muitos professores universitários nos processos de ensino aprendizagem. Utiliza-se, predominantemente, um método o qual, a partir de conceitos primitivos, definições, axiomas e teoremas são demonstrados de maneira rigorosa e na maioria das vezes sem uma aplicação prática. Muitos professores utilizam em sala de aula uma metodologia que tem como sequência conceito – exemplo – exercício de fixação, tornando o ensino mecanizado.

No entanto, com o avanço nas pesquisas na área do ensino, surge a necessidade de dar sentido aos conceitos. O conceito pode ser construído a partir de elementos relacionados como propriedades, experimentos (inclusive fora do contexto matemático) a fim de dar significado ao conteúdo estudado e facilitar a aprendizagem.

> Os conceitos são importantes no pensar, no sentir e no fazer, são fundamentais na compreensão humana, no desenvolvimento científico, no

desenvolvimento cognitivo. Nosso mundo é um mundo de conceitos. No entanto, incompreensivelmente, a importância dos conceitos é ignorada na escola, em especial na educação científica. Os professores de ciências e matemática não dão atenção aos conceitos, preferem fórmulas, algoritmos, regras empíricas, demonstrações e experimentações que sempre funcionam, perguntas com respostas predeterminadas (Moreira, 2008, p. 9).

Conforme Vergnaud (1993), um conceito não pode ser reduzido à sua definição, principalmente se houver interesse por sua aprendizagem e seu ensino. É através das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido. No entanto, não podemos excluir a necessidade do conhecimento dos conceitos de forma mais rigorosa. Estes devem ser construídos durante o processo de aprendizagem a fim de facilitar a abstração que muitas vezes é um grande obstáculo mesmo se tratando de estudantes universitários.

A abstração requer uma organização no raciocínio, e para tal, pode-se buscar respaldo na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990a, 1996b, 2012), na qual para o desenvolvimento dos conceitos, faz-se necessário construir esquemas.

Um campo conceitual é composto e definido pelos conceitos nele contidos. Mas um *conceito* não pode ser reduzido à sua definição, pois é por meio das situações e dos problemas que ele adquire sentido. Diante disso, Moreira (2004), citando Vergnaud (1993), salienta que a construção de um conceito envolve um tripleto de três conjuntos chamado de {S,I,R}, que pode ser observado no esquema da Figura 3.10:

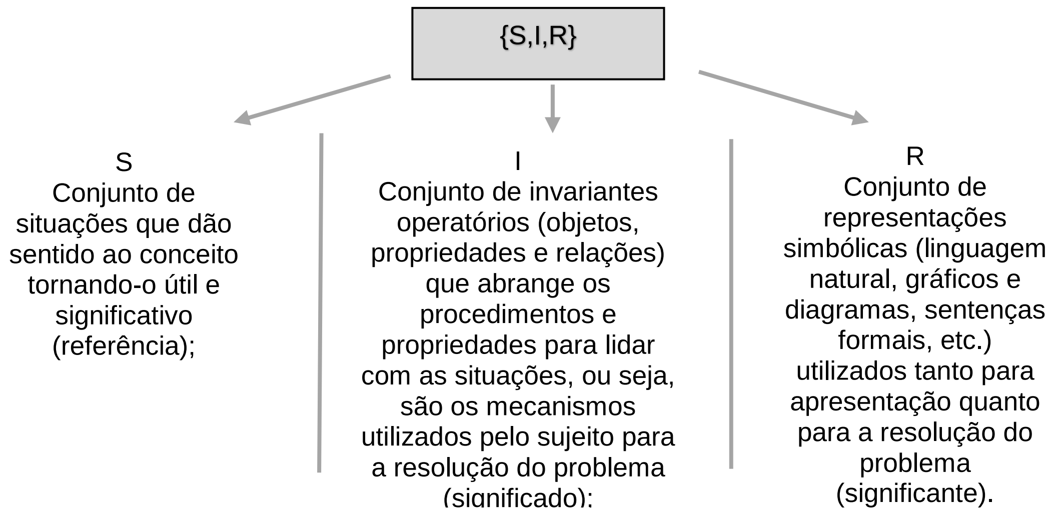


Figura 3.10: Esquema que representa um tripleto de três conjuntos

“Em termos psicológicos, S é a *realidade* e (I, R) é uma representação. Representação pode ser considerada como dois aspectos do pensamento interagindo, o *significado* (I) e o *significante* (R)” (Vergnaud, 1988, p. 141).

Logo, um conceito é constituído por situações de referência, por invariantes operatórios e sistemas de representação simbólica. Cabe ressaltar, que um conceito não está associado a um único tipo de situação, isto leva a considerar os três elementos de forma simultânea e utilizar a teoria dos campos conceituais na construção deles.

A utilização de um conceito abrange diversas situações manifestando-se sob uma variedade de ações e esquemas. Piaget foi o primeiro a desenvolver o conceito de esquema “para totalidades dinâmicas e não somente para formas como já havia proposto a Gestalt” (Vergnaud, 1995, p. 176).

Segundo Franchi (1999), chama-se esquema a “forma estrutural da atividade”, a organização invariante operatória da atividade do sujeito sobre uma classe de situações dadas. Portanto, *esquema* é a totalidade dinâmica da ação e do comportamento do aluno para uma determinada situação. E os conhecimentos contidos nos *esquemas* são designados pelas expressões: *conceito-em-ação* e *teorema-em-ação*. Pode-se, também, designar as expressões conceito-em-ação e teorema-em-ação pelo termo mais abrangente: *invariantes operatórios*.

Os invariantes operatórios são componentes essenciais dos esquemas, os quais são definidos por Vergnaud (1996c) como organizações invariantes da ação para uma determinada classe de situações.

> [...] os invariantes operacionais constituem a base conceitual implícita, ou explícita, que permite obter a informação pertinente, e inferir dela, a partir desta informação e do objetivo por alcançar, as regras de ação mais pertinente (Vergnaud, 1996c, p. 201).

Embora os esquemas sejam geralmente implícitos, o entendimento sobre um determinado assunto pode ser verbalizado de alguma maneira em termos de objetos, propriedades e relacionamentos.

Segundo Otero, Fanaro, Sureda, LLanos e Arlego (2014), os invariantes operacionais intervêm na atividade e nos esquemas, que não coincidem necessariamente com o significado das palavras. Deve-se identificá-los, junto com os outros componentes dos esquemas e representações para ajudar os alunos a desenvolver conceitos e habilidades complexas.

Moreira (2002) ressalta que "*Teorema-em-ação* é uma proposição tida como verdadeira sobre o real, e *conceito-em-ação* é um objeto, um predicado, ou uma categoria de pensamento tida como pertinente, relevante". (p. 167). Isso pode ser sintetizado na Figura 3.11.

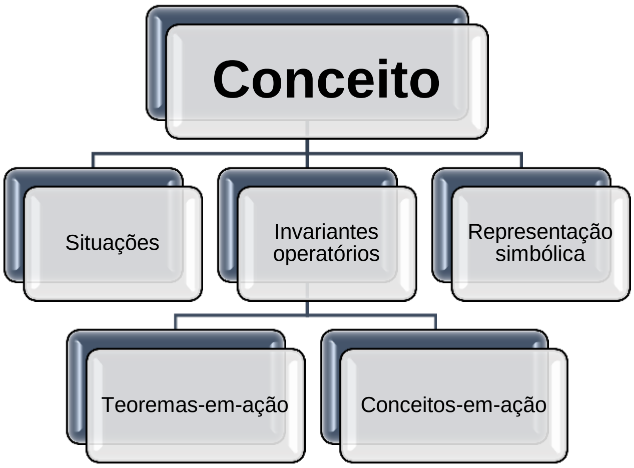


Figura 3.11: Esquema para conceito

3.4.3 Situações

Segundo Vergnaud (1993), o conceito de situação foi muito modernizado por Guy Brousseau, que não apenas lhe deu alcance didático, que não tinha em psicologia, mas também uma significação em que a dimensão afetiva e dramática interfere tanto quanto a dimensão cognitiva. Diferentemente de Brousseau, Vergnaud (1993) entende que o processo cognitivo e as respostas do sujeito são funções das situações com que ele se confronta.

Além disso, Vergnaud (1993) salienta que existem duas ideias principais em relação ao sentido de situação:

a) *a de variedade:* existe grande variedade de situações num campo conceitual dado; as variáveis de situação são um meio de construir sistematicamente o conjunto de classes possíveis;

b) *a da história:* os conhecimentos dos alunos são elaborados por situações que eles enfrentaram e dominaram progressivamente, sobretudo para as

> primeiras situações suscetíveis de dar sentido aos conceitos e procedimentos que se pretende ensinar-lhes.

Dessa forma, entende-se que o aluno aprende com situações que dão sentido aos conceitos e procedimentos que se pretende ensinar. Como já foi destacado, o conceito de situação referido por Vergnaud (1990b; 1993) não é o de situação didática, mas com sentido de tarefa, e uma combinação de tarefas torna-se uma situação complexa

Ainda, no tratamento de situações do dia a dia onde os dados estão imersos em um conjunto de informações pouco ou nada pertinentes, nem sempre as questões são claras. Desse modo, tais situações supõe a identificação das questões e das operações a executar para solucioná-las, tornando-se um desafio estabelecer uma classificação sistemática.

Vergnaud (2007) recorre também ao sentido que, segundo ele, é atribuído usualmente pelo psicólogo ao conceito de situação: os processos cognitivos e as respostas do sujeito são função das situações com as quais é confrontado. Segundo Vergnaud (1996a), muitas de nossas concepções vêm das primeiras situações que fomos capazes de dominar ou de nossa experiência tentando modificá-las.

As situações é que são responsáveis pelo sentido atribuído ao conceito, um conceito torna-se significativo através de uma variedade de situações (Vergnaud, 1994). Mas o sentido não está nas situações em si mesmas, assim como não está nas palavras nem nos símbolos (Barais & Vergnaud, 1990).

Na teoria dos campos conceituais proposta por Vergnaud, pode-se afirmar que o *desenvolvimento de habilidades* e *competências* dos alunos acontece por meio da sua experiência com amplo número de *situações*. Quando submetido a novas situações, o aluno utiliza o conhecimento adquirido em situações mais simples e tenta reestruturá-las à nova situação, por meio do uso de *esquemas* (Figura 3.12).

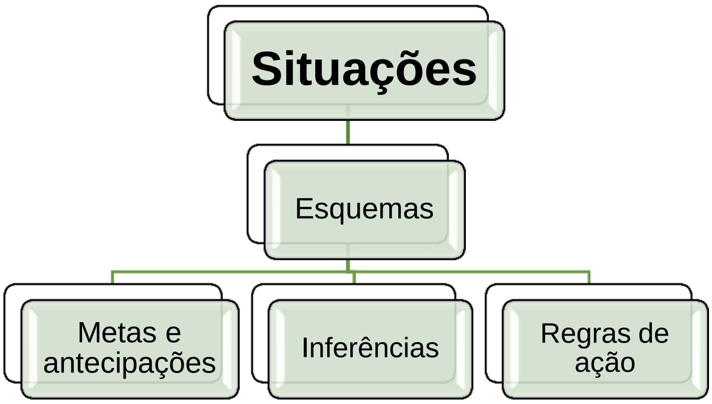


Figura 3.12: Esquema para situações

Estes esquemas são formados por *invariantes operatórios,* que são teoremas e conceitos sem cunho científico e estão implícitos na estrutura cognitiva. Quando houver elucidação, negociação e transformação destes invariantes operatórios em conceitos e teoremas científicos ocorrerá o desenvolvimento cognitivo. Tais situações propostas por Vergnaud (1990b) são elementos de um amplo conjunto designado *Campo Conceitual* que organiza a estrutura do conhecimento. Para ele, a conceitualização é o núcleo do desenvolvimento cognitivo e são as situações que dão sentido aos conceitos.

A Figura 3.13 apresenta um mapa conceitual para a teoria de Vergnaud, onde destacam-se os conceitos-chave da teoria e suas principais correlações. Os conectores entre conceitos procuram expor a natureza da relação entre eles. Por exemplo, a relação entre situações e conceitos é referente, pois as situações é que dão sentido ao conceito, ou seja, constituem o referente do conceito. Da mesma forma, a interação entre situações e esquemas é indispensável para as representações simbólicas e estas constituem o significante de um conceito.

Considerando os pressupostos de Vergnaud (1990b) que afirma que:

a) um conceito não se forma dentro de um só tipo de situação, indicando que as situações de ensino devem ter uma quantidade diversificada, para que o sujeito possa perceber a aplicação de um conceito em diversas situações, e é por meio das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido;

b) uma situação não se analisa com um só conceito, o que sugere uma visão integradora do conhecimento. Entende-se que o aprendiz deve ser

> submetido a sequências de ensino onde possa construir, testar e validar seus próprios modelos explicativos.

Dessa forma, procurou-se introduzir ao longo do desenvolvimento do conteúdo da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, situações que abordassem fenômenos físicos presentes na profissão do engenheiro ambiental e sanitário que pudessem dar sentido ao conceito de derivada. Os resultados obtidos com a pesquisa são descritos nos próximos capítulos.

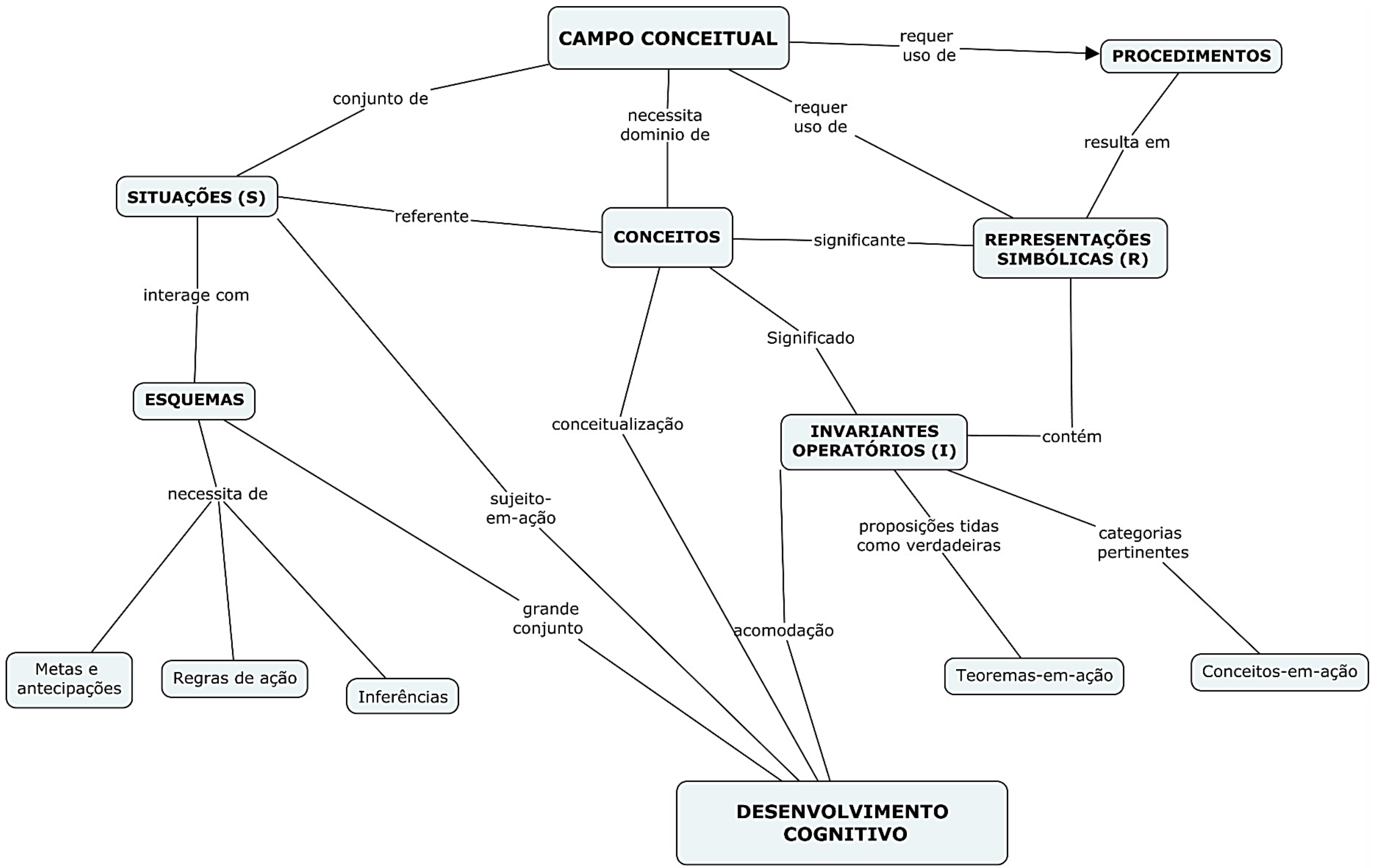


Figura 3.13: Um mapa conceitual para a teoria dos campos conceituais
Fonte: Adaptado de Moreira (2002).

3.5 Teoria da Aprendizagem Significativa

David Paul Ausubel[14] (1918-2008), foi um dos mais importantes psicólogos da atualidade. Sua grande contribuição para área do ensino foi a construção de uma proposta teórica que o próprio autor denominou de *Teoria da Aprendizagem Significativa* (TAS). Graduou-se em Psicologia e Medicina, doutorou-se em Psicologia do Desenvolvimento na Universidade de Columbia, onde foi professor no *Teacher's College,* dedicando sua vida acadêmica ao desenvolvimento de uma visão cognitiva à Psicologia Educacional.

Na construção de sua teoria sobre a aprendizagem humana, Ausubel (1963) parte da seguinte premissa: "Se tivesse que reduzir toda a psicologia educativa a um só princípio, diria o seguinte: o fator isolado mais importante que influi na aprendizagem é o que o aprendiz já sabe. Averigue-o e ensino de acordo". (p. 31)

O autor defendeu a ideia de que a estrutura cognitiva do aprendiz e os conhecimentos prévios que ele possui podem ajudar na aprendizagem de novos conhecimentos ou funcionar como obstáculo epistemológico. No ensino, cabe, então ao professor, "mapear" essa estrutura cognitiva e a partir disso, fundamentar o ensino no que o aluno já sabe, identificar os conceitos organizadores básicos do que será ensinado e utilizar recursos e princípios que facilitem a aprendizagem significativa.

O conceito chave da TAS, é o conceito de aprendizagem significativa, o qual resulta da interação cognitiva entre novos conhecimentos e conhecimentos prévios que o aprendiz já possui. No entanto, essa interação não se dá de modo aleatório, uma vez que esses conhecimentos prévios precisam se relacionar de forma relevante aos novos conhecimentos a serem apreendidos (Figura 3.14). Nessa interação as novas ideias se relacionam de forma não-arbitrária e substantiva (não-literal) com o que o aprendiz já sabe. Por não-arbitrariedade entende-se que existe uma relação lógica e implícita entre a nova ideia e alguma outra já específica existente na estrutura cognitiva do indivíduo.

[14] David Ausubel nasceu em 1918 na cidade de Nova York. Graduou-se em Psicologia e Medicina nas Universidades de Penylvania e Middlesex. Fez doutorado em Psicologia do Desenvolvimento na Universidade de Columbia, onde tornou-se professor durante anos no *Teachers College*. Atuou como docente nas Universidades de Illinois, Toronto, Berna, Munique e Salesiana de Roma. Faleceu em 2008.

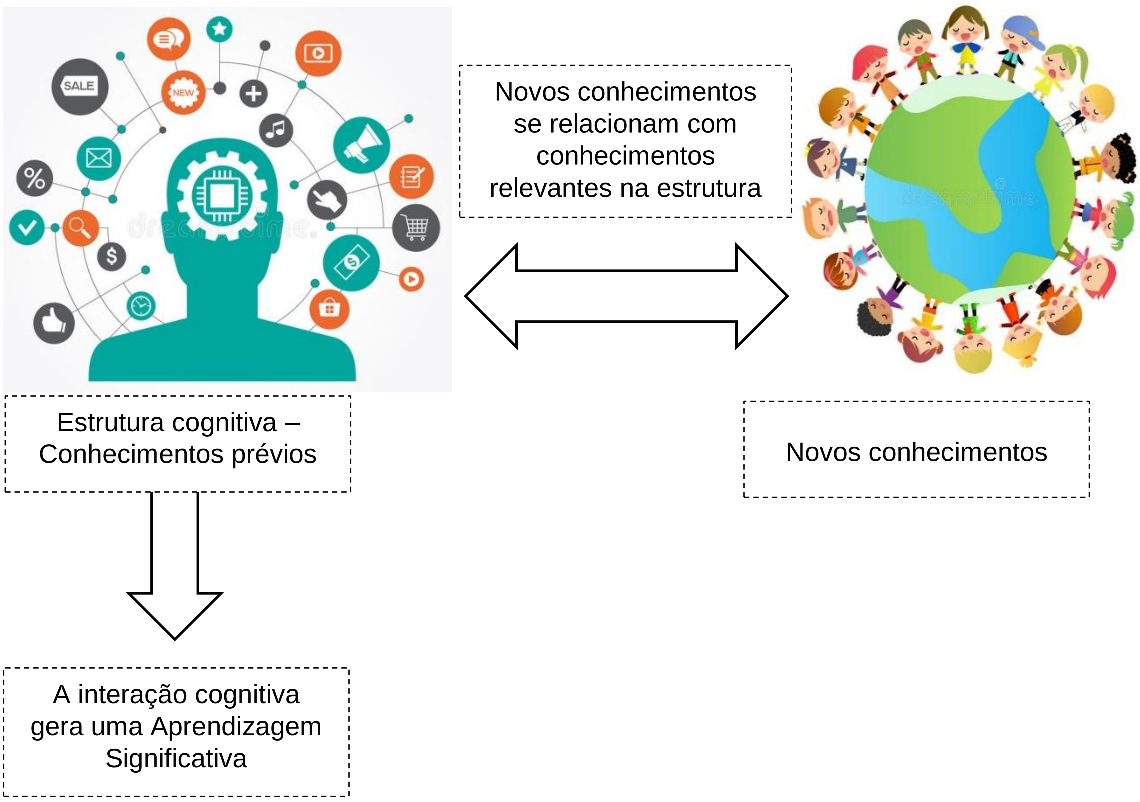


Figura 3.14: Interação cognitiva entre novos conhecimentos e conhecimentos prévios

Os autores Moreira e Masini (2001) pontuam que a aprendizagem significativa de Ausubel pode ser entendida como um processo pelo qual uma nova informação se relaciona com um aspecto especificamente relevante da estrutura do conhecimento do indivíduo.

Mas toda a aprendizagem se caracteriza como uma aprendizagem significativa? Evidentemente não, cabe salientar que não se pode desconsiderar a aprendizagem mecânica (sem significado, simplesmente memorística), e Ausubel (1963) afirma que se deve observar que tanto na aprendizagem mecânica quanto na significativa, o material retido pode ser afetado por fatores tais como tendências culturais, de atitudes e pela exigência de situações específicas.

Na aprendizagem mecânica, as novas informações são retidas sem interagirem com os conceitos relevantes existentes na estrutura do conhecimento, sem conexão com os conceitos subsunçores[15] existentes. Essa nova informação é armazenada de

---

[15] O termo conceito subsunçor é frequentemente usado ao abordar a TAS, mas não é necessariamente um conceito. Subsunçor pode ser uma ideia, uma imagem, uma concepção

maneira arbitrária e literal, não interagindo com informações existentes na estrutura cognitiva e consequentemente, não possibilitando uma diferenciação e reelaboração dos conceitos subsunçores. No entanto, o autor ressalta que existe um contínuo entre Aprendizagem Mecânica e Aprendizagem Significativa, e em determinadas situações a Aprendizagem Mecânica pode servir de conhecimento prévio. Tal como sugere a Figura 3.15:

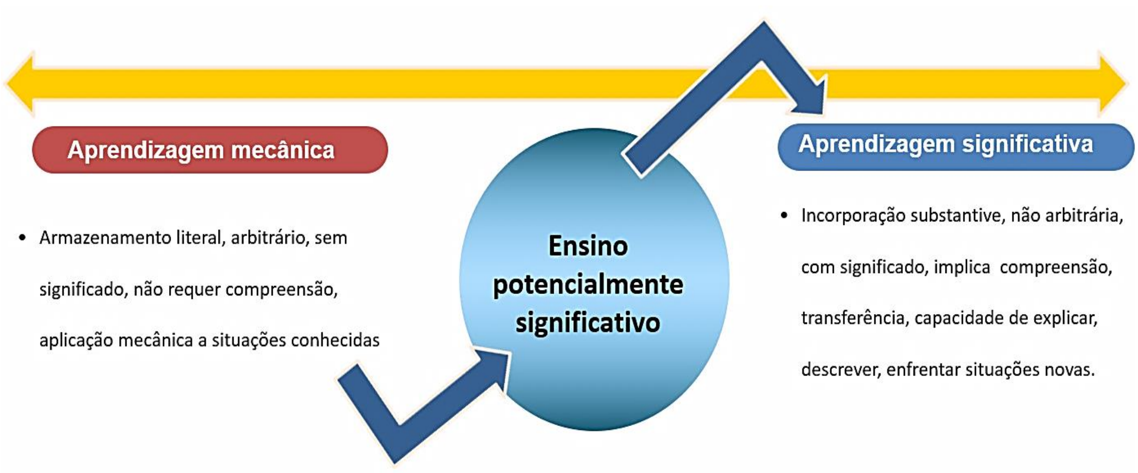


Figura 3.15: O contínuo aprendizagem significativa-aprendizagem mecânica
Fonte: Adaptado de Moreira (2012).
Nota: Por meio de um ensino potencialmente significativo, a aprendizagem mecânica pode tornar-se significativa.

Segundo Ausubel (2000 como citado em Moreira, 2014), na aprendizagem significativa o mecanismo está relacionado com algum conhecimento prévio, isto é, o sujeito que aprende deverá tê-lo em sua estrutura cognitiva. Esse processo que envolve a interação da nova informação com uma estrutura já existente é definido pelo autor como *conceito subsunçor*. Essa nova informação irá integrar-se com aquilo que o indivíduo já conhece, favorecendo o processo de aprendizagem, além de influenciar no conteúdo atributivo do conhecimento já existente, resulta em um processo constante de integração entre novos conhecimentos e subsunçores já existentes.

Para facilitar esse processo, Ausubel propõe os *Organizadores Prévios*, que irão acionar a estrutura cognitiva e ativar conhecimentos existentes. Os organizadores prévios são materiais introdutórios apresentados antes do material dos conteúdos da

---

alternativa, um modelo, ... é o “ancoradouro” cognitivo que permite captar significados de novos conhecimentos. Mas essa “ancoragem” é um processo de interação cognitiva, no qual o “ancoradouro”, o subsunçor, pode ganhar novos significados, ficando mais diferenciado, mais estável.

matriz curricular, com o objetivo de relacionar o que o aprendiz já sabe e o que ele deve saber para que o conteúdo possa ser realmente aprendido (Moreira, 2014).

Portanto, um organizador prévio é um mecanismo pedagógico que ajuda a implementar esses princípios, estabelecendo uma ligação entre aquilo que o aprendiz já sabe e aquilo que precisa saber para que aprenda novos materiais de uma maneira ativa e eficaz. No estudo feito, foi necessário introduzir o organizador prévio do conceito de limite para que, posteriormente, o aprendiz conseguisse identificar a definição de derivada. Como os estudantes recentemente haviam completado o ensino secundário, este foi seu primeiro contato com este conteúdo.

3.5.1 Condições para ocorrência da aprendizagem significativa

Para Ausubel (1978), "a essência do processo de aprendizagem significativa é que ideias simbolicamente expressas sejam relacionadas de maneira substantiva (não literal) e não arbitrária ao que o aprendiz já sabe, ou seja, a algum aspecto de sua estrutura de conhecimento" (p. 41). A aprendizagem significativa pressupõe que:

a) o material a ser aprendido seja potencialmente significativo para o aprendiz, ou seja, relacionável a sua estrutura cognitiva de forma não-arbitrária e não-literal (substantiva);

b) o aprendiz manifeste uma disposição de relacionar o novo material de maneira substantiva e não arbitrária a sua estrutura de conhecimento.

Moreira (2014) ainda reforça que esta condição implica que, independentemente de quão potencialmente significativo seja o material a ser aprendido, se a intenção do aprendiz for simplesmente a de memorizá-lo, de forma arbitrária e literal, tanto o processo de aprendizagem como seu produto serão mecânicos. De maneira recíproca, independentemente de quão disposto para aprender estiver o estudante, nem o processo nem o produto da aprendizagem serão significativos, se o material não for potencialmente significativo.

Ou seja, o material a ser aprendido significativamente depende, pelo menos de dois fatores: a natureza lógica do material em si e a natureza da estrutura cognitiva do aprendiz. Quanto à natureza do material, esse de ser não arbitrário e logicamente significativo. Quanto à natureza cognitiva do indivíduo, devem estar à disposição os conceitos subsunçores que irão se relacionar com o material a ser aprendido.

Salienta-se ainda que cada estrutura cognitiva é singular, assim o aprendiz traz consigo conhecimentos prévios que foram construídos ao longo da vida e em diferentes contextos, tornando o processo de formação e assimilação dos conceitos diferentes em cada indivíduo. Alguns estudantes terão conceitos subsunçores mais desenvolvidos que outros, vai depender da forma de como as novas informações vão se relacionar com a estrutura do conhecimento do aprendiz.

3.5.2 Tipos de aprendizagem significativa

Na época da primeira versão do trabalho de Ausubel (1963), predominava o entendimento de que a aprendizagem significativa estava vinculada ao processo de aprendizagem por descoberta, a qual implicava que o estudante deveria "descobrir", através de experiências do cotidiano, o conteúdo específico do ensino. No entanto, Ausubel provou que os dois tipos de aprendizagem poderiam resultar em aprendizagem significativa, desde que as condições para a ocorrência fossem satisfatórias.

Com base nisso, pretende-se explorar formas alternativas de abordagem da relação existente entre Matemática e Física para dar sentido ao conceito de derivada. Ausubel (2003) distingue três tipos de aprendizagem significativa: ***representacional, de conceitos e proposicional.***

A ***Aprendizagem Representacional***, (ou de representações) aproxima-se da aprendizagem por memorização. Ocorre sempre que o significado dos símbolos arbitrários se equipara aos de referente específicos (objetos, acontecimentos, conceitos) e têm para o aprendiz o significado, seja ele qual for, que os referentes possuem. A aprendizagem representacional é significativa, porque tais proposições de equivalência representacional podem se relacionar de forma não arbitrária. Como exemplares, são generalizações existentes na estrutura cognitiva de quase todas as pessoas, que tudo tem um nome e que este significa aquilo que o próprio referente significa para o aprendiz. Há uma relação biunívoca entre o símbolo e o que ele representa, isto é, determinado símbolo representa um certo objeto e este é representado somente por esse símbolo. Nesse tipo de aprendizagem o aprendiz adquire significados para símbolos unitários. Pode ser significativa, mas é muito limitada.

A ***Aprendizagem de Conceitos ou conceitual*** também utiliza a associação simbólica, isto é, o aprendiz adquire significados dos símbolos que representam conceitos. Mas esses conceitos são genéricos ou categóricos, pois correspondem a abstrações dos atributos criteriais, essenciais aos referentes. No entanto, os símbolos são mais abrangentes e abstratos, pode-se dizer que são símbolos, genéricos, ou seja, representam uma regularidade em eventos ou objetos.

A ***Aprendizagem Proposicional (ou de proposições)*** é contrária a *Representacional*, pois envolve aquisição de significados de proposições que compõem uma ideia, ou seja, vai além de representações e conceitos. Considerando a existência de subsunçores relacionados a conceitos e símbolos, a aprendizagem proposicional busca uma compreensão além das somas dos significados das palavras ou conceitos, está focada no significado das ideias expostas verbalmente.

Esse tipo de aprendizagem atribui significado a ideias em forma de proposição, a palavras combinadas em uma sentença. Como envolve a aquisição do significado de proposições que compõem uma ideia, os significados dos conceitos se relacionam para formar significados proposicionais.

Pode-se destacar ainda, que Ausubel (2003) salienta que na medida em que manifestem-se novos significados por meio de tarefas de aprendizagem potencialmente significativas e se relacionem com as ideias relevantes da estrutura cognitiva a aprendizagem significativa de proposições verbais, é semelhante à aprendizagem representacional, embora seja algo mais complicado do que a aprendizagem de conceitos.

3.5.3 Formas de aprendizagem significativa

Na aprendizagem significativa conceitual e proposicional a atribuição de significado a ideias em forma de proposição ou de conceitos pode ocorrer de três maneiras: *Subordinada, Superordenada* ou *Combinatória*.

A aprendizagem *subordinada* (ou subsunção subordinada) ocorre quando um novo conhecimento "logicamente" significativo se relaciona de forma significativa com conceitos e/ou proposições subordinantes intrínsecas na estrutura cognitiva do aprendiz, nesse tipo de aprendizagem a ocorrência da assimilação possibilita a diferenciação progressiva do conceito subsunçor.

A aprendizagem que ocorre da forma *superordenada* (ou subordinante) acontece à medida que novas informações são adquiridas e relacionadas com conhecimentos já existentes na estrutura do conhecimento, que podem ser reorganizados e adquirir novos significados. Ou seja, uma nova proposição é gerada a partir de subordinadas específicas da estrutura cognitiva existente, o mesmo pode ocorrer com conceitos. Esse rearranjo de elementos é conhecido como reconciliação integrativa (Moreira, 2006a).

Outro tipo de aprendizagem significativa proposicional é a *combinatória*, nesse caso, o novo conhecimento não se relaciona de forma subordinada nem de forma superordenada, mas com uma combinação de conteúdos geralmente relevantes na estrutura do conhecimento.

De tudo que foi dito sobre aprendizagem significativa, defende-se que detectar indícios de aprendizagem significativa não é uma tarefa fácil para o professor. Ausubel (2000 como citado em Moreira, 2006b) recomenda algumas iniciativas para o professor:

a) formular questões e problemas de maneira nova e não familiar, a fim de possibilitar a máxima transformação do conhecimento adquirido;

b) elaborar testes de compreensão, de maneira e contextos diferentes dos originalmente encontrados no material instrucional;

c) propor ao aprendiz uma tarefa de aprendizagem sequencialmente dependente de outra, de forma que a segunda não possa ser executada sem uma determinada compreensão da anterior.

Nesta investigação, os resultados das situações-problema foram analisados com base nos três tipos de aprendizagem de Ausubel, considerando a maturação do desenvolvimento cognitivo do aluno, e esses resultados serão descritos no capítulo 6.

3.5.4 Mapas conceituais

Mapas conceituais, ou mapas de conceitos, são diagramas que indicam relações entre conceitos ou entre palavras que usamos para representar conceitos. Tais diagramas não devem ser confundidos com organogramas ou diagrama de fluxo, pois não implicam sequência, temporalidade ou direcionalidade, nem hierarquias organizacionais (Moreira, 2003).

Os mapas conceituais são grandes aliados para promover a aprendizagem significativa e podem ser úteis como recursos nas seguintes etapas de ensino no ponto de vista ausubeliano:

a) identificar a estrutura de significados aceita no contexto da matéria de ensino;
b) identificar os subsunçores necessários para a aprendizagem significativa;
c) identificar os significados pré-existentes na estrutura cognitiva do aprendiz;
d) organizar sequencialmente o conteúdo e selecionar materiais curriculares, usando as ideias de diferenciação progressiva e reconciliação integrativa como princípios programáticos;
e) ensinar usando organizadores prévios, para fazer pontes entre os significados que o aluno já tem e os que ele precisaria ter para aprender significativamente a matéria de ensino (Moreira, 2003).

Nesta pesquisa, um dos instrumentos utilizados para procurar indícios de aprendizagem significativa na construção do conceito de derivada foi a elaboração do mapa conceitual da derivada, pois é por meio de um mapa conceitual que o aluno externaliza como está organizando conceitos e relações em uma determinada área de conhecimento. Com essa atividade, foi possível averiguar quais as relações construídas pelos estudantes ao longo da realização das situações-problema. Os mapas conceituais construídos e as relações evidenciadas serão descritas no capítulo 6 desta tese.

O mapeamento conceitual proposto por Joseph D. Novak, é uma forma esquemática de representar a estrutura cognitiva que caracteriza o indivíduo. O exercício de elaborar mapas conceituais estimula a busca por relações significativas e diminui a chance da ocorrência da aprendizagem mecânica (Novak, 1998).

A teoria de aprendizagem de Ausubel pode ser pensada como aprendizagem direcionada em sala de aula, mas a reponsabilidade pela aquisição do conhecimento não é exclusivamente do professor, depende muito do aluno, pois o mesmo deverá estar predisposto para aprender, neste caso, o professor assume um papel de facilitador no processo de aprendizagem.

No mapa conceitual proposto por Moreira (2010) (Figura 3.16), pode-se observar melhor a síntese da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel. Os mapas conceituais são fundamentados na teoria da aprendizagem significativa e são diagramas hierárquicos, tendo como referência os princípios da diferenciação progressiva e da reconciliação integrativa (Moreira, 2010).

Segundo Moreira e Masini (2001), Ausubel define Psicologia Educacional como uma ciência aplicada que tem um valor social, interessada não em leis gerais da aprendizagem em si mesmas, mas em propriedades de aprendizagem, que possam ser relacionadas a meios eficazes de deliberadamente levar a mudanças na estrutura cognitiva. Diante disso, fica evidenciado que, no processo de aprendizagem, é imprescindível considerar o mundo onde o aluno se situa; ponto de partida para uma aprendizagem significativa.

Dessa forma, neste estudo procurou-se elaborar situações que estivessem presentes no cotidiano da profissão de um engenheiro ambiental e sanitário, problemas que o levassem analisar de maneira crítica, mas, ao mesmo tempo, com um olhar diferenciado para a relação da Matemática com a Física.

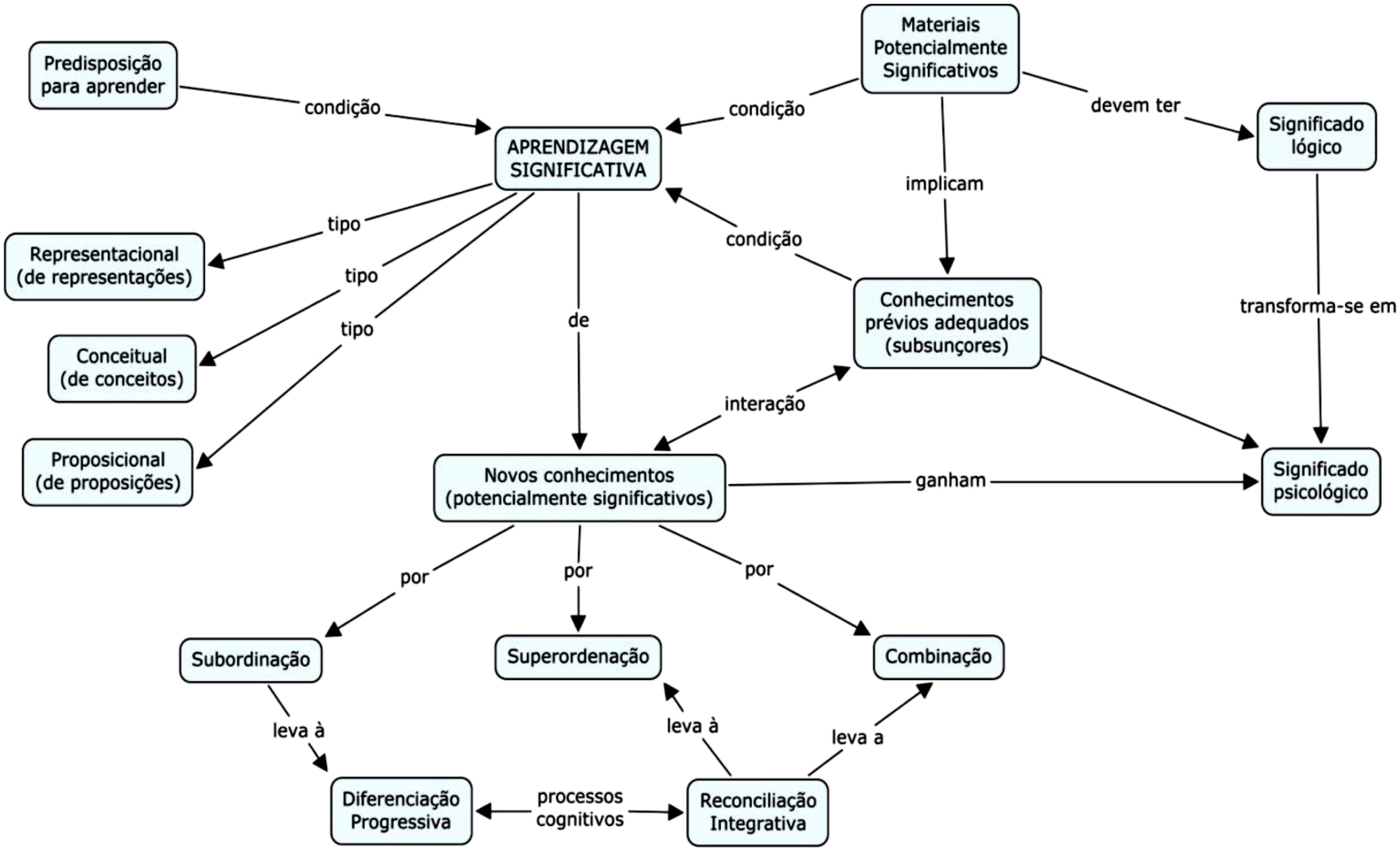


Figura 3.16: Mapa conceitual para a teoria da aprendizagem significativa proposto por Moreira (2010)
Fonte: Adaptado de Moreira (2010).

3.6 Ausubel & Vergnaud: encadeamentos convergentes

Ao desenvolver esta pesquisa de tese observou-se que a Teoria dos Campos Conceituais e a Teoria da Aprendizagem Significativa apresentam pontos convergentes e se complementam. Pode-se estabelecer um paralelo entre essas duas teorias, visto que as concepções sobre o desenvolvimento cognitivo propostas por Vergnaud são muito compatíveis com a teoria da aprendizagem significativa.

De acordo com Moreira (2012), à luz da teoria dos campos conceituais se percebe que a aprendizagem significativa é progressiva. Há uma relação dialética entre a conceitualização e o domínio de um campo conceitual. Enquanto se apropria de mais situações, em crescentes níveis de complexidade, mais o sujeito conceitualiza e vice-versa. Isto é, quanto mais conceitualização, mais situações domina. E nessa dialética, a aprendizagem vai ficando mais significativa, os subsunçores vão ficando mais elaborados, mais ricos, mais diferenciados e mais capazes de dar significado a novos conhecimentos.

Ausubel (1963) propõe que, a partir do material instrucional, o aprendiz adquira novos significados aos conceitos e esses significados são incorporados quando as novas informações se relacionam com os conhecimentos prévios existentes na estrutura cognitiva do indivíduo, desde que essa relação seja substantiva e não arbitrária. Além disso, o autor enfatiza que a variável que mais influencia a aprendizagem são os organizadores prévios do aprendiz, outra variável importante é a predisposição para aprender.

Em contrapartida, para Vergnaud (1982), o conhecimento está organizado em campos conceituais cujo domínio, por parte do indivíduo, ocorre por um grande período de tempo, com rupturas e continuidade, pela maturidade, experiência e aprendizagem. A teoria dos campos conceituais supõe que o âmago do desenvolvimento cognitivo é a conceitualização.

O andamento da aprendizagem significativa exige um contato constante do aprendiz com as atividades de ensino que subentendem a mediação do professor por meio de diferentes situações que possam permitir que o novo conhecimento interaja com os subsunçores existentes na estrutura cognitiva. Nesse processo, o estudante fará uso de esquemas para representar e utilizar o conhecimento prévio disponível para resolver as situações-problema.

Pode-se averiguar uma convergência entre as duas teorias (TAS e TCC). Ausubel (2000) alega que o conhecimento prévio do aprendiz é um dos fatores determinantes na assimilação de novas ideias. Nota-se que o conhecimento prévio existente na estrutura do conhecimento do aprendiz pode estar formado por conceitos e teoremas não científicos, que devem se relacionar com as novas informações para então se transformarem em conceitos científicos.

A teoria dos campos conceituais associa o desenvolvimento do indivíduo à forma como entende um campo conceitual, por meio do processo de conceitualização, estruturado frente a novas situações. Esses esquemas, estruturados pelo indivíduo para a conceitualização, são formados por conhecimentos prévios. Assim os conhecimentos prévios necessários para a aprendizagem significativa, e definidos por Ausubel, estão contidos nos invariantes operatórios dos estudantes, cabe ao professor direcioná-los sobre quais os conhecimentos prévios utilizar.

Vale ressaltar que a teoria dos campos conceituais parece promover um referencial adequado para analisar a estrutura fina da teoria da aprendizagem significativa. O que para Ausubel são campos organizados de conhecimento, para Vergnaud são campos conceituais (Moreira, 2006a). Com isso, ao desenvolver essa pesquisa, constatou-se que os conceitos essenciais das duas teorias propostas tinham uma certa ligação com o desenvolvimento do trabalho.

Primeiramente, tal como proposto por Ausubel, investigou-se os subsunçores existentes no que diz respeito à relação da Matemática com a Física. A partir daí elaborou-se um material instrucional potencialmente significativo que pudesse facilitar a construção do conceito de derivada. E como para Vergnaud (1990a) são as situações que dão sentido aos conceitos, procurou-se elaborar situações que contemplassem problemas presentes na vida de um engenheiro ambiental e sanitário.

Ao programar o conteúdo, a ideia de Ausubel vem ao encontro da teoria dos campos conceituais de Vergnaud, ou seja, as ideias mais gerais e mais inclusivas do conteúdo a ser aprendido devem ser apresentadas no início para, somente então, serem progressivamente diferenciadas. A intenção foi possibilitar aos estudantes a construção do conceito de derivada por meio da resolução de situações do cotidiano de um engenheiro ambiental e sanitário.

Os autores Moreira e Massoni (2016) afirmam que as primeiras situações devem ser do contexto, do entorno do aprendiz, e devem ser coerentes para ele, e para isso, elas devem ser propostas em crescentes níveis de complexidade.

Para que haja a aprendizagem sequencial independente e com nível crescente de complexidade, é necessário que o professor varie suas técnicas e métodos para tornar o processo de ensino e aprendizagem organizado. Sob essa perspectiva, a pesquisa foi organizada na perspectiva de sala de aula, levando em conta a relação da Matemática com a Física a ser estruturada na cognição do aluno.

Inicialmente, foram verificadas e analisadas as concepções sobre esta relação para após estruturar a organização da sequência didática proposta e ao final das situações-problema, foram utilizados mapas conceituais para tentar evidenciar se houve ou não aprendizagem significativa. Vergnaud reforça que é a análise das situações matemáticas e o estudo da conduta do aluno, quando confrontado com essas situações, que permitem analisar sua competência, identificando possíveis invariantes operatórios no campo de conceitos da derivada e inferindo uma possível evolução conceitual nos participantes da pesquisa. Em virtude disso, foi considerado que a Teoria da Aprendizagem Significativa e a Teoria dos Campos Conceituais atendem ao objetivo de procurar evidência de aprendizagem significativa e os resultados desse processo serão apresentados ao longo da tese

CAPÍTULO 4

METODOLOGIA DE PESQUISA

Capítulo 4 - Metodologia de Pesquisa

O objetivo desse capítulo é descrever os caminhos metodológicos que nortearam esta pesquisa de tese. A temática surgiu a partir de experiências vivenciadas com alunos ingressantes em um curso de Engenharia Ambiental e Sanitária, que demonstraram não compreender o significado do conceito de derivada. Frente à preocupação surgida com o ensino de derivada para cursos de Engenharia Ambiental e Sanitária e consequentemente, com uma crescente evasão nesses cursos, buscou-se estabelecer critérios que possam responder o objetivo principal desta pesquisa: ***Promover a ocorrência da aprendizagem significativa do conceito de derivada por meio da integração entre a Matemática e a Física em um curso de Engenharia Ambiental e Sanitária***. Acredita-se que no momento em que o estudante dá sentido ao seu objeto de estudo, a aprendizagem adquirida passa a ser significativa.

4.1 Pesquisa qualitativa e quantitativa

Para isso optou-se por utilizar métodos qualitativos e alguns aspectos quantitativos complementares para esse estudo. Enquanto o interesse central do método qualitativo está na interpretação dos significados atribuídos pelos sujeitos em suas ações, o método quantitativo dá ênfase à Estatística, ou seja, é a conversão dos registros em índices numéricos. Será utilizada uma estatística descritiva para quantificar registros não numéricos, por meio de variáveis do tipo qualitativa nominal como, por exemplo, feminino ou masculino.

Segundo Gil (2007), a pesquisa pode ser entendida como o

> [...] procedimento racional e sistemático que tem como objetivo proporcionar respostas aos problemas que são propostos. A pesquisa desenvolve-se por um processo constituído de várias fases, desde a formulação do problema até a apresentação e discussão dos resultados. (p. 17)

Segundo Bogdan e Biklen (1994), a abordagem qualitativa é definida a partir de cinco características:

a) Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal [...];
b) A investigação qualitativa é descritiva [...];

c) Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos [...];
d) Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva [...];
e) O significado é de importância vital na abordagem qualitativa [...]. (p. 47-50)

A escolha dessa abordagem metodológica para o ensino superior torna-se extremamente relevante, visto que os alunos chegam na sala de aula com a aprendizagem da matemática na forma compartimentada, o que não favorece o entendimento dos significados dos conceitos a partir de situações-problema enfrentadas pelos alunos.

Ao utilizar uma pesquisa qualitativa, o pesquisador está preocupado em interpretar o conhecimento que um determinado grupo apresenta sobre o assunto em estudo. Neste caso, o pesquisador tem um papel fundamental como facilitador da aprendizagem fazendo uma análise subjetiva de como o grupo resolve o problema em questão.

Segundo Moreira (2006a):

> [...] os professores apresentam aos alunos conhecimentos que eles supostamente devem saber. Os alunos copiam tais conhecimentos como se fossem informações a serem memorizadas, reproduzidas nas avaliações e esquecidas logo após. Esta é a forma clássica de ensinar e aprender, baseada na narrativa do professor e na aprendizagem mecânica dos alunos. (p. 8)

A pesquisa qualitativa torna-se viável para que o professor possa refletir sobre sua própria prática, colaborando nas discussões e a aprendizagem deixe de ser mecânica e torne-se significativa.

Já uma abordagem quantitativa se faz necessária, pois propõe um estudo baseado em dados fidedignos que mais tarde serão convertidos em índices numéricos. E posteriormente servirão como recurso para o pesquisador a fim de que o tratamento desses dados - por meio de indicadores, testes de inferência, entre outros - ofereçam indícios adicionais sobre a validade da pesquisa e forneçam características relevantes da amostra em estudo.

Segundo Fonseca (2002):

> Diferentemente da pesquisa qualitativa, os resultados da pesquisa quantitativa podem ser quantificados. Como as amostras geralmente são grandes e

> consideradas representativas da população, os resultados são tomados como se constituíssem um retrato real de toda a população alvo da pesquisa. (p. 20)

Como a pesquisa quantitativa prioriza a quantidade e intensidade do conhecimento dos estudantes e a pesquisa qualitativa está interessada em uma análise subjetiva, interpretativa, acredita-se que as mesmas se complementam tornando a pesquisa mais enriquecedora.

Segundo Moreira e Rosa (2016), a complementação existe quando, no marco de um mesmo estudo, se obtém duas imagens, uma procedente de métodos de orientação qualitativa e outra de métodos de orientação quantitativa, resultando assim um duplo e diferenciado conjunto de asserções de conhecimento sobre o fenômeno de interesse.

4.2 Contexto e sujeitos da pesquisa

A coleta de dados para a pesquisa ocorreu no ano de 2017 em uma instituição comunitária de ensino superior situada no interior do Rio Grande do Sul, Brasil. A pesquisa foi desenvolvida com 26 alunos ingressantes em um Curso de Graduação em Engenharia Ambiental e Sanitária, em 10 aulas geminadas totalizando 20h/aula no turno vespertino. Além disso, a escolha dos sujeitos da pesquisa se deu ao fato de que a autora da pesquisa foi a professora regente da disciplina. Esse estudo utilizou como instrumento de análise os registros escritos dos alunos e o diário de campo da professora pesquisadora.

Os registros escritos são *Situações* didáticas elaboradas pela pesquisadora que tem como objetivo fazer com que o aluno, ao final da pesquisa, tenha construído o conceito da derivada. Além disso, em cada *Situação* desenvolvida, realizou-se o registro das impressões observadas com relação às dificuldades, perspectivas, aos erros e acertos, às reações dos participantes e da professora pesquisadora. Essas *Situações* serão exploradas no capítulo 5.

O diário de campo foi utilizado para fazer o registro das observações dos acontecimentos que ocorreram em sala de aula durante as atividades desenvolvidas. Registrou-se, também, as dúvidas dos alunos, bem como os fatos relevantes observados na sala de aula e que são úteis para a análise dos resultados desta pesquisa.

A turma era composta por 30 alunos que nunca tiveram contato com o conteúdo de derivadas e que estavam matriculados na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. No entanto, aceitaram participar da pesquisa 26 estudantes que assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Apêndice A) em duas vias, ficando uma via com o aluno e, uma, com a professora pesquisadora.

Visando a preservação da identidade dos participantes, estes foram denominados como A1, A2, A3... A26.

A atividade desenvolvida é uma estratégia didática aplicada em sala de aula com o intuito de promover a ocorrência da aprendizagem significativa do conceito de derivada por meio da integração entre a Matemática e fenômenos físicos presentes no cotidiano de um Engenheiro Ambiental e Sanitário.

4.3 Desenvolvimento da pesquisa

Primeiramente realizou-se um estudo bibliográfico baseado nas seguintes categorias: ***Aprendizagem Significativa no Ensino Superior; Ensino e Aprendizagem de Cálculo Diferencial na Engenharia Ambiental e Sanitária; Conhecimento prévio*** *e* ***Relação da Matemática e Física.*** A pesquisa foi realizada inteiramente de forma digital pelo título, após uma leitura do resumo e posteriormente foram analisados minuciosamente cada texto completo relacionando os pontos comuns que encaminharam para reflexões acerca do propósito da pesquisa. Com o objetivo de verificar quais as principais contribuições para este trabalho de tese, a investigação foi dividida em três etapas para melhor atender os objetivos específicos propostos. O Quadro 4.1 sintetiza essas etapas nas quais a pesquisa está delineada.

Quadro 4.1: Etapas da pesquisa

Momentos da Pesquisa	Objetivo específico	Instrumento de coleta de dados	Critérios de Análise
PRIMEIRA ETAPA **ETAPA DE DIAGNÓSTICO**	Identificar os subsunçores que os alunos de um curso de Engenharia Ambiental e Sanitária possuem sobre a relação entre a Matemática e a Física.	Mapa mental Livre e Mapa mental direcionado	A análise foi realizada por meio do software NVivo e buscou verificar quais as palavras e relações que estavam presentes em grande parte das respostas dos alunos.
	Identificar o perfil dos estudantes	Questionário	Uso de uma estatística descritiva para analisar, converter e quantificar os registros em índices não numéricos.
SEGUNDA ETAPA **ETAPA DE IMPLEMENTAÇÃO DE UMA PROPOSTA DIDÁTICA**	Verificar como se constrói o conceito de derivada a partir de uma sequência de atividades potencialmente significativas;	Sequência de situações de ensino com nível crescente de complexidade	Análise qualitativa que procurou responder os objetivos das *Situações* propostas (Quadro 5.4) e atender aos critérios estabelecidos para a análise dos mapas conceituais (Quadro 5.7).
		Elaboração de um Mapa Conceitual sobre derivada	
TERCEIRA ETAPA **ETAPA DE MONITORAMENTO E AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM**	Analisar, com base nas teorias de Ausubel e Vergnaud, se houve indícios de aprendizagem significativa a partir desse processo.	Sequência de atividades potencialmente significativas; Mapas conceituais do conteúdo de derivada.	Analisar, a possível evolução dos significados do conceito de derivada pelos alunos, por meio da sequência de atividades propostas e da construção do mapa conceitual sobre derivada. Utilizou-se como critérios de análise: - os níveis de compreensão do conceito de derivada (Quadro 5.6); - os possíveis elementos dos esquemas de ação ativados nas *Situações* (Quadro 6.9); - escala para análise dos mapas conceituais (Quadro 5.7).

Na primeira etapa - *Etapa de Diagnóstico* - tem por objetivo verificar os subsunçores a respeito da relação da Matemática com a Física, bem como construir, por meio de questionário, um perfil da turma que será implementada a pesquisa. Nesta etapa não são apresentadas perguntas sobre o conceito de derivada, pois em decorrência da experiência como docente da professora pesquisadora, os alunos ingressantes no primeiro semestre do curso não conheciam esse conceito.

Na *Etapa de Implementação de uma Proposta Didática* - aplicação uma sequência de ensino para a construção do conceito de derivada.

Ao final da segunda etapa o aluno deverá ser capaz de construir, de forma genérica o conceito da derivada, isso será analisado conforme o desenvolvimento de cada *Situação* e de como o estudante consegue transferir para a *Situação* seguinte os conceitos adquiridos. A partir daí será analisado se a construção do Mapa Conceitual convergiu para os resultados das *Situações* didáticas.

Na fase de *Monitoramento e Avaliação da Aprendizagem*, foram analisadas as produções dos alunos nas *Situações* propostas no decorrer do andamento da disciplina de Fundamentos de Cálculo Diferencial e Integral, bem como as anotações no diário de campo, tendo como suporte a TAS e TCC. Na Figura 4.1 é apresentado um esquema de como foi realizada a análise dos dados.

Figura 4.1: Esquema para a análise qualitativa e quantitativa

4.4 Metodologia da etapa diagnóstica

***Etapa de diagnóstico*:** Para as atividades que constituem a 1ª Etapa, foi aplicado um *Mapa Mental Livre (MML)* e um *Mapa Mental Direcionado (MMD)* sobre as relações da Matemática com a Física. O objetivo da atividade foi averiguar os subsunçores trazidos dos alunos em relação às associações que o campo da Matemática tem com a Física, mais precisamente, com fenômenos da natureza.

Os Mapas Mentais (do inglês *"mind maps"*) são representações esquematizadas de informações que possibilitam verificar relações entre palavras ou ideias. Segundo Buzan (1996), são ferramentas de pensamento que permitem refletir exteriormente o que se passa na mente.

Define-se *Mapa Mental Livre* (Figura 4.2) quando a palavra principal é posta no centro de uma folha e o indivíduo poderá fazer associações sem qualquer indicação de ideias.

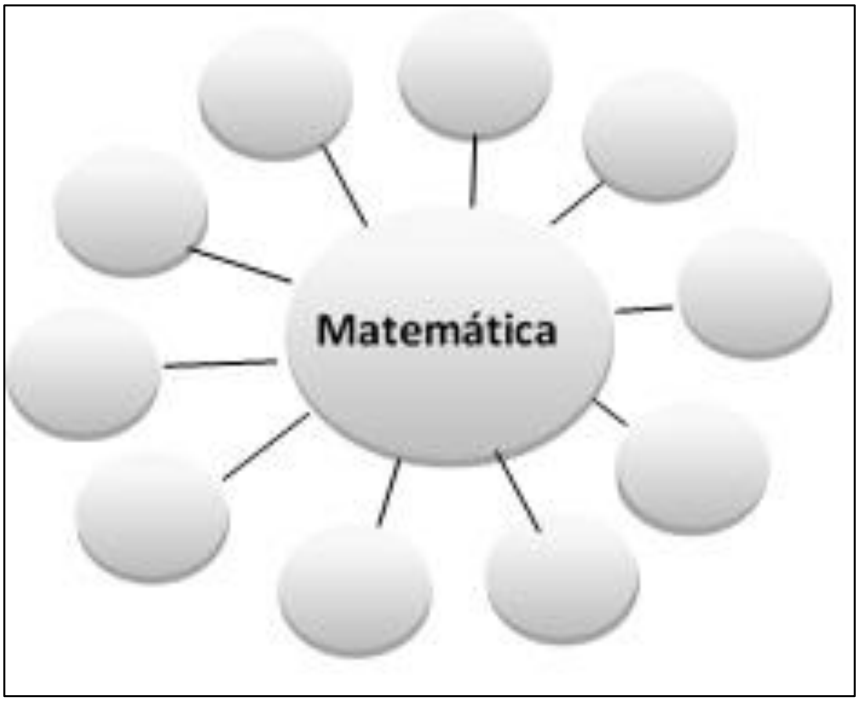
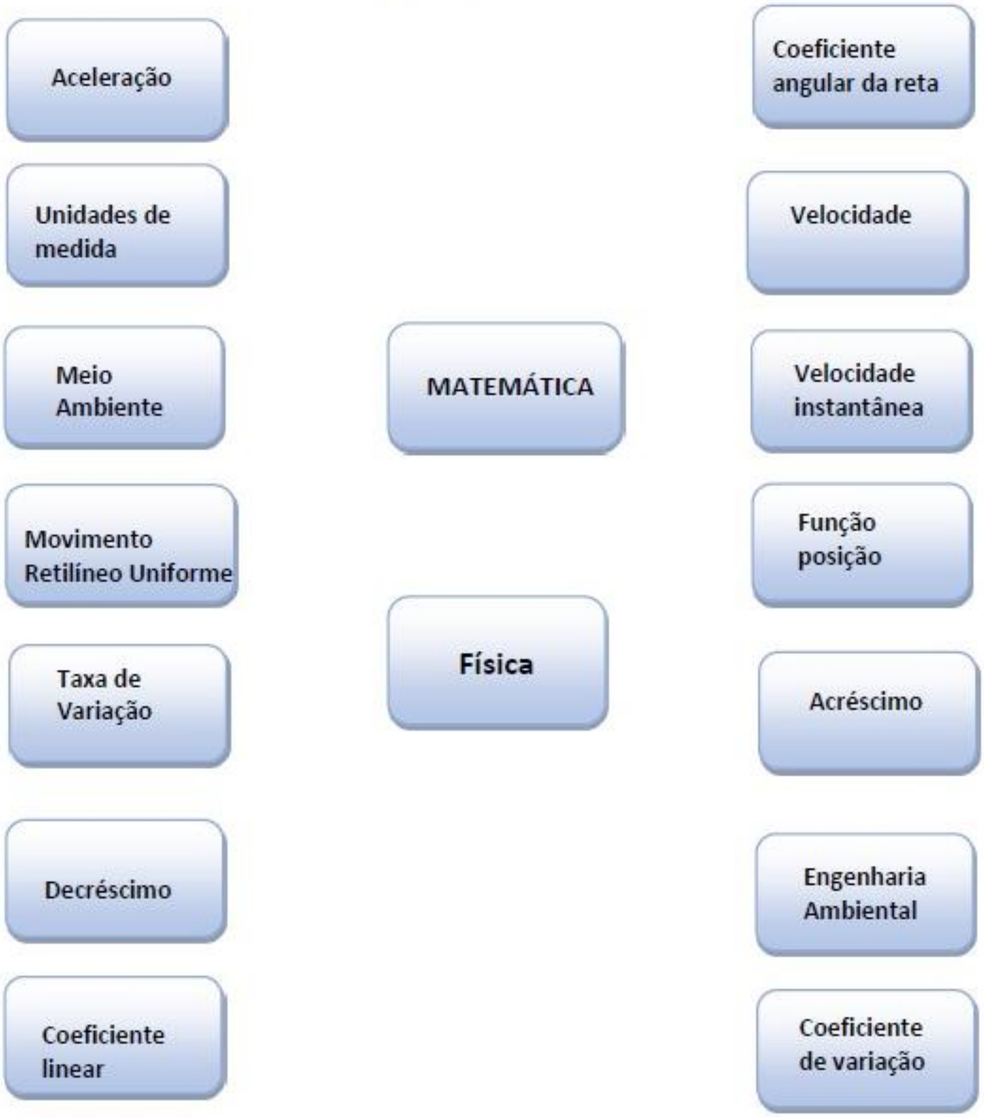


Figura 4.2: Mapa Mental Livre

No *Mapa Mental Direcionado* (Figura 4.3), acontece de forma análoga. Porém, além da palavra central (ou mais de uma) são indicadas outras palavras representando conceitos, processos, cursos, para que o indivíduo consiga relacioná-las com a ideia principal.

1. A partir das palavras centrais, relacione os demais termos indicando o nível de relação: **(1) relação forte, (2) relação moderada e (3) relação fraca.**



2. Diante da relação feita, escreva sobre os níveis de relação (1,2 ou 3) que você indicou com os termos centrais.

3. Escreva o que você acha pertinente na relação da Matemática com a Física:

Figura 4.3: Mapa Mental Direcionado

Segundo Moreira (2011), o conhecimento prévio é, na visão de Ausubel, a variável isolada mais importante para a aprendizagem significativa de novos conhecimentos.

Da mesma forma, Moreira (2004) afirma que a Teoria dos Campos Conceituais proposta por Vergnaud destaca o papel do conhecimento prévio nos processos de construção do conhecimento, para que seja articulado sob o paradigma do construtivismo.

Para que o aluno possa aprender de maneira significativa a construção do conceito de derivada na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I é necessário que compreenda o significado físico da derivada. Esses conhecimentos funcionarão como conceitos prévios inclusivos ou subsunçores presentes na estrutura cognitiva do aluno necessários para que esse novo conceito com eles se relacione de forma substantiva e não arbitrária, em um processo cognitivo interativo.

No processo de ensino e aprendizagem em Engenharia é extremamente importante compreender de que forma o acadêmico se apropria do conhecimento de Cálculo e de que forma livres associações[16] podem contribuir para que o aluno dê sentido aos conceitos nessa área e os relacione com a Física.

O objetivo desse primeiro momento, a etapa de diagnóstico, foi o de identificar os subsunçores que os alunos de um curso de Engenharia Ambiental e Sanitária possuíam sobre a relação entre a Matemática e a Física e verificar se percebiam que assuntos poderiam transitar nas duas áreas de conhecimento.

Para resolver essas atividades, os estudantes receberam no primeiro dia de aula as tarefas do Mapa Mental Livre e do Mapa Mental Direcionado, para completar. A professora pesquisadora não interferiu nas palavras para que pudesse ter um resultado confiável. Os alunos trabalharam individualmente para fazerem as construções mentais sugeridas pelo Mapa Mental Livre e o Mapa Mental Direcionado, distribuído após a conclusão do primeiro Mapa. O ponto central dessa atividade foi verificar os conhecimentos prévios dos estudantes acerca da relação da Matemática e Física. Após as tarefas foram feitas reflexões acerca da relação da Matemática com a Física e quais as implicações na profissão do engenheiro ambiental e sanitário. Essas reflexões foram registradas no diário de campo.

---

[16] A livre associação foi um método utilizado por Sigmund Freud (1976), em substituição à hipnose, que consistia em deitar o paciente no divã e encorajá-lo a dizer o que viesse à sua mente.

Reiterando, segundo Moreira (2011), o conhecimento prévio é, na visão de Ausubel, a variável isolada mais importante para a aprendizagem significativa de novos conhecimentos.

Da mesma forma, como já foi dito, Moreira (2004) afirma que a Teoria dos Campos Conceituais proposta por Vergnaud destaca o papel do conhecimento prévio nos processos de construção do conhecimento, para que seja articulado sob o paradigma do construtivismo.

Nesse processo de geração de conhecimento, é fundamental o questionamento e, portanto, a possibilidade de reconhecer um problema como tal. São os problemas que articulam os aspectos teóricos e práticos de todo conhecimento.

Para que o aluno possa aprender de maneira significativa a construção do conceito de derivada na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, tornam-se necessários os conhecimentos prévios das relações existentes entre a matemática e a física e as implicações na profissão do engenheiro ambiental. Esses conhecimentos funcionarão como conceitos prévios inclusivos ou subsunçores presentes na estrutura cognitiva do aluno necessários para que esse novo conceito se relacione de forma substantiva e não arbitrária e adquira significado.

A análise dos Mapas Mentais ocorreu de forma qualitativa, realizada por meio do *software SQR- Qualitative Solutions Research NVivo*[17], e buscou verificar quais as palavras e relações que estavam presentes em grande parte das respostas dos alunos.

O *NVivo* é um *software* que auxilia a organização e análise de pesquisas qualitativas. Segundo Lage (2011), é um dos *softwares* mais utilizados no ambiente acadêmico brasileiro, tendo sido adotado por centros de pesquisa da maioria das grandes universidades. O software *Nvivo* é voltado para tratamento de dados qualitativos originados de diversas fontes, como por exemplo, áudios, filmagens, fotos e textos em diferentes formatos digitais. A interface do *QSR Nvivo* é apresentada na Figura 4.4.

Para interagir com o *software Nvivo* e observar a nuvem de palavras produzidas pelas indicações no Mapa Mental Direcionado, no qual o aluno foi

[17] O sitio da QSR International (http://www.qsrinternational.com) apresenta informações sobre as funcionalidades e as formas de aquisição do NVivo.

estimulado a estabelecer relações de termos com a Matemática e a Física, utilizou-se uma abreviatura das palavras sugeridas conforme a Quadro 4.2.

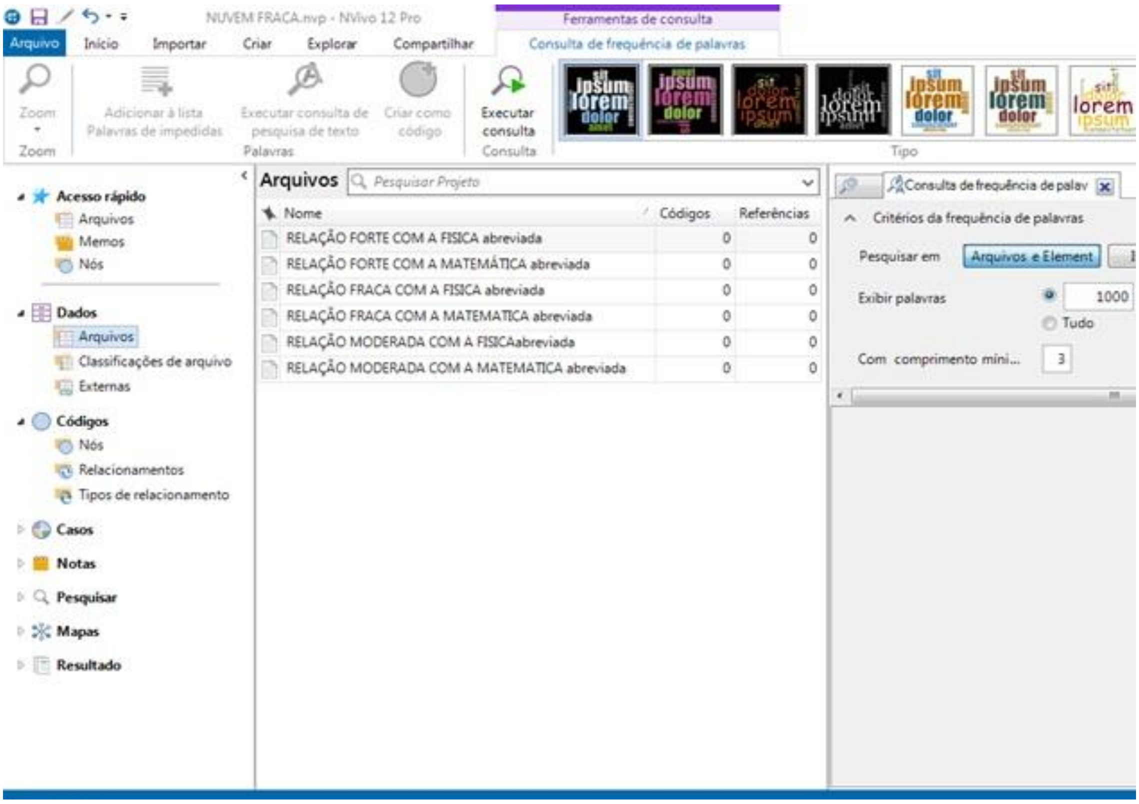


Figura 4.4: Interface do software Nvivo
Fonte: QSR International (http://www.qsrinternational.com).

Quadro 4.2: Termos utilizados no software Nvivo para produzir as nuvens de palavras indicadas no MMD

Termos proposto no MMD	**Termo utilizado no *software* Nvivo**
Aceleração	Aceleração
Unidades de Medida	Unidades
Meio ambiente	Ambiente
Movimento Retilíneo Uniforme	Retilíneo
Taxa de variação	Variação
Decréscimo	Decréscimo
Coeficiente linear	Linear
Coeficiente angular da reta	Angular
Velocidade média	Média
Velocidade instantânea	Instantânea
Função posição	Posição
Acréscimo	Acréscimo

Termos proposto no MMD	Termo utilizado no *software* Nvivo
Engenharia Ambiental	Engenharia
Coeficiente de variação	coeficiente

Ainda na *Etapa de diagnóstico* elaborou-se um questionário (Apêndice B) com o objetivo de verificar o perfil dos estudantes. A intenção foi fazer uma descrição estatística das características dos alunos além de conhecer opiniões, sentimentos, interesses, expectativas, situações vivenciadas. Procurou-se compor um questionário que atendesse expectativas da pesquisadora, observando o contexto e os sujeitos da pesquisa. Para a estatística descritiva foi utilizada a planilha eletrônica *Microsoft Excel*[18].

Nesta primeira etapa foi permitido conhecer as relações que os estudantes fazem entre a Matemática e a Física e refletir de que forma essas associações podem contribuir na aprendizagem dos conceitos no campo da Engenharia Ambiental e Sanitária. Cabe ressaltar que o interesse na *Etapa de diagnóstico* não foi de conhecer subsunçores sobre o conceito de derivada, pois os estudantes matriculados nessa disciplina nunca tiveram contato com o assunto. Considerou-se importante o processo inicial de como os alunos relacionam a Matemática com fenômenos físicos para a partir daí construir a sequência didática que foi implementada na segunda fase de investigação.

Pode-se perceber, por meio das respostas do questionário que o interesse do aluno pelo curso de Engenharia Ambiental e Sanitária passa pela relação com o meio ambiente, conforme a resposta do aluno A18 quando perguntado sobre -Quais os motivos que levaram a escolha pelo curso de Engenharia Ambiental e Sanitária?

"Sempre achei interessante a relação do meio ambiente e seus problemas com soluções de modo prático, com ações que são visíveis e pesquisando antes de prestar vestibular, me identifiquei com o curso" (Aluno A18).

Cabe ressaltar que a grande maioria dos alunos não responderam de forma completa o questionário, mas ficou evidente para a professora pesquisadora, a necessidade de relacionar o conteúdo de derivada com fenômenos físicos pelo fato

[18] Este *software* foi desenvolvido pela Microsoft, na década de 80, é um programa de planilha eletrônica com funções gráficas fáceis de usar. O Excel é utilizado também, como base para a construção do banco de dados e análise estatística.

dos alunos exporem a preocupação com a disciplina de Cálculo, para eles essa aplicabilidade não estava clara.

Pensando nisso, foi construída uma sequência didática em consonância com os pressupostos das Teorias propostas por Ausubel e Vergnaud. Levou-se em consideração problemas que contemplassem o cotidiano de um Engenheiro Ambiental e Sanitário, pois segundo Vergnaud (1990a) são as situações que dão sentido aos conceitos. Além disso definiu-se situações com crescente grau de complexidade e que partiram de um problema mais geral para um mais específico.

A proposta didática desenvolvida à luz da Teoria da Aprendizagem Significativa e da Teoria dos Campos Conceituais será descrita no próximo capítulo.

CAPÍTULO 5

METODOLOGIA DE ENSINO: UMA PROPOSTA DIDÁTICA E SUA IMPLEMENTAÇÃO

Capítulo 5 - Metodologia de Ensino: Uma Proposta Didática e sua Implementação

Este capítulo tem por objetivo descrever a metodologia de ensino que conduziu as atividades em sala de aula. A sequência didática proposta foi desenvolvida a luz da Teoria da Aprendizagem Significativa e da Teoria dos Campos Conceituais, e dessa forma procurou-se abranger as premissas abordadas por ambas.

Como são teorias cognitivistas, construtivistas levou-se em consideração os conhecimentos prévios dos alunos em relação à conexão entre a Matemática e a Física na Engenharia Ambiental e Sanitária.

5.1 Etapa de implementação de uma proposta didática

Para contemplar a Etapa de Implementação de uma Proposta Didática, foram elaboradas sete *Situações* voltadas ao cotidiano na profissão do Engenheiro Ambiental e Sanitário, levando-se em consideração que os alunos participantes estavam no início do curso, então foram introduzidos organizadores prévios sobre o conteúdo de funções e limites. As *Situações* de ensino foram construídas com nível crescente de complexidade e com dependência sequencial para, então, posteriormente apresentar situação não familiar na qual o aluno pudesse transpor o conhecimento adquirido.

Vergnaud afirma que um conceito não pode ser reduzido a uma única definição, deve, então, ser estudado por meio de diversas situações que são responsáveis pelo sentido atribuído ao conceito (Barais & Vergnaud, 1990); um conceito torna-se significativo através de uma variedade de situações (Vergnaud, 1994).

O conceito de situação empregado por Vergnaud (1990b; 1993) não é o de situação didática, mas sim o de tarefa, sendo que toda situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas. Essas situações, ou conjunto de tarefas, apresentaram nível de complexidade crescente a fim de buscar indícios de uma aprendizagem significativa.

Segundo Ausubel (2000), a melhor maneira de evitar a simulação da aprendizagem significativa é formular questões e problemas de uma maneira nova e não familiar que requeira máxima transformação do conhecimento adquirido. Para ele, testes de compreensão devem, no mínimo, ser escritos de maneira diferente e apresentados em um contexto, de certa forma, diferente daquele originalmente encontrado no material instrucional. Outra alternativa, segundo Ausubel (1963), para verificar a ocorrência da aprendizagem significativa é a de propor ao aprendiz uma tarefa de aprendizagem sequencialmente dependente de outra, a qual não possa ser executada sem uma genuína compreensão da precedente.

A avaliação da aprendizagem deverá estar fundamentada nas atividades realizadas pelos alunos, nas observações feitas em sala de aula e na avaliação somativa individual, na análise qualitativa da professora pesquisadora sobre as evidências que observou, ou não, de aprendizagem significativa dos conceitos da derivada e da relação existente entre Matemática e a Física.

Compreende-se que a resolução de situações-problema, fundamentadas nas teorias de Ausubel e Vergnaud, podem colaborar na análise de uma aprendizagem significativa dando sentido aos conceitos de derivadas quando estes estão associados a fenômenos físicos.

Para aplicar essa Etapa, iniciou-se o estudo sobre funções e limites que serviram como organizadores prévios do conteúdo de derivada. Segundo Ausubel (2000), um organizador prévio é um mecanismo pedagógico que ajuda a implementar esses princípios, estabelecendo uma ligação entre aquilo que o aprendiz já sabe e aquilo que precisa saber para que aprenda novos materiais de uma maneira significativa, ativa e eficaz.

As atividades foram apresentadas aos alunos no início de cada aula para serem resolvidas de forma individual. Os alunos recebiam o texto de cada *Situação*, a professora pesquisadora explicava o que eles deveriam fazer na atividade. Durante a resolução dos problemas os estudantes compartilhavam e discorriam com os colegas suas ideias quanto às resoluções. Ao final de cada *Situação* foram discutidos os principais tópicos e conceitos abordados no problema. Essa metodologia foi utilizada em todas as *Situações* com exceção da *Situação 7* onde o estudante não poderia externalizar seu raciocínio até que todos tivessem terminado a resolução.

Cabe reiterar que a Sequência Didática, constituída por 7 *Situações*, foi construída com base na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel e na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, uma vez que foram situações-problema em níveis crescentes de complexidade (TCC/Vergnaud), levando em conta o conhecimento prévio dos alunos (TAS/Ausubel), a progressividade (Vergnaud e

Ausubel) do domínio do campo conceitual de derivada e a disposição para aprender (Ausubel).

Em termos de aprendizagem, o esperado da implementação dessa sequência pode ser assim resumido:

a) com a implementação dessa Sequência Didática, esperou-se que o aprendiz apresentasse estratégias que pudessem favorecer a sua participação mais ativa na construção do conceito de derivada, facilitando a externalização de esquemas e procedimentos frente às *Situações* propostas;

b) presumir que o aprendiz atingisse o processo de conceitualização dos conceitos matemáticos necessários para relacionar com situações físicas do campo conceitual da derivada;

c) considerando os pressupostos de Vergnaud (1990) que afirma que um conceito não se forma através de uma única situação e uma situação não define com um único conceito, esperou-se que as *Situações* propostas aos estudantes pudessem possibilitar a construção do conceito de derivada, partindo de *Situações* mais gerais para as mais específicas considerando um nível crescente de complexidade;

d) esperou-se que o aprendiz pudesse fazer construções cognitivas demonstrando evidências de progressividade da aprendizagem significativa;

e) ao relacionar o conteúdo a ser aprendido com fenômenos físicos que fazem parte do cotidiano de um engenheiro ambiental e sanitário, desejou-se propiciar uma motivação e consequentemente pré-disposição em aprender, que segundo Ausubel (1963) é um fator importante para atingir a aprendizagem significativa.

Pontuam-se, a seguir, as *Situações* propostas e os objetivos que se esperava que os alunos atingissem ao realizar a sequência didática:

Situação 1: Uma pesquisa recente constatou que um dos fatores responsáveis pelas mudanças climáticas é o aumento da concentração de Dióxido de Carbono (CO2) na atmosfera. Durante um estudo ambiental em uma determinada região, verificou-se níveis médios de CO2, medidos em partes por milhão no período de 1998 a 2016. Os dados foram organizados no Quadro 5.1:

Quadro 5.1: Quantidade de nível de carbono X Tempo

Ano	**Nível de CO_2 (ppm)**[19]
1998	358,6
2000	362,4
2002	366,5
2004	369,4
2006	373,2
2008	377,5
2010	381,9
2012	385,6
2014	389,9
2016	393,8

Fonte. Adaptado de Stewart (2016).

1) Qual foi a variação da quantidade de CO2 entre 1998 e 2000?
2) Calcule a variação da quantidade de CO2 entre os anos de 2000 e 2002:
3) Qual a variação da quantidade de CO2 entre 2004 e 2006? E entre 2006 e 2008?
4) Calcule a variação da quantidade de CO2 entre os anos 2008 e 2010. Em 2012 e 2014 e entre 2014 e 2016. Em qual período você acha que a variação da quantidade de CO2 foi maior? Justifique sua resposta.
5) Analisando os resultados obtidos, a variação da quantidade de CO2 parece estar se aproximando de algum valor? Qual?
6) A tabela apresenta uma relação de dependência entre nível de CO2 na atmosfera e tempo. Podemos dizer, nesta situação, que a quantidade de CO2 é dada em função do tempo? Esta relação de dependência é uma função? Justifique sua resposta.

[19] A concentração em ppm indica quantas partes do soluto existem em um milhão (10^6) de partes da solução.

Finalidade da Situação 1: Busca-se que o estudante transponha a representação dos dados numéricos tabelados para a representação analítica de função. Quanto maior a quantidade de representações esquematizadas pelos estudantes acerca das situações, mais refinado será o seu desenvolvimento cognitivo, pela diferenciabilidade dos subsunçores. Pretende-se também, mesmo com a ausência de gráfico, que o aluno constate a existência de uma função que relaciona o tempo com o nível de Dióxido de Carbono (CO_2). Se espera que, pelo fato de já ter sido abordado em sala de aula, como organizador prévio, o conceito de limite, o estudante perceba a relação existente utilizando o conteúdo sobre limites. Objetiva-se, também, que o aluno constate que não há a necessidade de inclusão de gráfico ou fórmulas para que se tenha uma função.

Nas questões de 1 a 4, acredita-se que não há dificuldades na sua resolução e que o aluno conseguirá perceber que a variação da quantidade de CO_2 se dará por meio da diferença dos valores correspondentes do Nível de CO_2 no ano solicitado, verificando, dessa forma, que a maior variação ocorreu no período de 2008 a 2010.

Na questão 5, espera-se que os alunos consigam constatar a aproximação da variação para o valor 4, considerando que o conceito de limite já tenha sido visto em sala de aula.

A questão 6 tem por objetivo que o aluno consiga identificar que se trata de uma função, mesmo não expondo a justificativa correta. Acredita-se que alguns alunos demonstrem de maneira clara essa relação de dependência, identificando as variáveis envolvidas na situação.

Situação 2: Considere a tabela da atividade anterior que relaciona o tempo de estudo (anos) com o nível de Dióxido de Carbono (CO2) presente na atmosfera:

Quadro 5.2: Quantidade de nível de carbono X Tempo

Ano	**Nível de CO_2 (ppm)**
1998	358,6
2000	362,4
2002	366,5
2004	369,4
2006	373,2
2008	377,5
2010	381,9
2012	385,6
2014	389,9
2016	393,8

Se representarmos a quantidade de CO2 por C poderemos representar a variação do gás na atmosfera por ΔC. De forma análoga, chamando o tempo de estudo de t, então Δt representa a variação do tempo.

1) No intervalo de tempo entre t=1998 e t=2016 anos qual o valor do Δt?
2) No intervalo de tempo entre t=1998 e t=2016 anos qual o valor do ΔC?
3) Que unidade de medida devemos utilizar para a razão $\frac{\Delta C}{\Delta t}$?
4) Calcule $\frac{\Delta C}{\Delta t}$ quando t varia no intervalo de 1998 a 2016:
5) Que quantidade de CO2 aumentou por ano, em média?
6) Como você poderia definir a razão $\frac{\Delta C}{\Delta t}$?

Finalidade da Situação 2: Objetiva-se a assimilação dos conceitos matemáticos "Incremento" e "Razão Incremental" bem como sua transposição para a linguagem física. A partir desta situação-problema, os símbolos matemáticos serão introduzidos gradualmente.

Nas questões 1 e 2, espera-se que os alunos resolvam de maneira satisfatória, visto que o conceito de variação já foi abordado anteriormente, no entanto, nestas questões foram introduzidos alguns símbolos matemáticos que poderão ser uma novidade para alguns alunos. Presume-se que o aluno perceba de que forma acontece a variação da quantidade de dióxido de carbono (CO_2) em relação ao tempo.

Na questão 3, acredita-se que o estudante utilize as unidades de medida pelo fato de as mesmas estarem indicadas na tabela, mas poderão surgir algumas dificuldades já que esse tipo de unidade não é familiar.

Espera-se que as questões 4 e 5 os alunos resolvam com facilidade, pois as questões anteriores ajudam a perceber quais os intervalos de tempo devem ser calculados para encontrar a variação de CO_2. A resolução da questão 3 possibilita ao aluno verificar a unidade de medida adequada, o que irá contribuir na compreensão desta questão.

Na questão 6, espera-se que os alunos argumentem de forma explícita as conclusões que chegaram. Os mesmos deverão calcular os valores da taxa de variação média referente aos intervalos e concluir que a concentração de CO_2 tem uma taxa de crescimento de 1,95 ppm ao ano. Presume-se que o aluno reflita sobre o significado de taxa de variação média de uma função. Acredita-se que alguns estudantes apresentarão dificuldades em respondê-la associando a razão $\frac{\Delta C}{\Delta t}$ com “rapidez” em um determinado intervalo, ou ainda, poderão associar à variação do gás por ano no intervalo dado. No entanto, alguns alunos poderão interpretá-la como sendo a variação média da concentração de CO_2 por unidade de tempo no intervalo considerado.

Situação 3: Ainda considerando a tabela das atividades anteriores que relacionam o tempo de estudo (anos) com o nível de Dióxido de Carbono (CO2) presente na atmosfera:

Quadro 5.3: Quantidade de nível de carbono X Tempo

Ano	**Nível de CO_2 (ppm)**
1998	358,6
2000	362,4
2002	366,5
2004	369,4
2006	373,2
2008	377,5
2010	381,9
2012	385,6
2014	389,9
2016	393,8

1) Com o uso do software matemático, construa o gráfico de dispersão do problema. Que tipo de função é mais apropriada para esta situação?
2) Como poderemos representar graficamente essa função?
3) Encontre a equação da reta que passa pelos pontos:
4) A(1998; 358,6), B(2000;362,4), C(2002;366,5), D(2004;369,4); E(2006;373,2), F(2008; 377,5), G(2010;381,9), H(2012;385,6), I(2014;389,9) e J(2016,393,8).
5) Como você interpreta o comportamento dessa reta nesses diferentes pontos?

Finalidade da Situação 3: Esta atividade tem por finalidade introduzir a análise da situação por meio gráfico. E verificar se os estudantes conseguem identificar o tipo de função, a representação gráfica e sua interpretação.

As questões 1 e 2 objetivam desenvolver, nos alunos, a habilidade do uso do *software Excel* ou *GeoGebra*[20]*.* Espera-se que, por meio da análise gráfica, o estudante identifique o tipo de função mais apropriada para a situação e como esta tem sua representação. Optou-se pela escolha desses softwares, pelo fato de serem livres e estarem disponíveis na Instituição.

Com as questões 3 e 4 espera-se que o aluno construa a lei da função que representa o problema e consiga interpretá-la. Acredita-se que os estudantes terão um pouco de dificuldade para desenvolver essa atividade, pois demanda hábitos nos quais os mesmos não estão acostumados, pois geralmente a lei da função é imposta e não são exigidas interpretações dos problemas abordados.

[20] Desenvolvido por Markus Hohenwarter, esse software é utilizado em ambiente de sala de aula. O programa permite realizar construções geométricas, assim como permite inserir funções e alterar todos esses objetos dinamicamente, após a construção estar finalizada. O programa reúne as ferramentas tradicionais de geometria com outras mais adequadas à álgebra e ao cálculo. https://www.geogebra.org/

Situação 4: Com o objetivo de avaliar a qualidade da água em uma lagoa da cidade, engenheiros ambientais e sanitários coletaram uma amostra da água e constataram a presença de uma determinada bactéria. O desenvolvimento desta bactéria, prejudicial à saúde, pode ser descrito pela função $y = 30x + 200$, onde y representa o número de bactérias e x representa o tempo em horas.

Utilizando um software matemático, construa o gráfico correspondente a esta função:

1) A partir da construção gráfica dessa função é possível determinar seu coeficiente angular?
2) O que você pode concluir por meio das duas questões anteriores? Explique com suas palavras.
3) Dados os pontos a seguir, localize-os no plano cartesiano:
4) A (1;y_1)
5) B (1,3;y_2)
6) C (2,y_3)
7) Encontre a variação Δy do número de bactérias em relação à variação do tempo Δx entre os tempos x_1 e x_2, x_2 e x_3, e x_1 e x_3
8) Com base dos resultados obtidos na atividade anterior, calcule a razão de variação $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ quando $x_1 \rightarrow x_2$, $x_2 \rightarrow x_3$ e $x_1 \rightarrow x_3$.

Como você explica os resultados encontrados na questão 6. Qual a sua conclusão?

Finalidade da Situação 4: Com esta atividade, espera-se que o aluno perceba que a variação entre dois pontos em uma função afim é constante em qualquer intervalo considerado e que essa constante é numericamente igual ao coeficiente angular da reta obtida ao representarmos graficamente a função.

A questão 1 objetiva a construção do gráfico e localização dos pontos cartesianos. Acredita-se que não haverá dificuldades por se tratar de uma função afim, no entanto, há a possibilidade de alguns alunos apresentarem dificuldade na construção dos pontos ou ainda confundir a definição de função afim com função linear.

Na questão 2, presume-se que não haja dificuldades no que diz respeito ao coeficiente angular da reta, pois este assunto foi estudado no conteúdo de funções. Já na questão 3, enseja-se que os alunos consigam visualizar que o coeficiente angular da reta é numericamente igual à variação, no entanto, a grande maioria não saberá explicar essa igualdade.

Deseja-se que as questões 4 e 5 não apresentem dificuldades na interpretação e desenvolvimento dos cálculos por se tratar de cálculos simples e a função familiar aos alunos.

Na questão 6, pretende-se que os alunos percebam o comportamento da função e compreendam que a razão $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ entre os pontos considerados corresponde ao coeficiente angular da reta que representa a função afim. Se os resultados das questões anteriores estiverem corretos, acredita-se que os alunos não apresentarão dificuldades no cálculo da razão de variação $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ na questão. No entanto, poderão surgir dúvidas quanto à anotação utilizada para indicar que x_1 tende a x_2, x_2 tende a x_3 e x_1 tende a x_3. Os alunos deverão encontrar como resposta para os três casos $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 30$ por se tratar de uma função afim.

Acredita-se que na questão 7 os alunos terão maior dificuldade, pois os mesmos não estão acostumados a responder questões deste tipo. Não se descarta a possibilidade de alguns estudantes, mesmo tendo realizado todos os cálculos de maneira satisfatória, não observarem que o resultado encontrado na questão anterior corresponda ao coeficiente angular da reta que representa a função afim dada.

Situação 5: A mariposa-das-maçãs (Carpocapsa pomonella ou Cydia pomonella) é encontrada nos frutos da macieira e hoje é considerada uma praga quarentenária para o Brasil. A mariposa, também conhecida como lagarta-da-macieira busca lugares escuros para se camuflar e deposita seus ovos sobre os frutos ou na superfície das folhas próximas aos frutos. O desenvolvimento da lagarta dessa mariposa depende da temperatura do ar. Pode-se observar que, mantendo a temperatura, em graus Celsius, controlada em um determinado experimento, a porcentagem de ovos que eclodem (H), da referida mariposa, está em função da temperatura do ar (T) e pode ser expressa como $H(T) = -0{,}6T^2 + 30T - 298$, com $15 \leq T \leq 30$ conforme mostra a Figura 5.1:

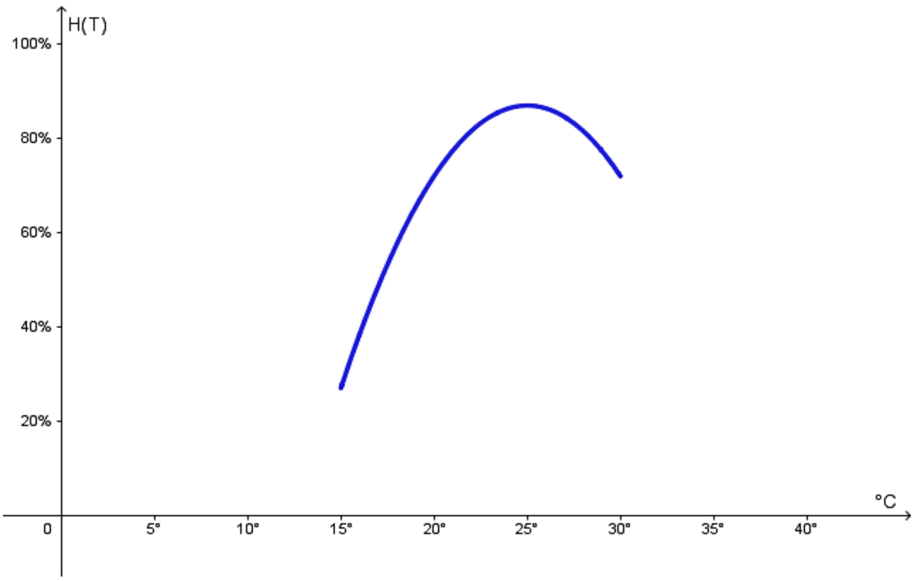


Figura 5.1: Gráfico da porcentagem de ovos que eclodem X temperatura
Fonte: Adaptado de Kovaleski (2004).

1) Calcule a taxa média de variação com que os ovos eclodem entre:

16 e 24 graus

16 e 22 graus

16 e 20 graus

16 e 18 graus

16 e 17 graus

16 e 16,05 graus

2) Trace uma reta passando pelos seguintes pontos:

a) $A(16, H(16))$ e $J(24, H(24))$

b) $A(16, H(16))$ e I$(22, H(22))$

c) $A(16, H(16))$ e G$(20, H(20))$

d) $A(16, H(16))$ e F$(18, H(18))$

e) $A(16, H(16))$ e E$(17, H(17))$

f) $A(16; H(16))$ e C$(16{,}01; H(16{,}01))$

O que podemos concluir com a construção das retas passando por esses pontos? O que você entende por reta secante e reta tangente?

3) Analisando os resultados obtidos na questão 01, a variação com que os ovos eclodem parece estar se aproximando de algum valor? Qual?

4) Se a variação $\frac{\Delta H}{\Delta T}$ fosse tão pequena (muito próxima de zero) que pudesse ser desprezada, qual seria a variação média com que os ovos eclodem? Mostre alguns resultados considerando a variação extremamente pequena, como por exemplo T=16,0001

5) Considerando os resultados obtidos nas questões anteriores, qual será a taxa de variação com que os ovos eclodem na temperatura de 16°C? Como você define esta função?

Finalidade da Situação 5: O propósito desta atividade é fazer com que os alunos sintam a necessidade da utilização de uma ferramenta que possibilite encontrar valores em um instante específico muito pequeno. Na discussão desta atividade com os alunos será introduzido o conceito de derivada.

Como já se trabalhou o cálculo da variação média nas situações anteriores, espera-se que não haja muita dificuldade na questão 1. Acredita-se que os alunos façam os cálculos corretamente e possam verificar que a taxa média de variação se aproxima de um valor, neste caso de 10,8. Além disso, os estudantes deverão marcar os pontos encontrados no gráfico que representa a porcentagem com que os ovos eclodem em função da temperatura. Como é uma atividade simples, espera-se que a maioria dos acadêmicos não tenham dificuldades.

O objetivo da questão 2 é traçar uma reta pelos pontos marcados anteriormente, acredita-se que não haverá problemas, pois se os cálculos da questão anterior foram realizados corretamente, os alunos chegarão à conclusão de que como a variação tende ao número 28,4% a reta secante torna-se uma reta tangente, pois teremos variações extremamente pequenas. Poderão surgir dificuldades quanto ao conceito de reta secante e tangente e de que forma irão explicar suas conclusões,

Espera-se que na questão 3 os alunos não apresentem dificuldades, pois se os cálculos estiverem corretos, a aproximação será clara.

A questão 4 tem como objetivo fazer com que o aluno constate a necessidade de uma nova ferramenta para calcular a taxa instantânea de variação. Acredita-se que muitos chegarão a esta conclusão, no entanto sem utilizar a notação de limite. Esta questão tem a intenção de institucionalizar o conceito de derivada por meio do limite que foi introduzido anteriormente como um organizador prévio.

Espera-se que na questão 5, o estudante defina a função encontrada utilizando limite.

Situação 6: Analise o gráfico da situação anterior considerando os pontos marcados e reescreva a função definida na Situação 6 utilizando os pontos indicados na Figura 5.2:

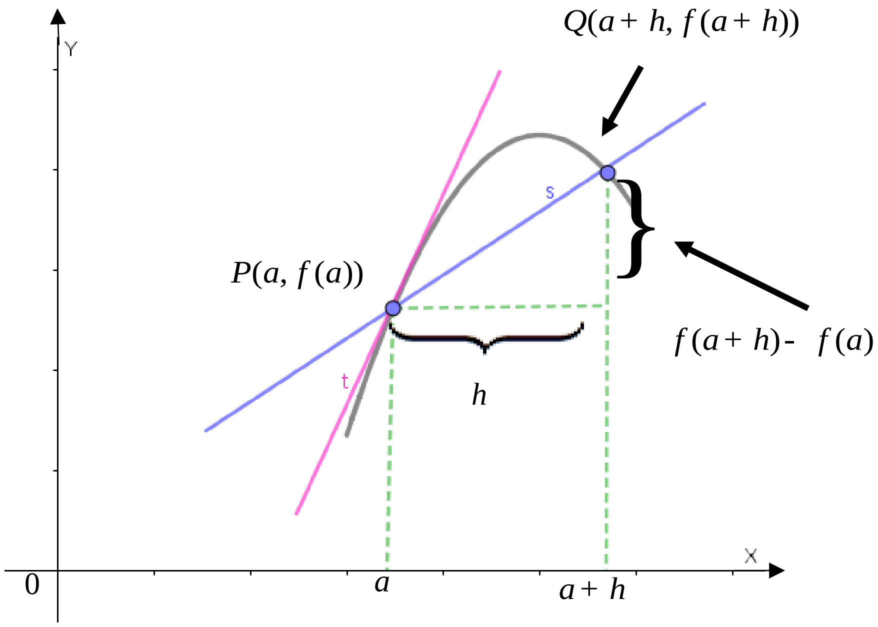


Figura 5.2: Generalização gráfica da derivada

Finalidade da Situação 6: Na situação 6 o aluno deverá ser capaz de generalizar os conceitos encontrados na Situação anterior por meio da notação de $\lim_{h\to 0} f(x)$.

Situação 7: Um dos temas importantes em Cálculo é o estudo do movimento. Para descrever completamente o movimento de um objeto, é necessário especificar sua rapidez (com que pressa ele está indo) e a direção na qual está se movendo. A rapidez e a direção juntas compõem o que é chamado de velocidade do objeto. Uma descrição gráfica do movimento retilíneo ao longo de um eixo S (eixo coordenado) pode ser obtida plotando a coordenada da posição da partícula versus o tempo decorrido t. Isto é chamado de curva de posição versus tempo da partícula (Anton, 2000).

Pensando nessa definição, vamos analisar a seguinte situação: Suponha que um carro se mova com velocidade constante. Sua posição pode ser modelada pela função $S(t) = t^3$ onde S é dada em quilômetros (km) e representa a posição do carro no instante de tempo t, dado em hora.

1) Sabendo que a velocidade média é a taxa de variação média da posição de um corpo durante um determinado intervalo de tempo, ou seja, $\frac{\Delta S}{\Delta t}$, onde V_m é a velocidade média, ΔS é a variação do corpo e Δt é a variação de tempo. Calcule a velocidade média do carro entre cada um dos intervalos.
   a) 1,8 e 2 horas
   b) 1,9 e 2 horas
   c) 1,99 e 2 horas
   d) 2 e 2,5 horas
   e) 2 e 2,3 horas
2) A velocidade média nos intervalos foi sempre a mesma? A velocidade média parece estar se aproximando de algum valor? Qual?
3) Considerando um intervalo de tempo menor, calcule a velocidade média do carro entre o instante inicial $t = 2$ e o instante final $t = 2 + h$, sendo h um acréscimo no tempo e $h \neq 0$.
4) O que acontece com a velocidade média calculada na questão anterior quando h se aproxima de zero? O que você pode concluir?

Finalidade da Situação 7: Diferentemente das situações anteriores, esse problema será apresentado ao aluno como parte de uma avaliação. Baseados nos pressupostos da Teoria da Aprendizagem Significativa, o objetivo da *Situação 7* é possibilitar ao aluno que ele transfira o conhecimento adquirido na construção do conceito de derivada. Espera-se que os alunos percebam que a atividade proposta é uma síntese dos objetivos das situações anteriores.

Para Ausubel (2000), a melhor maneira para evitar a “simulação da aprendizagem significativa” é utilizar questões e problemas de uma maneira nova e não familiar que requeira a máxima transformação do conhecimento adquirido.

Dentro dessa perspectiva, o problema apresentado na *Situação 7* abrange a velocidade média e velocidade instantânea, assuntos que não foram abordados durante as discussões das *Situações* anteriores.

Na questão 1, os estudantes deverão calcular a velocidade média nos intervalos dados, utilizando a notação matemática apropriada. Acredita-se que grande parte dos alunos não tenham dificuldade em apresentar os cálculos e responderão 10,84km/h, 11,41km/h, 11,94km/h, 15,25km/h e 13,89km/h.

Na questão 2 espera-se que os alunos confirmem que a velocidade média calculada nos intervalos não é a mesma e concluam que a velocidade média está se aproximando de 12km/h.

Para responder à questão 3, os estudantes deverão considerar um intervalo de tempo muito pequeno e calcular a velocidade média. Poderão surgir algumas dúvidas na resolução do cubo de uma soma. Os estudantes deverão encontrar a velocidade média em função de h (acréscimo de tempo).

Na questão 4, espera-se que o aluno interprete que se considerar o $h \to 0$, à velocidade instantânea corresponde ao limite da velocidade média, que corresponde a derivada da função.

Por fim, deseja-se coletar dados de como os estudantes expressam seu raciocínio em relação ao conceito de derivada em uma situação nova e se apontam indícios de aprendizagem significativa.

A partir do que foi descrito, a finalidade de cada *Situação* para que o estudante consiga construir o conceito de derivada pode ser sintetizada no Quadro 5.4.

Quadro 5.4: Finalidade de cada situação para construir o conceito de derivada

	Finalidade de cada situação para construir o conceito de derivada
Situação 1	- Perceber o conceito de variação de uma determinada grandeza sem a utilização da notação matemática; - Perceber a existência de uma função que relaciona o tempo com o nível de dióxido de carbono.
Situação 2	- Utilizar a notação matemática no cálculo da variação do tempo e variação do dióxido de carbono. - Perceber o cálculo da variação média de uma função.
Situação 3	- Analisar a situação utilizando o gráfico; -Verificar o tipo de função, representando-a graficamente e interpretando seu significado.
Situação 4	- Perceber que a variação entre dois pontos e uma função afim é constante em qualquer intervalo e que essa constante é numericamente igual ao coeficiente angular da reta.
Situação 5	- Sentir a necessidade da utilização de uma ferramenta que possibilite encontrar valores em um instante específico muito pequeno. - Definir, de forma intuitiva o conceito de derivada.
Situação 6	- Generalizar o conceito de derivada.
Situação 7	- Transferir o conhecimento adquirido na construção do conceito de derivada. - Perceber que a atividade é uma síntese das situações propostas anteriormente.

Segundo Vergnaud (1994), um conceito torna-se significativo mediante uma variedade de situações. A partir das *Situações* propostas pretende-se que o estudante construa o conceito de derivada.

Estas sete *Situações* configuram parte do campo conceitual do conceito de derivada. Os conteúdos das *Situações*, representações simbólicas e pictórica, estão elencados no Quadro 5.5 e servem como referência para representar em linguagem simbólica e espontânea os conteúdos matemáticos que dão sentido ao conceito de derivada. Além de realçar os invariantes operatórios utilizados na construção da conceituação da derivada.

Quadro 5.5: Conteúdo das Situações e representações

Conteúdo nas *Situações*	**Representações simbólicas e pictóricas**		
Conceitos matemáticos e físicos	**Sentenças matemáticas, linguísticas e gráficas**		**Procedimentos e propriedades**
Variação Taxa média de variação Taxa instantânea de variação Variação de tempo Unidade de medida	Números reais $\frac{\Delta S}{\Delta t}$	Representação numérica	Adição Subtração Razão

(Continua)

(Conclusão)

Conteúdo nas *Situações*	**Representações simbólicas e pictóricas**		
Conceitos matemáticos e físicos	**Sentenças matemáticas, linguísticas e gráficas**		**Procedimentos e propriedades**
Reta Reta secante Reta tangente	$y = ax + b$ $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	Equação da reta Coeficiente angular da reta Representação gráfica	Construção no plano cartesiano Utilizar software matemático para a construção e análise. Verificar a inclinação da reta
Função	$y = \ f(x)$	Gráfico Equação Plano cartesiano	Função afim Função quadrática Função posição Função crescente Função decrescente Aplicações da função
Velocidade média Velocidade instantânea	V_m V_{inst}	Inclinação da reta secante Inclinação da reta tangente	Cálculo da variação média Cálculo do Limite da variação média
Limite	$\lim\limits_{x_1 \to x_0} \frac{\Delta H}{\Delta T}$	Representação algébrica	Cálculo do $\lim\limits_{x_1 \to x_0} \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$

5.2 Níveis de conceitualização do conceito de derivada

Para auxiliar na identificação do domínio do campo conceitual de derivada, foram descritos cinco Níveis de Compreensão, a fim de identificar os estudantes que mostraram indícios da conceitualização do conceito de derivada. A descrição de cada nível é apresentada no Quadro 5.6.

Quadro 5.6: Níveis de compreensão do conceito de derivada

Nível de Compreensão	**Descrição**
NC_0	Não compreende o conceito de derivada. O estudante não identifica o que é uma derivada, não utiliza palavras que possam identificar o significado de derivada.
NC_1	Reconhece de maneira não científica situações em que é utilizado o conceito de derivada. No entanto, isso não indica uma conceituação do conceito de derivada. O estudante não utiliza linguagem escrita que demonstre a compreensão do conceito de derivada.

(Continua)

(Conclusão)

Nível de Compreensão	Descrição
NC_2	O estudante consegue definir parcialmente o conceito de derivada. Entende e utiliza os cálculos, possui representação simbólica, mas não entende seu significado. Este nível de compreensão é insuficiente para vincular a uma representação cientificamente correta.
NC_3	Nível de transição entre uma definição parcial e uma definição completa do conceito de derivada. O estudante consegue organizar e compreender os significados das operações e representações simbólicas, no entanto não consegue fazer relações com aplicações do dia-a-dia.
NC_4	Assimilação do conceito de derivada. O estudante consegue compreender e explicar o significado do conceito de derivada. Utiliza de forma correta as operações matemáticas, representação simbólica e identifica propriedades do conceito de derivada em situações-problema, mostrando dessa forma, a conceitualização do conceito de derivada.

A indicação do aluno a um determinado nível de compreensão foi feita com base em seu desempenho individual, observando as respostas das *Situações* de ensino para a construção do conceito de derivada.

5.3 Mapa conceitual

Ainda dentro da proposta didática desenvolvida, foi solicitado ao aluno a construção de um Mapa Conceitual sobre derivadas. Ou seja, a tarefa foi a de fazer um mapa conceitual e explicá-lo por escrito. Para a construção do mapa conceitual foi sugerido, aos alunos, o uso do Power Point ou do software CmapTools. Os estudantes tiveram autonomia para decidir qual das ferramentas utilizar.

O programa Power Point desenvolvido pela Microsoft® é utilizado para criação ou edição de apresentações gráficas podendo usar imagens, sons, textos e vídeos.

O CmapTools[21] é um software para a construção de mapas conceituais desenvolvido por um grupo de pesquisadores no Instituto para a Cognição Humana e de Máquina (*Institute for Human and Machine Cognition - IHMC*) da *University of West Florida* sob a supervisão do professor Alberto Cañas, grupo este do qual Joseph Novak também é integrante. Trata-se de um software livre, multiplataforma, de interface com o usuário bastante simples e intuitiva que possui, entre suas funcionalidades, ferramentas para construir, navegar, compartilhar, comparar e disponibilizar mapas conceituais digitais em servidores (Cmap Servers) distribuídos pela internet.

[21] Software disponível em https://cmap.ihmc.us.

O mapeamento conceitual, proposto por Joseph D. Novak é uma forma esquemática de representar a estrutura cognitiva que caracteriza o indivíduo. O exercício de elaborar mapas conceituais estimula a busca por relações significativas entre conceitos e diminui a chance da ocorrência da aprendizagem mecânica (Novak, 1998).

Os mapas conceituais além de serem usados como recurso instrucional, também podem ser utilizados na avaliação da aprendizagem, pois é por meio de um mapa conceitual que o aluno externaliza como está organizando conceitos e relações em uma determinada área de conhecimento.

Para Moreira (2010), utilizar mapas conceituais como instrumento de avaliação da aprendizagem trata-se:

> [...] basicamente de uma técnica não tradicional de avaliação que busca informações sobre os significados e relações significativas entre conceitos-chave da matéria de ensino segundo o ponto de vista do aluno. É mais apropriada para uma avaliação qualitativa, formativa, da aprendizagem. (p. 5)

Moreira ainda define avaliação como processo de se obter informações sobre o modo como o estudante “estrutura, hierarquiza, diferencia, relaciona, discrimina e integra conceitos de uma unidade de estudo, tópico, disciplina” (Moreira, 2006b, p. 55) na pesquisa realizada, do conceito de derivada de uma função.

Para analisar os mapas conceituais, foi utilizado um critério de cunho qualitativo e além do mapa conceitual produzido pelos alunos, as informações orais e escritas do estudante foram também analisadas.

Dentro da proposta de Ausubel, nas categorias de análise são consideradas as ideias de classificação, diferenciação e reconciliação integrativa propostas na Teoria da Aprendizagem Significativa

Para definir as categorias de análise, destacam-se as ideias de classificação, em uma visão ausubeliana a diferenciação progressiva e reconciliação integrativa como essencial na apropriação do conteúdo do conceito de derivada mostrando indícios da aprendizagem significativa na construção do mapa conceitual. Além disso foram identificados observado os invariantes operatórios disponibilizados pelos estudantes, indicadores de como desenvolvem seus esquemas

Os três aspectos que devem ser observados em mapas conceituais apresentados pelos estudantes são:

Categoria 1: *Proposições corretas entre conceitos*

Essa categoria visa verificar se as proposições atribuídas entre dois ou mais conceitos estabeleçam relações claras e aceitas, ou coerentes, no contexto da matéria de ensino.

Categoria 2: *Hierarquização conceitual*

O estudante deverá organizar os conceitos de forma hierárquica, ou seja, partindo de ideias gerais para as mais específicas e menos inclusivas tornando a estrutura hierarquizada ou, de alguma forma, destacando conceitos mais importantes.

Categoria 3: *Aplicabilidade do conceito*

Ressalta-se que o aluno deverá identificar as aplicações ou fazer referência às situações que justificam o uso de derivada.

Para definir melhor o método de análise dos mapas conceituais, optou-se por atribuir uma escala A, B ou C para cada categoria, conforme definido no Quadro 5.7 a seguir:

Quadro 5.7: Escala para análise dos mapas conceituais

A	Quando o mapa conceitual atender totalmente as especificações da categoria analisada
B	Quando o mapa conceitual atender parcialmente as especificações da categoria analisada
C	Quando o mapa conceitual não estiver de acordo com os critérios estabelecidos na categoria analisada.

Nesse sentido, acredita-se que, “o uso de Mapas Conceituais pode estimular e organizar a criação e a comunicação de ideias complexas, propiciando uma aprendizagem significativa e, assim, tornando-se uma estratégia possível para a melhoria do ensino/aprendizagem” (Maffra, 2011, p. 16).

5.4 Papel do professor em uma sequência didática

A aprendizagem significativa é um processo no qual o indivíduo relaciona uma nova informação de forma não arbitrária e substantiva com aspectos relevantes presentes na sua estrutura cognitiva (Ausubel, Novak, & Hanesian, 1980). São esses aspectos relevantes, denominados subsunçores ou ideias âncora, que ao interagirem com a nova informação dão significado para a mesma. Neste processo de interação, que não deve ser interpretado como uma simples ligação, os subsunçores modificam-se, tornando-se progressivamente mais diferenciados, elaborados e estáveis (Moreira, 2000).

Para Lemos (2011), não é a quantidade de informações que importa, mas a construção partilhada de conhecimentos a partir do significado que eles representam para os sujeitos envolvidos. Para tanto, no contexto de uma sala de aula, é fundamental que o professor tenha clareza sobre quem são seus alunos e porque precisam aprender. A partir desse levantamento, poderá decidir o que ensinar e qual a melhor estratégia de ensino e de avaliação para este contexto e momento particular. Pode-se relacionar o que o aluno já sabe com a primeira condição apontada por Ausubel et al. (1980) para que ocorra a aprendizagem significativa: a organização de um material de ensino potencialmente significativo.

Segundo Ausubel (1978), os professores/educadores devem criar situações didáticas com a finalidade de descobrir esses conhecimentos que foram entendidos por ele mesmo como conhecimentos prévios. Essas situações didáticas de ensino devem assegurar a negociação e o compartilhamento de significados.

A teoria dos campos conceituais de Vergnaud (1994) também enfatiza que a aquisição do conhecimento se forma por situações e problemas anteriormente dominados e que o conhecimento possui, portanto, algumas características locais. Todos os conceitos têm um domínio de validade restrito, que varia com a experiência e o desenvolvimento cognitivo de quem aprende. A teoria dos campos conceituais é uma teoria pragmática, embora isso não signifique que seja empírica. Um problema não é um problema para um indivíduo, a menos que o indivíduo tenha conceitos que lhe permitam considerá-lo um problema.

A teoria de Vergnaud considera o professor como importante mediador no longo processo que caracteriza o domínio progressivo de um campo conceitual. A tarefa do professor está em auxiliar o estudante a desenvolver um conjunto de esquemas e representações. Para o autor, um conceito ou uma proposição, torna-se significativo mediante a diversificação de situações (Vergnaud, 1994).

Para Ausubel et al. (1980), é responsabilidade do professor oportunizar ao aluno pensar sobre e com o conhecimento. A organização do conteúdo de uma disciplina concreta, na mente de um indivíduo, é uma estrutura hierárquica na qual as ideias mais inclusivas estão no topo da estrutura e, pouco a pouco, incorporam proposições, conceitos e fatos menos inclusivos e mais diferenciados. A aprendizagem significativa pressupõe que o material a ser aprendido seja potencialmente significativo para o aprendiz, ou seja, que tenha significado lógico e seja relacionável a sua estrutura de conhecimento de forma não arbitrária e não literal (substantiva) (Ausubel, 1968).

A ideia de Gerard Vergnaud vem ao encontro do pensamento de Ausubel, e Vergnaud (1998) corrobora quando afirma que:

a) os professores são mediadores; devem ajudar os alunos a desenvolver seus esquemas e representações;
b) os estudantes tornam-se capazes de enfrentar situações cada vez mais complexas desenvolvendo seus esquemas;
c) novos esquemas não podem ser gerados sem novos invariantes operativos (conceitos-em-ação e teoremas-em-ação);
d) os professores usam palavras e frases para explicar, perguntar, selecionar informações, propor metas, regras. Linguagem e símbolos são importantes nesse processo; a ação mediadora mais importante de um professor é proporcionar aos alunos situações frutíferas para o aprendizado;
e) a escolha de situações e seu sequenciamento é essencial para que os estudantes desenvolvam seus esquemas potenciais em sua área de desenvolvimento proximal.

Pode-se perceber que tanto a Teoria da Aprendizagem Significativa quanto a Teoria dos Campos Conceituais percebem a importância da interação professor-aluno ao implementar uma atividade de sequência potencialmente significativa.

De acordo com Lima e Maués (2006), os alunos que são colocados em processos investigativos, envolvem-se com a sua aprendizagem, constroem questões, levantam hipóteses, analisam evidências e comunicam os seus resultados. Em um ambiente de ensino e aprendizagem baseado na investigação, os estudantes e os professores compartilham a responsabilidade de aprender e de colaborar com a construção do conhecimento. Os professores deixam de ser os únicos a fornecerem conhecimento e os estudantes deixam de desempenhar papéis passivos de meros receptores de informação.

No entanto, para que haja a construção dos conceitos e consequentemente uma aprendizagem significativa, deve ocorrer a segunda condição. Segundo Ausubel (1968, p. 37-41), “o aprendiz deve manifestar uma disposição de relacionar o novo material de maneira substantiva e não-arbitrária a sua estrutura cognitiva”.

Para Moreira e Masini (2001), as condições propostas por Ausubel, trazem implícito que, independentemente de quão potencialmente significativo seja o material a ser aprendido, se a intenção do aprendiz é, simplesmente, a de memorizar arbitrária e literalmente, tanto o processo de aprendizagem como seu produto serão mecânicos ou sem significado (reciprocamente, independente de quão predisposto para aprender estiver o indivíduo, nem o processo nem o produto serão significativos se o material não for potencialmente significativo).

5.5 Material potencialmente significativo

Como já foi destacado, segundo Ausubel (1978, p. 41):

> [...] a essência do processo de aprendizagem significativa é que ideias simbolicamente expressas sejam relacionadas de maneira substantiva (não literal) e não arbitrária ao que o aprendiz já sabe, ou seja, a algum aspecto de sua estrutura cognitiva especificamente relevante para a aprendizagem dessas ideias. (p. 41)

Este aspecto especificamente relevante pode ser, por exemplo, uma imagem, um símbolo, um conceito, uma proposição, já significativo.

Ausubel sugere que os professores criem situações didáticas com o intuito de descobrir o que o aprendiz já sabe (conhecimento prévio), ou seja, mapear a estrutura cognitiva. Para Moreira (2014), corroborando com Ausubel, uma das condições para a ocorrência da aprendizagem significativa, é que o material a ser aprendido seja relacionável (ou incorporável) à estrutura cognitiva do aprendiz, de maneira não arbitrária e não literal. Esse material a ser apresentado ao aluno, com essas características, é considerado como um material *potencialmente significativo* que deve ser desenvolvido com grau crescente de complexidade.

Cabe reafirmar que se pode perceber também a importância do conhecimento prévio quando Vergnaud (1994) enfatiza que a aquisição do conhecimento é formada por situações e problemas anteriormente dominados e que o conhecimento possui algumas características. Todos os conceitos possuem um domínio restrito que varia com a experiência e o desenvolvimento do indivíduo. A TCC aponta, como pode ser visto, o papel do conhecimento prévio nos processos de construção do conhecimento, para que o paradigma do construtivismo seja articulado.

Cabe salientar que tanto as crianças quanto os adultos estão desenvolvendo permanentemente os processos de aprendizado como uma maneira de se adaptar à realidade e isso requer três processos gerais: transposição (do conteúdo proveniente da ciência, técnica e campo profissional), mediação e conceituação (Vergnaud, 1996a).

O próximo capítulo trata da análise e discussão dos dados.

CAPÍTULO 6

ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

Capítulo 6 - Análise e Discussão dos Dados

Nesse capítulo, apresenta-se a *Etapa de Monitoramento e Avaliação da Aprendizagem (terceira etapa)*. A análise e discussão dos resultados foram obtidos por meio da análise dos registros dos alunos nas atividades desenvolvidas (Figura 6.1):

Figura 6.1: Instrumentos de coleta de dados

A análise está fundamentada nos pressupostos teóricos e metodológicos presentes na Teoria da Aprendizagem Significativa e na Teoria dos Campos Conceituais, a fim de verificar indícios de aprendizagem significativa na formação do conceito de derivada. Dividiu-se essa análise de acordo com o que foi proposto nessa investigação.

Um teste preliminar foi aplicado em uma turma, diferente da qual foi desenvolvida a pesquisa, para verificar se os alunos identificavam a relação da

Matemática com a Física, a turma foi dividida em dois grupos, ambos receberam material impresso constituído de um Mapa Mental Livre ou um Mapa Mental Direcionado[22]. No entanto, para atender os objetivos desta pesquisa, a professora pesquisadora julgou pertinente que todos os participantes recebessem o MML e o MMD a fim de se verificar como os estudantes percebiam as relações entre a Matemática e a Física, estes resultados foram descritos neste trabalho de tese.

Inicialmente, considerou-se, a *Etapa de diagnóstico* onde foram analisados o *Mapa Mental Livre*, *Mapa Mental Direcionado* e o questionário respondido pelos participantes da pesquisa.

Na *Etapa de Implementação de uma Proposta Didática (segunda etapa)*, discutiu-se os resultados da sequência proposta e, para finalizar, verificou-se se os mapas conceituais convergiam para as respostas da sequência de ensino.

O Diário de Campo foi utilizado para registrar as observações relevantes que ocorreram em sala de aula durante as atividades desenvolvidas sobre como os alunos relacionavam a Matemática com fenômenos físicos, e posteriormente, como evoluíram para formalizar o conceito de derivada. Foram registrados, também, as dúvidas, perguntas e compreensões dos alunos acerca das atividades que foram realizadas, bem como situações observadas em sala de aula que foram úteis para a análise dos resultados dessa pesquisa.

Segundo Fiorentini e Lorenzato (2007), o diário de campo é um dos mais ricos instrumentos de coleta de informações durante o desenvolvimento do trabalho de campo, realizado diretamente no local em que o problema ou fenômeno acontece. Os diários de campo podem conter uma dupla perspectiva: uma descritiva e outra interpretativa. A perspectiva descritiva atém-se à descrição de tarefas, de atividades e de procedimentos didáticos. Já a perspectiva interpretativa, tenta olhar para a sala de aula como espaços socioculturais produzidos por sujeitos com suas ideias, experiências, reflexões e relações interpessoais. “Para que o diário não seja meramente técnico ou muito genérico e superficial, recomenda-se que busque contemplar, de forma equilibrada, essas duas perspectivas” (Fiorentini & Lorenzato, 2007, p. 103).

[22] A análise desses resultados foi publicada na Rev. bras. Ens. Ci. Tecnol., Ponta Grossa, v. 12, n. 3, p. 223-240, set./dez. 2019. (Apêndice D).

Para finalizar, na *Etapa de Monitoramento e Avaliação da Aprendizagem*, observou-se a evolução nas resoluções das atividades propostas, com a análise dos dados baseados na Teoria da Aprendizagem Significativa e na Teoria dos Campos Conceituais, na qual procurou-se indícios de aprendizagem significativa a partir desse processo.

6.1 Mapa Mental Livre e Mapa Mental Direcionado

Com base nas características da pesquisa qualitativa, foi possível perceber que a utilização dessa alternativa didática para introduzir a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral para alunos de um curso de Engenharia Ambiental e Sanitária fez com que refletissem de que forma a Matemática é utilizada em sua profissão. Nesse tipo de pesquisa, os dados são recolhidos em função de um contato aprofundado com os sujeitos nos seus contextos naturais (Bogdan & Biklen, 1994).

A proposta dos Mapas Mentais Livres e Mapas Mentais Direcionados compõe a Etapa do Diagnóstico (1ª Etapa). Nesse momento não havia interesse em verificar se os estudantes sabiam algum conceito de derivada, pois tratava-se de um assunto novo. O objetivo foi verificar se os ingressantes no curso estabeleciam relações entre a Matemática e Física, pois acredita-se que ao conseguir fazer tais relações, o entendimento do conceito da derivada seja mais claro.

Após a aplicação da atividade, realizou-se uma análise dos Mapas Mentais (Livre e Direcionado) utilizando o software *NVivo* e das discussões posteriores à atividade realizada pelos alunos, conforme registro no Diário de Classe. Observou-se que quando aplicado o Mapa Mental Livre, os alunos ficam inseguros e tendem a relacionar a Matemática com palavras como por exemplo "difícil", "números" e "cálculo" tornando-se difícil a relação com outras áreas do conhecimento ou, até mesmo, com situações do dia a dia que envolvam a Engenharia Ambiental e Sanitária.

Alguns alunos hesitaram na hora de elencar 10 palavras que consideravam estar relacionadas com a Matemática. Do total de alunos que participaram da pesquisa (N=26), 8 não conseguiram completar a primeira etapa, ou seja, não listaram dez palavras que eles consideravam ter relação com a Matemática.

Foram atribuídas à Matemática 218 diferentes palavras. A grande maioria considerou que a Matemática está associada com "*Cálculo*" (5,50%) *"Raciocínio"*

(4,59%), "*Número*" (3,21%), *"Função"* (2,29%) e "*Prática*" (2,29%). As demais palavras obtiveram pouca frequência, em torno de 0,46% a 1,38%, conforme a Figura 6.2.

Tais associações também podem ser verificadas na nuvem de palavras produzida pelo software *Nvivo* (Figura 6.3). Na nuvem, as palavras de maior tamanho foram as que apareceram com maior frequência.

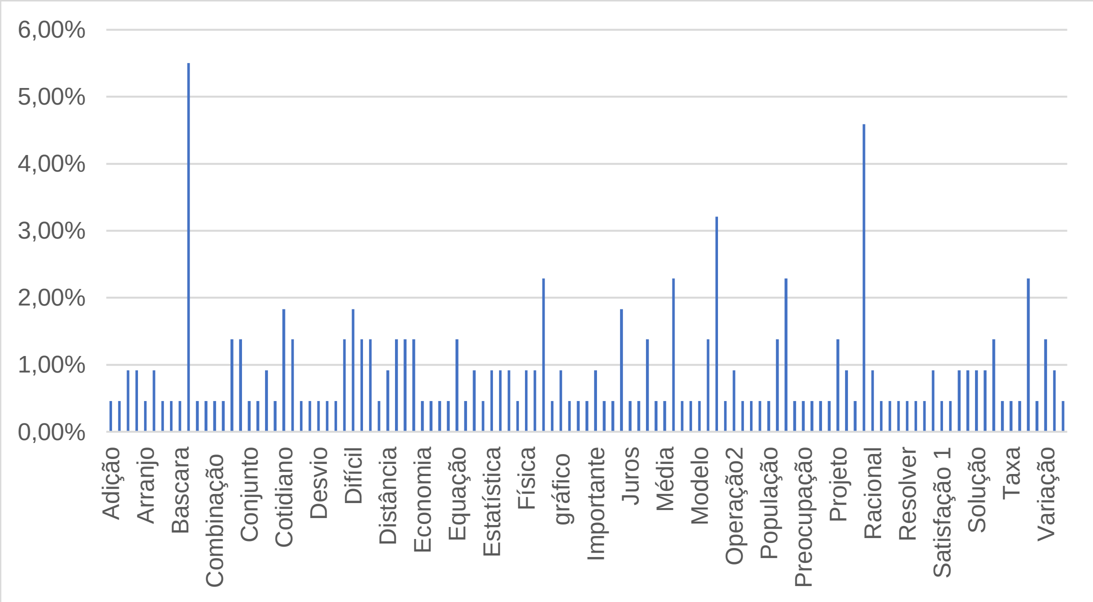


Figura 6.2: Gráfico da frequência das palavras

Figura 6.3: Nuvem de palavras do Mapa Mental Livre

Oito alunos não conseguiram completar o que foi proposto, conforme exemplificado na Figura 6.4. Isso indica que provavelmente esses alunos percebam a Matemática de maneira compartimentada e algoritmizada, dificultando a contextualização com outras áreas específicas, nesse caso, a Física. Segundo Santarosa e Moreira (2011), a Matemática ensinada de forma tradicional e compartimentada não favorece o entendimento dos significados dos conceitos a partir das situações-problema enfrentadas pelos alunos. Outros resultados obtidos na tese de Santarosa (2013) corroboram esse resultado.

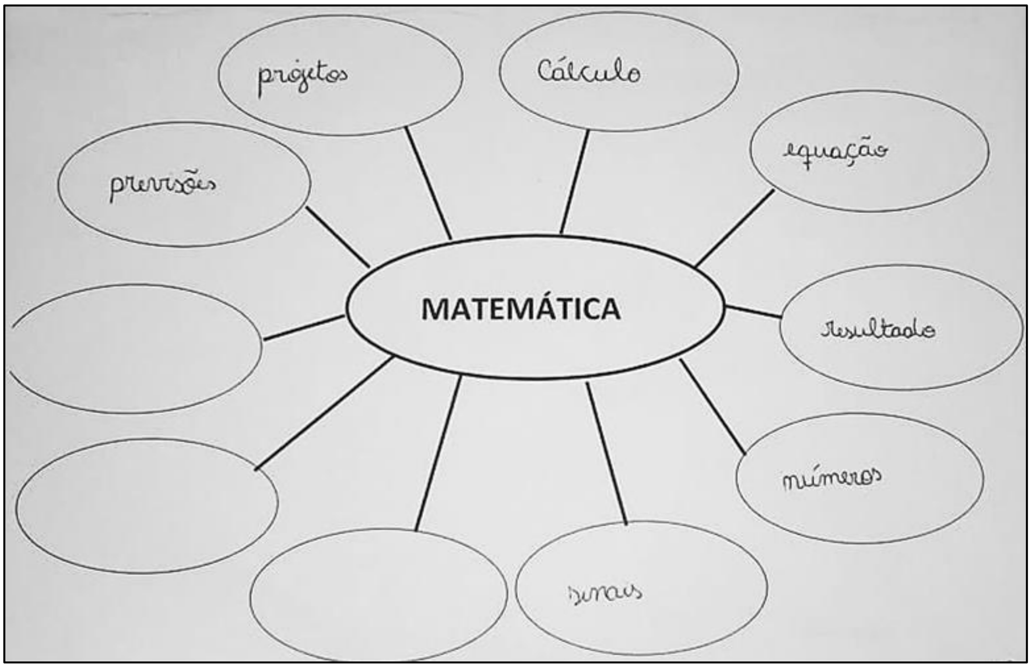


Figura 6.4: Palavras relacionadas com a Matemática - Aluno A17

Somente seis alunos relacionaram de forma positiva, mas não significativa, a Matemática com a Física, utilizando expressões do tipo “distância” (0,8%), “velocidade” (0,7%), “variação” (1,3%), “espaço” (0,7%) e “tempo” (3,4%). Na Figura 6.5, o aluno A25 mencionou a palavra “variações” que mesmo de forma intuitiva, reflete a relação da Matemática com a Física. No entanto, esses indícios não garantem que o aluno compreenda a relação entre as áreas, pois nessa correlação predominou palavras como “fórmulas”, “funções”, “equações”, entre outras que demonstram o uso da Matemática puramente mecânica.

Com o desenvolvimento dessa primeira atividade pode-se perceber que ainda é muito difícil para os alunos fazer alguma relação da Matemática com a Física. Constatou-se também que as palavras predominantes estão correlacionadas com as dificuldades encontradas nessa disciplina.

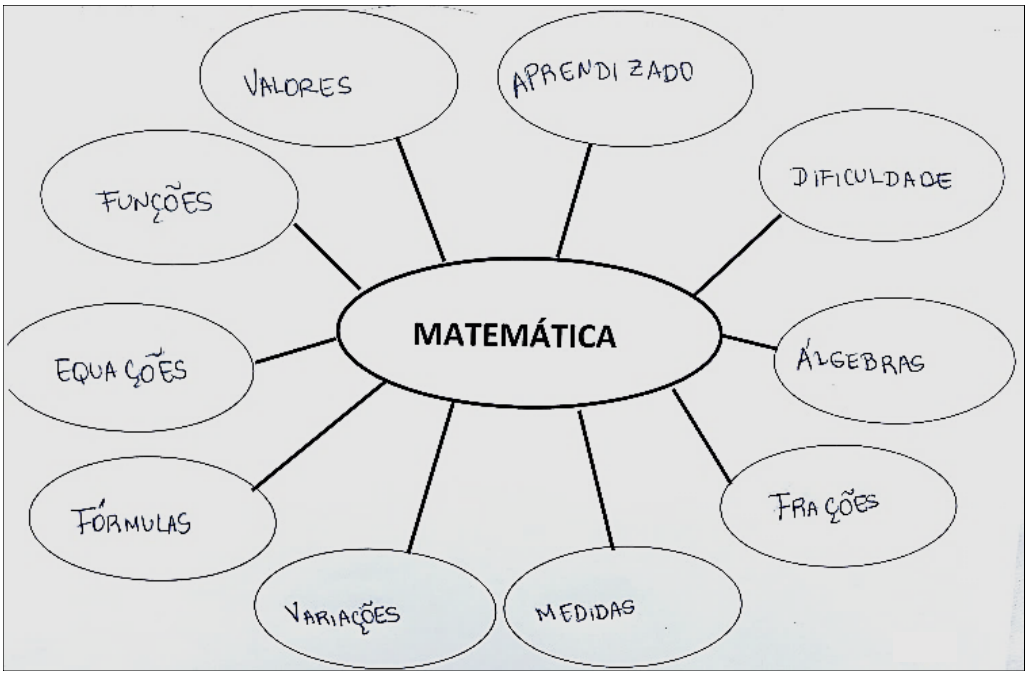


Figura 6.5: Mapa Mental Livre realizado pelo aluno A25

Após o término dessa primeira etapa, na qual os alunos completaram o Mapa Mental Livre, foi distribuído ao grupo o Mapa Mental Direcionado. Houve a participação integral dos estudantes (N=26) que deveriam relacionar as palavras centrais (Matemática e Física) com os termos determinados pela professora pesquisadora. Esse dispositivo, possibilitou ao aluno obter uma direção de quais palavras ele deveria relacionar com a Matemática e/ou a Física. Isso auxiliou o acadêmico na percepção da relação existente entre a Matemática e a Física, no entanto, não foi suficiente para que o estudante percebesse tal relação, tal como pode ser observado nos resultados apresentados no Quadro 6.1.

Quadro 6.1: Porcentagem de relações com a Matemática e a Física (N=26)

	Matemática			Física		
Palavra	**Forte**	**Moderada**	**Fraca**	**Forte**	**Moderada**	**Fraca**
Aceleração	27%	19%	4%	85%	4%	8%
Unidades de medida	62%	19%	0%	35%	19%	4%
Meio ambiente	42%	42%	0%	50%	56%	4%
Movimento retilíneo uniforme	12%	12%	0%	81%	8%	8%
Taxa de variação	42%	35%	4%	50%	31%	4%
Decréscimo	65%	23%	4%	12%	23%	4%
Coeficiente linear	65%	15%	0%	27%	15%	0%
Coeficiente angular da reta	73%	15%	4%	12%	27%	4%
Velocidade média	27%	12%	4%	69%	5%	8%
Velocidade instantânea	27%	0%	0%	42%	3%	4%
Função posição	42%	38%	12%	35%	6%	4%

(Continua)

(Conclusão)

	Matemática			Física		
Palavra	Forte	Moderada	Fraca	Forte	Moderada	Fraca
Acréscimo	54%	27%	4%	8%	6%	4%
Engenharia Ambiental	77%	12%	8%	85%	2%	8$
Coeficiente de variação	46%	23%	0%	38%	9%	0%

O Quadro 6.1 fornece a porcentagem de relações estabelecidas pelos alunos. As palavras sugeridas deveriam ser associadas à Matemática e/ou à Física indicando o nível de relação (1) - relação forte, (2) - relação moderada e (3) - relação fraca. Salientamos que a escolha da Matemática não exclui a possibilidade da escolha pela Física, logo, a soma das relações não será igual ao número de alunos participantes (N=26). Por exemplo, se um aluno considerar relação forte da palavra “Aceleração” com a Matemática, ele poderá considerar essa mesma relação com a Física, logo esse aluno será contado duas vezes. Portanto, a escolha pela Matemática e/ou pela Física não são eventos mutuamente exclusivos.

As palavras com maior destaque foram “Meio Ambiente”, 42% dos alunos consideraram relação forte com a Matemática e 50% com a Física. A “Taxa de variação” também foi relacionada com ambas disciplinas, obtendo 42% de relação forte com a Matemática e 50% da mesma relação com a Física. O termo “Coeficiente de variação” obteve 46% de relação forte com a Matemática e 38% de relação forte com a Física. A palavra “Engenharia Ambiental” obteve o maior índice com 77% de relação forte com a Matemática e 85% com a Física.

Acredita-se que por serem alunos de um curso de Engenharia Ambiental e Sanitária e essas disciplinas comporem a grade curricular, grande parte dos alunos indicou essa relação. O termo “Função posição” alcançou 42% de relação forte com a Matemática e 35% com a Física. As demais sentenças obtiveram discrepância significativa, como por exemplo a palavra “Aceleração” que alcançou 27% de relação forte com a Matemática e 85% da mesma relação com a Física, conforme verificado no Quadro 5.5.

Destaca-se também, o termo “Coeficiente angular” com 73% de relação forte com a Matemática e 12% com a Física. Cabe salientar, que para a maioria dos alunos esse termo é restrito ao campo da Matemática, assim como “Velocidade média” que atingiu 27% de relação forte com a Matemática e 69% com a Física, sugerindo que é restrito à Física.

Pensa-se que essa diferença na associação das palavras é decorrente do ensino básico, que muitas vezes aborda as disciplinas de Matemática e Física totalmente desconexas e de forma compartimentada.

É importante destacar que alguns alunos sabem da importância da relação da Matemática com a Física, no entanto não conseguem expressar esse comportamento. Percebe-se, por exemplo, no o aluno A15 que não conseguiu completar o Mapa Mental Livre, ou seja, não listou 10 palavras relacionadas com a Matemática (Figura 6.6).

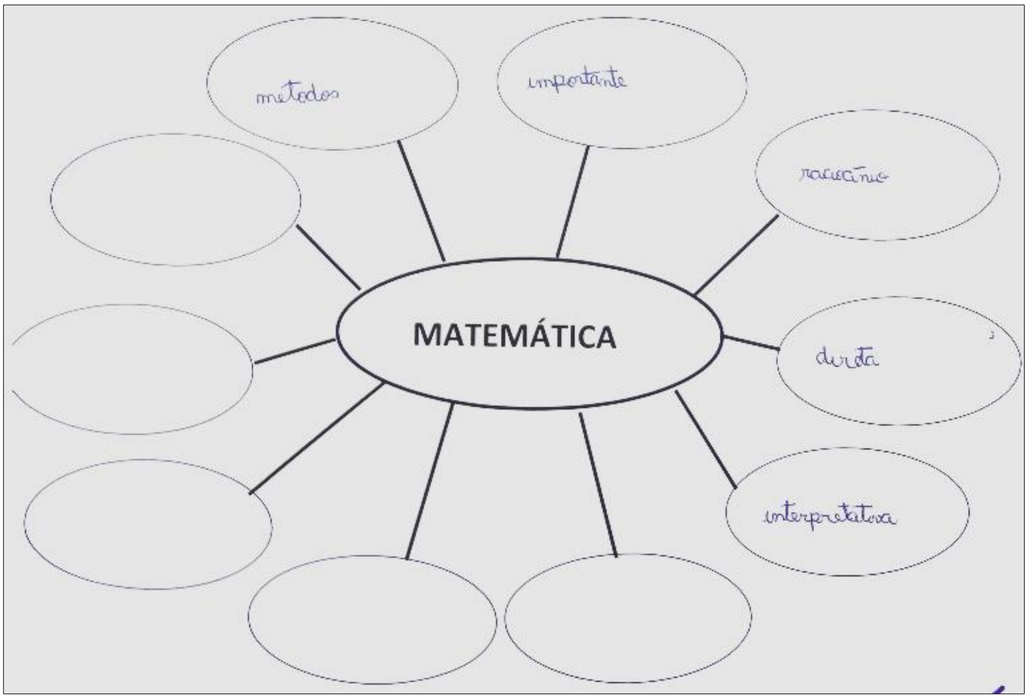
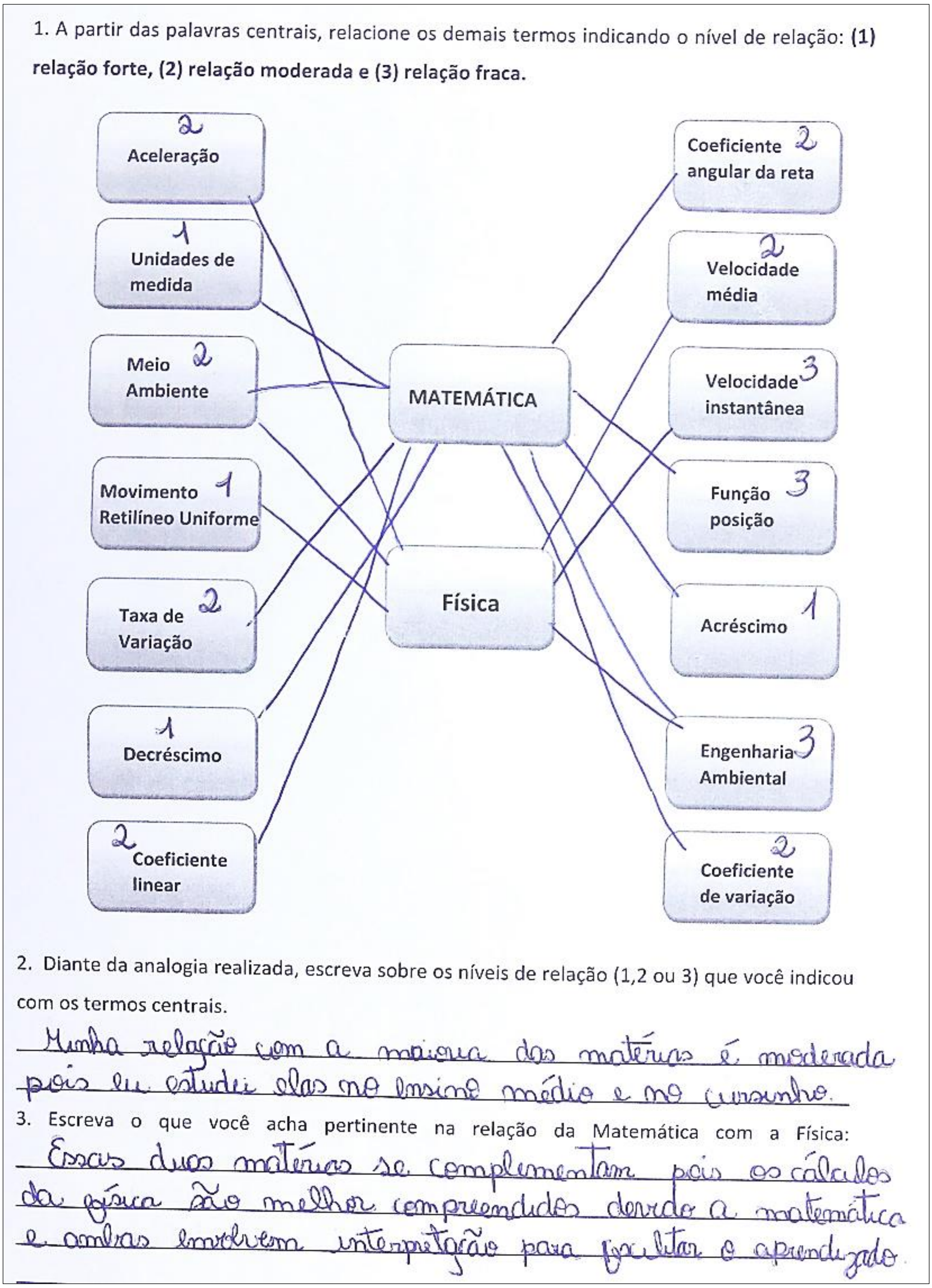


Figura 6.6: Mapa Mental Livre construído pelo aluno A15

No Mapa Mental Direcionado, esse mesmo aluno (A15) mencionou relações, na sua grande maioria, moderadas e sem conexão com a Matemática e a Física ao mesmo tempo. No entanto, no relato escrito, o aluno A15 deixa claro que considera a existência da relação da Matemática e a Física, o que pode ser verificado na Figura 6.7. Pensa-se que há uma certa insegurança de como definir essa relação, visto que durante o ensino básico não há, na grande maioria dos currículos, alguma atenção à interdisciplinaridade entre as disciplinas de Matemática e Física.



1. A partir das palavras centrais, relacione os demais termos indicando o nível de relação: **(1) relação forte, (2) relação moderada e (3) relação fraca.**

2. Diante da analogia realizada, escreva sobre os níveis de relação (1,2 ou 3) que você indicou com os termos centrais.

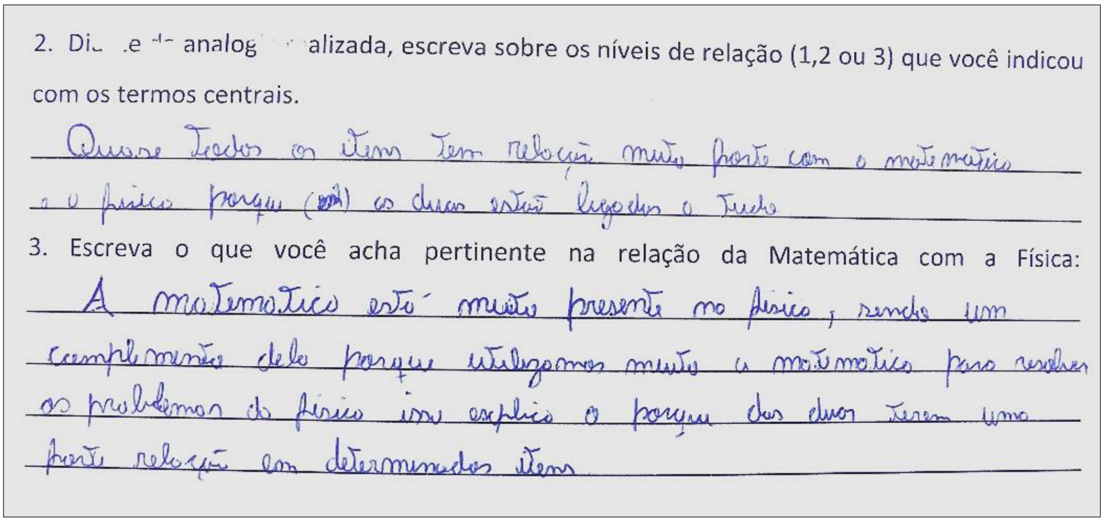
Minha relação com a maioria das matérias é moderada pois eu estudei elas no ensino médio e no cursinho.

3. Escreva o que você acha pertinente na relação da Matemática com a Física:

Essas duas matérias se complementam pois os cálculos da física são melhor compreendidos devido a matemática e ambas envolvem interpretação para facilitar o aprendizado.

Figura 6.7: Mapa Mental Direcionado construído pelo aluno A15

Ao contrário do que foi indicado pelos alunos nas relações propostas, alguns estudantes mencionaram que a relação da Matemática com a Física está presente na utilização da Matemática como suporte para a resolver problemas algébricos. Contudo, observou-se, nos relatos, que o entendimento da relação entre a Matemática e os fenômenos físicos estudados no curso de Engenharia Ambiental e Sanitária fica restrito ao uso da Matemática como ferramenta para resolver problemas físicos e não como ciências complementares, conforme exemplificado na Figura 6.8.


2. Di .e analog alizada, escreva sobre os níveis de relação (1,2 ou 3) que você indicou com os termos centrais.

Quase todos os itens tem relação muito forte com a matemática e a física porque os duas estão ligadas a tudo

3. Escreva o que você acha pertinente na relação da Matemática com a Física:

A matemática está muito presente na física, sendo um complemento dela porque utilizamos muito a matemática para resolver os problemas da física isso explica o porque das duas terem uma forte relação em determinados itens

Figura 6.8: Resposta do aluno A9 para o Mapa Mental Direcionado

As relações consideradas nos Mapas Mentais Livres e Mapas Mentais Direcionados podem ser percebidas nas nuvens produzidas pelo *software Nvivo*

Na **Relação fraca com a Matemática,** os alunos indicaram as palavras *Engenharia* e *posição* como palavras com maior frequência (Figura 6.9). Essa indicação pode ser resultado da grade curricular do curso.

Figura 6.9: Relação fraca com a Matemática

Na **Relação Moderada com a Matemática,** as palavras *Ambiente* e *variação* aparecem como palavras com maior frequência, mas percebeu -se que a indicação da palavra *posição* permaneceu como uma das mais frequentes (Figura 6.10).

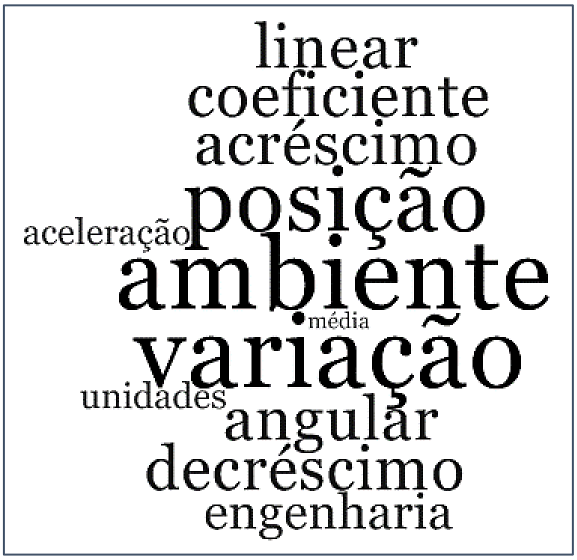


Figura 6.10: Relação moderada com a Matemática

Na **Relação forte com a Matemática,** os acadêmicos apontaram palavras que, na percepção dos mesmos, estariam mais de acordo com a Matemática, como por exemplo: *Engenharia,* por se tratar do curso de *Engenharia, decréscimo, linear, unidades* e *angular* como palavras com maior frequência, pode-se perceber isso na Figura 6.11.

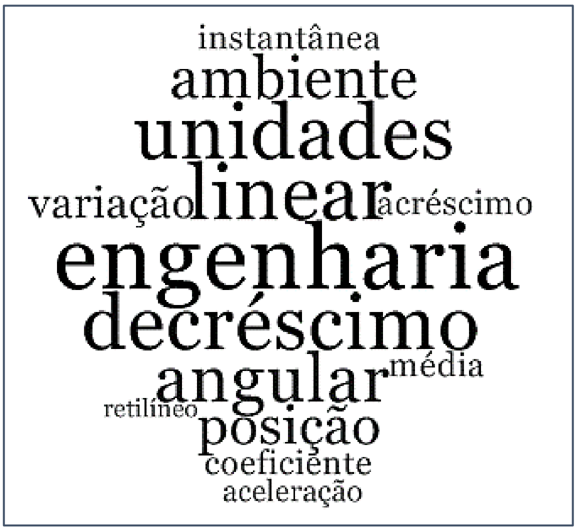


Figura 6.11: Relação forte com a Matemática

Na Relação fraca com a Física, os alunos indicaram várias palavras que consideraram ter pouca relação com a Física, no entanto essas mesmas palavras não teriam relação com a Matemática, o que mostrou a Figura 6.9. As palavras, como por exemplo, *aceleração, acréscimo, retilíneo, decréscimo e média* teriam fraca relação com a Física, e a palavra *engenharia* foi a única considerada estar relacionada com as duas áreas de conhecimento, Matemática e Física, como pode ser visto nas Figuras 6.9, 6.11 e 6.12.

Figura 6.12: Relação fraca com a Física

Na **Relação moderada com a Física,** os estudantes indicaram várias palavras que consideraram ter uma boa relação com a Física, apesar da palavra *ambiente* ter maior destaque. Pode-se perceber também uma relação com a Matemática no que se refere à palavra *média*. Acredita-se que os alunos consideraram essa palavra estar relacionada, mesmo que de maneira discreta, com a Matemática e a Física, como pode-se constatar essa afirmação nas Figuras 6.9 e 6.13.

Figura 6.13: Relação moderada com a Física

Na **Relação forte com a Física,** a palavra que teve destaque foi *engenharia.* No entanto, palavras como *aceleração, unidades, posição, instantânea e retilíneo* foram evidenciadas pelos alunos. Percebe-se que há uma certa confusão quando o aluno tenta quantificar essa relação, como por exemplo, quando ele menciona que a palavra *aceleração* apresenta uma relação fraca e forte ao mesmo tempo com a Física (Figuras 6.11 e 6.14).

Figura 6.14: Relação forte com a Física

Foi possível perceber que os alunos apresentaram dificuldades de mobilizar relações com a Matemática de forma isolada, o que foi constatado principalmente no Mapa Mental Livre, que teve a predominância de palavras que remetem a uma Matemática meramente algoritimizada e mecânica. Da mesma forma, relacionar a Matemática com a Física no Mapa Mental Direcionado remete a que grande parte dos alunos ainda separam conceitos relacionados à Matemática e à Física como sendo exclusivos da área específica.

As anotações do diário de campo (Quadro 6.2) mostram que os alunos apresentaram dificuldades em desvincular a matemática a conceitos que se referem a fórmulas, dificuldade e números. Na descrição, pode-se perceber a preocupação da professora pesquisadora e a percepção do aluno em relação a construção do Mapa Mental Livre e do Mapa Mental Direcionado.

Quadro 6.2: Anotações do diário de campo

Data: 21/02 Minha primeira impressão foi de que os alunos não teriam dificuldade em construir os mapas mentais, mesmo que não relacionassem a matemática com a física. Percebi que os alunos ficaram confusos em pensar alguma ligação no mapa livre. O aluno A25 me perguntou: *“prof só consigo pensar em fórmulas, posso escrever as fórmulas?”* Expliquei que ele deveria relacionar somente palavras que para ele tivesse ligação com a matemática... Para a construção do mapa mental direcionado, os alunos mostraram-se confusos em classificar a relação com a Matemática e a Física, acredita-se que essa relação não seja clara para todos.

Percebe-se que os Mapas Mentais são adequados à exteriorização inicial de ideias, pois este processo de associação permitiu inferir de que forma a relação entre Matemática e a Física é percebida pelos acadêmicos. Talvez, os Mapas Mentais utilizados tenham servido de organizadores prévios. Segundo Ausubel (2000), um organizador prévio é um mecanismo pedagógico que estabelece uma ligação entre aquilo que o aprendiz já sabe e aquilo que precisa saber. No entanto, a utilização de Mapas Mentais não garante uma aprendizagem significativa, pois o êxito que se pretende atingir depende da assimilação de diversos conceitos, seus significados e relações.

Como já foi destacado anteriormente, para Ausubel (2000), o estudante deve manifestar uma pré-disposição em aprender, em relacionar o novo material de maneira substantiva e não-arbitrária à sua estrutura cognitiva. Para que ocorra esta pré-disposição em aprender, é imprescindível considerar o mundo onde o aluno está inserido, neste caso, as relações entre a Engenharia Ambiental e Sanitária, a Matemática e os fenômenos físicos. Como destaca Vergnaud, são as situações que dão sentido aos conceitos.

Portanto, considerando essas relações como ponto de partida para uma aprendizagem significativa, os mapas mentais propostos nesta etapa inicial, podem ser considerados como os primeiros passos nesse processo.

Cabe reiterar que se percebeu que o MML e o MMD aplicados na *Etapa de Diagnóstico*, possibilitou identificar a existência, em alguns estudantes, de subsunçores relacionados com a Matemática isoladamente e da relação da Matemática com a Física concomitantemente. Esta constatação motivou a construção das sete *Situações* de ensino que relacionaram a Matemática com fenômenos físicos, com o intuito de despertar a curiosidade do aluno e consequentemente estimular a pré-disposição em aprender, visto que é um fator importante para aprendizagem significativa.

Vergnaud (1990b) destaca que o sujeito se desenvolve cognitivamente à medida que vai conceitualizando e que são as situações que dão sentido aos conceitos, ou seja, se as situações não fizerem sentido para o aprendiz, a conceitualização será prejudicada. Isto está diretamente relacionada com a pré-disposição para aprendizagem abordada por Ausubel (2002) como condição para aprendizagem significativa.

6.2 Questionário

Para integralizar essa primeira etapa, elaborou-se um questionário com o objetivo de verificar o perfil dos estudantes. A intenção foi fazer um levantamento estatístico com relação a Faixa Etária, Gênero, Modalidade de Ensino na Educação Básica, Formação Básica, Motivo da escolha pelo curso de Engenharia Ambiental e Sanitária e Perfil dos estudantes quanto à relação com a Matemática e a Física no curso de Engenharia Ambiental e Sanitária e quanto à relação entre a Física e a Matemática em um curso dessa natureza.

Acredita-se que conhecer os estudantes que estão participando da pesquisa é um ponto positivo para formar um vínculo professor-aluno e dessa forma despertar o interesse pelo assunto a ser estudado. Outro aspecto importante que se pode destacar é que a pesquisa foi desenvolvida com um grupo de estudantes com as características descritas nesse trabalho, e as influências do meio, da família e da comunidade escolar são fatores que podem ter influenciado nas respostas apresentadas.

Pode-se observar na Figura 6.15 que dos estudantes participantes (N=26) tinham idade de 17 a 29 anos e que grande parte deles estava na faixa etária entre 21 e 23 anos (N=8). A predominância nessa turma de Engenharia Ambiental e Sanitária é do sexo masculino (N=20) (Figura 6.16). Os estudantes, na maioria eram oriundos de escola privada (N=12) (Figura 6.17), e 21 alunos obtiveram a formação básica regular ao invés de formação no Magistério (N=1) ou formação na Educação de Jovens e Adultos (EJA) (N=4) (Figura 6.18).

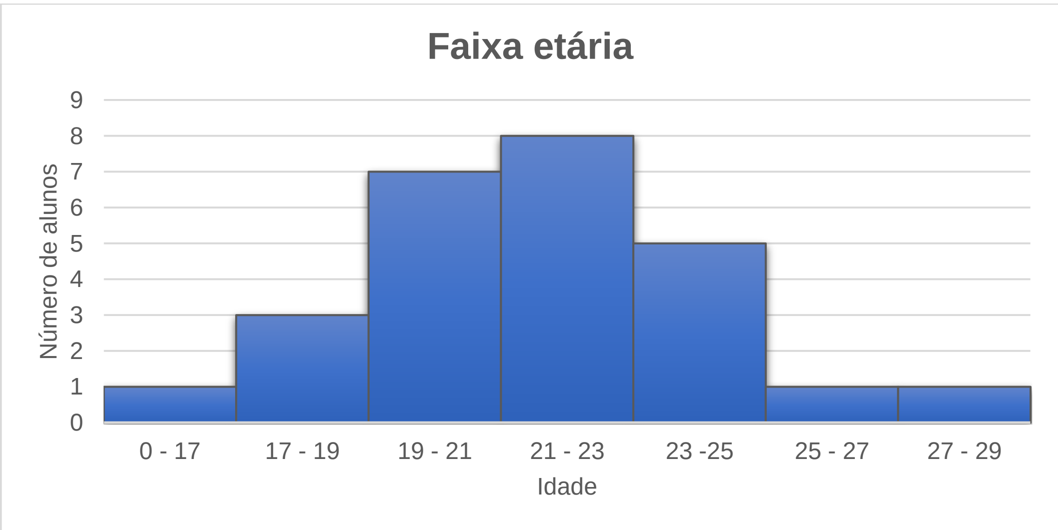


Figura 6.15: Perfil dos estudantes quanto à faixa etária

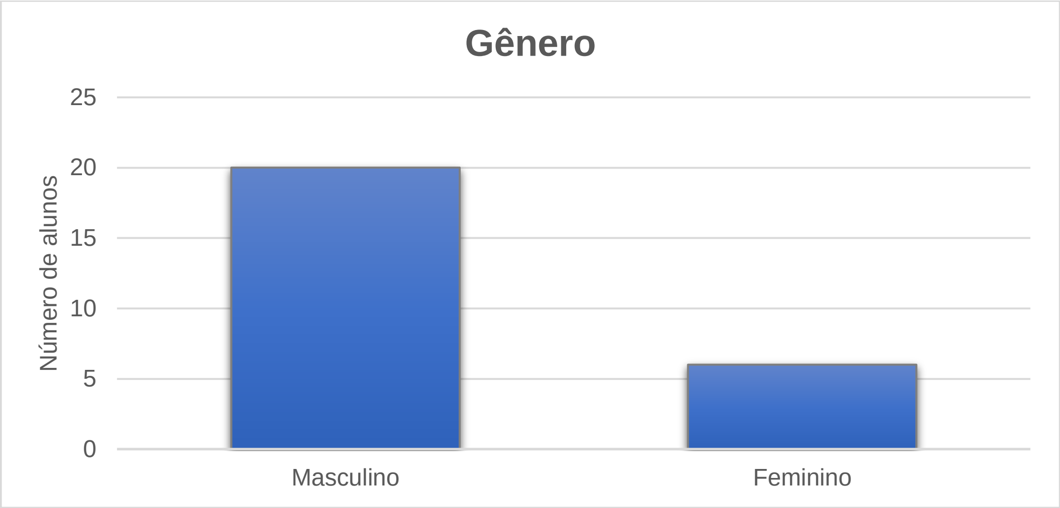


Figura 6.16: Perfil dos estudantes quanto ao gênero

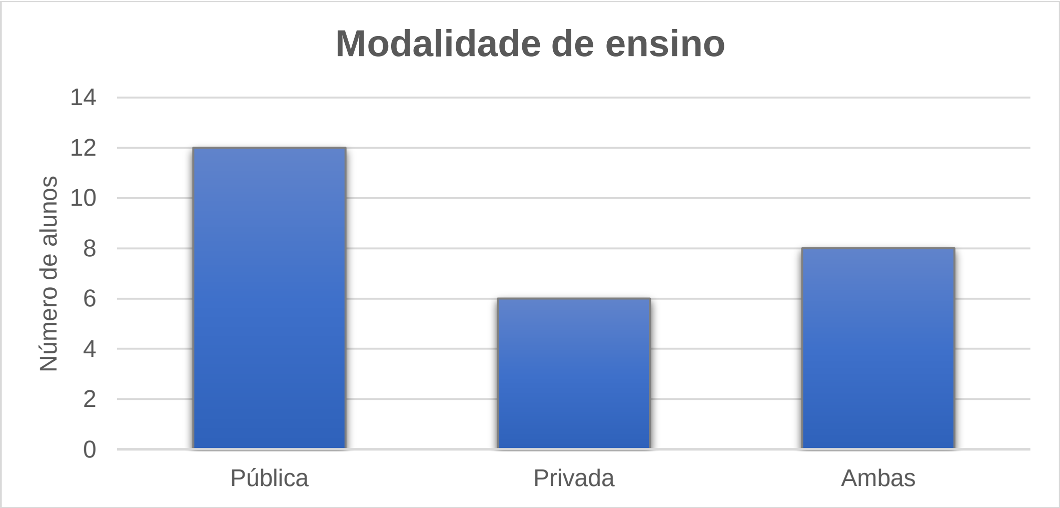


Figura 6.17: Perfil dos estudantes quanto à modalidade de ensino

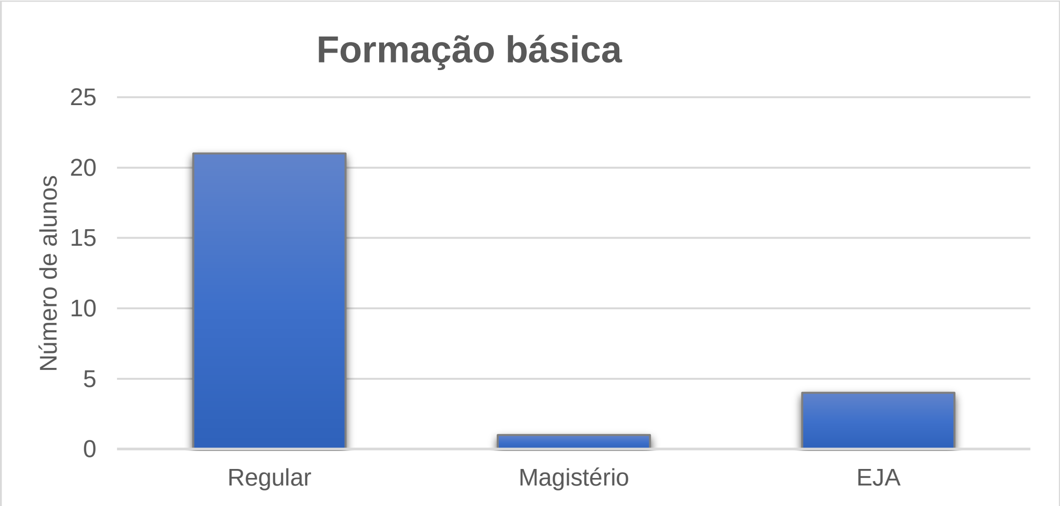


Figura 6.18 Perfil dos estudantes quanto à formação básica

Foi possível constatar também quais os motivos pela escolha do curso de Engenharia Ambiental e Sanitária. Isso possibilitou perceber a motivação do aluno para, então, delinear as atividades seguintes. Dos alunos participantes (N=26), 12 estudantes optaram pelo curso de Engenharia Ambiental e Sanitária por afinidade, 7 alunos pelo Mercado de Trabalho, 6 por indicação e 1 aluno por segunda opção, como mostra a Figura 6.19.

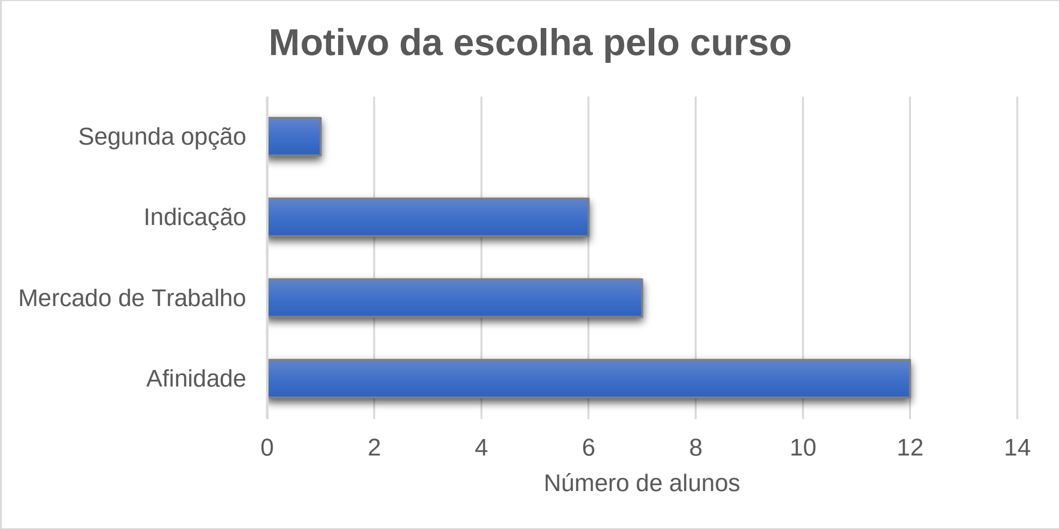


Figura 6.19: Perfil dos estudantes quanto ao motivo da escolha pelo curso de Engenharia Ambiental e Sanitária

Entende-se que conhecer o contexto no qual o aluno que está cursando Engenharia Ambiental e Sanitária está inserido é primordial para o desenvolvimento da pesquisa, pois buscou-se entender a realidade do aluno e construir atividades que pudessem se relacionar com o seu dia a dia.

A Figura 6.20 e a Figura 6.21 apresentam a percepção dos alunos, mesmo que no início do curso esse entendimento não estivesse muito claro. Do total de participantes (N=26), 10 alunos consideraram a relação do curso com a Matemática boa e 11 estudantes julgaram que a relação do curso com a Física é razoável.

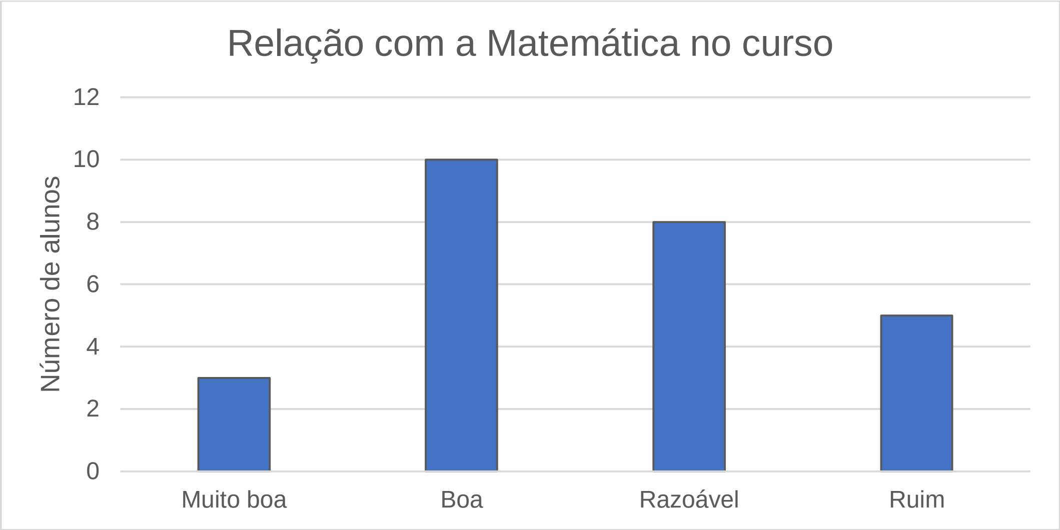


Figura 6.20: Perfil dos estudantes quanto à relação com a Matemática no curso de Engenharia Ambiental e Sanitária

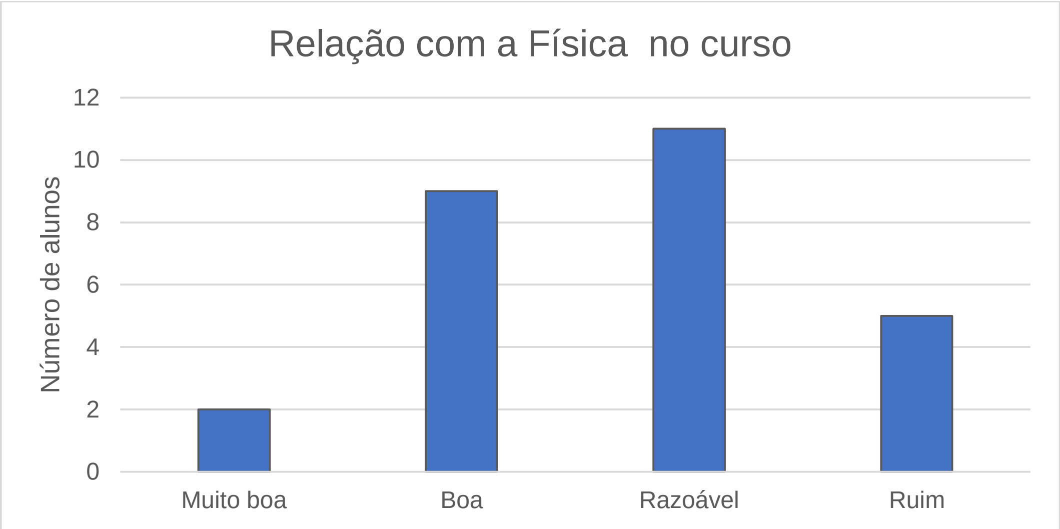


Figura 6.21: Perfil dos estudantes quanto à relação com a Física no curso de Engenharia Ambiental e Sanitária

Ainda em relação às disciplinas de Matemática e Física, 10 estudantes consideraram parcial a relação entre a Física e a Matemática no curso de Engenharia Ambiental e Sanitária (Figura 6.22), o que vem ao encontro dos resultados da análise dos Mapas Mentais Livres e Direcionados. Pode-se perceber que, mesmo não estando clara para os alunos, essa relação da Matemática com a Física no contexto do curso onde a pesquisa foi desenvolvida, 12 estudantes entenderam que a presença da Matemática se faz necessária na atuação do engenheiro ambiental e sanitário, conforme mostra a Figura 6.23.

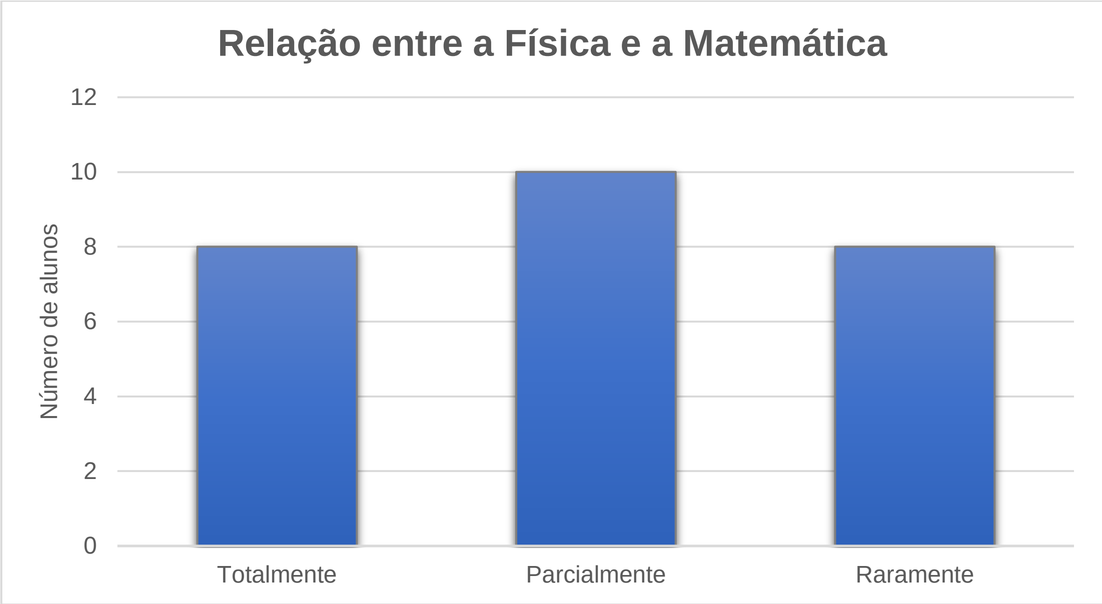


Figura 6.22: Perfil dos estudantes quanto à relação entre a Física e a Matemática no curso de Engenharia Ambiental e Sanitária

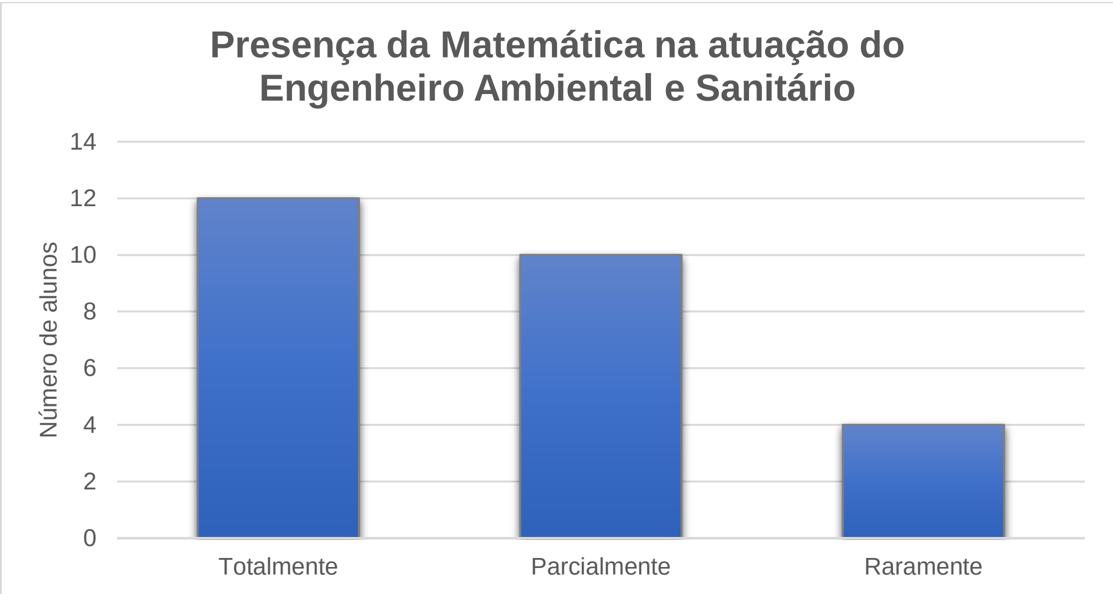


Figura 6.23: Perfil dos estudantes quanto à relação entre Física e a Matemática no curso de Engenharia Ambiental e Sanitária

O que pode ser destacado, ao comparar os mapas mentais com o questionário, é que os alunos compreendem que existe relação entre a Matemática e Física com o curso no qual estão inseridos. No entanto, quando eles têm que explicar essa relação por meio de palavras, grande parte deles não consegue externalizar isso de maneira satisfatória.

6.3 Sequência didática

Para contemplar a Etapa de implementação de uma proposta didática (2ª etapa da pesquisa) coletaram-se dados por meio de situações-problema cujos resultados serão descritos a seguir.

O Quadro 6.3 apresenta os critérios para analisar a primeira *Situação*. As categorias de análise foram elaboradas a partir do objetivo de cada questão e, quando necessário, foram adicionadas mais categorias com base nas respostas dos alunos.

É importante ressaltar que algumas respostas incorporaram mais de uma categoria, razão pela qual a soma dos percentuais, em alguns casos, não é 100%.

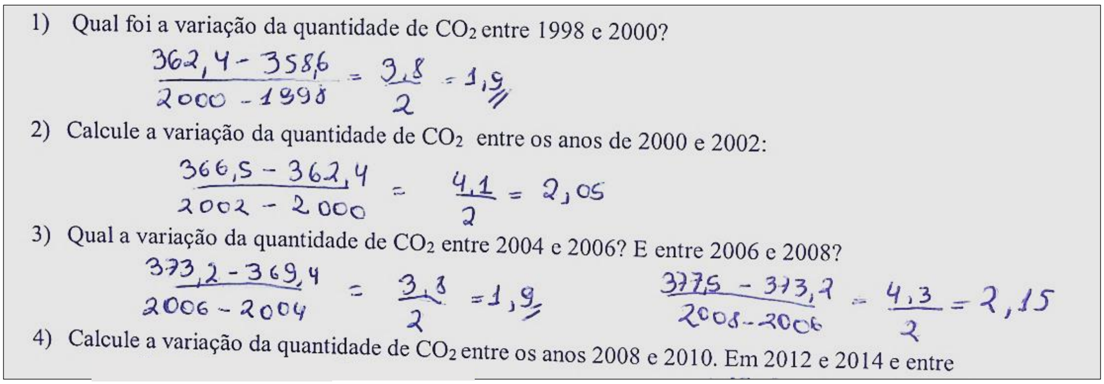
Na *Situação* 1 os acadêmicos do Curso de Engenharia Ambiental e Sanitária devem perceber o conceito de variação de uma determinada grandeza sem a utilização de notação matemática. O aluno deve constatar a existência de uma função que relaciona a concentração de Dióxido de Carbono (CO_2) com o tempo. Poderá, também, utilizar o organizador prévio introduzido durante as aulas de Cálculo Diferencial sobre o conceito de limites para identificar melhor essa variação.

Para melhor delinear a pesquisa, optou-se por definir categorias de análise para cada *Situação* de ensino, essas categorias vão ao encontro dos objetivos que se desejava alcançar com o problema proposto. Para verificar se os objetivos foram atendidos foram utilizadas, para a *Situação* 1, as categorias descritas no Quadro 6.3.

Quadro 6.3: Categorias de análise para a Situação 1

Categorias	**Número de alunos (N=26)**	
	SIM	**NÃO**
I. Identificaram o conceito de variação de uma determinada grandeza	20 (77%)	6 (23%)
II. Utilizaram a unidade de medida esperada	5 (19%)	21 (81%)
III. Constataram a existência de uma função que relaciona o tempo com o nível de Dióxido de Carbono CO_2	14 (54%)	9 (35%)
IV. Perceberam a relação com limites	16 (61%)	7 (27%)
V. Justificaram corretamente a relação de dependência	13 (50%)	10 (10%)
VI. Não responderam alguma das questões	3 (12%)	23 (88%)

O aluno A1 calculou a variação do CO_2 em relação ao tempo e não somente em relação à variação do Dióxido de Carbono. Esse procedimento foi realizado nas demais questões sinalizando um teorema-em-ação. Quando questionado sobre o procedimento que realizou não soube explicar ou expressar em linguagem natural, mencionou que sempre realizou os cálculos dessa forma, o que pode ser visualizado nas suas respostas na Figura 6.24. O teorema-em-ação é uma construção mental mais complexa, pois é uma proposição que pode ser considerada verdadeira ou falsa. É uma a relação matemática usada pelos alunos quando eles escolhem operações e maneiras de resolver problemas (Vergnaud, 1988).



1) Qual foi a variação da quantidade de CO_2 entre 1998 e 2000?

$$\frac{362,4 - 358,6}{2000 - 1998} = \frac{3,8}{2} = 1,9$$

2) Calcule a variação da quantidade de CO_2 entre os anos de 2000 e 2002:

$$\frac{366,5 - 362,4}{2002 - 2000} = \frac{4,1}{2} = 2,05$$

3) Qual a variação da quantidade de CO_2 entre 2004 e 2006? E entre 2006 e 2008?

$$\frac{373,2 - 369,4}{2006 - 2004} = \frac{3,8}{2} = 1,9 \qquad \frac{377,5 - 373,2}{2008 - 2006} = \frac{4,3}{2} = 2,15$$

4) Calcule a variação da quantidade de CO_2 entre os anos 2008 e 2010. Em 2012 e 2014 e entre

Figura 6.24: Resposta do aluno A1 - Situação 1

O aluno A2 respondeu de forma correta as questões, realizou os cálculos mentalmente e identificou a relação de dependência. O acadêmico, percebeu a aproximação da variação de forma correta para um determinado valor de maneira intuitiva.

Os estudantes A3 e A6 responderam de forma equivocada as três primeiras questões, mostrando-se confusos em relação à variação do CO_2. O acadêmico A3 percebeu, na questão 4, o período em que a variação foi maior. Apesar do mesmo ter realizado os cálculos de forma correta, não identificou para qual valor que a variação de CO_2 se aproximava. Percebeu a relação de dependência entre o CO_2 e o tempo e justificou a existência de uma função, mas não indicou a lei da função. O estudante A6 não respondeu as três últimas questões.

Os alunos A4, A5, A8, A9 responderam de forma correta as atividades propostas, no entanto, não utilizaram unidade de medida e não perceberam a relação com limites. De forma intuitiva observaram a aproximação da variação de CO_2 a um valor mais específico.

Os acadêmicos A7 e A10 trataram de forma correta as questões abordadas na atividade, utilizaram a unidade de medida adequada, no entanto, não perceberam a relação de dependência de CO_2 em relação ao tempo, indicando que não se trata de uma função.

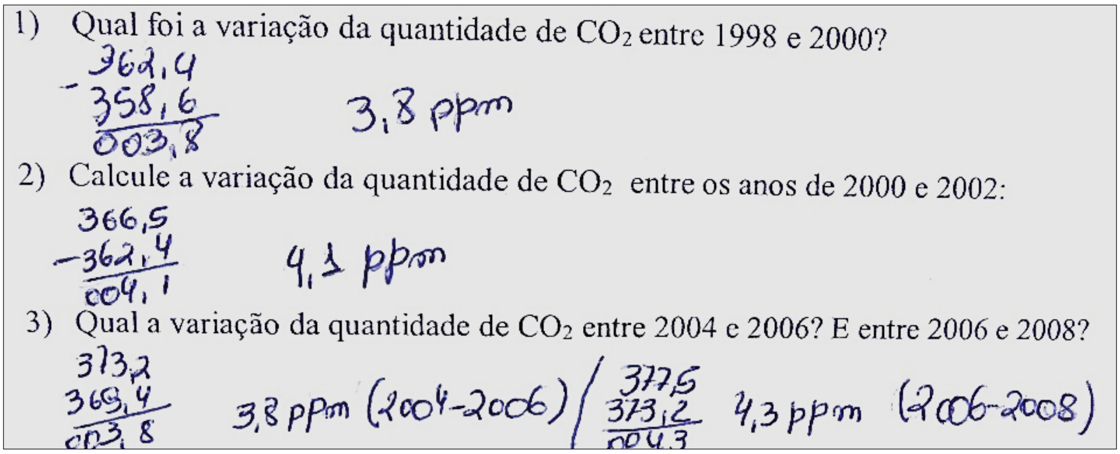
A forma de como os estudantes A11, A12 e A14 realizaram os cálculos das quatro primeiras questões não está correta. As questões 5 e 6 não foram respondidas. Acredita-se que se trata de indícios de um teorema-em-ação para o cálculo da variação.

O aluno A13 respondeu de forma correta as atividades que solicitavam somente a variação do CO_2. No entanto, identificou para qual valor a variação está se aproximando

Os estudantes A15 e A17 identificaram a variação justificando corretamente a relação de dependência entre o nível de CO_2 e o tempo, constatando que essa relação representa uma função.

O acadêmico A16 não utilizou a unidade de medida e, apesar de verificar a variação, não identificou como sendo uma função e justificou que a variação não foi constante. O estudante A18, apesar de identificar a variação utilizar corretamente a unidade de medida, não identificou a relação de dependência, pois justificou que a variação não é constante.

Os alunos A19 e A20 perceberam a variação, usaram corretamente a unidade de medida, constataram a relação de dependência justificando-a de forma correta, conforme a Figura 6.25 e a Figura 6.26.


1) Qual foi a variação da quantidade de CO_2 entre 1998 e 2000?

362,4
− 358,6
003,8

3,8 ppm

2) Calcule a variação da quantidade de CO_2 entre os anos de 2000 e 2002:

366,5
−362,4
004,1

4,1 ppm

3) Qual a variação da quantidade de CO_2 entre 2004 e 2006? E entre 2006 e 2008?

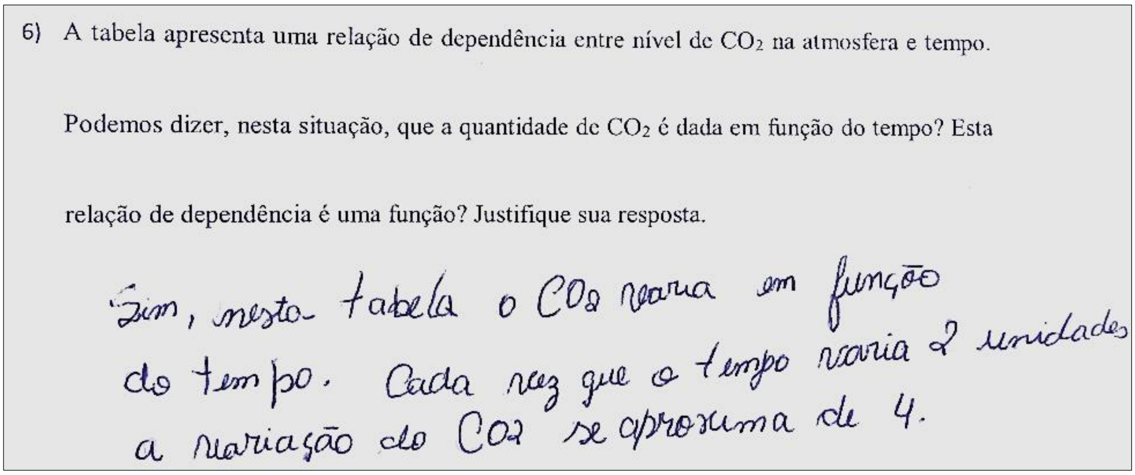
373,2
369,4
003,8

3,8 ppm (2004-2006) /

377,5
373,2
004,3

4,3 ppm (2006-2008)

Figura 6.25: Resposta do aluno A19 - Situação 1


6) A tabela apresenta uma relação de dependência entre nível de CO_2 na atmosfera e tempo.

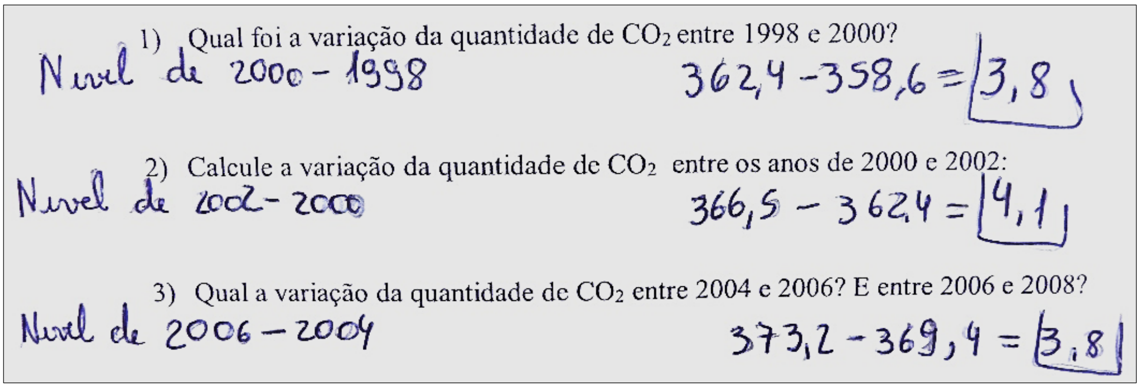
Podemos dizer, nesta situação, que a quantidade de CO_2 é dada em função do tempo? Esta relação de dependência é uma função? Justifique sua resposta.

Sim, nesta tabela o CO_2 varia em função do tempo. Cada vez que o tempo varia 2 unidades a variação do CO_2 se aproxima de 4.

Figura 6.26: Resposta da Questão 6 - aluno A20 - Situação 1

Os alunos A21, A22 e A25 desenvolveram a mesma linha de raciocínio, no entanto, não identificaram a unidade de medida apropriada para a variação do Dióxido de Carbono.

Os estudantes A23, A24 e A26 identificaram a variação da grandeza, mas não perceberam a aproximação para o valor 4, mesmo realizando os cálculos iniciais corretamente. Identificaram a relação de dependência como uma função, mas sinalizaram que essa função não é dada em função do tempo. Percebe-se que a fragilidade está no conceito de função e que o aluno não utilizou o organizador prévio sobre a definição de limites, pois mesmo sem a necessidade de utilizar fórmulas, os estudantes não identificaram de forma intuitiva o valor para o qual a variação se aproxima, como mostram as Figuras 6.27 e 6.28.


1) Qual foi a variação da quantidade de CO_2 entre 1998 e 2000?

Nivel de 2000 - 1998 $\quad 362{,}4 - 358{,}6 = \boxed{3{,}8}$

2) Calcule a variação da quantidade de CO_2 entre os anos de 2000 e 2002:

Nivel de 2002 - 2000 $\quad 366{,}5 - 362{,}4 = \boxed{4{,}1}$

3) Qual a variação da quantidade de CO_2 entre 2004 e 2006? E entre 2006 e 2008?

Nivel de 2006 - 2004 $\quad 373{,}2 - 369{,}4 = \boxed{3{,}8}$

Figura 6.27: Resposta do aluno A23 - Questões 1 a 3 - Situação 1

5) Analisando os resultados obtidos, a variação da quantidade de CO_2 parece estar se aproximando de algum valor? Qual? Não parece estar se aproximando de um valor lógico.

6) A tabela apresenta uma relação de dependência entre nível de CO_2 na atmosfera e tempo. Podemos dizer, nesta situação, que a quantidade de CO_2 é dada em função do tempo? Esta relação de dependência é uma função? Justifique sua resposta.

Não é dado em função do tempo.
Essa relação de dependência é uma função

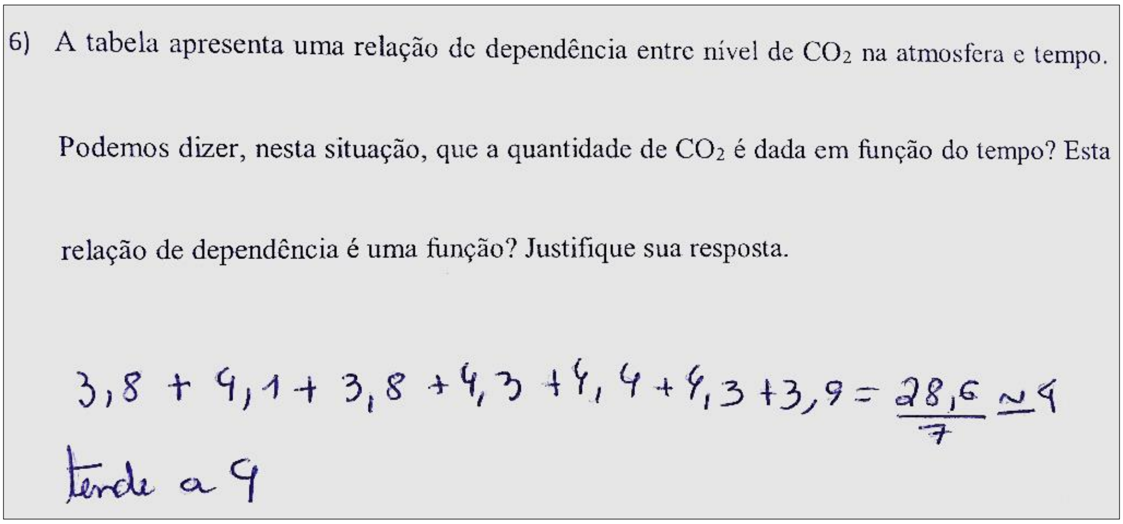
Figura 6.28: Resposta do aluno A23 - Questões 5 e 6 - Situação 1

Percebeu-se que grande parte dos alunos, 77%, identificaram e calcularam a variação do dióxido de carbono em um determinado tempo, no entanto, somente 54% constataram a existência de uma função que relaciona a quantidade de CO_2 com o tempo, e 50% justificaram corretamente essa relação de dependência.

Acredita-se que 81% dos alunos não utilizaram a unidade de medida esperada por não estarem habituados a apresentar respostas completas.

Notou-se que, com a introdução de um organizador prévio do conceito de limites, 61% dos alunos captaram a ideia intuitiva de limites. No entanto, não utilizaram fórmulas matemáticas para demonstrar o raciocínio.

O aluno A10, por exemplo, ao invés de observar os cálculos realizados nas questões anteriores ou usar a ideia de limites, utilizou a média aritmética para encontrar o valor para o qual a variação se aproximava; pode-se observar seu raciocínio na Figura 6.29.



6) A tabela apresenta uma relação de dependência entre nível de CO_2 na atmosfera e tempo.

Podemos dizer, nesta situação, que a quantidade de CO_2 é dada em função do tempo? Esta relação de dependência é uma função? Justifique sua resposta.

$3,8 + 4,1 + 3,8 + 4,3 + 4,4 + 4,3 + 3,9 = \frac{28,6}{7} \simeq 4$

tende a 4

Figura 6.29: Resposta do aluno A10 - Situação 1

A *Situação 2* utiliza a mesma problematização da *Situação* anterior, no entanto é introduzida a notação matemática em relação a variação ΔC[23] e Δt[24] e a noção de taxa de variação média de uma função, além de utilizar a unidade de medida apropriada. Para a análise foram consideradas as categorias descritas no Quadro 6.4.

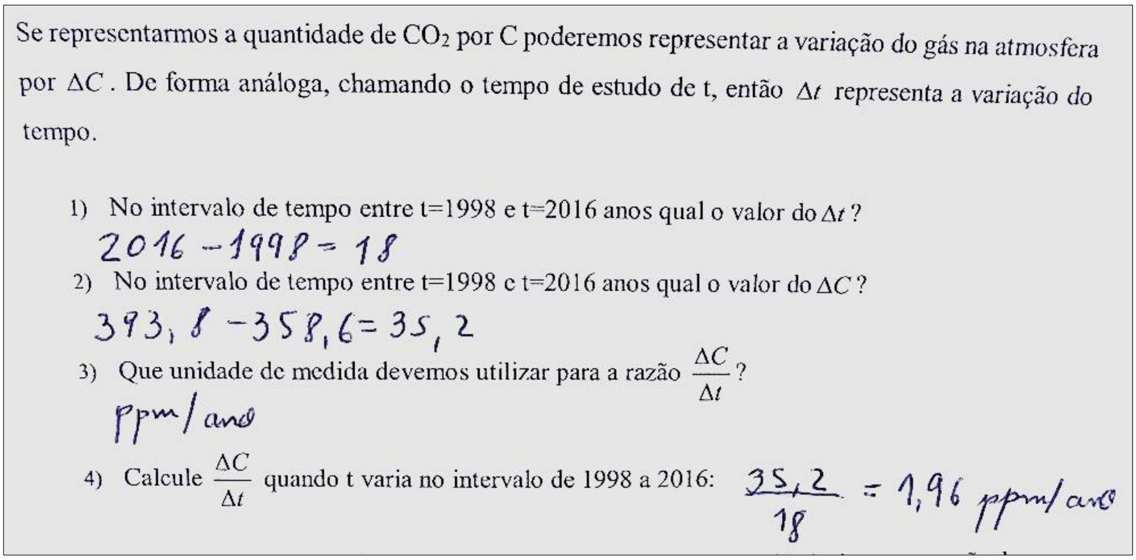
Quadro 6.4: Categorias de Análise para a Situação 2

	Categorias	Número de alunos (N=25)
I.	Identificaram a notação matemática e a utilizaram corretamente	20 (80%)
II.	Têm entendimento sobre taxa média de variação	21 (84%)
III.	Utilizaram a unidade de medida corretamente	16 (64%)
IV.	Calcularam de forma correta os valores da taxa média de variação	19 (76%)
V.	Calcularam corretamente a taxa de crescimento anual	12 (48%)
VI.	Definiram corretamente a razão $\frac{\Delta C}{\Delta t}$	17(68%)
VII.	Não responderam	4(16%)

Ao verificar as respostas dos alunos, pode-se perceber maior uniformidade do que na *Situação 1*. 80% dos alunos conseguiram identificar a notação matemática e utilizar corretamente. Contudo, pode-se verificar alguns casos em que o aluno observou a notação matemática identificando o cálculo que deveria realizar, mas não utilizou essa notação para expor seu raciocínio, fazendo-o de maneira simplificada. Pode-se perceber isso nas respostas do aluno A9, Figura 6.30.

---

[23] Indica a variação da quantidade de Dióxido de Carbono entre dois pontos.
[24] Indica a variação do tempo entre dois pontos.


Se representarmos a quantidade de CO_2 por C poderemos representar a variação do gás na atmosfera por ΔC. De forma análoga, chamando o tempo de estudo de t, então Δt representa a variação do tempo.

1) No intervalo de tempo entre t=1998 e t=2016 anos qual o valor do Δt?
2016 − 1998 = 18
2) No intervalo de tempo entre t=1998 e t=2016 anos qual o valor do ΔC?
393,8 − 358,6 = 35,2
3) Que unidade de medida devemos utilizar para a razão $\frac{\Delta C}{\Delta t}$?
ppm/ano
4) Calcule $\frac{\Delta C}{\Delta t}$ quando t varia no intervalo de 1998 a 2016: $\frac{35,2}{18} = 1,96$ ppm/ano

Figura 6.30: Resposta do aluno A9 - Situação 2

Outro aspecto a ressaltar foi que, mesmo indicando na tabela as unidades de medida, tanto da concentração de Dióxido de Carbono (ppm) quanto do tempo (ano), 9 alunos (36%) não conseguiram representar de forma correta a unidade de medida. Observou-se ainda que dois alunos (A23 e A26) utilizaram o *Mol* como unidade de medida para a variação da concentração de Dióxido de Carbono em relação ao tempo.

Os alunos A3, A12, A7, A10, A19, A20 representaram a unidade de medida mais próxima da correta, como sendo *CO_2/ano, ppm/t, C/t.* O aluno A2 não soube responder essa pergunta.

Entende-se que a dificuldade nessa questão foi a interpretação do texto, visto que na tabela do enunciado estavam explícitas as unidades de medida.

Um fato importante que se deve evidenciar, é que 76% dos alunos calcularam de forma correta os valores da taxa média de variação entre o Dióxido de Carbono em relação ao tempo. Todavia, somente 48% dos estudantes apresentaram corretamente os resultados do cálculo da taxa de crescimento anual e 68% conseguiram definir a razão $\frac{\Delta C}{\Delta t}$[25].

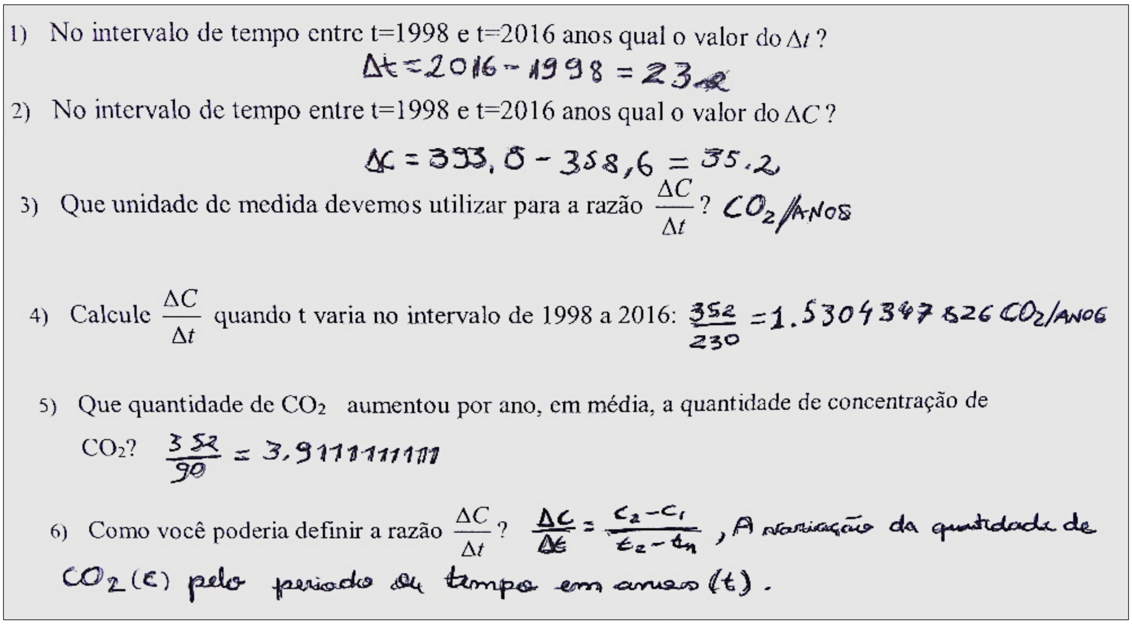
Outro fator que se percebeu foi o fato de dois alunos (A1 e A14) terem calculado corretamente as variações da quantidade de dióxido de carbono em relação

[25] A razão $\frac{\Delta C}{\Delta t}$ é denominada taxa média de variação da concentração de CO_2 em relação ao tempo e representa a variação média de y por unidade de variação de x no intervalo Δx.

ao tempo, mas não conseguiram definir a razão $\frac{\Delta C}{\Delta t}$, indicaram como sendo a equação da reta $y = ax + b$.

Um aspecto relevante que deve ser ressaltado foi o fato de que somente 16% (4 alunos) realizaram a atividade totalmente correta. Os alunos A8, A16, A18 e A22 atenderam a todas as questões de forma completa.

Além disso, o aluno A12 conseguiu definir corretamente a razão $\frac{\Delta C}{\Delta t}$ explicitando seu raciocínio, todavia realizou o cálculo das variações de maneira equivocada, como podemos observar na Figura 6.31.



1) No intervalo de tempo entre t=1998 e t=2016 anos qual o valor do Δt?

$\Delta t = 2016 - 1998 = 23$

2) No intervalo de tempo entre t=1998 e t=2016 anos qual o valor do ΔC?

$\Delta C = 393,8 - 358,6 = 35.2$

3) Que unidade de medida devemos utilizar para a razão $\frac{\Delta C}{\Delta t}$? CO_2/ANOS

4) Calcule $\frac{\Delta C}{\Delta t}$ quando t varia no intervalo de 1998 a 2016: $\frac{352}{230} = 1.5304347826$ CO_2/ANOS

5) Que quantidade de CO_2 aumentou por ano, em média, a quantidade de concentração de CO_2? $\frac{352}{90} = 3,9111111111$

6) Como você poderia definir a razão $\frac{\Delta C}{\Delta t}$? $\frac{\Delta C}{\Delta t} = \frac{c_2 - c_1}{t_2 - t_1}$, A variação da quantidade de CO_2 (c) pelo período de tempo em anos (t).

Figura 6.31: Resposta do aluno A12 - Situação 2

Ainda, se percebe um déficit em relacionar a linguagem com os símbolos e, segundo Moreira (2014), a principal tarefa do professor consiste em ajudar o aluno a desenvolver seu repertório de esquemas e representações. O professor deve prover situações frutíferas aos alunos. Um conceito ou uma proposição se torna significativa mediante uma variedade de situações.

Diante disso, foi proposta a *Situação 3*, a fim de possibilitar ao aluno, ainda em relação ao contexto da *Situação 1*, um aprofundamento do problema em questão com um grau de complexidade maior. Esta atividade tem por objetivo introduzir a análise da situação por meio do gráfico, e verificar se os estudantes conseguem identificar o tipo de função, a representação gráfica e sua interpretação.

Para verificar se os objetivos foram atendidos, para a *Situação 3*, foram usadas as categorias descritas no Quadro 6.5.

Quadro 6.5: Categorias de análise para a Situação 3

Categorias	**Subcategoria**	**Subcategorias**	**Número de alunos (N=24)**
I. Construíram corretamente o gráfico	I A - Construíram o gráfico	I A1 - Sim	16(67%)
		I A2 - Não	8 (33%)
	I B - Identificaram a função mais apropriada para a situação	I B1 - Sim	9 (37%)
		I B2 - Não	15 (63%)
	IC - Representaram de forma correta a função	I C1 - Sim	17 (71%)
		I C2 - Não	7 (29%)
II. Representaram corretamente a equação da reta	II A - Utilizaram uma lei para a função	II A1 - Sim	12 (50%)
		II A2 - Não	11 (46%)
III. Interpretaram corretamente o comportamento da reta nos diferentes pontos		III A - Sim	8 (33%)
		III B - Não	14 (58%)
IV. Não fizeram alguma atividade proposta			11 (46%)

Acredita-se que a construção do gráfico não foi um problema para os alunos; apesar de 33% deles não terem construído o gráfico, a grande maioria dos acadêmicos sabiam utilizar as funções básicas do software Excel.

Um ponto que se deve destacar foi o fato de que a grande maioria (63%) dos estudantes, quando questionados que tipo de função é a mais apropriada descrever o problema, mencionaram a função Linear[26] quando o correto é uma Função Afim[27]. Pode-se inferir indícios de um Teorema-em-ação que diz respeito à definição e tipo de função. Pode-se averiguar essa afirmação nas respostas do aluno A25 (Figura 6.32).

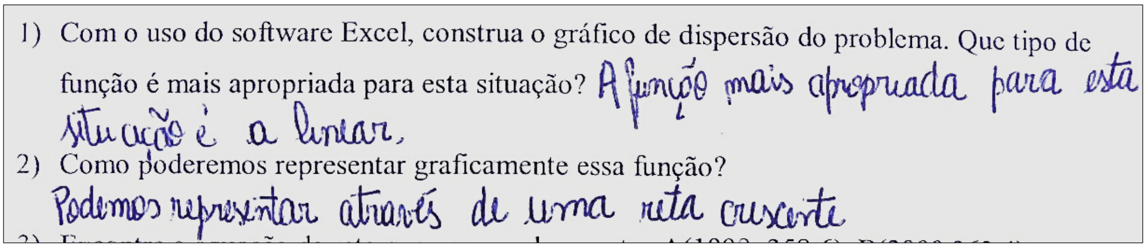

1) Com o uso do software Excel, construa o gráfico de dispersão do problema. Que tipo de função é mais apropriada para esta situação? A função mais apropriada para esta situação é a linear.
2) Como poderemos representar graficamente essa função?
Podemos representar através de uma reta crescente

Figura 6.32: Resposta do aluno A25 - Situação 3

[26] Chama-se função linear a função dada por $f(x) = mx$, onde x é a variável independente e *m* é a constante denominada coeficiente angular da função.
[27] Chama-se função Afim a função dada por $f(x) = mx + b$, onde x é a variável independente, *m* é a constante denominada coeficiente angular e b é denominado coeficiente linear da função.

Mesmo com a definição de Função Linear equivocada, percebeu-se que a grande maioria (71%) dos alunos conseguiram definir a representação gráfica da função (*reta*) mesmo não traçando o gráfico ou não definindo a função mais apropriada. No entanto, apenas 50% dos alunos utilizaram uma lei para determinar a função e representar a equação da reta. Grande parte dos estudantes calcularam uma equação para cada reta a cada dois pontos ao invés de calcular uma única equação da reta que facilitaria a interpretação do comportamento da reta nos diferentes pontos.

Cabe ressaltar que a o aluno que resolveu as três primeiras questões da *Situação 3* não, necessariamente, convergiu para uma resposta satisfatória na quarta questão, pois 58% dos alunos não interpretaram de maneira correta o comportamento da reta nos pontos dados ou não responderam à pergunta. Tem-se, por exemplo, o aluno A16 (Figura 6.33) que respondeu corretamente as três primeiras questões, mas não soube fazer a interpretação do comportamento da reta.

1) Com o uso do software Excel, construa o gráfico de dispersão do problema. Que tipo de função é mais apropriada para esta situação? Afim

2) Como poderemos representar graficamente essa função? Reta

3) Encontre a equação da reta que passa pelos pontos A(1998; 358,6), B(2000;362,4), C(2002;362,4), D(2004;369,4); E(2006;373,2), F(2008; 377,5), G(2010;381,9), H(2012;385,6), I(2014;389,9) e J(2016,393,8).

4) Como você interpreta o comportamento dessa reta nesses diferentes pontos?

③ $y = ax + b$

$A = x_1 = 1998 \; ; \; y_1 = 358{,}6$

$B = x_2 = 2000, \; y_2 = 362{,}4$

$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{362{,}4 - 358{,}6}{2000 - 1998} = 1{,}9$

$y = ax + b \rightsquigarrow y = 1{,}9x - 3437{,}6$

$358{,}6 = 1{,}9 \cdot 1998 + b$

$358{,}6 = 3796{,}2 + b$

$b = -3437{,}6$

Figura 6.33: Resposta do aluno A16 - Situação 3

Não se observou casos em que o aluno não respondeu corretamente uma das questões entre as três primeiras, mas interpretou de forma satisfatória o comportamento da reta nos diferentes pontos.

Com a *Situação 3*, completou-se os problemas envolvendo o aumento da concentração de Dióxido de Carbono (CO_2) na atmosfera. Observou-se que o aluno A18 atingiu os resultados esperados, construiu o gráfico de maneira satisfatória (Figura 6.34) e definiu o tipo de função, sua representação e interpretou de forma correta o comportamento da reta nos diferentes pontos, como mostram as Figuras 6.34 e 6.35.

É importante esse detalhamento das situações para que se tenha uma exemplificação de que é possível o aluno completar as etapas satisfatoriamente.

Usou-se somente um aluno como exemplo, mas tiveram outros estudantes (A2, A19, A20, A22) que também conseguiram resolver as quatro situações com êxito, abrangendo o que foi proposto.

O intuito de propor as *Situações 1, 2* e *3* com grau crescente de complexidade, e sobre o mesmo contexto, foi verificar o comportamento do estudante diante de tais situações.

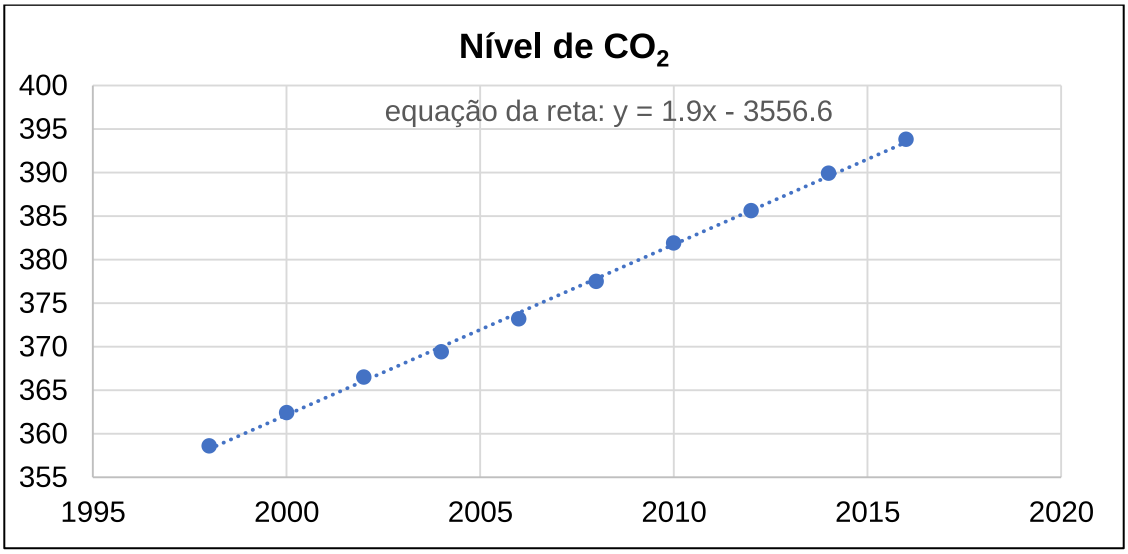
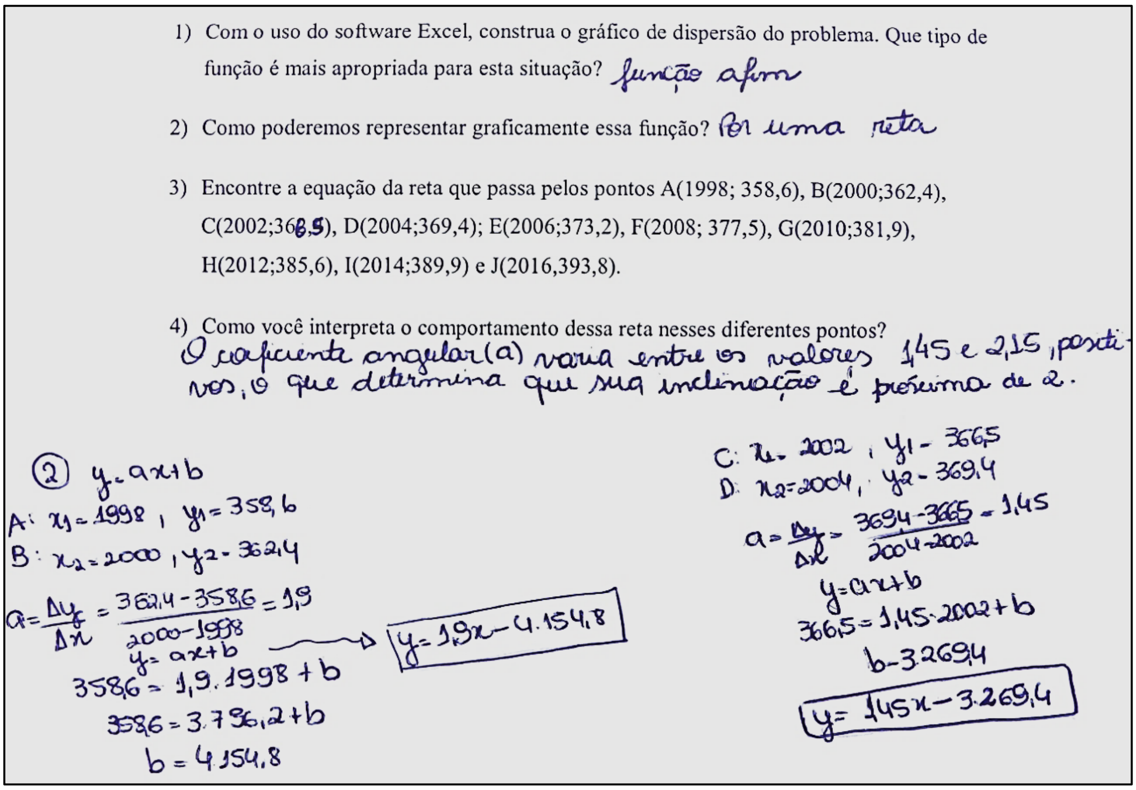


Figura 6.34: Resposta do aluno A18 - Situação 3 - representação gráfica



1) Com o uso do software Excel, construa o gráfico de dispersão do problema. Que tipo de função é mais apropriada para esta situação? função afim

2) Como poderemos representar graficamente essa função? Por uma reta

3) Encontre a equação da reta que passa pelos pontos A(1998; 358,6), B(2000;362,4), C(2002;366,5), D(2004;369,4); E(2006;373,2), F(2008; 377,5), G(2010;381,9), H(2012;385,6), I(2014;389,9) e J(2016,393,8).

4) Como você interpreta o comportamento dessa reta nesses diferentes pontos?
O coeficiente angular(a) varia entre os valores 1,45 e 2,15, positivos, o que determina que sua inclinação é próxima de 2.

② $y = ax+b$

A: $x_1 = 1998$, $y_1 = 358,6$

B: $x_2 = 2000$, $y_2 = 362,4$

$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{362,4 - 358,6}{2000-1998} = 1,9$

$y = ax+b$

$358,6 = 1,9 \cdot 1998 + b$

$358,6 = 3.796,2 + b$

$b = 4.154,8$

$\boxed{y = 1,9x - 4.154,8}$

C: $x_1 = 2002$, $y_1 = 366,5$

D: $x_2 = 2004$, $y_2 = 369,4$

$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{369,4 - 366,5}{2004-2002} = 1,45$

$y = ax+b$

$366,5 = 1,45 \cdot 2002 + b$

$b - 3.269,4$

$\boxed{y = 1,45x - 3.269,4}$

Figura 6.35: Resposta do aluno A18 - Situação 3

A *Situação 4* apresenta um novo contexto, mas também abrange uma situação vivenciada na profissão do Engenheiro Ambiental e Sanitário. Teve por objetivo verificar a percepção do aluno quanto à variação entre dois pontos em uma função Afim, além da construção do gráfico e interpretação do coeficiente angular[28] da reta. Esse problema abrange mais especificamente alguns conceitos matemáticos como, por exemplo, o coeficiente angular, que nas situações anteriores não era nomeado. Foi considerada também, a possibilidade de o aluno utilizar outros softwares matemáticos a fim de possibilitar uma maior autonomia para a resolução da atividade proposta.

Para a análise foram consideradas as categorias descritas no Quadro 6.6.

[28] O coeficiente angular tem um importante papel na equação da reta: ele determina a sua inclinação.

Quadro 6.6: Categorias de análise para a Situação 4

Categorias	Subcategoria	Subcategorias	Número de alunos (N=25)
I. Construíram o gráfico	IA - Corretamente		9 (36%)
	IB - Parcialmente correto		14 (56%)
	IC - Não fez o gráfico		2 (8%)
	ID - Identificaram o coeficiente angular da reta	Sim	20 (80%)
		Não	5 (20%)
	IE - Fizeram alguma inferência acerca do gráfico e do coeficiente angular.	Sim	13 (52%)
		Não	10 (40%)
II. Identificaram a variação Δy como sendo o nº de bactérias em relação ao tempo (variação Δx)		Sim	9 (36%)
		Não	16(64%)
III. Calcularam de forma correta as variações $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ quando	IIIA -$x_1 \rightarrow x_2$		23 (92%)
	III B $x_2 \rightarrow x_3$		21 (84%)
	IIIC $x_1 \rightarrow x_3$		20 (80%)
IV. Explicaram o resultado encontrado na questão 6	Corretamente		9 (36%)
	Parcialmente correto		11 (44%)
	Errado		3 (12%)
V. Não fizeram alguma das questões			3 (12%)

Na análise da *Situação 4*, percebeu-se que a construção do gráfico não foi um problema. Porém, os estudantes têm dificuldade em contextualizar situações desse tipo, ou até mesmo interpretá-las. Observou-se que grande parte dos gráficos estão parcialmente corretos (56%), pois apresentaram valores negativos para o eixo que indica tempo. Parece haver um teorema-em-ação, um procedimento padrão, um modo de fazer em relação à construção de gráficos no sistema cartesiano, no qual é possível notar uma grande dificuldade dos estudantes em perceberem quando devem utilizar somente valores positivos. Os alunos não se preocupam em representar o problema apresentado e sim em construir, nesse caso, o gráfico da função afim.

Percebe-se ainda, um déficit relacionado aos conteúdos do ensino secundário quanto à contextualização; por vezes, o estudante sabe o conceito, no entanto não consegue explicar seu significado. Um exemplo disso, além da construção do gráfico, é a definição de coeficiente angular da reta e sua representação no contexto do problema.

Para a definição do coeficiente angular da reta, 80% dos alunos abordaram de maneira correta sua definição e calcularam de forma satisfatória seu valor. Esses alunos mencionaram que o coeficiente angular poderia ser determinado pela lei da função, pelo gráfico ou pelo cálculo da taxa média de variação $\frac{\Delta y}{\Delta x}$. Como exemplo, as respostas dos alunos A5 (Figura 6.36) e A10 (Figura 6.37).

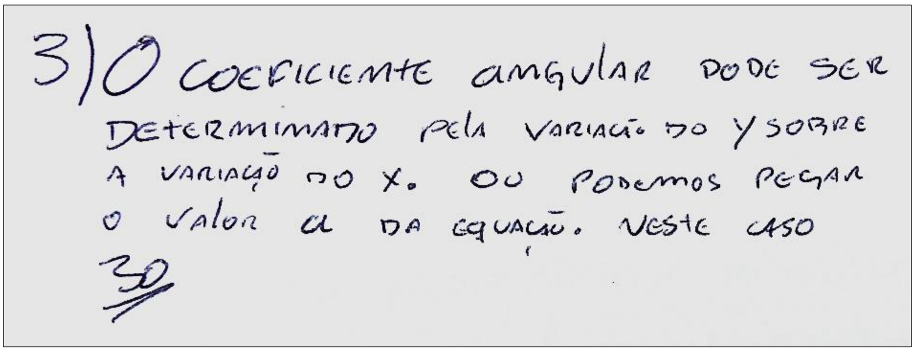


Figura 6.36: Resposta do aluno A5 - Situação 4

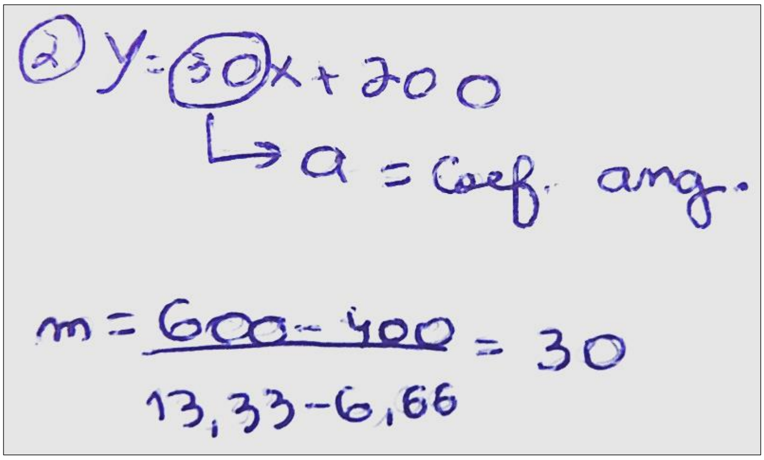
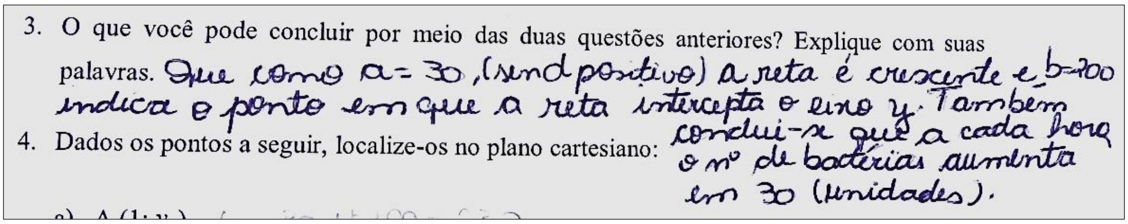


Figura 6.37: Resposta do aluno A10 - Situação 4

No entanto, pontua-se que desses 80% dos alunos que souberam definir de maneira correta o coeficiente angular da reta, somente os alunos A5, A7, A10, A12, A18 e A26 relacionaram com o contexto do problema apresentado, indicando que a cada hora o número de bactérias aumenta em 30 unidades, conforme mencionado pelo estudante A18 (Figura 6.38).


3. O que você pode concluir por meio das duas questões anteriores? Explique com suas palavras. Que como a= 30, (sendo positivo) a reta é crescente e b=200 indica o ponto em que a reta intercepta o eixo y. Também conclui-se que a cada hora o nº de bactérias aumenta em 30 (unidades).

4. Dados os pontos a seguir, localize-os no plano cartesiano:

Figura 6.38: Resposta do aluno A18 - Situação 4

Ficou evidente a pouca conexão da Matemática com a Física provavelmente, abordada no ensino básico, isto pode ser percebida nas conversas dos alunos registradas no diário de campo, conforme o Quadro 6.7.

Quadro 6.7: Anotações do diário de campo

Percebi uma falta de clareza no que diz respeito ao coeficiente angular da reta, precisarei retomar esse conceito, o aluno A13 explanou se entendimento quanto a questão: *“...sei calcular o coeficiente angular da reta, mas não sei para que serve, pensei que fosse só para encontrar a equação da reta...”*

Fonte: A autora

Serão dados vários exemplos de respostas do aluno A18 porque sua evolução na aprendizagem significativa do conceito de derivada pode ser considerada como um caso particular.

Acrescenta-se ainda que o aluno A18, apresentou o gráfico de forma correta (Figura 6.39) e utilizou o software *GeoGebra* para a construção do mesmo. Relacionou o coeficiente angular com o problema apresentado, como já citado anteriormente, e utilizou de forma intuitiva a definição de Limites (Figura 6.40) para elaborar sua conclusão de que a cada hora o número de bactérias aumenta em 30 unidades. Cabe salientar que o assunto sobre Limites foi abordado como organizador prévio para a introdução do conceito de Derivada.

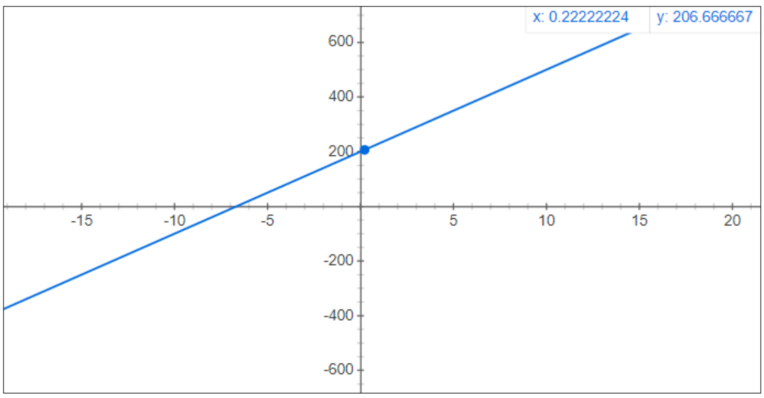


Figura 6.39: Representação gráfica da Situação 4 - Aluno A18

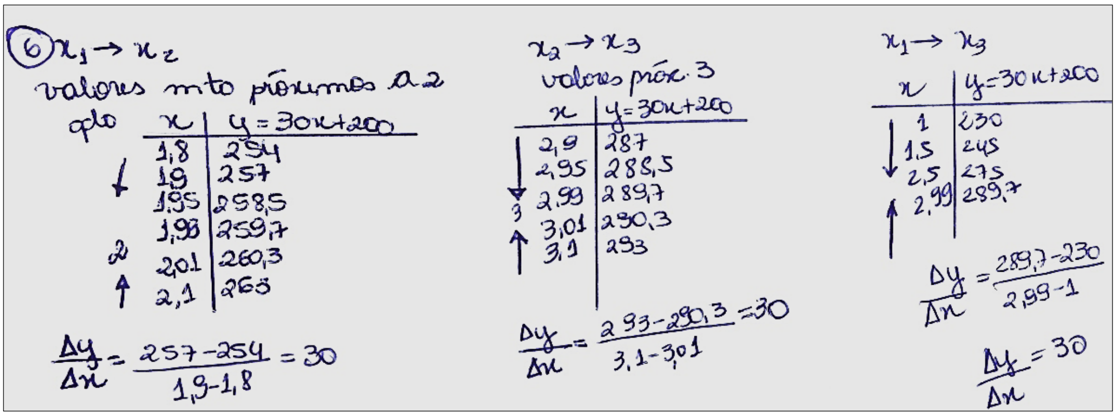
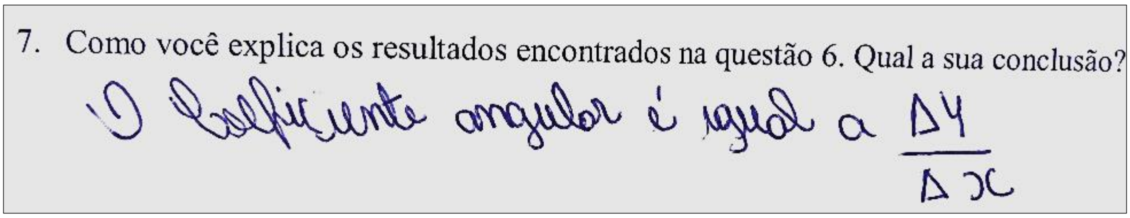


Figura 6.40: Resposta do aluno A18 - Situação 4

Observou-se ainda que grande parte dos alunos (44%) explicaram os resultados obtidos na questão 6 parcialmente corretos. Isso significa que as respostas não estavam erradas, mas sim incompletas, pois não fizeram ligação com o significado do coeficiente angular ou com o contexto do problema apresentado. Muitos alunos mencionaram somente que a variação $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ representa o coeficiente angular, como é o caso dos alunos A1, A3, A19, A20, A23 e A26, pode-se exemplificar essa situação com a Figura 6.41. Os demais escreveram, por exemplo: A22: *"A função é linear, logo a variação de y em relação a x será sempre a mesma."*, A4: *"A variação $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ será constante"*, A5: *"A variação do número de bactérias é igual em todos os casos"*.


7. Como você explica os resultados encontrados na questão 6. Qual a sua conclusão?

O coeficiente angular é igual a $\frac{\Delta Y}{\Delta x}$

Figura 6.41: Resposta do aluno A26 - Situação 4

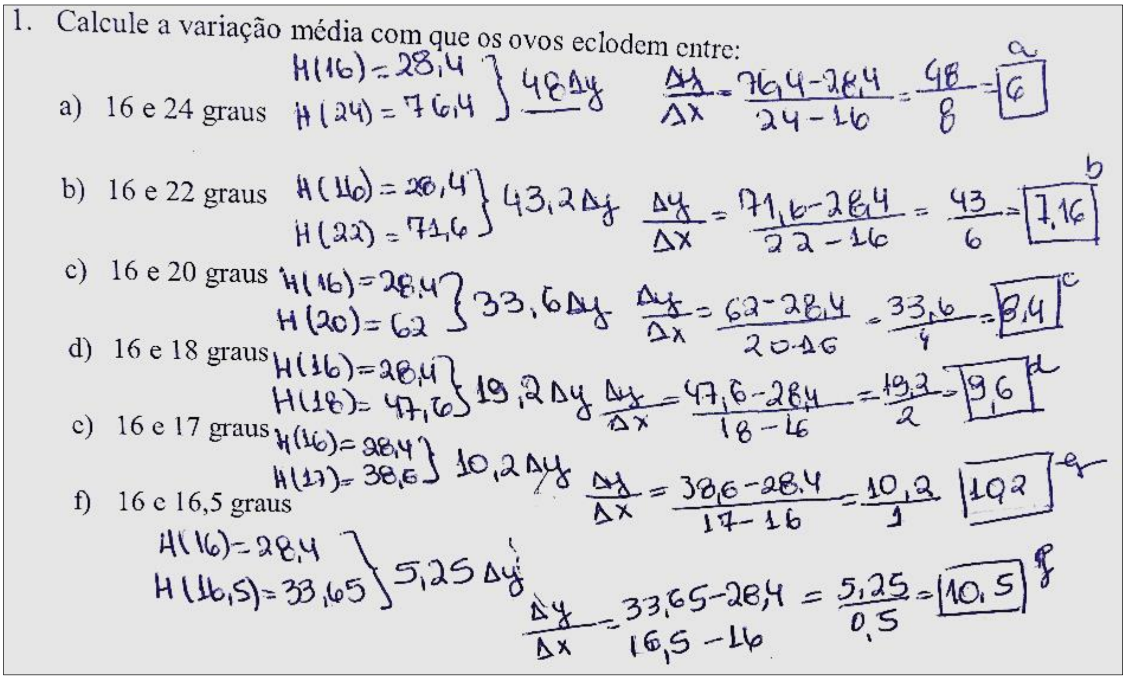
A *Situação* 5 apresenta um problema com grau de dificuldade maior do que da *Situação* anterior, mas igualmente do cotidiano do Engenheiro Ambiental e Sanitário. Essa *Situação* requer um conhecimento matemático de função quadrática e dos conceitos vistos nas atividades anteriores. Teve por objetivo fazer com que os alunos sentissem a necessidade da utilização de uma ferramenta que possibilitasse encontrar valores em um instante específico muito pequeno. Na discussão desta atividade com os alunos foi introduzido o conceito de derivada.

Para a análise foram consideradas as categorias descritas no Quadro 6.8.

Quadro 6.8: Categorias de análise para a Situação 5

Categorias	**Subcategoria**	**Número de alunos (N=21)**
I. Relacionaram corretamente os cálculos de variação média.	IA - Sim	16 (76%)
	IB - Não	5 (24%)
II. Traçaram de forma correta as retas que passam pelos pontos indicados.	IIA - Sim	14 (67%)
	IIB - Não	7 (33%)
III. Atribuíram de forma correta os conceitos de reta secante e tangente.		13 (62%)
IV. Não identificaram retas secantes e tangentes.		8 (38%)
V. Identificaram a aproximação da taxa média de variação para um determinado valor.		16 (76%)
VI. Representaram corretamente a função.	VI A - Definiram a função utilizando a notação de limites.	7 (33%)
	VI B - Identificaram a necessidade de limites, mas não representaram com notação matemática.	8 (38%)
	VI C - Não concluíram a questão 5 da *Situação 6*.	6 (29%)

Ao analisar a *Situação 5*, levou-se em consideração os assuntos que já vinham sendo abordados nas *Situações* anteriores, como por exemplo, o cálculo da taxa média de variação. Confirmando as expectativas, averiguou-se que 76% dos alunos realizaram os cálculos da taxa média de variação de maneira correta e representando-os com a notação matemática adequada, tem-se como exemplo a resposta do aluno A4 (Figura 6.42).



1. Calcule a variação média com que os ovos eclodem entre:

a) 16 e 24 graus $\left.\begin{matrix} H(16) = 28{,}4 \\ H(24) = 76{,}4 \end{matrix}\right\} 48\,\Delta y$ $\quad \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{76{,}4-28{,}4}{24-16} = \frac{48}{8} = \boxed{6}$ a

b) 16 e 22 graus $\left.\begin{matrix} H(16) = 28{,}4 \\ H(22) = 71{,}6 \end{matrix}\right\} 43{,}2\,\Delta y$ $\quad \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{71{,}6-28{,}4}{22-16} = \frac{43}{6} = \boxed{7{,}16}$ b

c) 16 e 20 graus $\left.\begin{matrix} H(16) = 28{,}4 \\ H(20) = 62 \end{matrix}\right\} 33{,}6\,\Delta y$ $\quad \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{62-28{,}4}{20-16} = \frac{33{,}6}{4} = \boxed{8{,}4}$ c

d) 16 e 18 graus $\left.\begin{matrix} H(16) = 28{,}4 \\ H(18) = 47{,}6 \end{matrix}\right\} 19{,}2\,\Delta y$ $\quad \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{47{,}6-28{,}4}{18-16} = \frac{19{,}2}{2} = \boxed{9{,}6}$ d

c) 16 e 17 graus $\left.\begin{matrix} H(16) = 28{,}4 \\ H(17) = 38{,}6 \end{matrix}\right\} 10{,}2\,\Delta y$ $\quad \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{38{,}6-28{,}4}{17-16} = \frac{10{,}2}{1} = \boxed{10{,}2}$ e

f) 16 e 16,5 graus $\left.\begin{matrix} H(16) = 28{,}4 \\ H(16{,}5) = 33{,}65 \end{matrix}\right\} 5{,}25\,\Delta y$ $\quad \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{33{,}65-28{,}4}{16{,}5-16} = \frac{5{,}25}{0{,}5} = \boxed{10{,}5}$ f

Figura 6.42: Resposta do aluno A4 - Situação 5

Conforme previsto, observou-se, na representação gráfica, que os estudantes tiveram dificuldades para marcar os pontos no sistema cartesiano, visto que esses são valores muito próximos. No entanto, 67% conseguiram completar a tarefa de forma satisfatória indicando no gráfico as retas secantes como, por exemplo, a resposta do aluno A18 (Figura 6.43). Esse mesmo aluno, ao ser questionado pela professora pesquisadora sobre o que ele percebeu sobre as retas, explanou que *“conforme os pontos se aproximam, a reta secante se transforma em uma reta tangente.”* O estudante A18 também relatou a diferença entre reta secante e reta tangente, Figura 6.44.

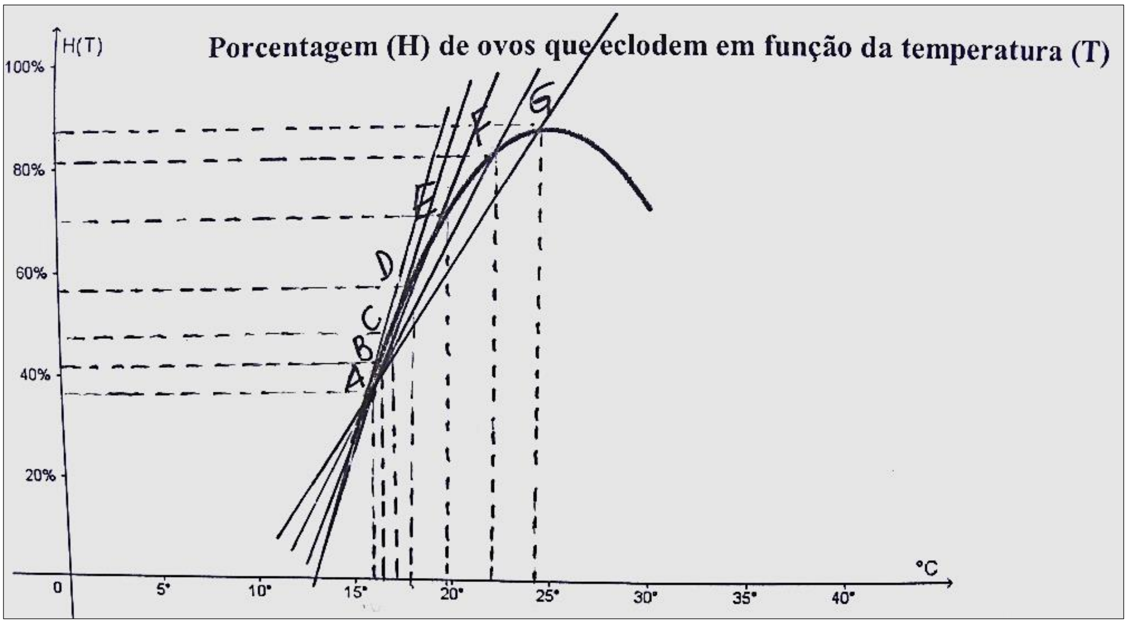


Figura 6.43: Construção gráfica - aluno A18 - Situação 5

2. Trace uma reta passando pelos seguintes pontos:

a) A $A(16, H(16))$ e $G(24, H(24))$
A(16; 28,4) e G(24; 76,4)

b) $A(16, H(16))$ e $F(22, H(22))$
A(16, 28,4) e F(22; 71,6)

c) $A(16, H(16))$ e $E(20, H(20))$
A(16; 28,4) e E(20; 62)

d) $A(16, H(16))$ e $D(18, H(18))$
A(16; 28,4) e D(18; 47,6)

e) $A(16, H(16))$ e $C(17, H(17))$
A(16, 28,4) e C(17; 38,6)

f) $A(16; H(16))$ e $B(16{,}01; H(16{,}01))$
A(16; 28,4) e B(16,01; 28,51)

reta secante: passa por dois pontos na curva

reta tangente: intercepta somente 1 ponto na curva.

O que podemos concluir com a construção das retas passando por esses pontos?

O que você entende por reta secante e reta tangente? Conforme os pontos se aproximam, a reta secante se transforma em reta tangente

Figura 6.44: Resposta do aluno A18 - Situação 5

Conforme previsto, 38% dos alunos não conseguiram explicitar o conceito de reta tangente e reta secante, acredita-se que esse déficit seja resquício do ensino secundário, já que muitas vezes a matemática é ensinada de forma mecânica, em que o aluno memoriza fórmulas matemáticas sem dar sentido às situações.

Averiguou-se que 71% dos alunos representaram corretamente a função, dentre esses, 33% definiram a função utilizando a notação de limites e 38% fizeram menção ao uso de limites. No entanto, não utilizaram notação matemática, como pode-se perceber nas respostas dos alunos A1, A18, A19 e A22 (Figuras 6.45, 6.46, 6.47 e 6.48, respectivamente).

5. Considerando os resultados obtidos nas questões anteriores, qual será a taxa de variação com que os ovos eclodem na temperatura de 16°C? Como você define esta função?

f(x) É igual o limite da função.

Figura 6.45: Resposta da questão 5 - aluno A1 - Situação 5

5. Considerando os resultados obtidos nas questões anteriores, qual será a taxa de variação com que os ovos eclodem na temperatura de 16°C? Como você define esta função? A taxa de variação é o limite da variação.

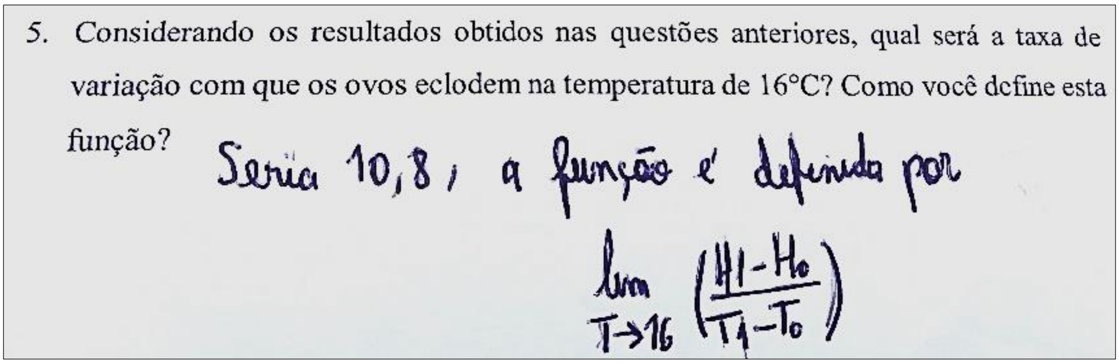
$$f(x) = \lim_{t \to 16} \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right)$$

Figura 6.46: Resposta da questão 5 - aluno A18 - Situação 5

5. Considerando os resultados obtidos nas questões anteriores, qual será a taxa de variação com que os ovos eclodem na temperatura de 16°C? Como você define esta função?

$$f(x) = \lim_{t \to 16} \frac{\Delta H}{\Delta T} = \frac{H_2 - H_1}{T_2 - T_1}$$

Figura 6.47: Resposta da questão 5 - aluno A19 - Situação 5



5. Considerando os resultados obtidos nas questões anteriores, qual será a taxa de variação com que os ovos eclodem na temperatura de 16°C? Como você define esta função? Seria 10,8 ; a função é definida por

$$\lim_{T \to 16} \left(\frac{H1 - H_0}{T_1 - T_0} \right)$$

Figura 6.48: Resposta da questão 5 - aluno A22 - Situação 5

Durante as discussões das respostas, os alunos foram questionados quanto ao significado geométrico e as respostas foram registradas no diário de campo, conforme descrito no Quadro 6.9.

Quadro 6.9: Anotações do diário de campo

...após alguns minutos de reflexão sobre o significado geométrico da questão, alguns alunos afirmaram que "representava geometricamente o coeficiente angular da reta". Outro aluno ainda completou que "conforme a temperatura se aproximava de 15°C, a reta secante ia se transformando em uma reta tangente". *...aproveitando esses comentários sobre o significado geométrico, reforcei os conceitos já vistos para a continuidade na sequência.*

Pelo registro dos alunos e as anotações no diário de campo, pode-se inferir que o objetivo da *Situação 5* foi atingido, pois a grande maioria percebeu a utilização de uma nova ferramenta que possibilita o cálculo, tendo em vista uma variação extremamente pequena. Diante disso, a professora pesquisadora pode discutir com os alunos e definir formalmente o conceito de derivada, propondo o próximo problema.

Para dar continuidade, a *Situação* 6 propõe uma generalização da função encontrada na *Situação* 5 por meio da notação de limites $lim f(x)$, pois assim tem-se um acréscimo de complexidade no contexto apresentado, e por meio dessa generalização pode-se ter indícios de uma aprendizagem significativa do conceito de derivada.

Para a análise foram consideradas as categorias descritas no Quadro 6.10.

Quadro 6.10: Categorias de análise para a Situação 6

Categorias	Subcategoria	Número de alunos (N= 18)
I. Conseguiram generalizar a função encontrada na situação 5	IA - Não conseguiram.	2 (11%)
	IB - Parcialmente.	6 (33%)
	IC - Totalmente.	10 (56%)

Ao analisar as repostas dos alunos na *Situação 6*, pode-se destacar que os que conseguiram completar a atividade anterior não apresentaram problema em sua resolução. Dos participantes nessa etapa (N=18), obteve-se 53% de estudantes que conseguiram generalizar a função e escrevê-la utilizando a notação de limites. Pode-se observar as respostas nas Figuras 6.49, 6.50, 6.51 e 6.52. Pode-se destacar que esses alunos mostraram indícios da conceitualização do conceito de derivada, indicando um princípio do domínio do campo conceitual de derivada, conforme proposto pela professora-pesquisadora no Quadro 5.6.

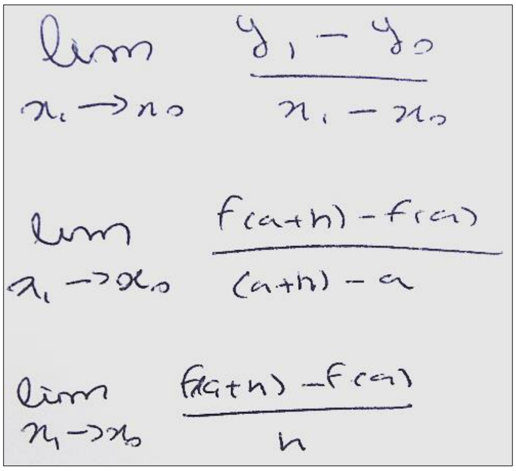


Figura 6.49: Resposta do aluno A1 - Situação 6

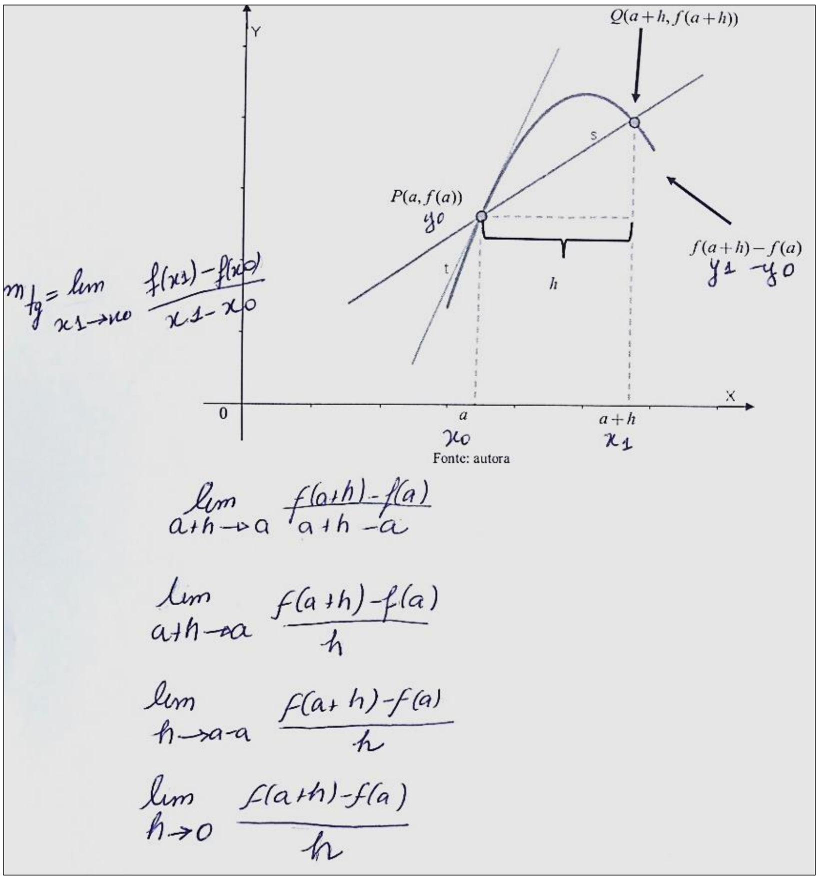


Figura 6.50: Resposta do aluno A19 - Situação 6

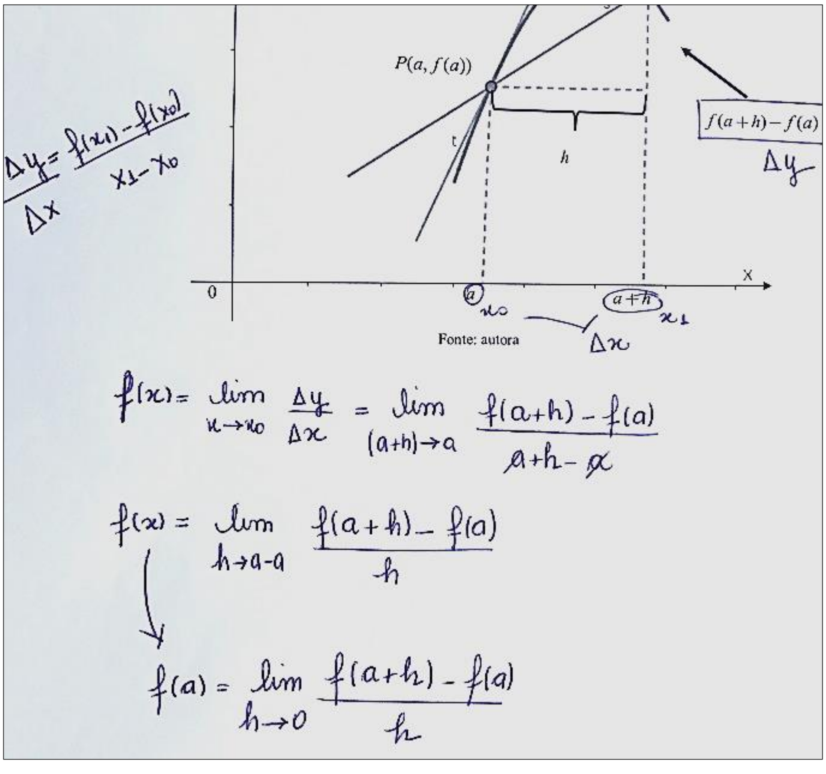


Figura 6.51: Resposta do aluno A18 - Situação 6

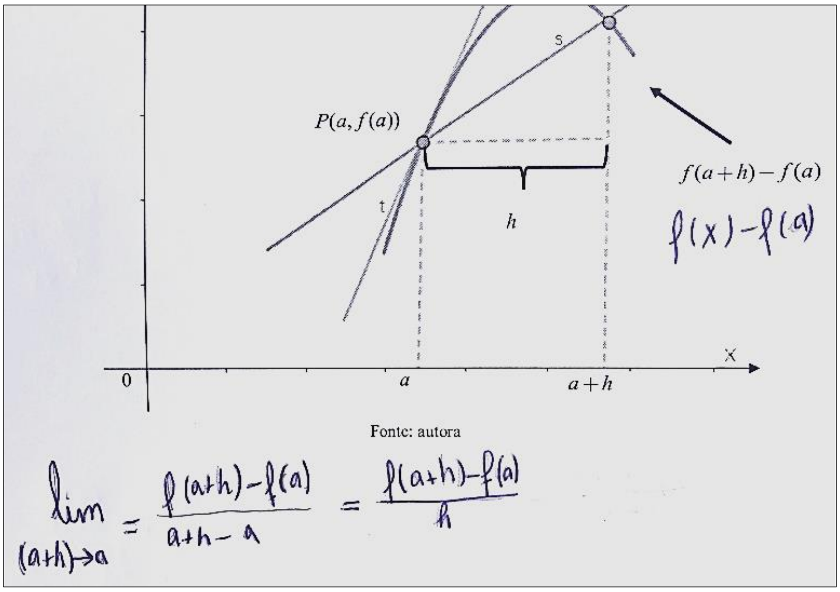


Figura 6.52: Resposta do aluno A22 - Situação 6

Durante a discussão das respostas, alguns alunos questionaram se teriam que utilizar esse método todas as vezes para determinar a derivada. A professora pesquisadora salientou que esse método correspondia à definição do conceito da função derivada, mas que eles ainda veriam outros métodos de resolução como, por exemplo, as regras de derivação. Pontuou-se ainda que independentemente do processo usado para calcular a função derivada, o âmago do conceito permaneceria o mesmo.

Segundo Vergnaud (1994), um conceito se torna significativo através de uma variedade de situações, diferentes aspectos dos mesmos conceitos, e operações envolvidas em diferentes situações. Dessa forma, foram propostas situações com grau de complexidade crescente e sequencialmente dependente da anterior, a fim de possibilitar aos acadêmicos do curso de Engenharia Ambiental e Sanitária desenvolver o conceito de derivada por meio da resolução de problemas.

Para Vergnaud (1983, p. 172) “é através de situações de resolução de problemas que os conceitos se desenvolvem no aluno e as situações de resolução de problemas que tornam os conceitos significativos para os estudantes”.

Estabelecendo um certo paralelo entre as teorias de Ausubel e Vergnaud, acrescenta-se que para a Teoria da Aprendizagem Significativa a resolução de problemas, em particular de situações problemáticas novas e não familiares que requeiram máxima transformação do conhecimento adquirido, é a principal evidência da aprendizagem significativa (Ausubel et al., 1980).

Dessa forma, para buscar indícios de uma aprendizagem significativa, foi proposta uma situação nova e não familiar. O problema foi apresentado em um contexto diferente do que foi trabalhado nas situações anteriores, abordando velocidade média e velocidade instantânea.

O objetivo da *Situação 7* foi possibilitar ao aluno que transferisse o conhecimento adquirido na construção do conceito de derivada. A atividade proposta foi uma síntese dos objetivos das situações anteriores e aplicada como parte da avaliação do semestre letivo.

Para a análise foram consideradas as categorias descritas no Quadro 6.11.

Quadro 6.11: Categorias de análise para a Situação 7

Categorias	Subcategoria	Subcategorias	Número de alunos (N=20)
I. Conseguiram calcular a velocidade média do carro em cada um dos intervalos.	IA - Não		----------
	IB - Parcialmente		4 (20%)
	IC - Totalmente		16 (80%)
II. Identificaram que a velocidade média foi diferente nos intervalos dados.	IIA - Sim		20 (100%)
	IIB - Não		--------
III. Perceberam que a velocidade média está se aproximando de 12km /h.	III A - Sim		14 (70%)
	III B - Não		6 (30%)
IV. Conseguiram definir a velocidade média para um intervalo extremamente pequeno $(h \to 0)$.	IVA - Sim		12 (60%)
	IV B - Não		7 (35%)
	IV C - Parcialmente		1 (5%)
V. Concluíram que a velocidade instantânea é a derivada e calcularam seu valor.	V A - Sim	Justificaram utilizando a notação de limites.	8 (40%)
		Justificaram o cálculo da velocidade instantânea de forma intuitiva.	4 (20%)
	VB - Não		3 (15%)
VI. Não responderam alguma das questões propostas.			5 (25%)

Para resolver a questão 1, averiguou-se que os alunos não tiveram dificuldade, 80% responderam corretamente à questão, como, por exemplo, a resposta do aluno A18 (Figura 6.53). Os demais (20%) realizaram os cálculos de maneira certa, no entanto não utilizaram a unidade de medida (km/h) ou cometeram algum erro algébrico, devido a isso, considerou-se parcialmente correta, pode-se averiguar esse tipo de resposta na Figura 6.54.

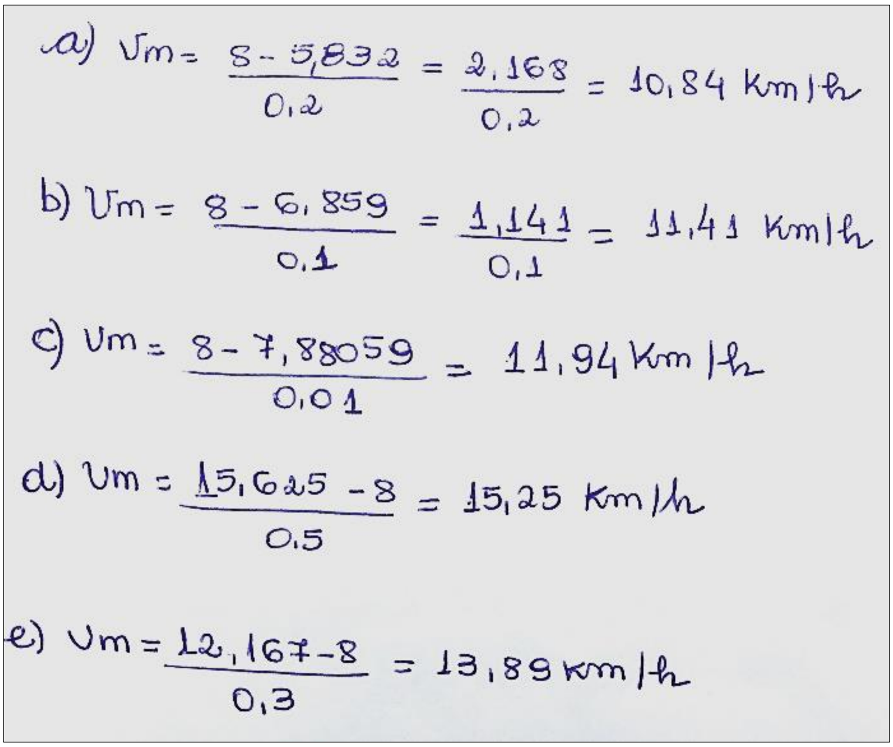


Figura 6.53: Resposta do aluno A18 - Situação 7

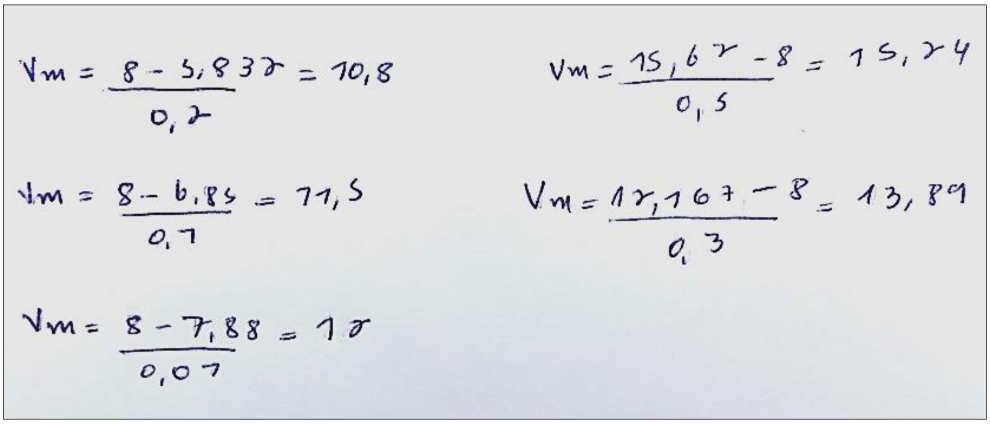


Figura 6.54: Resposta do aluno A19 - Situação 7

Destaca-se que todos os alunos (N=20) conseguiram identificar que a velocidade média foi diferente em todos os intervalos calculados. Entretanto, apenas 70% dos estudantes perceberam que essa velocidade estava se aproximando de 12km/h. Embora os cálculos convergissem para valores próximos de 12, tanto pela esquerda quanto pela direita, não foram utilizadas variações pequenas de modo que o aluno percebesse essa aproximação mais rapidamente.

Cabe ressaltar que o estudante poderia ter realizado variações menores a fim de constatar tal aproximação. Foi o que se observou nos cálculos do aluno A18 (Figura 6.55).

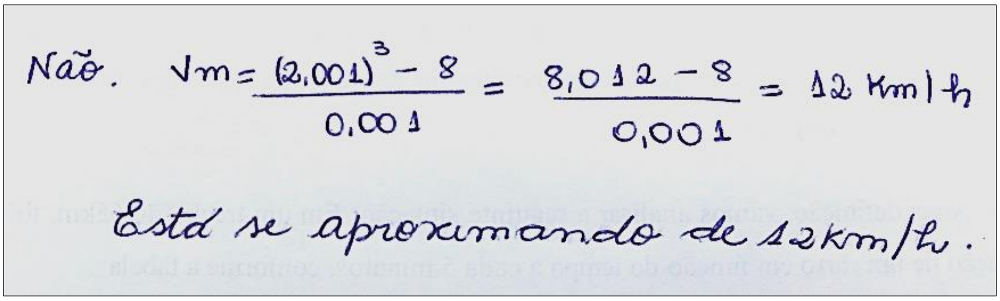


Figura 6.55: Resposta do aluno A18 - Situação 7

Pontua-se que somente 6 alunos, de um total de 20 estudantes, não conseguiram constatar tal aproximação, o que é visto pela pesquisadora como um ponto positivo.

Na questão 3 da *Situação 7*, onde considerou-se uma variação de tempo muito pequena entre $t = 2$ e $t = 2 + h$, com h sendo um acréscimo no tempo e $h \neq 0$, destaca-se que 60% dos participantes (N=20) completaram a atividade com êxito. Conforme previsto, observou-se uma certa dificuldade na resolução do cubo da soma de dois termos ocasionando erros algébricos na resolução da questão, pode-se perceber esse tipo de procedimento na resposta do aluno A1 (Figura 6.56).

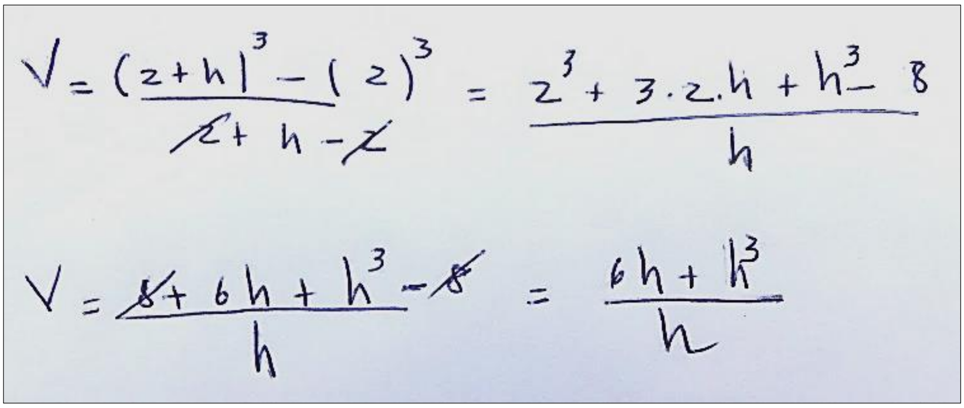


Figura 6.56: Resposta do aluno A1 - Situação 7

Todavia, os alunos que desenvolveram a questão com êxito, não apresentaram dificuldade em desenvolver o cubo da soma de dois termos, pode-se averiguar um exemplo da solução correta com a resposta do aluno A18 (Figura 6.57).

$$Vm = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{(2+h)^3-(2)^3}{2+h-2}$$

$$Vm = \frac{2^3+3.2^2.h+3.2+h^2+h^3-8}{h}$$

$$Vm = \frac{12h+6h^2+h^3}{h}$$

$$Vm = 12+6h+h^2$$

Figura 6.57: Resposta do aluno A18 - Situação 7 - Questão 3

A quarta questão da *Situação 7* solicitou que fosse calculada a velocidade quando h assumisse um valor muito pequeno, ou seja, $h \to 0$. Superando as expectativas, 40% dos alunos desenvolveram a questão utilizando a notação de limites e interpretando a velocidade instantânea como sendo o limite da velocidade média quando h assume valores muito próximos de zero.

Exatamente 8 alunos demonstraram operar com a notação adequada para a questão. Quatro alunos compreenderam a definição do conceito de derivada, ainda que com dificuldade em expressar matematicamente seu raciocínio, utilizando uma explicação mais intuitiva. Pontua-se como exemplo o tipo de resposta apresentada pelo estudante A18 (Figura 6.58).

quando $h \to 0$

$$V = \lim_{h \to 0} 12+6h+h^2$$

$$V = 12+6.0+6^2$$

$$V = 12 \text{ Km/h}$$

quando fizemos o limite da velocidade média encontramos a velocidade instantânea quando $t=2$.

Figura 6.58: Resposta do aluno A18 - Situação 7 - Questão 4

Do total de alunos participantes dessa atividade (N=20), 3 estudantes não souberam resolver a última questão, que culminou para a definição de derivada e 5 deixaram de solucionar pelo menos uma das questões da *Situação 7*.

Durante a discussão das questões, um aluno questionou se poderia somente aplicar limites na velocidade média encontrada ou se deveria ter calculado as aproximações novamente.

A professora pesquisadora afirmou que ele poderia calcular o limite como foi estudado na *Situação 5* e *6* e ainda reiterou que a função f' definida pela $f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ é a função derivada de f em relação a xe que pode ser interpretada ou como uma função cujo valor em x é a inclinação da reta tangente ao gráfico de $y = f(x)$ em x ou, alternativamente, como uma função cujo valor em x é a taxa instantânea de variação de y em relação a x no ponto x.

A discussão foi finalizada e comentou-se que esse estudo inicial teve como objetivo introduzir o conceito da derivada e posteriormente serão acrescidos outros métodos de resolução e tipos de funções a fim de aprofundar os estudos.

Cabe salientar que considerando o fato de a professora pesquisadora ministrar a disciplina de Cálculo I, turma em que a pesquisa foi aplicada, ao longo do desenvolvimento deste trabalho de tese foram realizadas outras atividades, mas não com o foco na construção do conceito da derivada.

6.4 Esquemas ativados pela resolução das atividades

Para a análise considerou-se também a ideia de esquema proposta na Teoria dos Campos Conceituais. Vergnaud chama de esquema a organização invariante do comportamento para uma determinada classe de situações (1990a; 1993; 1998). Segundo ele, são nos esquemas que se devem pesquisar os conhecimentos-em-ação do sujeito, isto é, os elementos cognitivos que fazem com que a ação do sujeito seja operatória (Moreira, 2014).

De acordo com a Teoria de Vergnaud, a ideia de esquema cognitivo está empregada por esses elementos. A noção de esquema é essencial, pois se constitui como dispositivo de análise em que se busca a organização invariante para uma série de situações exploradas pelos estudantes.

No Quadro 6.12 são indicados os objetivos de cada *Situação* de ensino, sendo esta construída com base nos quatro componentes do esquema proposto por Vergnaud (1990b; 1994):

a) metas e antecipações: um esquema está orientado à resolução de uma determinada classe de situações no qual o estudante poderá descobrir a finalidade da atividade que irá desenvolver;

b) regras de ação: “se ... então” são os elementos geradores dos esquemas, são regras de busca de informação e controle dos resultados da ação;

c) invariantes operatórios (teoremas-em-ação e conceitos-em-ação) que dirigem o reconhecimento, por parte do indivíduo, dos elementos pertinentes à situação;

d) inferência: regras e antecipações a partir das informações e invariantes operatórios de que dispõe o sujeito.

No Quadro 6.12 são demonstrados os resultados que puderam ser inferidos a partir da análise da sequência didática. Cabe salientar que as respostas dos alunos são enunciadas para uma determinada situação, e que, de certa forma conduziram à utilização de alguns esquemas em detrimento de outros. Assim, a denominação dos conceitos e teoremas-em-ação não deve ser considerada absoluta, mas sim ser interpretada mediante a análise do contexto das *Situações* apresentadas nesta pesquisa.

A seguir, será apresentada uma síntese das observações dos indícios de aprendizagem, destacando as evidências mais marcantes.

Quadro 6.12: Possíveis elementos dos Esquemas de ação ativados nas Situações

Situações	**Possíveis Elementos dos Esquemas de ação ativados nas *Situações***				
	Objetivo de cada *Situação*	**Metas e Antecipações**	**Invariantes operatórios**	**Regras de Ação**	**Inferências**
Situação 1	- Perceber o conceito de variação de uma determinada grandeza sem a utilização da notação matemática; - Perceber a existência de uma função que relaciona o tempo com o nível de dióxido de carbono.	“Houve variação de 3,8 na quantidade de CO_2 entre 1998 e 2000.” (A22)	“Nesta tabela o CO_2 varia em função do tempo. Cada vez que o tempo varia 2 unidades a variação de CO_2 se aproxima de 4”. (A20) “A relação de dependência é uma função”. (A22)	“Subtraindo o nível de 2000 e 1998, cheguei à variação pedida na questão”. (A22)	(A1) $\frac{\text{soma de variações}}{\text{qta de variações}} \simeq 4ppm$ “Parece estar se aproximando do 4, pois os valores tem como mínimo 3,8 e como máximo 4,4 então o valor inteiro mais próximo é o 4.” (A9) (A10): $\frac{3{,}8+4{,}1+3{,}8+4{,}3+4{,}4+4{,}3+3{,}9}{7} \simeq \frac{28{,}6}{7} \simeq 4$
Situação 2	- Utilizar a notação matemática no cálculo da variação do tempo e variação do dióxido de carbono. - Perceber o cálculo da variação média de uma função.	“Podemos definir a razão quão as quantidades de níveis de CO_2 variam ao longo do tempo, aumentando a cada ano.” (A 1) “A variação da quantidade de CO_2 parece estar se aproximando de 4”. (A10)	“A razão é a variação da quantidade de CO_2 pelo período de tempo em anos (t). (A12). “Essa razão é a variação da concentração de CO_2 em determinado período, indicando a média de variação de concentração dependendo do tempo.” (A19)	“A relação da variação de CO_2 pelo tempo, tem em média 3,91ppm a cada dois anos”. (A5)	(A6): $a = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ (A18): $\frac{\Delta C}{\Delta t} = \frac{393{,}8-358{,}6}{2016-1998} = \frac{35{,}2}{18} = 1{,}95ppm/ano$

(Continua)

(Continuação)

Situações	Possíveis Elementos dos Esquemas de ação ativados nas *Situações*				
	Objetivo de cada *Situação*	**Metas e Antecipações**	**Invariantes operatórios**	**Regras de Ação**	**Inferências**
Situação 3	- Analisar a situação utilizando o gráfico; -Verificar o tipo de função, representando-a graficamente e interpretando seu significado.	"A variação da reta será a mesma para todos os pontos". (A02) "Vamos ter uma função afim, representada por uma reta." (A19) "Devemos encontrar o coeficiente angular da reta". (A18)	"A função mais apropriada para esta situação é a linear". (A25) "Podemos representar através de uma reta secante". (A25) "É uma função afim, que pode ser representada por uma reta". (A18) "A inclinação da reta flutua levemente ao redor de dois, o que torna o crescimento da função basicamente constante." (A19)	"Se é uma reta então teremos a equação $y = ax + b$". (A15) "O coeficiente angular da reta é positivo então vamos ter reta crescente." (A19)	(A18) "O coeficiente angular (a) varia entre os valores 1,45 e 2,15, positivos, o que determina que sua inclinação é próxima de 2." (A20): $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = 1{,}9$ e $y = ax + b$ A(19): $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{362{,}4 - 358{,}6}{2000 - 1998} = \frac{3{,}8}{2} = 1{,}9$
Situação 4	- Perceber que a variação entre dois pontos e uma função afim é constante em qualquer intervalo e que essa constante é numericamente igual ao coeficiente angular da reta.	"A variação do número de bactérias é igual em todos os casos". (A5) "O coeficiente angular é igual a $\frac{\Delta y}{\Delta x}$". (A20) "O número de bactérias aumenta com o passar do tempo". (A1)	-"O coeficiente angular pode ser determinado pela variação do y sobre a variação do x ou podemos pegar o valor a da equação, neste caso 30." (A5) -"Como a=30, a reta é crescente e b=200 indica o ponto em que a reta intercepta o eixo y. Também conclui-se que a cada hora o nº de bactérias aumenta em 30 unidades". (A18) "A função é linear, logo a variação de y em relação a x será sempre a mesma". (A22)	"Se o coeficiente angular é igual a 30 então, a variação do número de bactérias pela variação do tempo também é 30." (A18) "Se $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ é o coeficiente angular então todos os resultados devem ser 30." (A20)	(A10): $y = \underbrace{30}_{\text{coef. angular}} x + 200$ $m = \frac{600 - 400}{13{,}33 - 6{,}66} = 30$ (A18): $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = 30$

(Continuação)

Situações	Possíveis Elementos dos Esquemas de ação ativados nas *Situações*				
	Objetivo de cada *Situação*	**Metas e Antecipações**	**Invariantes operatórios**	**Regras de Ação**	**Inferências**
Situação 5	- Sentir a necessidade da utilização de uma ferramenta que possibilite encontrar valores em um instante específico muito pequeno. - Definir, de forma intuitiva o conceito de derivada	"Quanto menor o intervalo de pontos, mais específico e preciso será o resultado.". (A22) "Conforme a variação de graus se torna menor, a reta deixa de ser secante e se torna tangente." (A22)	"Reta tangente intercepta somente 1 pontos na curva e a reta secante passa por dois pontos na curva." (A18) "Conforme os pontos se aproximam, a reta secante se transforma em uma reta tangente". (A18) "A taxa de variação é o limite da variação" (A18) "A função é definida pelo limite". (A22) "Reta tangente – não toca a curva e reta secante passa por 2 pontos da circunferência". (A4)	"Se a variação fosse muito pequena, teremos o limite da variação." (A22)	(A22): $\frac{\Delta H}{\Delta t} = lim_{t\to 16} \frac{H_f - H_0}{t_f - t_0}$ (A18): $f(x) = lim_{t\to 16}\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)$
Situação 6	- Generalizar o conceito de derivada.	"Acho que agora definimos a derivada". (A18) "Então a derivada é a inclinação da reta tangente?" (A22) "Precisamos de uma variação muito pequena para ter derivada". (A19)	(A1): $\lim_{x_1\to x_0} \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} = \lim_{x_1\to x_0} \frac{f(a+h) - f(a)}{(a+h) - a}$ $= \lim_{x_1\to x_0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ (A19): $m_{tg} = \lim_{x_1\to x_0} \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$ $m_{tg} = \lim_{a+h\to a} \frac{f(a+h) - f(a)}{a+h-a}$ $= \lim_{h\to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$	"Se o coeficiente angular da reta tangente é a variação então é derivada." (A19) "Para a inclinação da reta secante temos $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ então para a inclinação da reta tangente (um ponto específico, teremos o limite de $\frac{\Delta y}{\Delta x}$." (A18)	(A18): $m\frac{\Delta y}{\Delta x_{sec}}$ $m_{tg} = \lim_{x_1\to x_0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ $= \lim_{a+h\to a} \frac{f(a+h) - f(a)}{a+h-a}$ $= \lim_{h\to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$

(Conclusão)

Situações	Possíveis Elementos dos Esquemas de ação ativados nas *Situações*				
	Objetivo de cada *Situação*	**Metas e Antecipações**	**Invariantes operatórios**	**Regras de Ação**	**Inferências**
Situação 6			(A18): $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} \Rightarrow \lim_{x_1 \to x_0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ $\lim_{x_1 \to x_0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{a+h \to a} \frac{f(a+h) - f(a)}{a+h-a}$ $= \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$		
Situação 7	- Transferir o conhecimento adquirido na construção do conceito de derivada. - Perceber que a atividade é uma síntese das situações propostas anteriormente.	"Vamos usar variação de velocidade no problema." (A22) "Para calcular a variação num intervalo de tempo muito pequeno, vamos precisar calcular o limite". (A18)	"Quando fizemos o limite da velocidade média encontramos a velocidade instantânea quando t=2." (A18) "O limite da velocidade média é a derivada." (A18) "A velocidade tem uma variação muito pequena, acho que podemos calcular utilizando a derivada." (A 19)	"Como eu tenho a velocidade instantânea, então a derivada da função posição é a velocidade instantânea". (A19) "Quando fizemos o limite da velocidade média encontramos a velocidade instantânea quando t=2 que é a derivada". A(22)	(A19): $v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t}$ (A18): $v = lim_{h \to 0} \frac{(2+h)^3 - (2)^3}{2+h-2} =$ $= \lim_{h \to 0}(12 + 6h + h^2) = 12km/h$

Os esquemas construídos durante o processo de realização das *Situações* de ensino podem ser observados no Quadro 6.12 e podem ser indicadores na construção do conceito de derivada. É possível verificar indícios de invariantes operatórios, como por exemplo, definição de reta secante, reta tangente e coeficiente angular da reta.

Pode-se perceber que os alunos mobilizaram esquemas que estavam de acordo com os objetivos das situações, o que possibilitou a construção do conceito de derivada. Este fato por ser identificado nos esquemas apresentados pelos alunos A1, A18, A19, A20 e A22. Acrescenta-se que esta mobilização dos esquemas corretos pode indicar um início de domínio do campo conceitual de derivada, com Nível de Compreensão NC_4, conforme proposto pela professora-pesquisadora no Quadro 5.6.

Foi possível constatar que na *Situação 5*, grande parte dos estudantes mobilizou esquemas para resolver o problema utilizando a variação que foi discutida nas *Situações* anteriores. Esses esquemas contribuíram para formalizar o conceito de derivada e posteriormente sua generalização, na *Situação 6*. Os estudantes que concluíram de forma satisfatória esta *Situação* problema, provavelmente se encontram no Nível NC_4 de conceitualização do conceito de derivada, indicando um progresso na compreensão do campo conceitual da derivada, como pode ser observado no Quadro 6.12.

Na *Situação 7*, foi proposto um problema totalmente novo, no qual foi abordada a ideia de velocidade média e instantânea. Os alunos A1, A18, A19, A20 e A22 utilizaram os esquemas das *Situações* anteriores e resolveram de forma satisfatória, indicando um nível de conceitualização NC_4 para o domínio do campo conceitual de derivada e mostrando indícios de aprendizagem significativa, o que pode ser verificado nos Quadros 5.6 e 6.12.

De forma sucinta, no Quadro 6.13 pode-se resumir o progresso dos estudantes nos níveis de conceitualização propostos no Quadro 5.6 para o domínio do campo conceitual da derivada, o que mostra um crescimento na compreensão do conceito da derivada que pode ser ratificado com a análise dos mapas conceituais.

Quadro 6.13: Níveis de compreensão do conceito de derivada X Porcentagem de alunos

	NC_0	NC_1	NC_2	NC_3	NC_4
Situação 1	100%				
Situação 2	100%				
Situação 3	66%	34%			
Situação 4	32%	68%			
Situação 5	28%	72%			
Situação 6		27%	50%	23%	
Situação 7			18%	25%	57%

A partir desta análise, foi possível inferir que o conceito de derivada é construído quando o aluno enfrenta várias situações que fazem sentido para ele, pois quando relacionadas com o contexto, ao qual o estudante está inserido, possibilita a criação de esquemas de assimilação para resolver tal problema. Para Vergnaud (1990b, p.158), "[...] um conceito torna-se significativo mediante uma variedade de situações que devem fazer sentido para o aluno".

6.5 Mapas conceituais

Para dar continuidade na busca por indícios de uma aprendizagem significativa, optou-se por solicitar aos alunos, no final do semestre letivo, a construção de um Mapa Conceitual a respeito do conteúdo de derivada. Ou seja, a tarefa era fazer um mapa conceitual e explicá-lo por escrito. A professora pesquisadora explicou como deveriam criar o mapa conceitual e indicou que os alunos poderiam utilizar o Power Point ou o CmapTools, descritos no capítulo 5.

Como já mencionado anteriormente, mapas conceituais, ou mapas de conceitos, são diagramas indicando relações entre conceitos ou entre palavras que usamos para representar conceitos e que tais diagramas não devem ser confundidos com organogramas ou diagrama de fluxo, pois não implicam sequência, temporalidade ou direcionalidade, nem hierarquias organizacionais (Moreira, 2003).

Para Correia e Nardi (2019), os mapas conceituais (MCs) são redes de proposições que expressam com clareza as relações conceituais que permite ao professor julgar se tais relações estão de acordo com o conhecimento de referência e, se necessário, avaliar quais são as alterações que podem ser feitas para adequar o conteúdo expresso no mapa.

Nesta pesquisa de tese, os mapas conceituais foram utilizados como recurso para obter evidências de aprendizagem significativa, ou seja, na avaliação da aprendizagem. Segundo Correia e Aguiar (2019) durante a elaboração do Cmap, os alunos externalizam sua estrutura de conhecimento, tornando visíveis seus modelos mentais.

Na coleta dos dados considerou-se os mapas conceituais produzidos pelos alunos participantes dessa pesquisa. Nessa última fase da investigação, participaram 19 alunos, sendo que dos 30 acadêmicos que ingressaram no curso de Engenharia Ambiental e Sanitária, 26 concordaram em participar da pesquisa e, dentre esses, 7 desistiram da disciplina.

Nesta pesquisa o mapa conceitual, construído pela professora pesquisadora, para o campo conceitual da derivada foi definido conforme a Figura 6.59, onde considerou-se aspectos importantes quanto às proposições entre os conceitos relacionados, a hierarquização entre conceitos e aplicabilidade das relações. Estes aspectos serviram para avaliar os mapas conceituais construídos pelos estudantes.

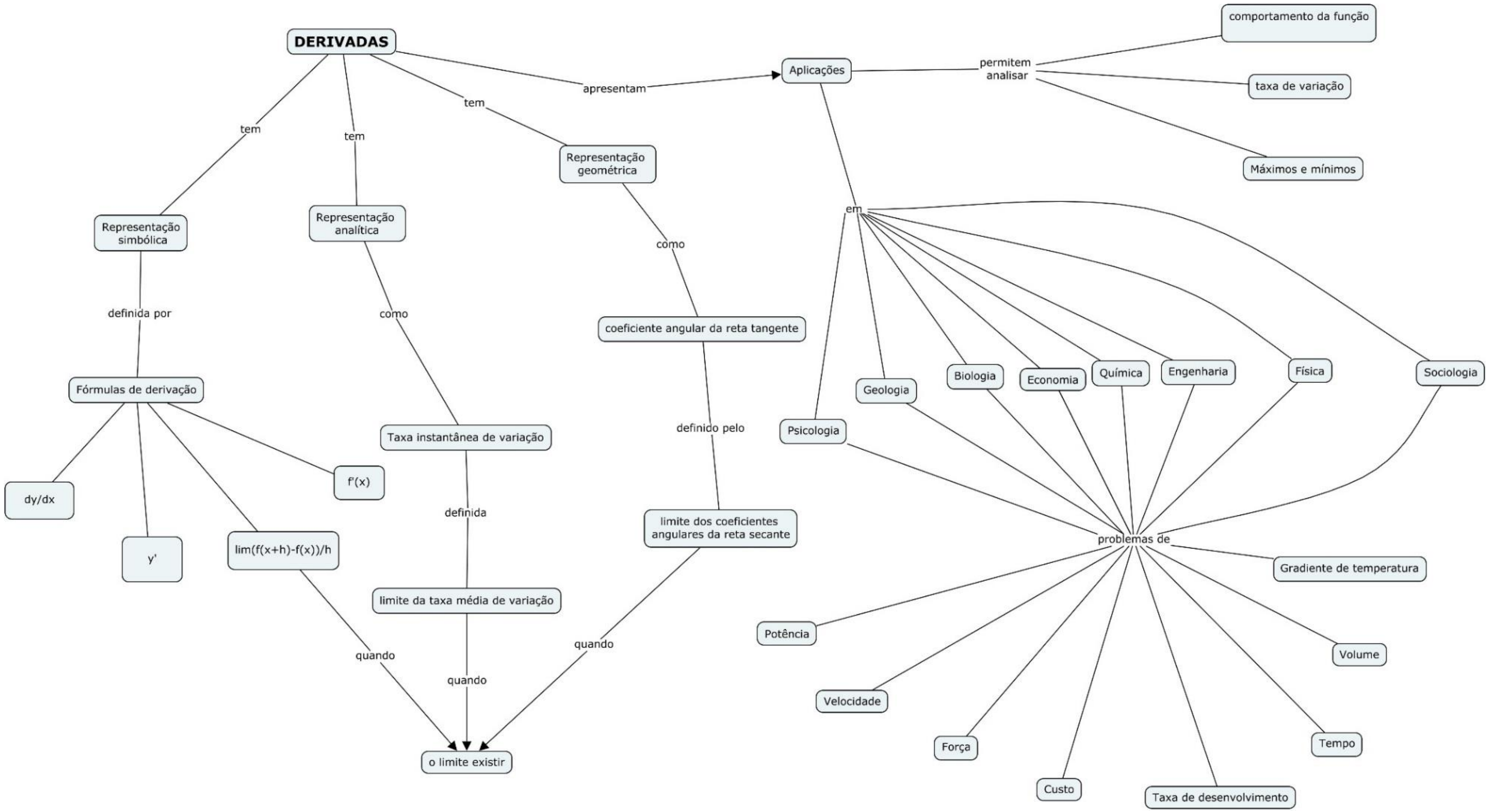


Figura 6.59: Mapa Conceitual para o Campo Conceitual da derivada

Como esse estudo está fundamentado na Teoria da Aprendizagem Significativa e na Teoria dos Campos Conceituais optou-se por objetivar elementos indicativos que permitiram apontar que o autor do mapa conceitual apresentou um entendimento claro a respeito do conceito de derivada, evidenciando dessa forma, indícios da aprendizagem significativa.

> As novas demandas formativas da sociedade do conhecimento exigem a busca por respostas inovadoras para transformar o ensino de graduação. Essa busca precisa valorizar a interação entre alunos e professor, visando à construção de estruturas de conhecimento em rede por meio da aprendizagem profunda. Os mapas conceituais tornam visíveis tais estruturas de conhecimento e, por isso, eles se mostram úteis no planejamento, na execução e na avaliação do processo de ensino-aprendizagem (Correia, Aguiar, Viana & Cabral, 2016, p. 50).

A categorias de análise dos mapas conceituais, já definidas no capítulo 5, destacam as ideias de classificação, diferenciação progressiva e reconciliação integrativa como essenciais na apropriação do significado do conceito de derivada mostrando indícios da aprendizagem significativa.

Os três aspectos observados nos mapas conceituais apresentados pelos estudantes são:

Cat. 1: *Proposições corretas entre os conceitos*;

Cat. 2: *Hierarquização conceitual*;

Cat. 3: *Aplicabilidade do conceito*.

Cabe ressaltar que a descrição de cada categoria foi delineada no capítulo 5, e do total de mapas conceituais (N=19), foram selecionados 8 mapas onde serão ressaltados os aspectos mais importantes observados nas análises.

6.5.1 Quanto às proposições corretas entre os conceitos - Categoria 1

Para um mapa obter avaliação A nessa categoria, faz -se necessário que as preposições atribuídas entre os conceitos estabeleçam relações claras, mapas que atendam parcialmente essa categoria serão avaliados como B. Enquanto isso, mapas que apresentem proposições confusas ou errôneas ou sem sentido, serão avaliados com C.

Apresenta-se o mapa conceitual do estudante A10 (Figura 6.60), e a justificativa pela qual foi avaliado com C nessa categoria.

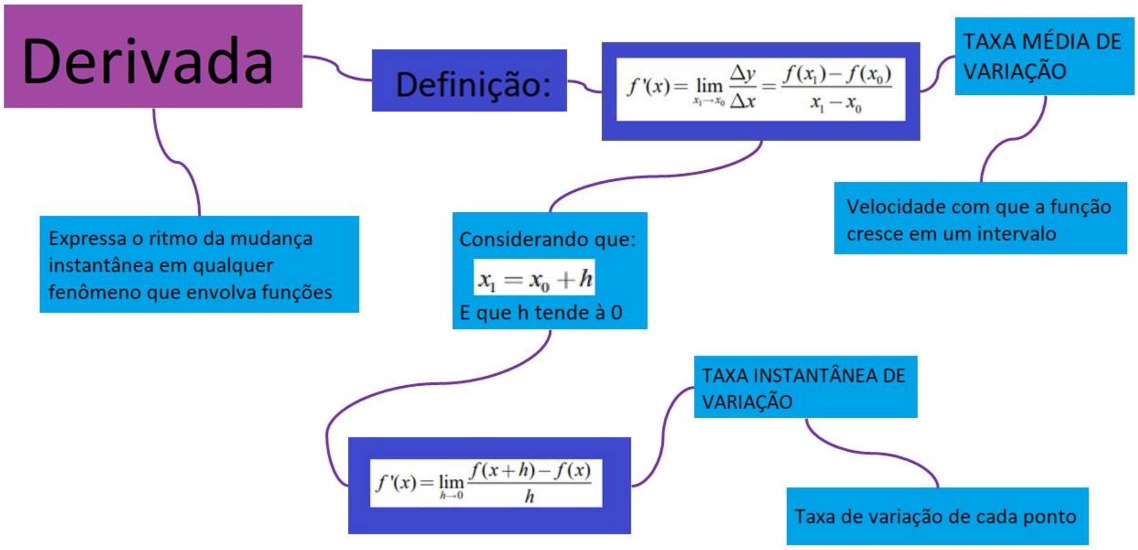


Figura 6.60: Mapa Conceitual do aluno A10

O mapa construído pelo aluno sugere pouco entendimento em relação ao conteúdo de derivada. O estudante apresenta uma falta de clareza a respeito das relações e do conceito de derivada, pode-se perceber isso, pois ele associou a definição da função derivada com a taxa média de variação e taxa instantânea de variação de forma simultânea, indicando que este conceito não está claro. Percebe-se também, que o estudante destacou ao uso de fórmulas matemáticas.

Com base no mapa conceitual construído pelo estudante A10, pode-se inferir que este não apresenta subsunçores relevantes, ancorados e disponíveis em sua estrutura cognitiva para o conceito de derivada, pois não conseguiu diferenciar taxa média de variação e taxa instantânea de variação. Possivelmente, este aluno apresenta um nível de conceitualização NC_0, ou seja, não compreende o conceito de derivada, conforme os níveis de conceitualização do conceito de derivada proposto pela professora pesquisadora.

Em seu relato, o aluno A10 explicitou a dificuldade apresentada durante o desenvolvimento da disciplina e mencionou a carência de conhecimentos prévios em relação a funções e conteúdo do ensino básico. Acredita-se que para concluir a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral o aluno teve uma aprendizagem mecânica retendo as informações por um período curto de tempo de forma literal e arbitrária. Para Ausubel (2002):

> [...] o esquecimento é uma continuação, ou fase temporal posterior, do mesmo processo interativo subjacente à disponibilidade do material de instrução estabelecido durante (e para) um período de tempo variável após a aprendizagem; e a mesma capacidade de subsunção necessária para a aprendizagem de recepção significativa fornece, de alguma forma e paradoxalmente, a base para o esquecimento futuro. (p. 62)

O mapa conceitual construído pelo aluno A5 (Figura 6.61) não atende à categoria 1, sendo avaliado como C, pois indica a construção inadequada de relações. O aluno não deixa claro qual o conceito que deseja destacar. Além disso, se deteve a conceitos de função e regras de derivação, esquecendo da definição do conceito de derivada.

Pontua-se que, na parte destacada do mapa conceitual, esse estudante utilizou um ramo que indica uma subordinação incorreta, pois derivada não gera uma “função e inclinação da tangente que resulta no “limite”. Provavelmente, este aluno não demonstra a compreensão do conceito de derivada, estando situado no nível de conceitualização NC_1, proposto no Quadro 5.6.

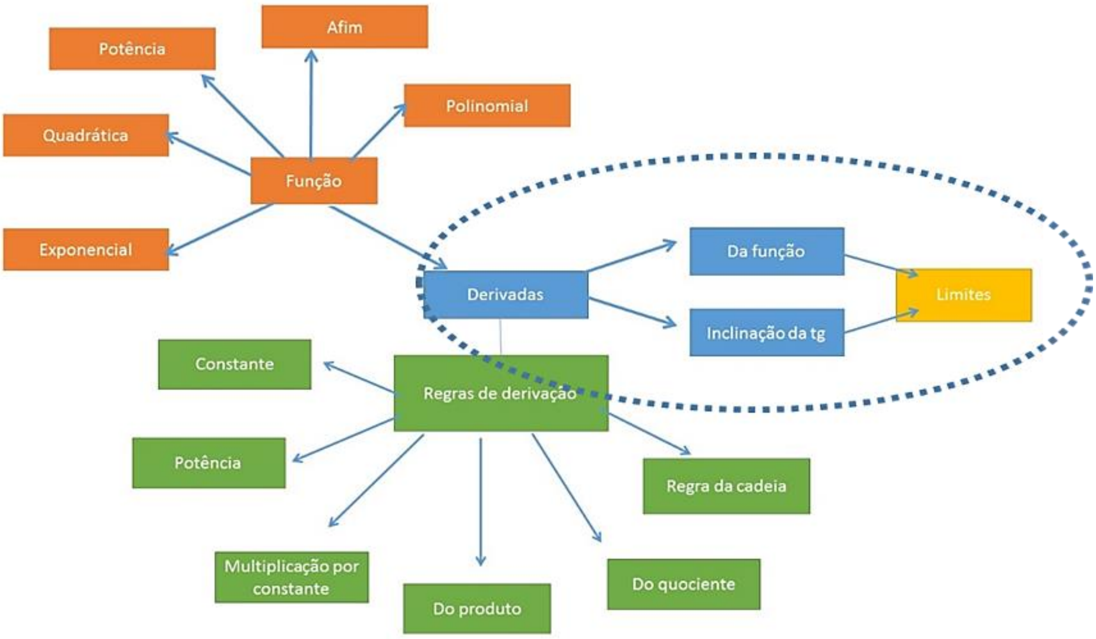


Figura 6.61: Mapa Conceitual do aluno A5

Considerando a dificuldade encontrada pelos alunos na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, muitos deles associam o estudo do conceito de derivada à aplicação de regras e procedimentos que chegam na função derivada apropriada, o que compromete o entendimento do aluno quando necessária a abstração e generalização. Para Meyer (2003): “[...] tal processo de significação não o impede de ter sucesso na realização de tarefas ditas operatórias, mas pode contribuir para o insucesso na realização de tarefas que envolvam aspectos conceituais”. (p. 4).

Observou-se que o mapa conceitual produzido pelo aluno A22 (Figura 6.62) atendeu, em grande parte, do que foi estabelecido para a análise do mapa, recebendo uma avaliação A. Percebe-se que as proposições estabelecidas mostram clareza e entendimento sobre o conceito de derivada e que pode ser considerada como indício de diferenciação progressiva. Este aluno apresenta um nível de conceitualização NC_3, indicando que compreende os significados das operações e representações simbólicas. No entanto, não consegue fazer relações com aplicações do dia a dia, conforme proposto no Quadro 5.6.

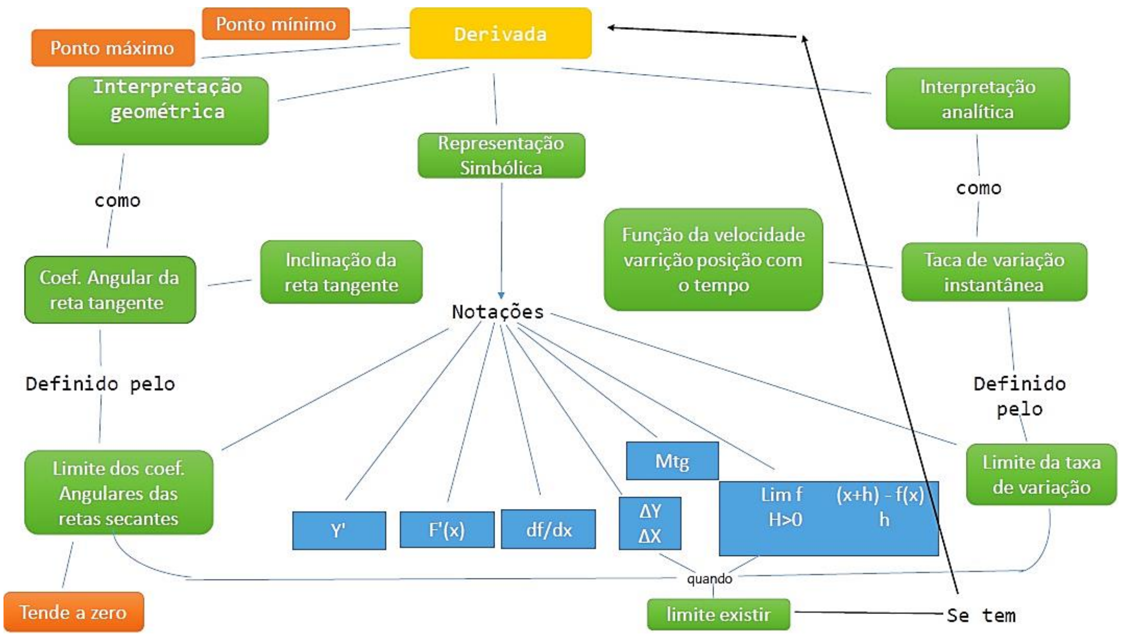


Figura 6.62: Mapa Conceitual do aluno A22

6.5.2 Quanto à hierarquização conceitual - Categoria 2

Para um mapa obter avaliação A, nessa categoria, faz -se necessário verificar se o estudante organizou os conceitos de forma hierárquica, ou seja, partindo de ideias mais gerais para as mais específicas e menos inclusivas formando uma estrutura hierarquizada.

Pode-se perceber essa construção no mapa conceitual construído pelo aluno A18 (Figura 6.63), pontua-se que esse mesmo aluno atingiu também o objetivo acerca da categoria 1 obtendo uma avaliação A, pois destaca-se que as proposições estabelecidas entre os conceitos mostram uma compreensão sobre o conceito de derivada podendo ser considerada como indício de diferenciação progressiva. Este aluno provavelmente apresenta um princípio do domínio do campo conceitual da derivada, estando com nível de conceitualização NC_4, conforme proposto no Quadro 5.6.

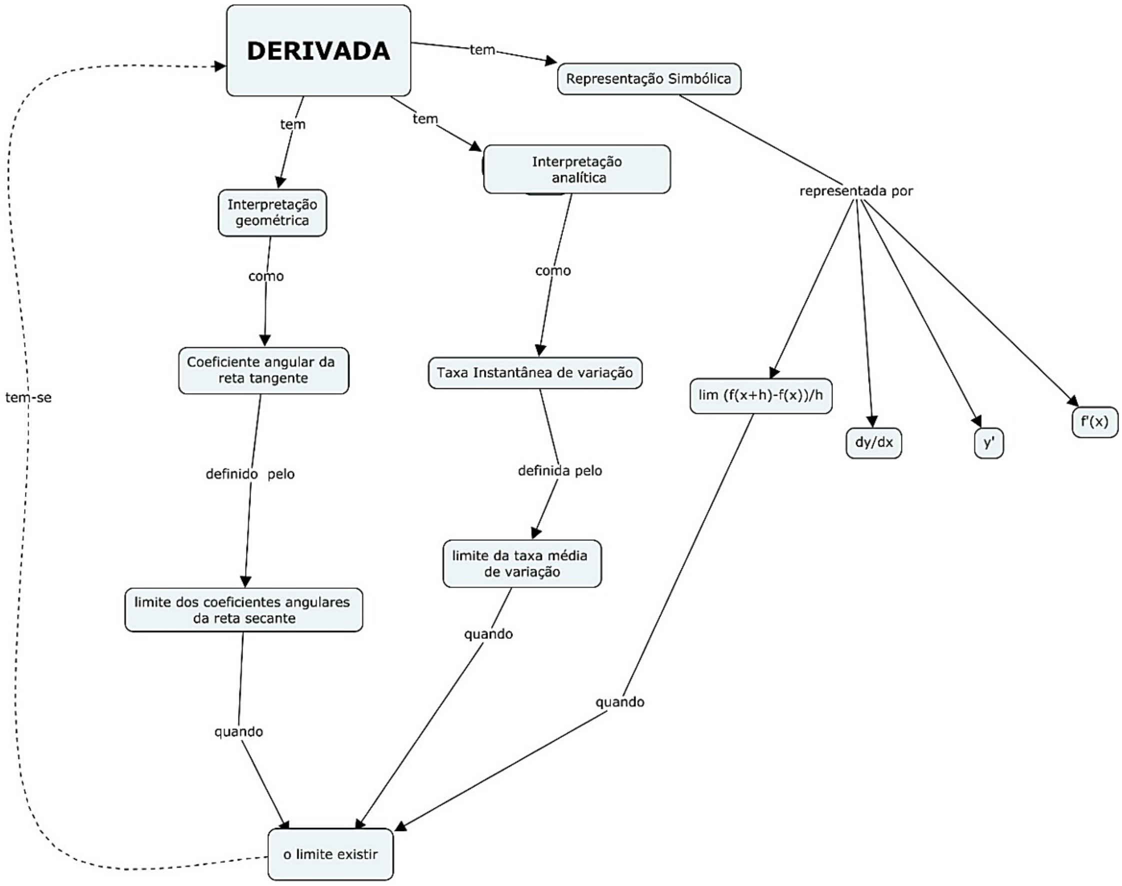


Figura 6.63: Mapa Conceitual do aluno A18

Acrescenta-se que o mapa conceitual elaborado pelo aluno A18 (Figura 6.63), avaliado com A, nessa categoria, se desdobra em vários ramos a partir da ideia central (derivada) no topo como sendo a mais abrangente e geral que se subdivide em três ramos, e os demais aparecem em ordem decrescente de abrangência. A aquisição e retenção do conceito de derivada para o aluno A18 possivelmente aconteceu de forma significativa, pois as ideias parecem que se encontram acessíveis e relacionadas entre si de maneira substantiva na estrutura cognitiva do aprendiz. O acadêmico relatou que, apesar das dificuldades, conseguiu interpretar o conceito de derivada e isso fica evidente quando se observa a hierarquia dos conceitos, clareza e a compreensão sobre o tema estudado.

6.5.3 Quanto à aplicabilidade do conceito - Categoria 3

Para um mapa obter avaliação A nessa categoria, o aluno deve ter sido capaz de identificar as aplicações ou descrever referências às situações que justificam o uso de derivada. Conforme dito anteriormente, a presença dessa última categoria não substitui os conceitos ou proposições abstratas, observadas ou não, nos mapas conceituais produzidos pelos estudantes.

Contemplando essa categoria, pode-se observar o mapa conceitual construído pelo aluno A1 (Figura 6.64). Observe-se que mesmo o aluno não tendo conseguido atingir as avaliações A na primeira categoria, ele mostra uma hierarquização conceitual (categoria 2) e menciona as aplicações da derivada. Note-se que essa hierarquização é radial, central, ou seja, o conceito-chave está no centro e não no topo como a que está no mapa da Figura 6.63. O que se espera em um mapa conceitual é uma hierarquização conceitual, mas não necessariamente de cima para baixo.

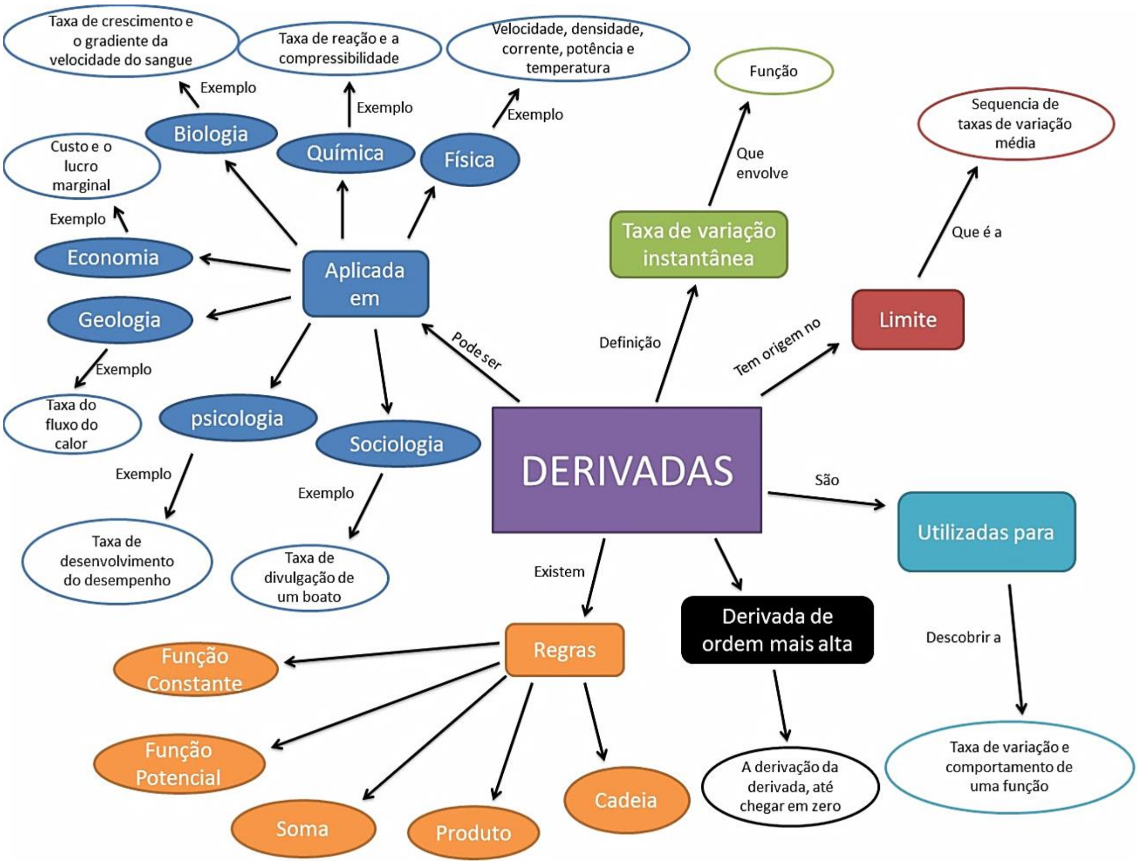


Figura 6.64: Mapa Conceitual do aluno A1

Pode-se perceber que o estudante A1 domina parcialmente o conceito de derivada, não deixando claro suas ideias quanto à aplicabilidade do limite. No entanto, explicita conexões adequadas, sugerindo que a aprendizagem não se deu totalmente de forma mecânica, obtendo na categoria 1, avaliação B e categoria 2 uma avaliação A que pode ser um indicativo de reconciliação integrativa ou diferenciação progressiva.

Como o ensino e a aprendizagem são um processo construtivo, interativo e contínuo entre o aluno e professor, acredita-se que esse aluno esteja no processo de uma aprendizagem significativa do conceito de derivada.

Nessa categoria, percebeu-se os estudantes deram ênfase à aplicabilidade em outras áreas do conhecimento e não somente à Matemática e à Física, enfatizando, dessa forma, o amplo uso da derivada.

Pode-se identificar essas manifestações nos mapas conceituais produzidos pelos estudantes A20, A4 e A26, Figuras 6.65, 6.66 e 6.67 respectivamente, que embora não foram avaliados como A nas primeiras categorias, mostraram como a derivada pode ser discorrida em outras áreas do conhecimento.

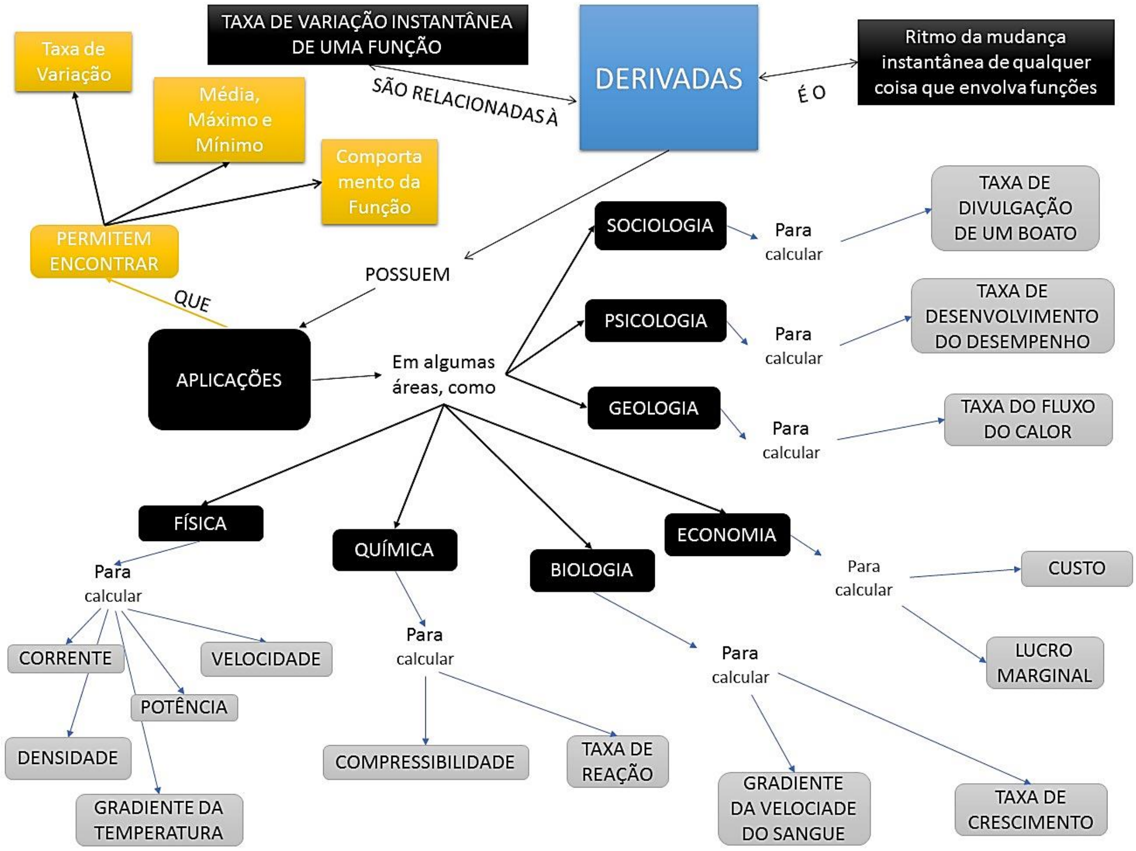


Figura 6.65: Mapa Conceitual do aluno A20

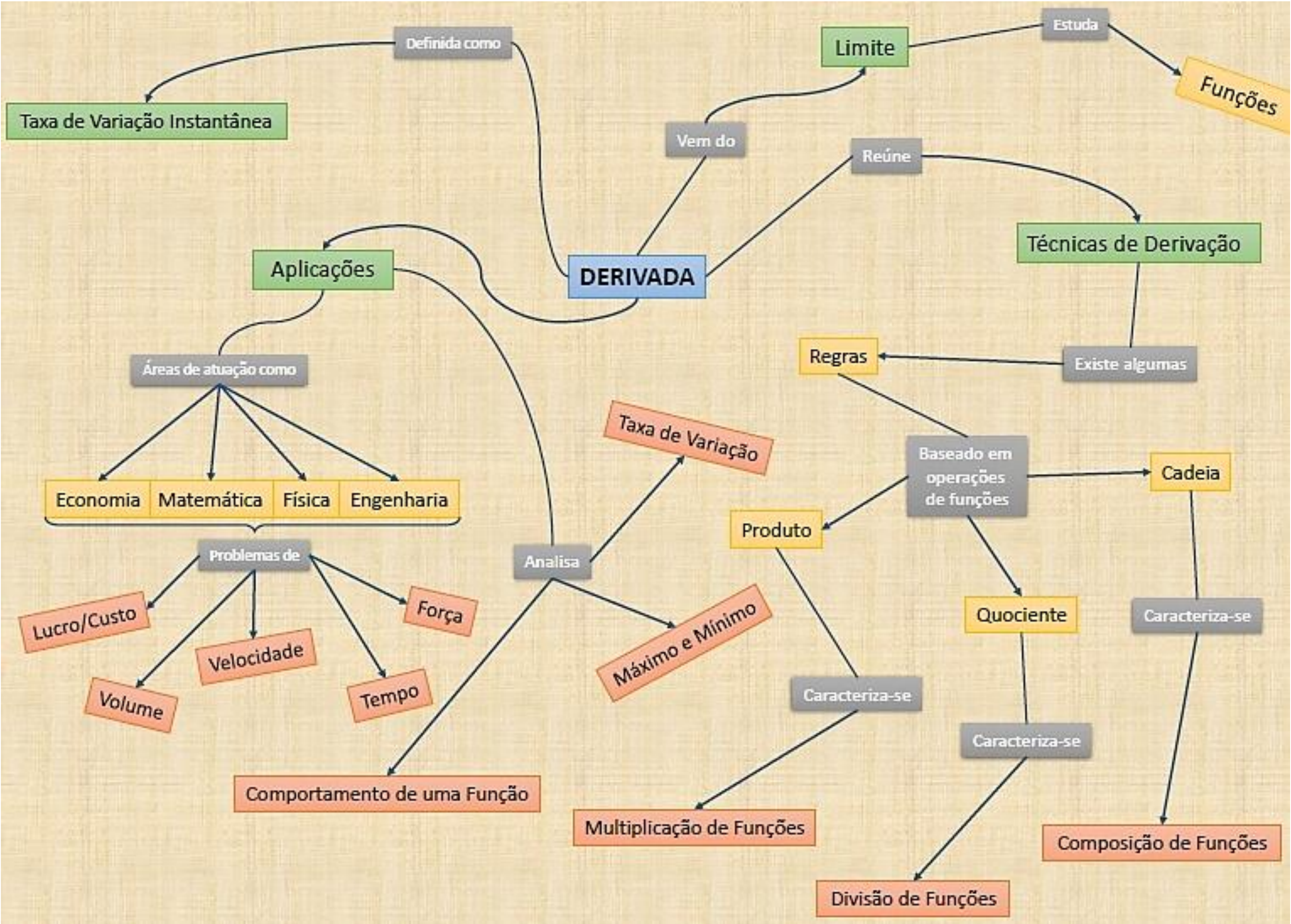


Figura 6.66: Mapa Conceitual do aluno A4

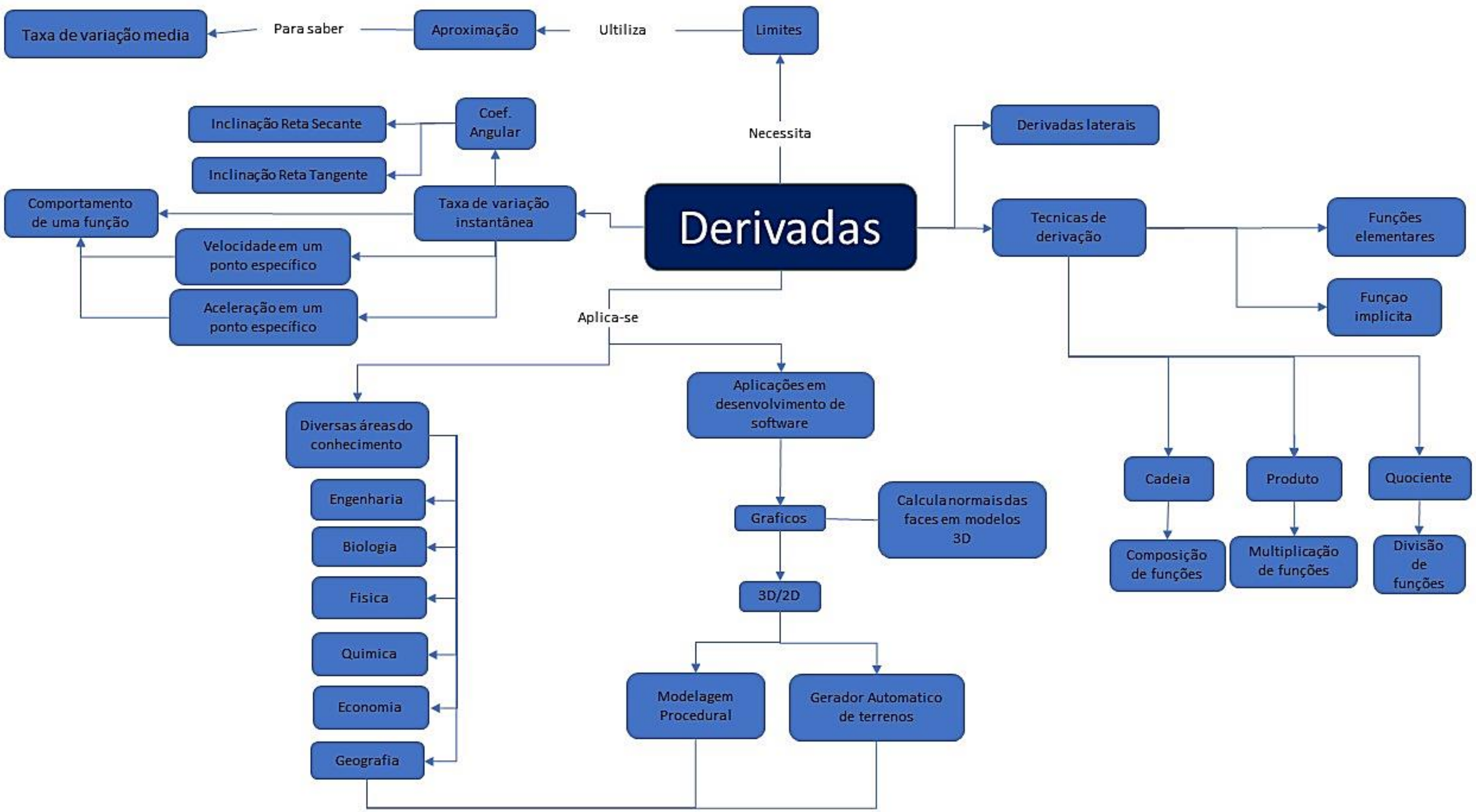


Figura 6.67: Mapa Conceitual do aluno A26

Um aspecto importante que deve ser salientado é o desenvolvimento e descrição das atividades de alguns alunos. Considera-se, como exemplo, ou melhor, como um caso, o aluno A18 que indicou possuir subsunçores a respeito da relação da Matemática com a Física, indicando uma forte relação entre as duas ciências (Figuras 6.68 e 6.69).

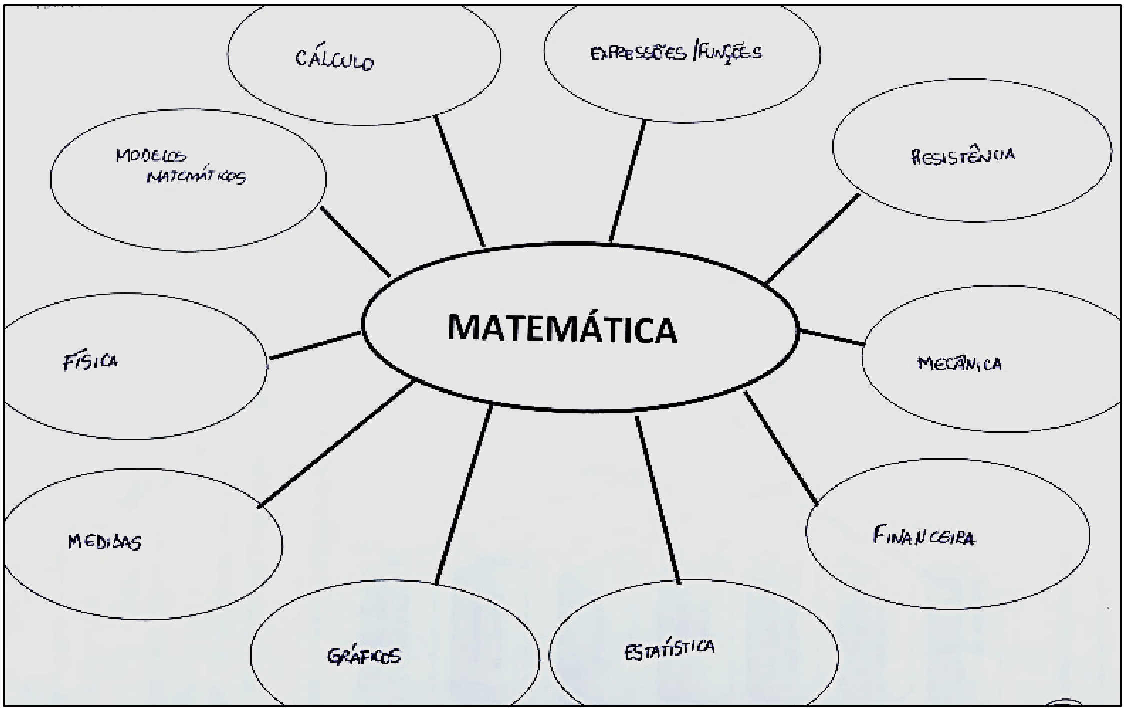


Figura 6.68: Mapa Livre - aluno A18

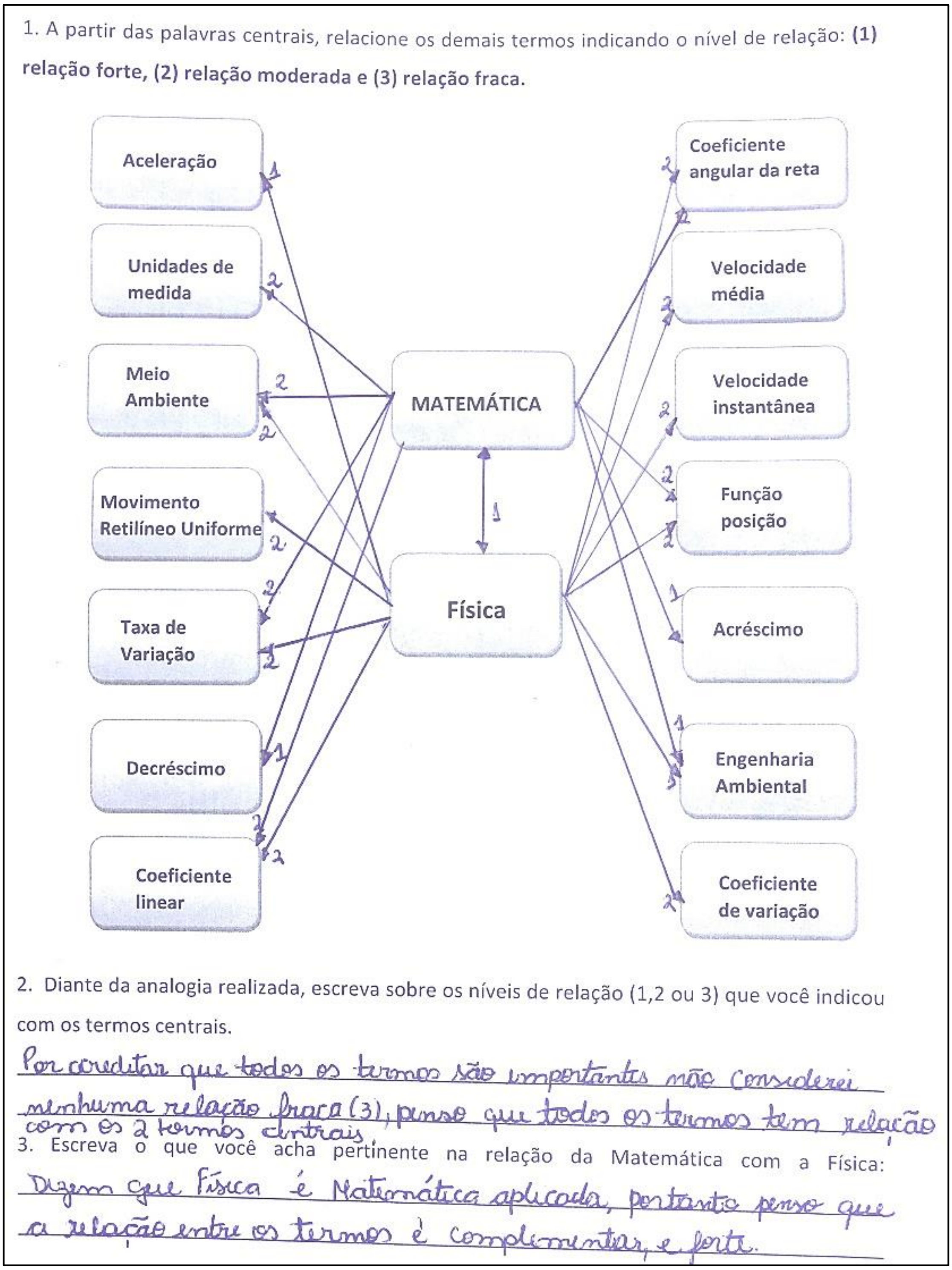
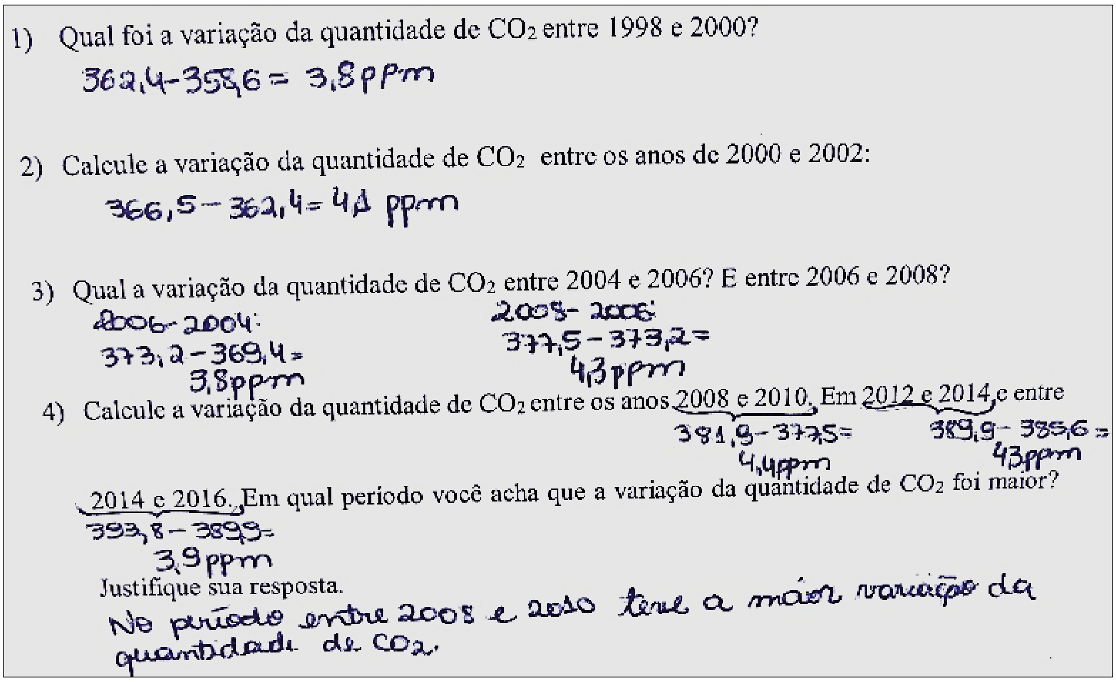


Figura 6.69: Mapa Mental Direcionado - aluno A18

Já na resolução da *Situação 1*, o aluno A18 calculou corretamente as variações de CO_2 e do tempo. Na *Situação 2*, mesmo com o acréscimo da notação matemática, esse aluno realizou os cálculos corretamente, acrescentou a unidade de medida e definiu a razão $\frac{\Delta C}{\Delta t}$, conforme indicado nas Figuras 6.70 e Figura 6.71.



1) Qual foi a variação da quantidade de CO_2 entre 1998 e 2000?

362,4-358,6 = 3,8 ppm

2) Calcule a variação da quantidade de CO_2 entre os anos de 2000 e 2002:

366,5 - 362,4 = 4,1 ppm

3) Qual a variação da quantidade de CO_2 entre 2004 e 2006? E entre 2006 e 2008?

2006-2004:
373,2 - 369,4 =
3,8 ppm

2008-2006:
377,5 - 373,2 =
4,3 ppm

4) Calcule a variação da quantidade de CO_2 entre os anos 2008 e 2010, Em 2012 e 2014, e entre 2014 e 2016. Em qual período você acha que a variação da quantidade de CO_2 foi maior?

381,9 - 377,5 =
4,4 ppm

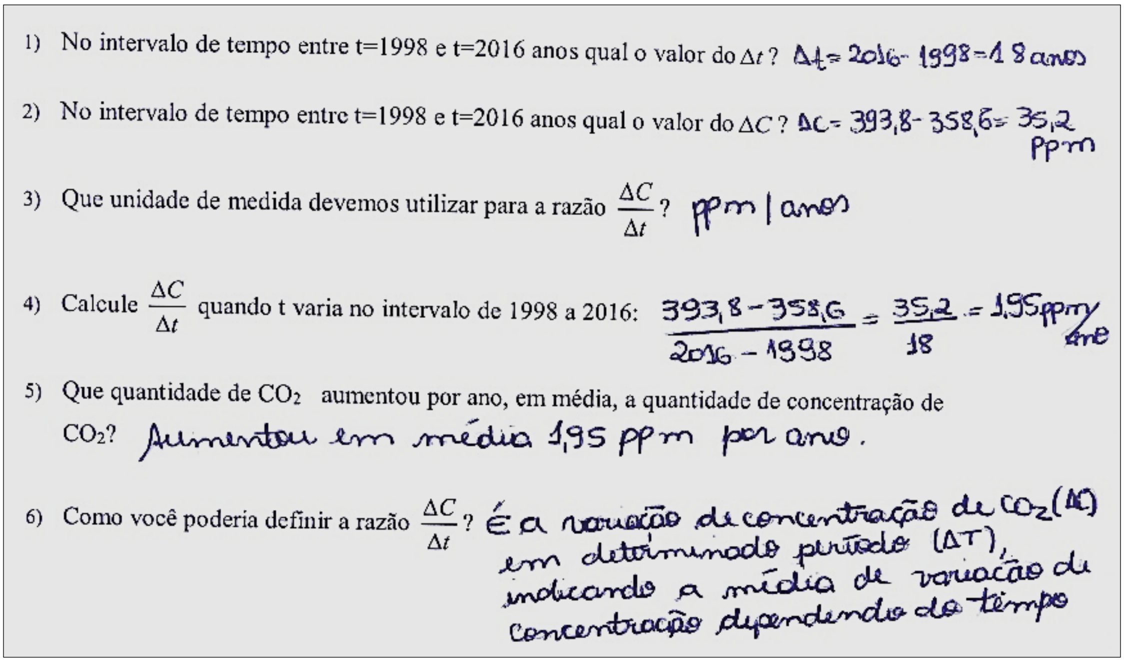
389,9 - 385,6 =
4,3 ppm

393,8 - 389,9 =
3,9 ppm

Justifique sua resposta.

No período entre 2008 e 2010 teve a maior variação da quantidade de CO_2.

Figura 6.70: Situação 1 - resposta do aluno A18



1) No intervalo de tempo entre t=1998 e t=2016 anos qual o valor do Δt? Δt = 2016 - 1998 = 18 anos

2) No intervalo de tempo entre t=1998 e t=2016 anos qual o valor do ΔC? ΔC = 393,8 - 358,6 = 35,2 ppm

3) Que unidade de medida devemos utilizar para a razão $\frac{\Delta C}{\Delta t}$? ppm | anos

4) Calcule $\frac{\Delta C}{\Delta t}$ quando t varia no intervalo de 1998 a 2016: $\frac{393,8 - 358,6}{2016 - 1998} = \frac{35,2}{18} = 1,95$ ppm/ano

5) Que quantidade de CO_2 aumentou por ano, em média, a quantidade de concentração de CO_2? Aumentou em média 1,95 ppm por ano.

6) Como você poderia definir a razão $\frac{\Delta C}{\Delta t}$? É a variação de concentração de CO_2 (ΔC) em determinado período (ΔT), indicando a média de variação de concentração dependendo do tempo

Figura 6.71: Situação 2 - resposta do aluno A18

Na *Situação 3, que* completou os problemas envolvendo o aumento da concentração de Dióxido de Carbono (CO_2) na atmosfera, observou-se que o aluno A18 atingiu os resultados esperados. Construiu o gráfico de maneira satisfatória Figura

6.72, definiu o tipo de função, sua representação e interpretou de forma correta o comportamento da reta nos diferentes pontos (Figura 6.73).

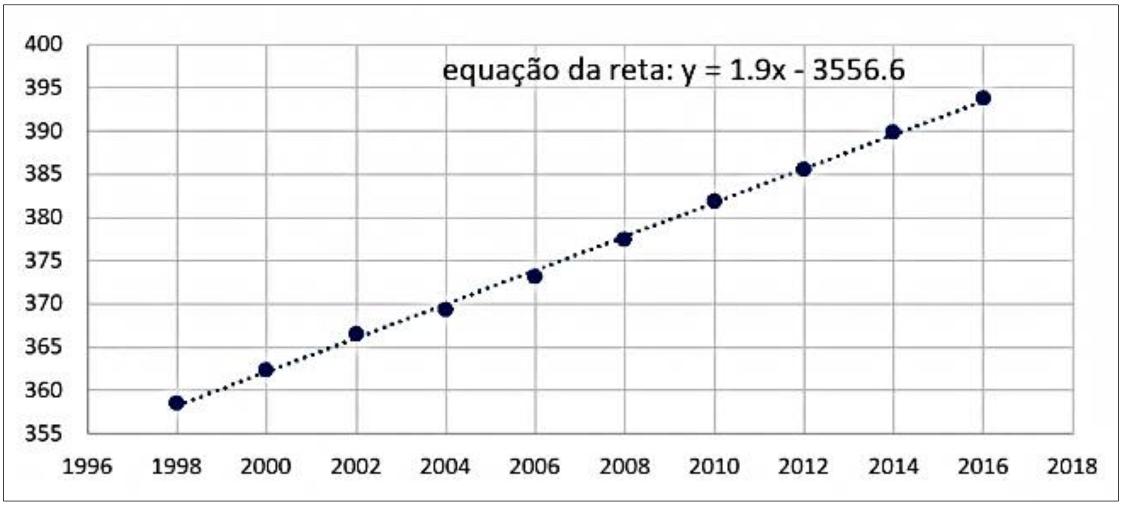
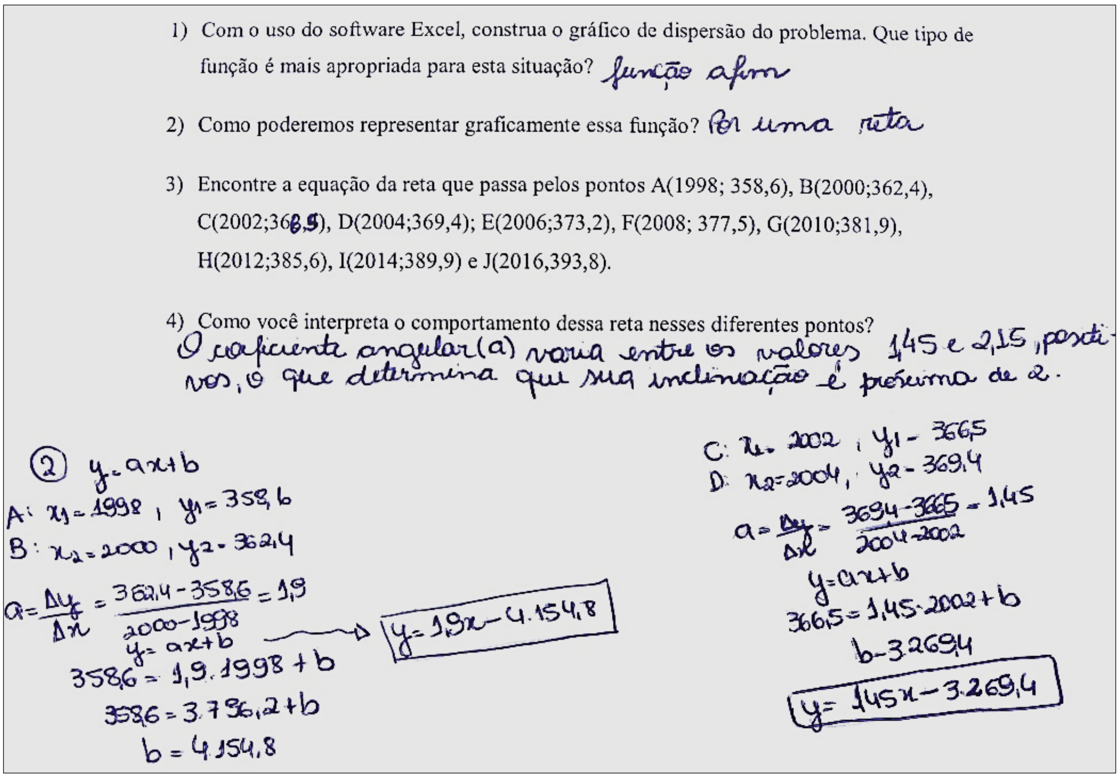


Figura 6.72: Gráfico da Situação 3 - aluno A18



1) Com o uso do software Excel, construa o gráfico de dispersão do problema. Que tipo de função é mais apropriada para esta situação? função afim

2) Como poderemos representar graficamente essa função? Por uma reta

3) Encontre a equação da reta que passa pelos pontos A(1998; 358,6), B(2000;362,4), C(2002;366,5), D(2004;369,4); E(2006;373,2), F(2008; 377,5), G(2010;381,9), H(2012;385,6), I(2014;389,9) e J(2016,393,8).

4) Como você interpreta o comportamento dessa reta nesses diferentes pontos? O coeficiente angular (a) varia entre os valores 1,45 e 2,15, positivos, o que determina que sua inclinação é próxima de 2.

② $y = ax+b$
A: $x_1 = 1998$, $y_1 = 358,6$
B: $x_2 = 2000$, $y_2 = 362,4$
$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{362,4 - 358,6}{2000-1998} = 1,9$
$y = ax+b$
$358,6 = 1,9 \cdot 1998 + b$
$358,6 = 3.796,2 + b$
$b = 4.154,8$
$\boxed{y = 1,9x - 4.154,8}$

C: $x_1 = 2002$, $y_1 = 366,5$
D: $x_2 = 2004$, $y_2 = 369,4$
$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{369,4 - 366,5}{2004-2002} = 1,45$
$y = ax+b$
$366,5 = 1,45 \cdot 2002 + b$
$b = 3.269,4$
$\boxed{y = 1,45x - 3.269,4}$

Figura 6.73: Situação 3 - resposta do aluno A18

Para as demais atividades, o aluno A18 também completou de forma satisfatória, isso pode ser visualizado nas Figuras 6.38, 6.39 e 6.40 para a *Situação 4*. Figuras 6.43, 6.44 e 6.46 para a *Situação 5*. Para a *Situação 6* observa-se na Figura

6.51. E na última situação, onde apresenta-se uma contextualização completamente nova, o aluno A18 conseguiu completar de forma satisfatória (Figuras 6.53, 6.55 e 6.58). O aluno A18 possui um nível de compreensão do conceito de derivada NC_4 (Quadro 5.6) e mostra indícios da conceitualização do conceito de derivada, sinalizando o princípio do domínio do campo conceitual da derivada.

É importante esse detalhamento das situações para que se tenha uma exemplificação de que é possível o aluno completar as etapas satisfatoriamente. Por isso, esse aluno foi considerado como um caso.

Com base nas análises realizadas, foi possível inferir que o aluno A18, apresenta uma estrutura cognitiva bastante elaborada, onde os conceitos da derivada estão interligados e coesos mostrando indícios, possivelmente, de uma aprendizagem significativa, o que comprovou com a construção do Mapa Conceitual sobre derivada (Figura 6.63).

Esse aluno deu indícios de haver mobilizado os invariantes operatórios corretos para solucionar as questões e demonstrou apresentar uma aprendizagem conceitual, pois a partir da uma situação nova proposta pela professora pesquisadora ele conseguiu atribuir significado de proposições a novas ideias e construir corretamente o conceito de derivada.

Esse desempenho apresentado, como um caso, por esse aluno vai ao encontro de outros alunos que obtiveram desempenho semelhante, como seriam os casos dos alunos A1, A19, A20 e A22.

A partir da confecção dos mapas conceituais pode-se inferir que os alunos que conseguiram chegar a uma aprendizagem conceitual, talvez por terem mobilizado os invariantes operatórios adequados, aproximaram-se do mapa conceitual esperado pela professora pesquisadora. Esse resultado pode ser observado nos mapas conceituais dos alunos A22, A18, A1 e A20, nas Figuras 6.62, 6.63, 6.64 e 6.65 respectivamente.

As anotações registradas no diário de campo do desenvolvimento das atividades propostas e das discussões em sala de aula juntamente com a análise dos registros na sequência didática proposta, forneceram evidências de que os estudantes desenvolveram esquemas que possibilitou a construção do conceito de derivada.

Essa análise possibilitou perceber que alguns estudantes ficaram na aprendizagem representacional. Entretanto, de acordo com Ausubel (2003), a aprendizagem representacional pode também ser significativa, pois pode estabelecer proposições e relacionar-se de forma não arbitrária com a estrutura cognitiva existente, sendo precursora da aprendizagem conceitual.

Concluindo o relato da análise feita, pode-se dizer que o desenvolvimento, de uma proposta didática que relacionou a Matemática com fenômenos físicos que se fazem presentes na profissão do Engenheiro Ambiental e Sanitário, favoreceu a construção do conceito de derivada. Entende-se, assim, que as escolhas teóricas e metodológicas permitiram responder à questão norteadora dessa pesquisa e alcançar o objetivo de propor uma estratégia didática, com base nas teorias de David Ausubel e Gérard Vergnaud, para promover a aprendizagem significativa do conceito de derivada por meio da integração da Matemática e Física.

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES E CONTINUIDADE

Capítulo 7 - Conclusões e Continuidade

Com o intuito de apresentar algumas considerações a respeito desta pesquisa, neste capítulo são elucidadas, de forma suscinta, as etapas que a compuseram. São apresentados os principais resultados, objetivos e apontam-se os prolongamentos para novas investigações.

O estudo foi motivado por situações vivenciadas pela professora pesquisadora que constatou as dificuldades no ensino e aprendizagem de Cálculo, de uma forma específica, no conteúdo de derivada. O estudo foi realizado na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral junto a 26 estudantes ingressantes em um curso de Engenharia Ambiental e Sanitária no ano de 2017.

Diante disso, foi proposto este estudo que teve como objetivo *investigar se uma estratégia didática integrando a Matemática e a Física, com base nas teorias de David Ausubel e Gérard Vergnaud, promove a aprendizagem significativa do conceito de derivada em estudantes de Engenharia.* A pesquisa centrou-se em verificar se a integração da Matemática com fenômenos físicos facilita o processo de ensino e aprendizagem.

A primeira etapa dessa pesquisa – ETAPA DE DIAGNÓSTICO – atendeu ao primeiro objetivo específico. Identificaram-se os subsunçores dos alunos no que diz respeito a relação da Matemática com a Física por meio dos Mapas Mentais Livres e Mapas Mentais Direcionados. Verificou-se que os alunos apresentaram dificuldades de mobilizar relações com a Matemática de forma isolada, o que foi constatado principalmente no Mapa Mental Livre (Figura 6.4), onde existiu a predominância de palavras que remeteram a uma Matemática meramente algoritimizada e mecânica.

No entanto, percebeu-se que os Mapas Mentais são adequados à exteriorização inicial de ideias, pois este processo de associação permitiu inferir de que forma a relação entre Matemática e a Física é percebida pelos acadêmicos.

Após, realizou-se um questionário com os estudantes, pois entende-se que conhecer a realidade na qual o aluno está inserido é de extrema importância, além de permitir conhecer opiniões, sentimentos, interesses, expectativas e situações vivenciadas. Procurou-se compor um questionário que atendesse às expectativas da professora pesquisadora, observando o contexto e os sujeitos da pesquisa. Conhecer a realidade na qual o estudante está inserido foi importante para formar um vínculo professor-aluno e dessa forma despertar o interesse pelo assunto estudado.

Ressalta-se que o primeiro objetivo específico - Identificar os subsunçores que os alunos do curso de Engenharia Ambiental e Sanitária possuem sobre a relação entre a Matemática e a Física- foi atendido, pois foi possível perceber em alguns alunos a existência de subsunçores que identificaram essa relação. Segundo Ausubel (1968, p. 37-41), "a aprendizagem significativa pressupõe que o aprendiz manifeste uma disposição de relacionar o novo material de maneira substantiva e não-arbitrária a sua estrutura cognitiva". Segundo Vergnaud (1990b) são as situações que dão sentido aos conceitos, elas devem ser do contexto, do entorno, do aprendiz, devem fazer sentido para ele. Diante disto, após verificar se o aprendiz relacionou ou não a Matemática e a Física, acreditou-se que construir uma sequência didática que tratasse desta relação possibilitaria despertar no aluno o interesse em aprender, além de oportunizar novas situações, em crescentes níveis de complexidade, que retratassem o contexto no qual o engenheiro ambiental e sanitário está inserido.

Como subsídio para esta pesquisa, foi realizada uma revisão bibliográfica das pesquisas relacionadas ao estudo de derivada no ensino superior, mais especificamente o ensino de derivada em cursos de Engenharia Ambiental e Sanitária além de pesquisas que relacionassem a Matemática com a Física. Foram encontrados 32 trabalhos relacionados diretamente com os objetivos deste trabalho. Todavia, ao que tange a pesquisas sobre ensino e aprendizagem de Cálculo diretamente com alunos de Engenharia Ambiental e Sanitária, ainda são escassas. Analisou-se, também, questões teóricas e metodológicas que permeiam o ensino de Cálculo, Matemática e Física.

A partir das observações feitas nos Mapas Mentais, elaborou-se uma sequência didática com situações-problema que contemplaram o segundo e terceiro objetivo da pesquisa. Essas *Situações* envolveram assuntos referentes ao cotidiano de um profissional em Engenharia Ambiental e Sanitária e propiciaram buscar indícios de uma aprendizagem significativa. A Teoria dos Campos Conceituais enfatiza que a aquisição de conhecimento é formada por situações-problema que fazem sentido ao aluno, devem apresentar problemas do contexto no qual o aluno está inserido (Vergnaud, 2004).

Na Teoria da Aprendizagem Significativa a predisposição em aprender é imprescindível, uma forma de se fazer isso é considerando o contexto onde o aluno está inserido, neste caso, as relações entre a Engenharia Ambiental e Sanitária, a Matemática e a Física, o que vem ao encontro da teoria proposta por Vergnaud.

Considera-se essas relações como ponto de partida para uma aprendizagem significativa.

Na segunda etapa da pesquisa – ETAPA DE IMPLEMENTAÇÃO DE UMA PROPOSTA DIDÁTICA – elaborou-se uma sequência didática que teve por objetivo "*Promover a ocorrência da aprendizagem significativa do conceito de derivada por meio da integração entre a Matemática e a Física no curso de Engenharia Ambiental e Sanitária",* foi constituída por sete Situações-problema com crescente grau de complexidade e com atividades interdependentes. Essa etapa contemplou o segundo e terceiro objetivo da pesquisa que foram:

a) elaborar uma sequência de atividades potencialmente significativas de acordo com os subsunçores e fundamentada em princípios de Ausubel e Vergnaud;

b) desenvolver a sequência de atividades com a finalidade de contribuir na construção do conceito de derivada.

Em relação à elaboração das Situações-problemas, atendeu-se o que Ausubel sugere como iniciativas para o professor:

a) formular questões de maneira nova e não familiar que requeira máxima transformação do conhecimento adquirido;

b) elaborar testes de compreensão de maneira diferente e em contextos diferentes daqueles originalmente encontrados no material instrucional;

c) propor ao aprendiz uma tarefa de aprendizagem sequencialmente dependente da outra e em nível crescente de complexidade.

As evidências de aprendizagem significativas puderam ser percebidas, por exemplo, nas atividades desenvolvidas pelo aluno A18 (Figuras 6.34, 6.35, 6.39, 6.40, 6.43, 6.44, 6.46, 6.51, 6.53, 6.55, 6.57 e 6.58). Este aluno mostrou que seu raciocínio convergiu para a construção do conceito de derivada, o que ficou ratificado na construção do seu mapa conceitual.

Para encerramento do semestre letivo, ainda na segunda etapa da pesquisa, optou-se pela construção de um mapa conceitual para verificar de que forma os alunos internalizaram o conceito de derivada. Segundo Moreira (1980), os mapas conceituais:

> [...] embora possam ser usados para dar uma visão geral do tema em estudo é preferível usá-los quando os alunos já têm certa familiaridade sobre o assunto,

de modo que sejam potencialmente significativos e permitam a integração, reconciliação e diferenciação de significados dos conceitos. (p. 475)

Observou-se que o mapa conceitual proposto pelos alunos A22 (Figura 6.62) e A18 (Figura 6.63), contemplaram o quarto e quinto objetivos desta tese:

a) diagnosticar possíveis indicadores que manifestem como os alunos constroem o conceito de derivada;

b) analisar, com base nas teorias de Ausubel e Vergnaud, se houve indícios de aprendizagem significativa.

Foi possível observar que as proposições estabelecidas nos mapas conceituais, evidenciaram uma compreensão sobre o conceito de derivada, indicando que as ideias se relacionam de maneira substantiva e não-arbitrária na estrutura cognitiva do aprendiz, podendo ser considerada como indício de diferenciação progressiva.

Na última etapa da pesquisa - MONITORAMENTO E AVALIAÇÃO DA PESQUISA -, diante das análises realizadas, entendeu-se que uma metodologia fundamentada na Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) proposta por David Ausubel e na Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Gérard Vergnaud, provoca uma significativa transformação no processo de ensino e aprendizagem. Tal fato, contribui para uma formação que desperta o interesse do aluno em participar da aula, estimulando o seu crescimento pessoal, profissional e cognitivo.

A coleta de dados se deu por meio do desenvolvimento do Mapa Mental Livre e Mapa Mental Direcionado, questionário, situações-problema e pela construção do Mapa Conceitual da derivada. Nesse processo de análise, pode-se destacar, no ponto de vista da professora pesquisadora, indícios de esquemas mobilizados por alguns alunos, determinantes na organização invariante dos procedimentos.

O objetivo geral foi *investigar se uma estratégia didática integrando a Matemática e Física, com base nas teorias de David Ausubel e Gérard Vergnaud, promove a aprendizagem significativa do conceito de derivada em estudantes de Engenharia*. Verificou-se a validação dos objetivos específicos, utilizando subsídios encontrados nas teorias da Aprendizagem Significativa e dos Campos Conceituais legitimando a intervenção didática proposta nesta pesquisa.

Ao analisar a Sequência Didática, observou-se que grande parte dos estudantes apresentaram estratégias que favoreceram a sua participação na construção do conceito de derivada, essa proposta facilitou a externalização dos esquemas e procedimentos formulados pelos alunos frente ao problema proposto.

Apesar do tempo para a aplicação das situações problemas ser um obstáculo devido ao fato da pesquisa ser desenvolvida no decorrer do semestre letivo, observou-se que a maioria dos alunos atingiram o processo de conceitualização do conceito matemático na construção do campo conceitual da derivada.

Os resultados das *Situações* propostas aos estudantes, convergiram para conceitualização do conceito de derivada partindo de *Situações* mais gerais para as mais específicas e dessa forma indo ao encontro dos pressupostos de Vergnaud (1990) que afirma que um conceito não se forma através de uma única situação e uma situação não define com um único conceito.

Salienta-se ainda que, como as *Situações* apresentaram problemas mais gerais que convergiram para os mais específicos e com nível crescente de complexidade, pode-se perceber que com a construção do conceito e derivada, pressupõe-se alunos conseguiram fazer construções cognitivas demonstrando evidências da aprendizagem significativa

Os estudantes mostraram-se motivados no desenvolvimento da Sequência Didática pelo fato das atividades estarem relacionadas com o cotidiano do Engenheiro Ambiental e Sanitário. Mostrando, dessa forma, uma pré-disposição em aprender que segundo Ausubel (1963) é um fator importante para atingir a aprendizagem significativa.

O objetivo geral foi *investigar se uma estratégia didática integrando a Matemática e Física, com base nas teorias de David Ausubel e Gérard Vergnaud, promove a aprendizagem significativa do conceito de derivada em estudantes de Engenharia*. Verificou-se a validação tanto do objetivo geral quanto dos objetivos específicos, utilizando subsídios encontrados nas teorias da Aprendizagem Significativa e dos Campos Conceituais legitimando a intervenção didática proposta nesta pesquisa.

Considerando os resultados apresentados, pode-se entender que houve uma retenção do conhecimento no decorrer das atividades por grande parte dos estudantes, indicando que a metodologia utilizada para a construção do conceito de derivada possibilitou verificar indícios de uma aprendizagem significativa. Assim, dessa forma, favorecendo a permanência da maioria dos alunos no curso de Engenharia Ambiental e Sanitária.

Esse estudo seguiu concepções de uma pesquisa qualitativa com descrição quantitativa. No qual foram elaborados os instrumentos da pesquisa com o intuito de possibilitar ao aluno a construção do conceito de derivada a fim de facilitar o processo para uma aprendizagem significativa desse conceito que é fundamental no Cálculo.

Considera-se que a contribuição deste estudo está na metodologia aplicada ao longo da pesquisa e que, por sua vez, contribui para a melhoria do ensino de Cálculo em cursos de Engenharia. Assim como, corrobora também para deter a evasão nesses cursos, pois a formação do engenheiro não é composta somente por fórmulas e conceitos. Isto é, devemos formar profissionais, em termos de conceitos e procedimentos, preparados para tomar decisões, saber buscar as informações e aplicá-las corretamente em situações novas.

Salienta-se que, entre as contribuições desta pesquisa pode-se destacar o estudo da derivada por meio de situações do dia a dia do estudante de Engenharia Ambiental e Sanitária. Contudo, pretende-se também contribuir com pesquisas sobre a construção de outros conceitos da Matemática em outros cursos de Engenharia, fundamentadas na TAS e TCC a fim de contribuir para uma educação profissional de excelência nessa área.

Matemática e Física são fundamentais na formação de engenheiros. Infelizmente, no entanto, na maioria das vezes os estudantes só querem passar nessas disciplinas, sem aprender nada de maneira significativa, ou acabam desistindo.

O estudo feito nesta tese sinaliza que é possível reverter essa situação, ou seja, é possível ensinar Matemática e Física no ensino superior, em particular em carreiras de engenharia, promovendo aprendizagem significativa dos conteúdos declarativos e procedimentais dessas disciplinas, usando metodologias e situações que façam sentido para os estudantes.

Apostando nessa sinalização a pesquisa feita terá continuidade com novos estudos abordando outros conteúdos na Engenharia Ambiental e Sanitária, assim como em outros cursos de engenharia.

REFERÊNCIAS

Referências

Almeida, L. M., & Fontanini, M. L. (2010). Aprendizagem significativa em atividades de modelagem matemática: uma investigação usando mapas conceituais. *Investigações em Ensino de Ciências, 15*(2), 403-425.

Anton, H. (2000). *Cálculo: um novo horizonte* (C. C. Patarra & M. Tamananha, Trad., 6. ed.). Porto Alegre: Bookmann.

Ataíde, A. R., & Greca, I. M. (2012). Epistemic views of the relationship between physics and mathematics: its influence on the approach of undergraduate students to problem solving. *Science & Education, 22*(6), 1405-1421.

Ataíde, A. R., & Greca, I. M. (2013). Estudo exploratório sobre as relações entre conhecimento conceitual, domínio de técnicas matemáticas e resolução de problemas em estudantes de licenciatura em Física. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias, 12*(1), 209-233.

Ausubel, D. (1963). *The psychology of meaningful verbal learning.* New York: Grune & Stratton.

Ausubel, D. (1968). *Educational psychology: a cognitive view.* Nova York: Holt, Rinehart and Winston Inc.

Ausubel, D. (1978). *Psicologia educativa: un punto de vista cognoscitivo.* Ciudad de México: Trillas.

Ausubel, D. (2000). *The acquisition and retention of knowledge: a cognitive view.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Ausubel, D. (2002). *Adquisición y retención del conocimiento: una perspectiva cognitiva.* Barcelona: Paidós.

Ausubel, D. (2003). *Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva.* Lisboa: Plátano.

Ausubel, D., Novak, J. D., & Hanesian, H. (1978). *Educational psychology: a cognitive view* (2nd ed.). New York: Holt Rinehart and Winston.

Ausubel, D., Novak, J., & Hanesian, H. (1980). *Psicologia educacional* (E. Nick *et al.*, Trad.). Rio de Janeiro: Interamericana.

Barais, A. W., & Vergnaud, G. (1990). Students' conceptions in physics and mathematics biases and helps. *Advances in Psychology, 68*, 69-84.

Baron, M. E., & Bos, H. J. M. (1985). *Curso de história da matemática: origens e desenvolvimento do cálculo* (J. R. B. C. Trad., Vol 3). Brasília: Editora Universidade de Brasília.

Bizelli, M. H. S. S. (2003). *A matemática na formação do químico contemporâneo* (Tese de doutorado). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, Brasil.

Bogdan, R. C., & Biklen, S. K. (1994). *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos* (M. J. Alvarez, S. B. Santos, & T. M. Baptista, Trad.). Porto: Porto Editora.

Boyer, C. B. (1949). *The history of the calculus and its conceptual development.* New York: Dover Publications.

Buzan, T. (1996). *Saber pensar .* Lisboa: Presença.

Carvalho, A. C. B. D., Porto, A. J. V., & Belhot, R. V. (2001). Aprendizagem significativa no ensino de engenharia. *Revista Produção, 11*(1), 81-90.

Carvalho, R. A. C. (2020). *Descartes, Barrowe Fermat: método das tangentes*. Recuperado em 15 abril, 2019, de http://www.rpm.org.br/cdrpm/75/9.html

Cavasotto, M., & Viali, L. (2011). Dificuldades na aprendizagem de cálculo: o que os erros podem informar. *Boletim Gepem*, (59), 15-33.

Correia, P. R. M., & Aguiar, J. G. (2019). The role of worked examples to teach concept mapping. *Journal for Educators, Teachers and Trainers, 10*(1), 67-83.

Correia, P. R. M., Aguiar, J. G., Viana, A. D., & Cabral, G. C. P. (2016). Por que vale a pena usar mapas conceituais no Ensino Superior?. *Revista de Graduação USP, 1*(1), 41-51.

Correia, P. R. M., & Nardi, A. (2019). O que revelam os mapas conceituais dos meus alunos? Avaliando o conhecimento declarativo sobre a evolução do universo. *Ciência e Educação, 25*(3), 685-704.

Corica, A. R. (2009). Aprender matemática en la Universidad: la perspectiva de estudiantes de primer año. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias, 4*(1), 10-28.

Costa, S. S., & Moreira, M. A. (2001). Resolução de problemas II: propostas de metodologias didáticas. *Caderno Catarinense de Ensino de Física, 18*(3), 263-277.

D'Ambrosio, U. (1997). *Transdisciplinaridade.* São Paulo: Palas Athena.

Davis, P., & Hersh, R. (1995). *A experiência Matemática* (F. M. Louro, & R. M. Ribeiro, Trad.). Lisboa: Gradiva.

Dullius, M. M., Araújo, I. S., & Veit, E. A. (2011). Ensino e aprendizagem de equações diferenciais com abordagem gráfica, numérica e analítica: uma experiência em cursos de engenharia. *Bolema, 24*(38), 17-42.

Fagundes, R. S., Nava, D. T., Picinini, T., & Dal Posso, G. H. (2019, setembro). O ensino de funções, limites e continuidade fundamentada na aprendizagem significativa. *Annals of Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia*, Fortaleza, CE, Brasil, 47.

Fávero, M. H., & Sousa, C. M. S. G. (2002). Análise de uma situação de resolução de problemas de Física, em situação de interlocução entre um Especialista e um Novato, à luz da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud. *Investigação em Ensino de Ciências, 7*(1), 55-75.

Fiorentini, D., & Lorenzato, S. (2007). *Investigação e educação matemática.* Campinas: Autores Associados.

Flores, C. D., & García-García, J. (2017). Conexiones intramatemáticas y extramatemáticas que se producen al resolver problemas de cálculo en contexto: un estudio de casos en el nivel superior. *Bolema, 31*(57), 158-180.

Fonseca, J. J. (2002). Metodologia da pesquisa científica. Fortaleza: UEC.

Frageli, T. B. O. (2017). Gamificação como um processo de mudança no estilo de ensino aprendizagem no ensino superior: um relato de experiência. *Revista Internacional de Educação Superior, 4*(1), 221-233.

Frescki, F. B., & Pigatto, P. (2009, junho). *Dificuldades na aprendizagem de cálculo diferencial e integral na educação tecnológica: proposta de um curso de nivelamento*. Annals of Simpósio Nacional de Ensino de Ciências e Tecnologia, Ponta Grossa, PR, Brasil, 1.

Frota, M. C. (2001). Duas abordagens distintas da estratégia de resolução de exercícios no estudo de Cálculo. In J. B. Laudares, & J. Lachini. *Educação matemática: a prática educativa sob o olhar de professores de cálculo* (pp. 89-122). Belo Horizonte: FUMARC.

Frota, M. C. (2007). Teoria e prática na aprendizagem de cálculo. *Bolema, 20*(28), 21-38.

Fürstenau, B., Kneppers, L., & Dekker, R. (2012). Concept mapping and text writing as learning tools in problem-oriented learning. *Proceedings of the International Conference on Concept Mapping*, Valletta, Malta, 5.

Gasparin, P. P., Weber, P. E., Hellmann, L., Sandmann, A., Donel, M., & Almeida, S. V. (2014, setembro). *O impacto do cálculo diferencial e integral nos alunos ingressantes dos cursos de engenharia.* Annals of Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia, Juiz de Fora, MG, Brasil, 42.

Gil, A. C. (2007). *Como elaborar projetos de pesquisa* (4a ed.). São Paulo: Atlas.

Gowin, D. B. (1981). *Educating*. Ithaca: Cornell University Press.

Gravina, M. A., & Santarosa, L. M. (1998). A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. *Annals of Congresso da Rede Iberoamericano de Informática Educativa*, Brasília, DF, Brasil, 4.

Greca, I. M., & Moreira, M. A. (2001). Mental, physical and mathematical models in the teaching and learning of physics. *Science Education, 86*(1), 106-121.

Griggs, R. A. (2009). Psicologia do desenvolvimento. In R. A. Griggs. *Psicologia: uma abordagem concisa* (pp. 235-272). Porto Alegre: Artmed.

Guimarães, G. G. (2019). Novas tendências em engenharia: o aluno como protagonista na produção do conteúdo curricular na disciplina de cálculo diferencial e integral. *Revista de Ensino de Engenharia, 38*(1), 81-91.

Haili, H., Maknun, J., & Siahaan, P. (2017). Problem solving based learning model with multiple representations to improve student’s mental modelling ability on physics. *AIP Conference Proceedings, 1868*, 070004.

Hestenes, D. (2003). Reforming the mathematical language of physics. *American Journal of Physics, 71,* 104-121.

Jaques, A. E., Oda, J. Y., & Gomes, C. M. (2007). Mapa conceitual: abordagem da aprendizagem significativa. *EDUCERE- Revista de Educação, 7*(1), 63-76.

Klein, M. E., & Costa, S. S. (2011). Investigando as concepções prévias dos alunos do segundo ano do ensino médio e seus desempenhos em alguns conceitos do campo conceitual da trigonometria. *Bolema, 24*(38), 43-73.

Kovaleski, A. (2004). *Maçã: fitossanidade*. Bento Gonçalves: Embrapa Uva e Vinho.

Lage, M. C. (2011). Os softwares tipo CAQDAS e a sua contribuição para a pesquisa qualitativa em educação. *ETD - Educação Temática Digital, 12*(2), 42-58.

Lei n. 11.445, de 5 de janeiro de 2007 (2007). Estabelece diretrizes nacionais para o saneamento básico; altera as Leis nos 6.766, de 19 de dezembro de 1979, 8.036, de 11 de maio de 1990, 8.666, de 21 de junho de 1993, 8.987, de 13 de fevereiro de 1995; revoga a Lei no 6.528, de 11 de maio de 1978; e dá outras providências. Recuperado em 20 fevereiro, 2020, de http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2007/lei/l11445.htm

Leite, M. B., Ferreira, D. H., & Scrich, C. R. (2009). Explorando conteúdos matemáticos a partir de temas ambientais. *Science & Education, 15*(1), 129-138.

Lemos, E. S. (2011). A aprendizagem significativa: estratégias facilitadoras e avaliação. *Aprendizagem Significativa em Revista, 1*(1), 25-35.

Lima, M. E. C. C., & Maués, E. (2006). Uma releitura do papel da professora das séries iniciais no desenvolvimento e aprendizagem de ciências das crianças. *Ensaio, 8*(2), 161-175.

Los Santos, J. V. (2009). *Formação básica em engenharia: a articulação das disciplinas pelo cálculo diferencial e integral* (Tese de doutorado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.

Lucas Filho, M. (Org.). (2010). *Trajetória e estado da arte da formação em Engenharia, Arquitetura e Agronomia* (Vol. 8). Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, Conselho Federal de Engenharia, Arquitetura e Agronomia.

Maffra, S. M. (2011). *Mapas conceituais como recurso facilitador da aprendizagem significativa: uma abordagem prática* (Dissertação de mestrado). Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Magina, S. (2005). A teoria dos campos conceituais: contribuições da psicologia para a prática docente. *Annals of Encontro Regional de Professores de Matemática*, São Paulo, SP, Brasil, 18.

Malta, I. (2004). Linguagem, leitura e matemática. In H. N. Cury (Org.). *Disciplinas matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos, propostas* (pp. 44-45). Porto Alegre: EDIPUCRS.

Masola, W. D., & Allevato, N. S. (2016). Dificuldade de aprendizagem matemática de alunos ingressantes na educação superior. *REBES - Revista Brasileira de Ensino Superior, 2*(1), 64-74.

Meyer, C. (2003). *Derivada/reta tangente: imagem conceitual e definição conceitual* (Dissertação de mestrado). São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

Mocrosky, L. F., & Alves, A. C. (2011). O cálculo na formação do engenheiro mecânico. *Annals of Congresso de Educação em Engenharia*, Blumenau, SC, Brasil, 39.

Moreira, M. A. (1980). Mapas conceituais como instrumentos para promover a diferenciação conceitual progressiva e a reconciliação integrativa. *Ciência e Cultura, 32*(4), 474-479.

Moreira, M. A. (1999). *Teorias da aprendizagem.* São Paulo: EPU.

Moreira, M. A. (2000). *Aprendizaje significativo: teoria y práctica.* Madrid: Visor.

Moreira, M. A. (2002). A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. *Investigações em Ensino de Ciências,7*(1), 7-29.

Moreira, M. A. (2003). La investigación en educación en Física: una visión personal. *Revista de Enseñanza de la Física, 16*, 27-34.

Moreira, M. A. (2004). *La teoría de los campos conceptuales de Vergnaud, la enseñanza de las ciencias y la investigación en el área.* Porto Alegre: Instituto de Física - UFRGS.

Moreira, M. A. (2006a). *A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula.* Brasília: Editora da UnB.

Moreira, M. A. (2006b). *Mapas conceituais & diagramas V.* Porto Alegre: UFRGS.

Moreira, M. A. (2008). Conceptos en la educación científica: ignorados y subestimados. *Revista Qurriculum,21*, 9-26.

Moreira, M. A. (2010). *Mapas conceituais e aprendizagem significativa.* São Paulo: Centauro.

Moreira, M. A. (2011). *Aprendizagem significativa: a teoria e textos complementares.* São Paulo: Livraria da Física.

Moreira, M. A. (2012). Aprendizagem significativa, campos conceituais e pedagogia da autonomia: implicações para o ensino. *Aprendizagem Significativa em Revista, 2*(1), 44-65.

Moreira, M. A. (2014). *Teorias de aprendizagem* (2a ed.). São Paulo: EPU.

Moreira, M. A., & Masini, E. (2001). *Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel.* São Paulo: Centauro.

Moreira, M. A., & Massoni, N. T. (2016). *Noções básicas de epistemologias e teorias de aprendizagem como subsídios para a organização de sequências de ensino-aprendizagem em ciências/física.* São Paulo: Livraria da Física.

Moreira, M. A., & Rosa, P. R. (2016). *Pesquisa em ensino: métodos qualitativos e quantitativos* (2a ed.). Porto Alegre: UFRGS.

Novak, J. (1998). *Learning, creating and using knowledge*. London: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Novak, J. (2000). A demanda de um sonho: a educação pode ser melhorada. In J. Mintzes, J. Wandersee, & J. Novak (Eds.). *Ensinando ciências para a compreensão - uma visão construtivista* (pp. 22-43). Lisboa: Plátano Edições Técnicas.

Novak, J., & Gowin D. (1999). *Aprender a aprender* (2a ed.). Lisboa: Plátano Edições Técnicas.

Otero, M., Fanaro, M., Sureda, P., Llanos, V., & Arlego, M. (2014). *La teoría de los campos conceptuales y la conceptualización en el aula de matemática y física*. Editora: Editorial Dunken

Pacca, J. L., & Scarencé, A. L. (2010). O que pensam os professores sobre a função da aula expositiva para a aprendizagem significativa. *Science & Education, 16*(3), 709-721.

Panero, M., Arzarello, F., & Sabena, C. (2016). The mathematical work with the derivative of a function: teachers' practices with the idea of "generic". *Bolema, 30*(54), 265-286.

Paty, M. (1995). *Matéria roubada.* São Paulo: Edusp.

Piaget, J., & García, R. (1982). *Psicogénesis e historia de la ciencia.* Ciudad de México: Siglo Veintiuno Editores.

Pinheiro, T. F., Alves Filho, J. I., & Pietrocola, M. (2002). Modelização de variáveis: uma maneira de caracterizar o papel estruturador da Matemática no conhecimento científico. In M. Pietrocola (Org.). *Ensino de física: conteúdo, metodologia e epistemologia numa concepção integradora* (pp. 33-52). Florianópolis: Editora da UFSC.

Pinto, D. P., Portela, J. C. S., Oliveira, V. F., & Silveira, M. H. (2010). Reflexões sobre a prática docente no ensino de engenharia. In: D. P. Pinto, J. C. S. Portela, V. F. Oliveira, & M. H. Silveira (Orgs.). *Educação em engenharia: evolução, bases, formação* (pp. 109-115). Juiz de Fora: Fórum Mineiro de Engenharia de Produção.

Poincaré, H. (1995). *O valor da ciência* (M. H. F. Martins, Trad.). Rio de Janeiro: Contraponto.

Redish, E. F. (2005). Problem solving and the use of math in physics courses. *Proceedings of the World View On Physics Education In 2005: Focusing On Change*, Delhi, Índia, 1.

Rehfeldt, M. J., Nicolini, C. A., Quartieri, M. T., & Giongo, I. M. (2012). Investigando os conhecimentos prévios dos alunos de cálculo do Centro Universitário - UNIVATES. *Revista de Ensino de Engenharia,31*(1), 24-30.

Reis, F. S. (2009). Rigor e intuição no ensino de cálculo e análise. In M. C. Frota, & L. Nasser. *Educação matemática no ensino superior: pesquisas e debates* (pp. 81-97). Recife: SBEM.

Resolução CNE/CES n. 11, de 11 de março de 2002 (2002). Institui Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia. Recuperado em 20 fevereiro, 2020, de http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES112002.pdf

Rezende, W. M. (2003). O ensino de cálculo: dificuldades de natureza epistemológica. In: N. J. Machado & M. O. C. (Orgs.). *Linguagem, conhecimento, ação: ensaios de epistemologia e didática* (pp. 313-336). São Paulo: Escrituras, 2003.

Richit, A., & Mocroscky, L. F. (2018). Perspectives in the calculus teaching in a environmental engineering course. *International Journal Education and Teaching - IJET, 1*(2), 1-22.

Salamanca-Avila, M. E., Borght, C. V., & Frenay, M. (2012). Analisis del contenido y la estructura de las representaciones a partir de mapas conceptuales. *Proceedings of the International Conference on Concept Mapping*, Valletta, Malta, 5.

Sánchez, M. A., Pérez, D. G., & Torregrosa, J. M. (1996). Evaluar no es calificar. La evaluación y la calificación en una enseñanza constructivista de las ciencias. *Investigación en la Escuela*, (30), 15-26.

Sánchez-Matamoros, G., Fernández, C., & Llinares, S. (2014). Developing pre-service teachers 'noticing of students' understanding of the derivative concept. *International Journal os Science and Mathematics Education, 13*(6), 1305-1329.

Sánchez-Matamoros, G., García, M., & Llinares, S. (2013). Algunos indicadores del desarrollo del esquema de derivada de una función. *Bolema, 27*(45), 281-302.

Santarosa, M. C. (2013). Os lugares da matemática na física e suas dificuldades contextuais: implicações para um sistema de ensino integrado. *Investigações em Ensino de Ciências, 18*(1), 215-235.

Santarosa, M. C., & Moreira, M. A. (2011). O cálculo nas aulas de física da UFRGS: um estudo exploratório. *Investigações em Ensino de Ciências, 16*(2), 317-351.

Silva, C. C. (2002). *Da força ao tensor: evolução do conceito físico e da representação matemática do campo eletromagnético* (Tese de doutorado). Instituto de Física Gleb Wataghin, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil.

Silveira, F. P. (2014). Ensinando e investigando o uso de mapas conceituais como recurso didático facilitador da aprendizagem significativa em ciências naturais no ensino fundamental. *Investigações em Ensino de Ciências, 19*(3), 625-642.

Skovsmose, O. (2007). *Educação crítica - incerteza, matemática, responsabilidade*. São Paulo: Cortez.

Stefenon, L. O., Moreira, M. A., & Caballero, C. (2019). O uso de mapas mentais para a compreensão da relação de matemática e física na engenharia ambiental e sanitária. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia, 12*(3), 223-240.

Stewart, J. (2016). *Cálculo* (Vol. 1). (H. M. Á. Castro, Trad.). São Paulo: Cengage Learning.

Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics, 12*(7), 151-169. 1976

Teixeira, F. M., & Sobral, A. C. (2010). Como novos conhecimentos podem ser construídos partir dos conhecimentos prévios: um estudo de caso. *Science& Education, 16*(3), 667-677.

Vergnaud, G. (1982). A classification of cognitive tasks an operations of thought involved in addtion and subtraction problems. In T. P. Carpenter, J. M. Moser, & T. A. Romberg. *Addition and subtraction: a cognitive perspective* (pp. 39-59). Hillsdale: Lawrence Erlbaum.

Vergnaud, G. (1983a). Quelques problèmes theóriques de la didactique a propos d'un example: les structures additives. *Proceedings of the Atelier International d'Eté: Récherche en Didactique de la Physique. La Londe-les-Maures*. França.

Vergnaud, G. (1983b). Multiplicative structures. In R. A. Lesh. *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 127-174). New York: Academic Press Inc.

Vergnaud, G. (1987). *Problem solving and concept development in the learning of mathematics*. Tübingen: E.A.R.L.I. Second Meeting.

Vergnaud, G. (1988). Multiplicative structures. In H. H. Behr. *Research agenda in mathematics education: number concepts and operations in the middle grades* (pp. 141-161). Hillsdale: Lawrence Erlbaum.

Vergnaud, G. (1990a). Epistemology and psychology of mathematics education. In P. Nesher, & J. Kilpatrick (Eds.). *Mathematics and cognition: a research synthesis by International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 14-30). Cambridge: Cambidge University Press.

Vergnaud, G. (1990b). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didacrique des Mathématiques, 10*(2/3), 133-169.

Vergnaud, G. (1993). Teoria dos campos conceituais. *Anais do Seminário Internacional de Educação Matemática*, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1.

Vergnaud, G. (1994). Multiplicative conceptual field: what and why? In H. Guershon, & J. Confrey (Eds.). *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (pp. 41-59). Albany: State University of New York Press.

Vergnaud, G. (1995). Au fond de l'apprentissage, la conceptualisation. In R. Noirfalise, & M. J. Perrin-Glorian. *Actes de la VIIIe Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques* (pp. 174-185). Clermont-Ferrand: IREM de Clermont-Ferrand.

Vergnaud, G. (1996a). Education: the best part of Piaget's heritage. *Swiss Journal of Psychology, 55*(2/3), 112-118.

Vergnaud, G. (1996b). A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos. Revista do *GEMPA*, (4), 9-19.

Vergnaud, G. (1996c). Algunas ideas fundamentales de Piaget en torno a la didáctica. *Perspectivas: Revista Trimestral de Educación Comparada*, (1), 195-207.

Vergnaud, G. (1998). Temas Transversais na Educação. *Pátio Revista Pedagógica*, (5), 23-26.

Vergnaud, G. (2004). *Lev Vygotski: pedagogo e pensador do nosso tempo* (A. Aguiar Trad.). Porto Alegre: GEEMPA.

Vergnaud, G. (2007). ¿En qué sentido la teoría de los campos conceptuales puede ayudarnos para facilitar aprendizaje significativo? *Investigações em Ensino de Ciências, 12*(2), 285-302.

Vernaud, G. (2008). *Atividade humana e conceituação*. Porto Alegre: Gráfica e Editora Comunicação Impressa.

Vergnaud, G. (2009). *A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar* (M. L. Moro Trad., 3. ed.). Curitiba: UFPR.

Vergnaud, G. (2012). Forme operatoire et forme predicative de la connaissance. *Investigações em Ensino de Ciências, 17*(2), 287-304.

Vieira, A. R., & Rios, P. P. (2019). Aprendizagem significativa e a estratégia do uso de mapas conceituais no ensino de cálculo diferencial no curso de bacharelado em engenharia elétrica. *Revista de Ensino de Engenharia, 39*(2), 93-102.

Vrancken, S., & Engle, A. (2014). Una introducción a la derivada desde la variación y el cambio: resultados de una investigación com estudiantes de primer año de la universidad. *Bolema, 28* (48), 449-468.

Vygotsky, L. S. (2002). *A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores* (6. ed.). São Paulo: Martins Fontes.

Wrobel, J. S., Zeferino, M. V., & Carneiro, T. C. J. (2013, setembro). Um mapa de ensino de cálculo nos últimos 10 anos do Cobenge. *Annals of Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia*, Gramado, RS, Brasil, 41.

Zompero, A. D., & Laburú, C. E. (2010). As atividades de investigação no ensino de ciências na perspectivada teoria da aprendizagem significativa. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias, 5*(2), 12-19.

Zompero, A. D., Sampaio, H. R., & Vieira, K. M. (2016). Investigação da transferência de significados na abordagem da aprendizagem significativa utilizando atividades investigativas. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias, 11*(1), 40-52.

APÊNDICES

Apêndice A - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

UNIVERSIDAD DE BURGOS

PROGRAMA INTERNACIONAL DE DOCTORADO

ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS

Departamento de Didácticas Específicas

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu, ____, RG ______________________________,aluno(a) da disciplina MTM310-Cálculo I, 2018/1, oferecida pela Universidade Franciscana - UFN, declaro por meio deste termo que me voluntario a participar da coleta de dados da pesquisa científica sobre a metodologia de ensino empregada na disciplina de MTM310-Cálculo I. A pesquisa será realizada pela doutoranda Letícia Oberoffer Stefenon, aluna da Escuela de Doctorado – Doctorado em Educación – Enseñanza de las Ciencias da Universidad de Burgos, Espanha, sob a direção do professor Dr. Marco Antonio Moreira e codireção professora Dra. Concesa Caballero Sahelices.

Declaro que fui informado que os objetivos gerais desta pesquisa são:

- Identificar subsunçores que os alunos do curso de Engenharia Ambiental e Sanitária possuem sobre a relação entre a Matemática e a Física;

- Elaborar uma sequência de atividades potencialmente significativas de acordo com os subsunçores e fundamentada em princípios de Ausubel e Vergnaud;
- Desenvolver a sequência de atividades com a finalidade de contribuir na construção do conceito de derivada;
- Diagnosticar possíveis indicadores que manifestem como os alunos constroem o conceito derivada;
- Analisar, com base nas teorias de Ausubel e Vergnaud, se houve indícios de aprendizagem significativa a partir desse processo.

Declaro que fui igualmente informado de que as informações coletadas a partir desta pesquisa serão utilizadas apenas em situações acadêmicas (e.g. elaboração de artigos científicos, palestras, seminários, trabalhos de conclusão de curso etc.), sem trazer minha identificação. Autorizo, somente para uso acadêmico, fotos, gravações e filmagens obtidas durante minha participação na disciplina. Minha colaboração terá início quando eu entregar este presente termo devidamente assinado.

Estou ciente de que, em caso de dúvida, poderei contatar o orientador da pesquisa pelo endereço eletrônico moreira@if.ufrgs.br para quaisquer esclarecimentos desejados. Fui ainda informado de que posso deixar de participar da pesquisa a qualquer momento, bastando apenas comunicar minha vontade aos pesquisadores.

Santa Maria, _____ de fevereiro de 2017.

____

Assinatura da professora pesquisadora

____

Assinatura do aluno participante

Apêndice B - Questionário

Universidad de Burgos- Programa Internacional de Doctorado

Enseñanza de Las Ciencias

Departamento de Didácticas Específicas

Questionário

Bloco A – Dados de identificação

a) Nome:____

b) Idade:___________________. **Sexo:** ( ) M ( ) F

c) Ano de ingresso no curso:_____________________________

d) Possui alguma formação técnica? Em caso afirmativo, qual?

____

e) Possui alguma formação em nível superior? Em caso afirmativo, qual?

____

f) Sua formação foi feita em escola:
( ) pública ( ) particular ( ) em ambas

g) Sua formação no Ensino Médio foi:
( ) regular ( ) magistério ( ) EJA

Bloco B – Sua relação com a Matemática

a) Durante a Educação Básica, como foi sua relação com a Matemática?

( ) Muito boa ( ) Boa ( ) Razoável ( ) Ruim

Justifique sua resposta:____
____

b) Qual sua relação com a Matemática no curso de Engenharia Ambiental e Sanitária?

( ) Muito boa ( ) Boa ( ) Razoável ( ) Ruim

Justifique sua resposta:____
____

Bloco C – Sua relação com a Física

a) Durante a Educação Básica, como foi sua relação com a Física?

( ) Muito boa ( ) Boa ( ) Razoável ( ) Ruim

Justifique sua resposta:____
____
_____

b) Qual sua relação com a Física no curso de Engenharia Ambiental e Sanitária?

( ) Muito boa ( ) Boa ( ) Razoável ( ) Ruim

Justifique sua resposta:____
____

Bloco D – A escolha pelo curso

a) Quais os motivos que levaram à escolha pelo curso de Engenharia Ambiental e Sanitária?

( ) Afinidade ( ) Mercado de Trabalho ( ) Indicação ( ) Segunda opção

Justifique sua resposta:____
____
_____

b) Você consegue estabelecer relação entre a Física e a Matemática no curso?

( ) Totalmente ( ) Parcialmente ( ) Raramente

Justifique sua resposta:____
____

c) Você concorda que a Matemática se faz presente na atuação profissional de um Engenheiro Ambiental e Sanitário?

(   ) Totalmente   (   ) Parcialmente   (   ) Raramente

Justifique sua resposta:____
____

Apêndice C - Descrição dos Artigos Selecionados

Categoria: Aprendizagem Significativa no Ensino Superior							
Local (revista)	**Título**	**Autor/Área/ País/Ano**	**Objetivos**	**Base teórica**	**Sujeitos envolvidos**	**Metodologia**	**Resultados/ Informações relevantes**
Investigações em Ensino de Ciências v.15, p. 403-425	Aprendizagem significativa em atividades de modelagem matemática: uma investigação usando mapas conceituais.	- Lourdes Maria Werle de Almeida - Maria Lúcia de Carvalho Fontanini Matemática Brasil 2010	Este trabalho constitui uma investigação que busca nos mapas conceituais construídos pelos alunos durante o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática indícios de aprendizagem significativa.	Pressupostos teóricos da Modelagem Matemática na educação Matemática, Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel.	Alunos de um curso Superior de Tecnologia em Manutenção Mecânica durante as disciplinas de Fundamentos da Matemática e de Cálculo Diferencial e Integral I e de um curso extracurricular ministrado na instituição por uma das autoras deste texto.	Foi desenvolvida, uma proposta pedagógica com alunos do 1º período de um curso de Tecnologia em Manutenção Industrial Mecânica em uma Universidade Federal no interior do Paraná durante aulas da disciplina de Fundamentos da Matemática, da disciplina de Cálculo I e de um curso extracurricular ministrado na instituição por uma das autoras deste texto, totalizando 45 horas/aula de atividades.	De modo geral, no decorrer do desenvolvimento das atividades de modelagem, aspectos relacionados com o conceito de função e conceito de função do 1º grau foram se modificando na estrutura cognitiva dos alunos, chegando a um significado mais próximo do que é esperado do aluno no contexto da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I. A investigação desses indícios nos mapas nos permitiu não só identificar possíveis sinais de avanço na aprendizagem memorística - aprendizagem significativa durante o desenvolvimento das atividades de modelagem, como também possibilitou perceber influências da modelagem sobre tais avanços.

(Continua)

(Continuação)

Categoria: Aprendizagem Significativa no Ensino Superior							
Local (revista)	**Título**	**Autor/Área/ País/Ano**	**Objetivos**	**Base teórica**	**Sujeitos envolvidos**	**Metodologia**	**Resultados/ Informações relevantes**
Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias v. 5, n. 2, p. 12-19	As atividades de investigação no Ensino de Ciências na perspectiva da teoria da Aprendizagem Significativa.	- Andréia de Freitas Zompero - Carlos Eduardo Laburú Física Brasil 2010	Este estudo apresenta uma reflexão sobre a Teoria da Aprendizagem Significativa vinculada às atividades de investigação no ensino de Ciências.	David Ausubel.	Não mencionado.	Estudo sobre as linhas de pesquisa na área de ensino de Ciências.	A discussão acerca da Teoria da Aprendizagem Significativa relaciona muitos aspectos onde pode ser evidenciado o engajamento dos estudantes; para os quais os alunos deverão mobilizar conhecimentos da experiência adquirida; a emissão de hipóteses nas quais é possível a identificação dos conhecimentos prévios dos alunos, bem como a possibilidade que as atividades investigativas proporcionam aos estudantes a possibilidade de reorganizarem seus conhecimentos na estrutura cognitiva, ao tomarem contato com novas fontes de informações.
Science & Education v. 16, n. 3, p. 709-721	O que pensam os professores sobre a função da aula expositiva para a Aprendizagem Significativa.	- Jesuina Lopes de Almeida Pacca - Anne Louise Scarencé Física Brasil 2010	Promover e estudar mudanças na prática de sala de aula para um aprendizado significativo dos alunos.	Não mencionada.	Dez professores de Física do ensino médio, que participaram de um programa de formação contínua.	Cada professor deveria definir um objetivo de ensino que seria o eixo condutor das atividades sobre o tema de eletricidade e a partir dele elaborar um planejamento de aula com atividades que levassem o aluno à compreensão.	Ficou evidente o pré-conceito dos professores em relação à “aula de giz e lousa”. Para eles, havia a necessidade de constante interação explícita com os alunos. Aliado a isso, havia o pressuposto de que numa aula expositiva, a interação e a participação do aprendiz não ocorrem. Com esse estudo, os professores compreenderam que trabalhar de forma construtivista em sala de aula exige intervenção deliberada por parte do professor.

(Continuação)

Categoria: Aprendizagem Significativa no Ensino Superior							
Local (revista)	**Título**	**Autor/Área/ País/Ano**	**Objetivos**	**Base teórica**	**Sujeitos envolvidos**	**Metodologia**	**Resultados/ Informações relevantes**
Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia-Cobenge Anais 2019 ISSN 2175-957 X p. 1-10	O ensino de funções, limites e continuidade fundamentada na aprendizagem significativa.	- Regiane Slongo Fagundes - Daniela Trentin Nava - Thiago Picinini - Gustavo H. Dall Posso Ensino Brasil 2019	Aplicar conceitos de conjunto, domínio e imagem, funções definidas por sentenças, limites e continuidade por meio de análise de uma situação cotidiana dos acadêmicos.	David Ausubel.	44 Calouros do curso de Engenharia de Bioprocessos e Biotecnologia da UTFPR Câmpus- Toledo, PR.	Dividiu-se a turma em 4 discentes cada grupo. Utilizou-se problemas de modelagem em 3 etapas com tema motivador "Conta da Água".	Observou-se a dificuldade que os alunos apresentam para relacionar e aplicar os conceitos de conjuntos numéricos e representações. A metodologia baseada na TAS tem condições de produzir mudanças no processo de ensino e aprendizagem fazendo com que o aluno participe do processo.
Boletim de Educação Matemática - BOLEMA v. 24, n. 38, p. 17-42	Ensino e Aprendizagem de Equações diferenciais com abordagem gráfica, numérica e analítica: Uma experiência em cursos de engenharia.	- Maria Madalena Dullius - Ives Solano Araújo - Eliane Angela Veit Ensino Brasil 2011	Representar matematicamente por meio de EDOs situações problemas. Favorecer o domínio de técnicas de soluções analíticas de EDOs. Obter informações sobre o comportamento das soluções das EDOs.	Ausubel e Vygotsky.	Alunos dos cursos de química e engenharias do Centro Universitário UNIVATES.	Proposta de ensino focada na solução de situações problema envolvendo EDs com o auxílio de recursos computacionais. Foram realizadas três práticas pedagógicas.	Os alunos de um modo geral mostraram-se satisfeitos com a resolução de situações problema e sala de aula, pelo fato de poderem ver as aplicações e implicações dos aspectos teóricos, mostrou-se um meio viável para conduzir os alunos a uma aprendizagem significativa.

(Continuação)

Categoria: Aprendizagem Significativa no Ensino Superior							
Local (revista)	**Título**	**Autor/Área/ País/Ano**	**Objetivos**	**Base teórica**	**Sujeitos envolvidos**	**Metodologia**	**Resultados/ Informações relevantes**
International Journal – Education and Teaching- IJET v.1, n. 2, p. 1-22	Perspectives in the calculus teaching in a environmental engineering course.	- Adriana Richit - Luciane Ferreira Mocrosky Matemática Brasil 2018	Analisar as diretrizes curriculares de um curso de Engenharia Ambiental de uma universidade pública situada na região sul do Brasil.	Não mencionou.	Estudantes matriculados na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I.	Foram aplicados questionários aos estudantes de cálculo. Após, foram examinadas situações problemas exploradas na disciplina.	Percebeu-se que para os estudantes a dimensão que se sobressai diz respeito à resolução de problemas específicos da área. Verificou-se que os estudantes ainda não vislumbram de maneira concreta a presença de cálculo na sua formação profissional. Percebe-se que as mudanças são necessárias em termos de proposta curricular do curso e das práticas de sala de aula, de modo que os estudantes possam vivenciar estes conceitos em diferentes situações.
Revista Internacional de Educação Superior v.4, n. 1, p. 221-233	Gamificação como um processo de mudança no estilo de ensino aprendizagem no ensino superior: um relato de experiência.	- Thais Branquinho Oliveira Frageli Fisioterapia Brasil 2017	Relatar a experiência com o uso da gamificação em um curso de Fisioterapia.	Não mencionou.	90 alunos do 4º e 7º semestre e turma de disciplina optativa do curso de graduação em Fisioterapia.	Foram desenvolvidos 3 jogos que foram utilizados em sala de aula dentro do planejamento da disciplina. Questionário específico para os discentes para que pudessem avaliar as aulas e a experiência do jogo na sua percepção.	Manter os alunos motivados constitui um dos pontos mais importantes na tarefa do docente, tornando-se um aliado no processo de aprendizagem. Pode-se verificar nos depoimentos que em uma análise comportamental os alunos se mostram participativos, demonstraram interesse e foi verificado o interesse em alcançar um aprofundamento maior no assunto.

(Continuação)

Categoria: Ensino de Cálculo Diferencial na Engenharia Ambiental e Sanitária							
Local (revista)	**Título**	**Autor/Área/ País/Ano**	**Objetivos**	**Base teórica**	**Sujeitos envolvidos**	**Metodologia**	**Resultados/ Informações relevantes**
Boletim de Educação Matemática – BOLEMA v. 31, n. 57, p. 158-180	Conexiones Intramatemáticas y Extramatemáticas que se producen al Resolver Problemas de Cálculo en Contexto: un Estudio de Casos en el Nivel Superior.	- Crisólogo Dolores Flores - Javier García-García Matemática Brasil 2017	Identificar as conexões que um grupo de universitários estabelece na resolução de problemas no contexto usando a relação entre a derivada e a integral.	Businskas (2008).	Sete alunos entre 21 e 24 anos, que cursavam o oitavo semestre do curso de Matemática.	Como método de pesquisa, utilizou-se o estudo de caso e foi aplicado um questionário composto de cinco problemas, de cujas soluções foram obtidos os dados.	Os dados indicam que os alunos estabelecem conexões extra-matemáticas e intra-matemáticas ao resolver problemas no contexto, mas principalmente usando representações processuais e diferentes, e notou-se uma forte conexão com o conhecimento anterior aprendido em níveis anteriores de educação em nível superior.
Revista de Ensino de Engenharia v. 39, n. 2	Aprendizagem significativa e a estratégia do uso de mapas conceituais no ensino de Cálculo Diferencial no curso de bacharelado em engenharia elétrica.	- André Ricardo Lucas Vieira - Pedro Paulo Souza Rios Educação Engenharia Brasil 2019	Analisar os mapas conceituais elaborados por 2 estudantes do curso de engenharia elétrica após a realização de uma oficina sobre os conceitos elementares do Cálculo. Compreender como esses estudantes estruturam as relações entre os conceitos em direção a uma aprendizagem significativa a partir dos mapas conceituais.	Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel.	Cursos de graduação de uma Instituição de Educação Superior no Estado da Bahia.	Construção dos mapas conceituais do assunto derivada. Foram selecionados 2 alunos em níveis diferentes para uma avaliação qualitativa.	A construção dos mapas permitiu que o professor e o estudante obtivessem importantes resultados. Para o discente, ao elaborar o mapa conceitual, houve a necessidade de tornar consciente algumas relações que eram ou não estabelecidas entre os conceitos existentes na estrutura cognitiva. Para o professor, a análise do mapa elaborado pelo aluno permitiu identificar conceitos e relações que estão sendo formadas de modo errôneo dando-lhe a possibilidade de orientar sua prática em direção à consecução de seus objetivos.

(Continuação)

Categoria: Ensino de Cálculo Diferencial na Engenharia Ambiental e Sanitária							
Local (revista)	**Título**	**Autor/Área/ País/Ano**	**Objetivos**	**Base teórica**	**Sujeitos envolvidos**	**Metodologia**	**Resultados/ Informações relevantes**
Revista de Ensino de Engenharia v. 38, n. 1, p. 81-91	Novas tendências de aprendizagem em engenharia: o aluno como protagonista na produção do conteúdo curricular na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral.	- Gilselene Garcia Guimarães Educação Brasil 2019	Elencar habilidades necessárias aos discentes na intenção de desenvolver a função autônoma de protagonista no desenvolvimento de seu aprendizado.	Não mencionou.	102 discentes do curso de engenharia civil que cursavam a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral Coordenador do curso e Gestor acadêmico.	Entrevista, inquérito; questionários de respostas abertas. Observação participante.	Essa pesquisa permitiu inferir que se torna necessário a mudança de comportamento e hábitos desenvolvidos no conjunto dos espaços acadêmicos. Embora os discentes continuem gerando muitas críticas ao tradicional modelo de ensino e aprendizagem, o que lhe confere total legitimidade, não significa dizer que o mesmo esteja preparado para assumir uma postura madura e responsável pelo desenvolvimento do seu aprendizado.
I Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia ISBN 978-85-70140487 p. 910-917	Dificuldades na aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral na Educação Tecnológica: proposta de um Curso de Nivelamento.	- Franciele Buss Frescki - Priscila Pigatto Brasil 2009	Apresentar reflexões acerca das dificuldades, tanto no ensino quanto na aprendizagem, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Auxiliar o professor, o aluno, a Instituição. Propiciar que o acadêmico de Cálculo vislumbre os horizontes de seu curso com maiores ambições e com maior poder de decisão, conseguindo conhecer, reconhecer, reproduzir e criar mais aplicações de toda a ciência estudada.	Não mencionada.	Alunos ingressantes das áreas tecnológicas.	Proposta de criação de um Curso de Nivelamento em Matemática apresentado por meio de um Plano de Trabalho.	Pelos estudos realizados pelos pesquisadores já citados, e também pela experiência profissional e relato de colegas, percebeu-se que os alunos sentem muita dificuldade na disciplina de Cálculo, por ser abstrata e por não encontrarem muita aplicabilidade na vida cotidiana. O próprio Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP) informa que são altíssimos os índices de reprovação nos cursos de Cálculo.

(Continuação)

Categoria: Ensino de Cálculo Diferencial na Engenharia Ambiental e Sanitária							
Local (revista)	**Título**	**Autor/Área/ País/Ano**	**Objetivos**	**Base teórica**	**Sujeitos envolvidos**	**Metodologia**	**Resultados/ Informações relevantes**
Boletim de Educação Matemática - BOLEMA v. 27, n. 45 p. 281-302	Algunos indicadores del desarrollo del esquema de derivada de una función.	- Sánchez - Matamoros Garcia, Glória - García Blanco, Mercedes - Llinares Ciscar, Salvador Facultad Ciencias de la Educación. Departamento Didáctica de las Matemáticas Sevilla, España 2013	Caracterizar alguns indicadores do desenvolvimento do esquema de derivada em estudantes de nível superior.	Níveis intra, inter e trans do desenvolvimento de um esquema proposto por Piaget e García.	150 estudantes: 50 alunos no primeiro ano do Bacharelado, 50 no segundo ano e 50 no primeiro ano do curso de Matemática.	*Três questionários com a ideia verificar a demanda do problema proposto e tentar caracterizar o desenvolvimento do esquema da derivada. *uma entrevista individual que ocorreu após a resolução dos problemas, e que foi realizada levando-se em conta as respostas dadas. Etapa 1: descrição do esquema de derivada. Etapa 2: projeto e seleção de problemas. Foram construídos 12 problemas com diferentes níveis de exigência cognitiva.	A resolução das tarefas dos questionários permitiu observar quais elementos da derivada estão ligados a f e f’ nos diferentes modos de representação que os alunos usam e como os relacionam. A caracterização de como os alunos utilizaram os diferentes elementos matemáticos durante a resolução dos problemas permitiu identificar mecanismos de transição entre os níveis de desenvolvimento. Os resultados desta investigação fornecem informações sobre o processo de construção do esquema de derivada em um ponto específico, como a transição do nível de desenvolvimento inter do esquema para o nível trans. Enquanto os resultados obtidos complementam os resultados de outras pesquisas focadas na identificação e compreensão dos mecanismos de transição e construção do conhecimento, novas pesquisas ainda são necessárias para ajudar a entender melhor outros aspectos do aprendizado das noções de cálculo.

(Continuação)

Categoria: Ensino de Cálculo Diferencial na Engenharia Ambiental e Sanitária							
Local (revista)	**Título**	**Autor/Área/ País/Ano**	**Objetivos**	**Base teórica**	**Sujeitos envolvidos**	**Metodologia**	**Resultados/ Informações relevantes**
REBES - Revista. Brasileira de Ensino Superior v. 2, n. 1 p. 64-74	Dificuldades de aprendizagem matemática de alunos ingressantes na Educação Superior.	- Wilson de Jesus Masola - Norma Suely Gomes Allevato Matemática Brasil 2016	Retratar o que as pesquisas atuais – registradas em artigos, livros e anais de eventos – abordam sobre a aprendizagem matemática de alunos ingressantes na Educação Superior.	Não mencionada.	Alunos ingressantes na Educação Superior.	O método empregado no desenvolvimento da pesquisa foi a análise documental. Após recolher os documentos necessários, eles são identificados, verificados e apreciados minuciosamente, fornecendo, assim, as informações que serão utilizadas para que o pesquisador elabore suas percepções sobre o assunto em análise.	Delinear o perfil dos alunos ingressantes na Educação Superior pode servir de referência para a implementação de ações e atitudes que permitam ajudar os alunos que ingressam nesse nível de ensino trazendo, em sua “bagagem de aprendizado”, dificuldades e carências, especialmente de conteúdos matemáticos. Uma das questões que necessitam de auxílio na Educação Superior, no que diz respeito à matemática, é o número crescente de alunos que enfrentam problemas com a transição do Ensino Médio para esse nível de ensino. Pretende-se indicar alguns caminhos que podem ser mais bem explorados na transição da Educação Básica para a Educação Superior.

(Continuação)

Categoria: Ensino de Cálculo Diferencial na Engenharia Ambiental e Sanitária							
Local (revista)	**Título**	**Autor/Área/ País/Ano**	**Objetivos**	**Base teórica**	**Sujeitos envolvidos**	**Metodologia**	**Resultados/ Informações relevantes**
Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia-COBENGE 2013 Anais 2013 ISSN 2175-957X p. 1-12	Um mapa do ensino de cálculo nos últimos 10 anos do Cobenge.	- Julia Schaetzle Wrobel - Marcus Vinicius Casoto Zeferino - Teresa Cristina Janes Carneiro Matemática Brasil 2013	Apresentar resultados de uma investigação bibliográfica sobre os artigos relacionados ao ensino de Cálculo I publicados nos últimos 10 anos de edição do COBENGE (Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia), de 2003 a 2012. Identificar e analisar as principais preocupações dos autores em relação ao ensino de cálculo nessa década. Identificar os principais pesquisadores e instituições a que se filiam e as principais referências bibliográficas apresentadas nos artigos.	Não mencionada.	Não mencionados.	Para a coleta de dados, utilizou-se a pesquisa bibliográfica - revisão de estudos ou processos, tendo como material a análise de documentos escritos e/ou produções culturais garimpados a partir de arquivos e acervos. As metodologias utilizadas na análise de dados foram a análise de conteúdo e análise bibliométrica. A análise bibliométrica ou bibliometria é segundo Tague-Sutcliffe (1992) o estudo dos aspectos quantitativos da produção, disseminação e uso da informação registrada.	A análise de conteúdo dos títulos e resumos dos artigos selecionados categorizou-os em quatro classes: (1) perfil do aluno, (2) recursos didáticos, (3) propostas metodológicas e (4) falta de base. Esse trabalho apresentou um panorama da pesquisa em Ensino de Cálculo na última década do COBENGE utilizando-se da análise de conteúdo e a bibliometria. Após leitura criteriosa do título de cada um dos 3.543 artigos publicados no COBENGE, detectou-se que apenas 1,66% tratavam do tema em questão. Apesar do número de trabalhos publicados no evento ter aumentado 67% na última década e apesar do agravamento do problema, a quantidade de publicações sobre o ensino de cálculo manteve-se praticamente a mesma.

(Continuação)

Categoria: Ensino de Cálculo Diferencial na Engenharia Ambiental e Sanitária							
Local (revista)	**Título**	**Autor/Área/ País/Ano**	**Objetivos**	**Base teórica**	**Sujeitos envolvidos**	**Metodologia**	**Resultados/ Informações relevantes**
Boletim de Educação Matemática - BOLEMA v. 30, n. 54 p. 265-286	The Mathematical Work with the Derivative of a Function: Teachers' Practices with the Idea of "Generic".	- Monica Panero -Ferdinando Arzarello -Cristina Sabena Matemática Itália 2016	Investigar o processo através do qual a função derivada é introduzida em turmas da 13ª série e analisar o papel do professor na gestão desse processo.	Estrutura de MWS de Kuzniak e Richard.	Alunos e professores da 13ª série em uma escola da cidade de Piemonte na Itália.	Ocorreu em 3 momentos: entrevista preliminar com professores, observações nas aulas de cada professor e apresentação de situações-problema.	Observou-se que para verificar os conhecimentos prévios dos alunos há a necessidade de uma escolha adequada dos recursos utilizados. Dentro de ambas as MWSs adequadas de funções, a generalização na variável independente permite o acesso à "visualização" da função derivada. É importante explicitar o caráter da variável que x possui, para passar de uma visão ponto a ponto para uma visão global em intervalos. Nesse processo, a coordenação de diferentes recursos semióticos parece essencial, e em particular o uso do gráfico acompanhado de fala e gestos.

(Continuação)

Categoria: Ensino de Cálculo Diferencial na Engenharia Ambiental e Sanitária							
Local (revista)	**Título**	**Autor/Área/ País/Ano**	**Objetivos**	**Base teórica**	**Sujeitos envolvidos**	**Metodologia**	**Resultados/ Informações relevantes**
Revista Electrónica de Investigación em Educación em Ciencias Ano 4, n. 1	Aprender Matemática en la Universidad: la perspectiva de estudiantes de primer año.	- Ana Rosa Corica Matemática Argentina 2009	Objetivo foi responder as seguintes perguntas: Quais são as idéias dos alunos sobre Ensino - Aprendizagem de Matemática no Nível universitário? 2. Quais são as características das organizações discentes no estudo da Matemática na Universidade? Existe alguma diferença em relação às organizações de discentes do Nível Médio detectadas em estudos anteriores? 3. Os estudantes universitários atendem aos requisitos necessários para realizar um curso de Aprendizagem Significativa do Cálculo?	A Teoria Antropológica da Didática de Chevallard (1999) A Teoria Crítica da Aprendizagem Significativa de Moreira (2000).	245 estudantes do primeiro ano de graduação dos cursos de: Engenharia de Sistemas; Bacharel em Matemática, Física ou Tecnologia Ambiental; Corpo docente em Matemática, Física ou Ciência da Computação.	O estudo se concentra em um curso de Cálculo com duração de 4 meses. O curso é chamado de Análise Matemática I e pertence a uma Faculdade de Ciências Exatas. O curso tem duração de 4 meses e está estruturado em aulas teóricas e práticas. As aulas são teóricas e práticas duas vezes por semana. Cada aula teórica tem duração de 90 minutos, enquanto cada aula prática tem duração de 120 minutos. Além disso, em Análise Matemática I, é oferecida uma aula de consultoria semanalmente, com duração de 120 minutos, onde os alunos têm a oportunidade de fazer consultas personalizadas.	Observou-se com esse trabalho, que os alunos têm interesse em aprender a AMI para passar e avançar em suas carreiras. Eles parecem estar predispostos a adquirir informações para atingir seu objetivo: aprovar, em vez de propor aprender de forma significativa e crítica. Por sua vez, é difícil reutilizar o conhecimento do primeiro curso de Cálculo em novas situações e além do processo de estudo. A ênfase colocada na aquisição de informações apela a um trabalho essencialmente memorístico, repetitivo e não significativo de estudantes aparentemente passivos, envolvido na impossibilidade de produzir aprendizado e entendimento. Destaca-se também que os alunos não são muito comprometidos e responsáveis por sua aprendizagem. Eles atribuem suas dificuldades em aprender a AMI a aspectos relacionados às organizações matemáticas e didáticas.

(Continuação)

Categoria: Ensino de Cálculo Diferencial na Engenharia Ambiental e Sanitária							
Local (revista)	**Título**	**Autor/Área/ País/Ano**	**Objetivos**	**Base teórica**	**Sujeitos envolvidos**	**Metodologia**	**Resultados/ Informações relevantes**
Boletim de Educação Matemática – BOLEMA v. 28, n. 48, p. 449-468	Una Introducción a la Derivada desde la Variación y el Cambio: resultados de una investigación con estudiantes de primer año de la universidad.	- Silvia Vrancken - Adriana Engle Matemática Argentina 2014	Investigar as noções relacionadas à derivada que os alunos constroem quando interagem com atividades articuladas em torno da ideia de variação e mudança, que favorecem o tratamento e a articulação de diferentes sistemas de representação.	Pensamento e da linguagem variacional.	Alunos de Matemática II da carreira de Engenharia Agrícola.	Foi utilizada a metodologia da engenharia didática, que levou ao desenvolvimento de uma sequência didática. Na sua concepção e implementação, foram consideradas as fases correspondentes à metodologia utilizada: análise preliminar, concepção de engenharia, experimentação e análise subsequente. Foi utilizado questionário, implementação de sequência didática. Foram utilizadas 5 horas em 3 turmas. Os primeiros minutos de cada aula foram dedicados a revisar o que foi desenvolvido na anterior. Considerando que a construção do conhecimento é realizada dentro das práticas sociais, foi planejada uma modificação importante do ambiente de classe, introduzindo uma dinâmica de interação social.	Tanto na resolução das atividades propostas quanto nas etapas de discussão e institucionalização, os alunos utilizaram ideias, estratégias, procedimentos relacionados ao pensamento variacional. As atividades propostas conseguiram motivar os alunos e mobilizar suas concepções. Os alunos sentiram que eram capazes de resolvê-las e o conhecimento esperado estava surgindo tanto em discussões em pequenos grupos quanto no compartilhamento de toda a turma.

(Continuação)

Categoria: Conhecimento prévio							
Local (revista)	**Título**	**Autor/Área/ País/Ano**	**Objetivos**	**Base teórica**	**Sujeitos envolvidos**	**Metodologia**	**Resultados/ Informações relevantes**
Revista Electrónica de Investigación em Educación em Ciencias v. 11, n. 1, p. 40-52	Investigação da transferência de significados na abordagem da aprendizagem significativa utilizando atividades investigativas.	- Andréia de Freitas Zompero, - Helenara R. Sampaio - Karen Mayara Vieira Matemática Brasil 2016	Investigar transferência de significados das atividades de investigação.	David Ausubel.	32 alunos do 6º ano do ensino fundamental com idade entre 11 a 12 anos.	Este trabalho é resultado de uma investigação mediante aplicação de atividades investigativas para situações-problema aplicadas aos estudantes após uma semana. Foram selecionadas quatro atividades para serem aplicadas aos estudantes da seguinte maneira: a primeira atividade foi referente ao conteúdo “componentes do solo”.A segunda foi relativa a “verminoses” e aplicada após a professora ter ministrado esse conteúdo aos alunos. A terceira foi relativa ao assunto absorção de calor pelas cores e a quarta sobre a influência da forma na densidade dos objetos. Tanto a terceira como a quarta atividade foi aplicada antes da professora ministrar esses conteúdos aos alunos.	As atividades investigativas permitiram verificar um bom desempenho dos estudantes na transferência dos significados para situações-problema. O estudo aponta que o desempenho dos estudantes no processo de transferência não depende efetivamente do acesso inicial ao conteúdo. Assim, mesmo nas atividades investigativas aplicadas com base em conteúdos em que os alunos não tiveram acesso, foi possível averiguar que eles apresentaram resultados satisfatórios. Outro aspecto considerado é que com a aplicação das atividades investigativas, os alunos tiveram oportunidade de desenvolver procedimentos que são próprios do conhecimento científico como a elaboração de hipóteses, percepção de evidências e comunicação dos resultados.

(Continuação)

Categoria: Conhecimento prévio							
Local (revista)	**Título**	**Autor/Área/ País/Ano**	**Objetivos**	**Base teórica**	**Sujeitos envolvidos**	**Metodologia**	**Resultados/ Informações relevantes**
EDUCERE: Revista de Educação v. 7, n. 1, p. 63-76	Mapa conceitual: Abordagem da aprendizagem significativa.	- André Estevam Jaques, - Juliano Yasuo Oda - Célia Macorin Gomes Enfermagem Fisioterapia Pedagogia Brasil 2007	Demonstrar o mapa conceitual como ferramenta pedagógica inovadora, auxiliando no processo de ensino-aprendizagem.	Teoria de aprendizagem de David Ausubel.	Professores e alunos dos cursos de enfermagem, fisioterapia e pedagogia.	Construção de mapa conceitual.	O uso de mapas conceituais colabora para que as atividades em sala de aula ocorram de forma organizada, colaborativa e integrada, favorecendo o processo de ensino-aprendizagem na construção do conhecimento crítico-reflexivo.
Revista de Ensino de Engenharia v. 31, n. 1, p. 24-30	Investigando os conhecimentos prévios dos alunos de Cálculo do Centro Universitário UNIVATES.	- Márcia Jussara Hepp Rehfeldt - Cristiane Antonia Hauschild Nicolini - Marli Teresinha Quartieri - Ieda Maria Giongo Educação Brasil 2012	Problematizar o currículo das disciplinas que compõe o ensino de ciências exatas.	Ausubel.	Alunos matriculados em Cálculo I.	Foram elaboradas 3 provas contemplando os mesmos conhecimentos prévios.	Os resultados apontam que os conhecimentos mais presentes estão relacionados à capacidade de leitura e interpretação de gráficos, de realização de cálculo de frações utilizando quantidades e de realizar cálculos que envolvem grandezas inversamente proporcionais. Os ausentes são a capacidade de reconhecer propriedades de logaritmos, resolver situações-problema envolvendo conceitos trigonométricos e cálculo de potências e raízes.

(Continuação)

Categoria: Conhecimento prévio							
Local (revista)	**Título**	**Autor/Área/ País/Ano**	**Objetivos**	**Base teórica**	**Sujeitos envolvidos**	**Metodologia**	**Resultados/ Informações relevantes**
Investigações em Ensino de Ciências v. 19, n. 3, p. 625-642	Ensinando e Investigando o uso de mapas conceituais como recurso didático facilitador da aprendizagem significativa em Ciências Naturais no Ensino Fundamental.	- Felipa Pacífico Ribeiro de Assis Silveira, Ciências Naturais Brasil 2014	Compreender a contribuição do Mapa Conceitual para o processo de aquisição de conceitos científicos, atuando como recurso facilitador da aprendizagem de temas das Ciências Naturais.	Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel e os aportes teóricos de Novak e Gowin (1999), Novak (2000) e Moreira (2003).	Alunos das 6ª, 7ª e 8ª séries do Ensino Fundamental de uma Escola Estadual de Tempo Integral de Guarulhos, São Paulo, Brasil.	A avaliação diagnóstica (AD) constituiu-se de 20 questões que estão associadas aos indicadores de aprendizagem. Logo após a validação, o instrumento (AD) foi aplicado em uma das turmas, correspondentes a cada série, e todas as respostas obtidas foram corrigidas utilizando-se uma escala de notas de 0,0; 0,25 e 0,5. As notas foram atribuídas com base nos erros e acertos sobre o conteúdo das questões que estivessem de acordo com a matéria de ensino. Foram evidenciados os conceitos prévios dos alunos e a partir deles organizada a intervenção, subsidiada por estratégias didáticas (EDs), sendo desenvolvidas por meio das atividades: aula expositiva dialogada; utilização de livros didáticos e paradidáticos; leitura e interpretação de textos com relatos orais e escritos; elaboração de desenhos e esquemas; resolução de exercícios; roteiros de estudo. A intervenção transcorreu em 52 horas aulas, culminando com a avaliação de aprendizado (AP), a mesma aplicada no início e denominada de AD.	Na perspectiva da investigação e do recurso didático (MC) avaliado, durante o processo de ensino, observou-se a ocorrência de aprendizagem significativa. Embora, em alguns casos, as observações fossem incompatíveis com os resultados obtidos na avaliação de aprendizagem (AP) e seus indicadores. Os resultados deixaram evidentes que as fragilidades e as potencialidades presentes no processo de raciocínio do aluno tiveram suas origens no ensino centrado na negociação de significados ao se utilizar o MC. A elaboração e apresentação do MC desafiou o aluno a apresentar novos problemas e exigiu um posicionamento frente a sua realização, se constituindo em um meio eficaz de externalização de significados denotativos e conotativos.

(Continuação)

Categoria: Conhecimento prévio							
Local (revista)	**Título**	**Autor/Área/ País/Ano**	**Objetivos**	**Base teórica**	**Sujeitos envolvidos**	**Metodologia**	**Resultados/ Informações relevantes**
Boletim de Educação Matemática – BOLEMA v. 24, n. 38, p. 43-73	Investigando as Concepções Prévias dos Alunos do Segundo Ano do Ensino Médio e seus Desempenhos em alguns Conceitos do Campo Conceitual da Trigonometria.	- Marjúnia Edita Zimmer Klein; - Sayonara Salvador Cabral da Costa Matemática Brasil 2011	Aplicar uma metodologia fundamentada em Teorias de aprendizagem, para promover uma aprendizagem significativa no campo conceitual da trigonometria.	Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de Ausubel e colaboradores e Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Vergnaud.	Grupo de alunos composto por 16 meninas e 12 meninos, com idades entre 16 e 17 anos, de uma turma da segunda série do Ensino Médio.	Pesquisa prévia do professor sobre as concepções que os alunos trazem para a sala de aula sobre os assuntos que serão trabalhados; a partir do conhecimento dessas concepções, o professor terá condições de planejar e mediar atividades que favoreçam os aspectos conceituais, procedimentais e de atitude pretendidos O primeiro instrumento construído foi um Mapa Conceitual do Campo Conceitual da trigonometria, Em seguida, foi construído um questionário para investigar os conhecimentos prévios dos alunos com relação aos conceitos de triângulo retângulo e suas características, para direcionar ações da proposta didática.	Observou-se um clima de concentração, atenção e envolvimento com as tarefas que estavam sendo realizadas. Os alunos sentiam-se participantes do processo de ensino e aprendizagem. É possível afirmar que a identificação dos conhecimentos prévios e dos conhecimentos-em-ação, nas situações propostas, resulta em uma significativa mudança de postura, tanto do professor como do aluno.

(Continuação)

Categoria: Conhecimento prévio							
Local (revista)	**Título**	**Autor/Área/ País/Ano**	**Objetivos**	**Base teórica**	**Sujeitos envolvidos**	**Metodologia**	**Resultados/ Informações relevantes**
Science & Education v. 16, n. 3, p. 667-677	Como novos conhecimentos podem ser construídos a partir dos conhecimentos prévios: um estudo de caso.	- Francimar Martins Teixeira, - Ana Carolina Moura Bezerra Sobral Psicologia e Pedagogia Brasil 2010	Como os conhecimentos trazidos pelos estudantes, previamente à abordagem do conteúdo a ser estudado em sala de aula, são utilizados durante a execução de uma sequência didática para abordagem de um conceito científico.	Não mencionada.	12 alunos da 4ª série do Ensino Fundamental da cidade de Recife, Brasil.	As aulas foram registradas em uma turma de 12 alunos da 4ª série do Ensino Fundamental, cuja escolha aconteceu mediante a indica-ção da coordena-ção da escola, pelo fato de reconhecer a prática pedagógi-ca da professora como sendo exemplar, e por esta estar iniciando uma sequência didática que, na ocasião, tratou sobre o conceito de Biomas.	A partir dos resultados encontrados, percebeu-se, nas aulas observadas, como a professora lidava com os conhecimentos prévios dos seus alunos. Identificou-se que houve ocasiões em que ela os considerou e outras em que desconsiderou. Mediante a apresentação das estratégias mobilizadas pela professora para tratar os conhecimentos prévios dos estudantes, foi possível identificar a estreita relação entre estratégias de ensino e os objetivos de cada aula, assim como a importância que o professor deverá atribuir à natureza dos conhecimentos prévios apresentados.
Educational Technology p. 1-8	Analisis del contenido y la estructura de las representaciones a partir de mapas conceptuales.	- María-Eugenia Salamanca-Avila, - Cécile Vander Borght, -Mariane Frenay,. Biologia Universidade Católica de Lovaina Bélgica 2012	Investigar como usar os dados do mapa Conceitual para identificar o núcleo e a periferia de uma representação comum? Que tipo de dados pode ser usado como base? Qual análise pode ser aplicada?	Teoria Central.	É constituído por dezessete (17) alunos do segundo ano bacharelado do Curso de Ecologia (UCL, 2010), Faculdade de Biologia da Universidade Católica de Lovaina (Bélgica).	Seleção da população, o tema do trabalho das representações e o procedimento de coleta de dados.	As análises aplicadas para a identificação do núcleo da representação do conceito “ecologia” mostram que os diferentes estágios de realização dos mapas conceituais fornecem dados adequados para alcançar a identificação do núcleo e da periferia de uma representação comum. Mapas conceituais "bem utilizados" podem resolver alguns problemas de análise de representações sociais, podem ser muito úteis na determinação de “representações preexistentes” e no monitoramento de sua evolução ao longo de um curso.

(Continuação)

Categoria: Conhecimento prévio							
Local (revista)	**Título**	**Autor/Área/ País/Ano**	**Objetivos**	**Base teórica**	**Sujeitos envolvidos**	**Metodologia**	**Resultados/ Informações relevantes**
Educational Technology p. 9-16.	Concept mapping and text writing as learning tools in problem-oriented Learning.	- Bärbel Fürstenau, - Lenie Kneppers, - Rijkje Dekker Universidade de Amsterdã Malta 2012	Investigar se o mapeamento conceitual ou a redação sumária dão suporte aos alunos enquanto aprendem problemas autênticos no campo dos negócios.	Não mencionada.	No primeiro estudo, 26 estudantes de uma escola secundária (nível pré-universitário). No segundo estudo participaram 30 estudantes com idades entre 16 e 18 anos do ano pré-final da educação pré-universitária.	Antes e depois da aplicação, os alunos realizaram um teste de conhecimentos composto por tarefas em resposta curta. Perguntas em formato de múltipla escolha não foram incluídas. O pré-teste consistiu em 8 questões destinadas a avaliar o conhecimento básico necessário para compreender a tarefa e integrar informações com conhecimento. O pós-teste consistiu em 9 perguntas com o objetivo de avaliar a retenção e transferência das informações específicas a serem aprendidas do material. Foram coletados os resumos e os mapas conceituais para obter dados sobre a qualidade do processo de aprendizado.	Foram interpretados o mapeamento conceitual e a redação sumária como ferramentas de ajudar os alunos a entender novas informações e integrá-las com conhecimento prévio. Hipotetizaram o mapeamento conceitual para ser superior ao resumo escrito. Os conceitos e relações foram obtidos em um pré-estudo com um grupo comparável de estudantes. O grupo de escrita sumária foi introduzido em uma técnica de escrita sumária PQ4R (Preview, Questions, Read, Refletir, Recitar e Revisar) (Thomas & Robinson, 1972). Quatro dias antes de iniciar o estudo, colocaram a respectiva estratégia para os alunos por meio de tópicos familiares. Contrariamente às expectativas, em ambos os estudos os grupos não diferiram significativamente nos escores pré e pós-teste. No entanto, a condição de mapeamento de conceitos parece apoiar melhor a argumentação e a elaboração de informações significativas.

(Continuação)

Categoria: Conhecimento prévio							
Local (revista)	**Título**	**Autor/Área/ País/Ano**	**Objetivos**	**Base teórica**	**Sujeitos envolvidos**	**Metodologia**	**Resultados/ Informações relevantes**
Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia – COBENGE ISSN 2175 – 957X	O impacto do cálculo diferencial e integral nos alunos ingressantes dos cursos de engenharia.	- Priscila Pigatto Gasparin - Pedro Elton Weber - Liliane Hellmann - André Sandmann - Marlene Donel -Shiderlene Vieira de Almeida Brasil 2014	Identificar os conteúdos “básicos” de Matemática que estes alunos apresentam mais dificuldades.	Não mencionada.	Alunos de primeiro período dos cursos de Engenharia Elétrica, Engenharia Ambiental e Engenharia de Produção da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, UTFPR campus Medianeira totalizando quarenta e dois alunos.	Foi aplicado um questionário com questões do Ensino Fundamental II, as quais abordaram conteúdo do ensino fundamental, e questões do Ensino Médio. O questionário foi aplicado no final do segundo semestre de 2012. Após isso, foram realizadas a tabulação dos dados, com a qual pode-se verificar quais são os conteúdos matemáticos mais impactantes na formação básica.	Observou-se com a coleta de dados, que a maioria dos alunos tem dificuldades de expressar o “seu” raciocínio em linguagem matemática, muitos por não conhecer a linguagem e ficarem em dúvidas do que escrever e como escrever, outros ainda apresentam a dificuldade de colocar no papel o que realmente raciocinaram para desenvolver o problema, ou o cálculo realizado para encontrar a solução. Algumas vezes os alunos escreveram de qualquer forma sem utilizar a linguagem matemática ou se tentaram escrever na linguagem matemática escreveram de forma errada. Em média cerca de 44% dos alunos apresentaram dificuldades no conteúdo de função trigonométrica, muitos não compreendem as relações trigonométricas, outros escreveram não terem aprendido o conteúdo no Ensino Médio.

(Continuação)

Categoria: Conhecimento prévio							
Local (revista)	**Título**	**Autor/Área/ País/Ano**	**Objetivos**	**Base teórica**	**Sujeitos envolvidos**	**Metodologia**	**Resultados/ Informações relevantes**
International Journal of Science and Mathematics Education p. 1-25	Developing pre-service teachers' noticing of students' understanding of the derivative Concept.	- Gloria Sánchez-Matamoros, - Ceneida Fernández - Salvador Llinares Ministry of Science and Technology Taiwan 2014	Este estudo de pesquisa examina o desenvolvimento da capacidade de professores para perceber sinais de compreensão dos alunos do conceito de derivada. Analisa interpretações de soluções escritas de professores para problemas envolvendo o conceito de derivada antes e depois de participar de um módulo de treinamento de professores.	Strauss & Corbin.	Este estudo envolveu a participação de oito alunos de graduação estudantes de matemática matriculados em um curso de Didática da Matemática para o ensino secundário, designado por “ensino secundário para professores de matemática escolar” - “pre-service secondary school mathematics teachers” (PMTs) O objetivo deste curso era apoiar o desenvolvimento da capacidade dos PMTs de ver o ensino de matemática de forma estruturada. O desenho das atividades realizadas neste curso foi baseado em conjecturas sobre a aprendizagem de professores retiradas da literatura.	O módulo de ensino envolveu sete sessões de duas horas de duração (uma sessão por semana). Seu design foi baseado na pesquisa sobre o aprendizado dos alunos em Cálculo e, na trajetória de aprendizado envolvido na compreensão do conceito de derivada. Na primeira e na sessão final, as PMTs foram solicitadas a preencher um questionário.	A análise dos dois questionários mostrou mudanças na habilidade dos PMTs para perceber os sinais de compreensão dos alunos após participarem do módulo de ensino. No primeiro questionário, todos os PMTs fizeram descrições gerais das respostas dos alunos, descrevendo seu entendimento como "entende" versus "não entende". No entanto, no questionário final, seis dos PMTs deram mais descrições detalhadas que lhes permitiram identificar um maior número de diferenças na maneira em que os alunos pareciam compreender o conceito de derivada.

(Continuação)

Categoria: Relação Matemática e Física							
Local (revista)	**Título**	**Autor/Área/ País/Ano**	**Objetivos**	**Base teórica**	**Sujeitos envolvidos**	**Metodologia**	**Resultados/ Informações relevantes**
Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias v. 12, n. 1, p. 209-233	Estudo exploratório sobre as relações entre conhecimento conceitual, domínio de técnicas matemáticas e resolução de problemas em estudantes de licenciatura em Física.	- Ana Raquel Pereira de Ataíde - Ileana María Greca Física Espanha 2013	Investigar o papel da Matemática na compreensão de conceitos físicos e mais especificamente dos conceitos envolvidos na primeira lei da Termodinâmica.	Karam, R.A.S.	22 estudantes do último ano do curso de Licenciatura em Física da Universidade Estadual da Paraíba (Brasil) matriculados na componente curricular.	Nesse estudo, seguiu-se as seguintes etapas: Acompanhamento das aulas de Termodinâmica, através da observação não participante. Elaboração de um questionário baseado nas reclamações dos estudantes do curso de Física. Entrevistas semiestruturadas individuais. Duas atividades avaliativas por estudante, compostas por perguntas teóricas e problemas. Análise das respostas dos estudantes quanto à visão sobre o papel da Matemática na aprendizagem de uma teoria física e posterior categorização adaptando a classificação proposta por Karam de conceitos de Termodinâmica.	A pesquisa mostrou a importância da compreensão não apenas dos conceitos ou das técnicas matemáticas isoladamente, mas sim da formalização matemática ligada à construção dos conceitos para que a aprendizagem ocorra de maneira efetiva. Outro ponto que emerge deste estudo é que parece existir uma relação entre a aprendizagem de conceitos físicos e a resolução de problemas com a visão epistemológica que os estudantes têm do papel da Matemática na Física. Parece existir uma forte relação entre a resolução de problemas com a visão que os estudantes têm do papel da Matemática na construção do conhecimento físico. Embora estas visões epistemológicas ou a influência delas na aprendizagem de Física não se constitua em um tema que tenha sido discutido na pesquisa em ensino de ciências, elas parecem influenciar na forma como os estudantes encaram a aprendizagem em Física e especificamente a atividade de resolver problemas.

(Continuação)

Categoria: Relação Matemática e Física							
Local (revista)	**Título**	**Autor/Área/ País/Ano**	**Objetivos**	**Base teórica**	**Sujeitos envolvidos**	**Metodologia**	**Resultados/ Informações relevantes**
Science & Education v. 15, n. 1, p. 129-138	Explorando conteúdos matemáticos a partir de temas ambientais.	- Maria Beatriz Ferreira Leite - Denise Helena Lombardo Ferreira - Cintia Rigão Scrich Matemática Brasil 2009	Relacionar conteúdos matemáticos com situações do dia a dia.	Não mencionada.	Não mencionados.	Os autores apresentam, três modelos matemáticos com os seguintes temas: Modelo I- Peixes Nível: Superior Conteúdo explorado: Funções, limites, derivadas e suas aplicações. Modelo II: Poluição do ar Nível: Ensino Médio Conteúdo explorado: Média aritmética, gráfico, funções trigonométricas. Modelo III: Alimentos orgânicos. Nível: Ensino Fundamental Conteúdo explorado: Conversão de unidades, regra de três simples, função linear e gráficos.	Ao trabalhar com situações reais, os alunos manipulam dados reais, havendo necessidade de coletar informações e interpretá-las. Como consequência, os alunos caminham para a construção do conhecimento, para o pensamento crítico e reflexivo. A investigação de temas ambientais possibilitou a exploração de diversos conteúdos matemáticos, como, por exemplo: médias, funções, derivadas, equações diferenciais, sistemas lineares. Por intermédio dos modelos formulados, observou-se que o conteúdo matemático abordado depende, basicamente, do enfoque dado e do problema investigado. Entretanto, o mesmo problema pode ser tratado matematicamente de diferentes maneiras, cabendo, ao professor, encaminhar a formulação dos modelos considerando o nível de ensino no qual se deseja trabalhar, atentando para a questão dos pré-requisitos necessários para que o aluno, de fato, consiga usar a matemática de forma significativa e contextualizada. É importante observar também que todos os modelos matemáticos podem ser melhorados e/ou modificados a partir da formulação de novas hipóteses.

(Continuação)

Categoria: Relação Matemática e Física							
Local (revista)	**Título**	**Autor/Área/ País/Ano**	**Objetivos**	**Base teórica**	**Sujeitos envolvidos**	**Metodologia**	**Resultados/ Informações relevantes**
American Journal of Physics 1868 (070004) p. 1-7	Problem solving based learning model with multiple representations to improve student's mental modelling ability on physics.	- Hasnawati Haili - Johar Maknun - Parsaoran Siahaan Department of Physics Education, Indonesia University of Education, Bandung Indonésia 2017	O propósito deste estudo descreve a melhoria do Modelo Mental dos Alunos (MMA) como um efeito do modelo de aprendizagem baseado na resolução de problemas abordagem de múltiplas representações.	Não mencionada.	A população deste estudo é de alunos da série XI no programa de estudos de matemática e ciências naturais. Utilizou-se uma amostra selecionados pela técnica de amostragem aleatória.	O método usado neste estudo é o método pré-experimental com um grupo pré-projeto de pós. Foram feitos um pré-teste e um pós-teste, fornecendo perguntas de solução de problemas relacionadas ao conceito de teoria cinética de gases, seguidas de entrevistas para medir a capacidade dos alunos de construir sua capacidade de modelagem mental (MMA). Pré-teste e pós-teste na forma de solução de problemas.	O resultado deste estudo é o esclarecimento sobre o MMA dos alunos, categorizado em 3 categorias; Alta capacidade de modelagem mental, média capacidade de modelagem mental e baixa capacidade de modelagem mental. O resultado mostra que o modelo de aprendizado baseado em solução de problemas com abordagem de múltiplas representações pode ser uma alternativa a ser aplicada na melhoria do MMA dos alunos.

(Continuação)

Categoria: Relação Matemática e Física							
Local (revista)	**Título**	**Autor/Área/ País/Ano**	**Objetivos**	**Base teórica**	**Sujeitos envolvidos**	**Metodologia**	**Resultados/ Informações relevantes**
Science & Education v. 22, n. 6 p. 1405-1421	Epistemic Views of the Relationship Between Physics and Mathematics: Its Influence on the Approach of Undergraduate Students to Problem Solving.	- Ana Raquel Pereira de Ataíde - Ileana Maria Greca Física 2012	Responder à seguinte pergunta: Como o entendimento de tal relacionamento influencia nosso entendimento de conceitos relacionados à física e, mais especificamente, conceitos de termodinâmica, como calor, trabalho e energia interna?.	Filósofo francês Michel Paty.	Estudantes de graduação, no último ano de um curso universitário de Física, na disciplina de Termodinâmica.	Examinar a breve construção histórica dessa relação. Em seguida, é apresentado os resultados de um estudo empírico, sobre como os estudantes de graduação, no último ano de seu curso de física, perceberam essa relação e como suas visões epistêmicas influenciaram seu aprendizado conceitual e suas atitudes, quando solicitados a resolver problemas de termodinâmica.	Cinco alunos apresentaram o conhecimento matemático necessário para esta área e compreensão conceitual dos conceitos de física, conseguindo conexão entre essas ideias e sua formalização matemática. Esses alunos estão entre os que tiveram pequenas dificuldades na aprendizagem e apresentaram melhor desempenho na área estudada. A principal abordagem para a solução de problemas é a 'matemática operacional', ou seja, eles usam uma estratégia de tentativa e erro para resolver problemas. É interessante que todos esses alunos tenham uma visão da matemática como uma ferramenta para o estudo da física, mas, em vez de encontrar uma estreita relação entre a física e a matemática, declararam explicitamente durante as entrevistas que a matemática funcionava como um instrumento da física. Parece que essa visão da matemática como ferramenta, com toda a probabilidade construída durante suas próprias aulas e reforçada por professores e livros didáticos, dificultou seus processos de aprendizagem.

Apêndice D – Resumo do Artigo "O uso de mapas mentais para a compreensão da relação de matemática e física na engenharia ambiental e sanitária"

RBECT
Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia

https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect

O uso de mapas mentais para a compreensão da relação de matemática e física na engenharia ambiental e sanitária

Leticia Oberoffer Stefenon
leticia.stefenon@hotmail.com
0000-0002-1508-269X
Universidade Franciscana, Santa Maria,Rio Grande do Sul, Brasil

Marco Antonio Moreira
moreira@if.ufrgs.br
0000-0003-2989-619X
Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brasil

Concesa Cabellero Sahelices
concesa@ubu.es
0000-0001-8079-4717
Universidade de Burgos, Espanha

RESUMO

Esta pesquisa é parte de uma tese de doutorado que está sendo desenvolvida junto ao Programa de *Doctorado en Educación–Enseñanza de las Ciencias*, na Universidade de Burgos, Espanha. Este trabalho foi motivado por situações vivenciadas na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral para alunos ingressantes no curso de Engenharia Ambiental e Sanitária de uma Universidade Comunitária do interior do Rio Grande do Sul, Brasil. Baseado na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, o estudo busca compreender como livres associações podem contribuir para que o aluno atribua sentido aos conceitos de Cálculo. Esta etapa tem como objetivo verificar subsunçores, por meio de mapas mentais e esquemas conceituais, na associação entre Matemática e Física. Desta forma, para investigar tais subsunçores, optou-se por desenvolver uma abordagem qualitativa por meio da construção de um Mapa Mental Livre e um Mapa Mental Direcionado. Percebemos que ambos são adequados à organização de ideias, além de permitir compreender de que forma a Matemática e a Física são percebidas pelos estudantes.

PALAVRAS-CHAVE: Cálculo diferencial e integral. Física. Mapas mentais. Subsunçores. Ensino superior.

RBECT
Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia

The use of mental maps for understanding the relationship of mathematics and physics

ABSTRACT

This research is part of a doctoral thesis that is being developed in the Doctoral Program in Education- Teaching of Sciences, at the University of Burgos, Spain. This work was motivated by situations experienced in the teaching of the discipline of Differential and Integral Calculus for incoming students in the courses of Environmental and Sanitary Engineering of a Community University of Santa Maria, RS, Brazil. The study seeks to understand how free associations can contribute to student giving meaning to the concepts of Calculus. The aim of the research is to verify existing subsumers, by means of mind maps and conceptual schemes, in the association between Mathematics and Physics. Thus, to investigate such subsumers, we chose to develop a qualitative approach by constructing a Free Mind Map and a Directed Mind Map. We perceived that both are appropriate to the organization of ideas and to understand how Mathematics and Physics are perceived by students.

KEYWORDS: Calculus. Physics. Mind maps. Subsumers. Higher education.

Apêndice E – Resumo do Artigo "Ensino e aprendizagem do conceito de derivada e suas relações com fenômenos físicos: uma revisão da literatura no caso de um curso de engenharia"

REVIN
REVISTA INTERNACIONAL DE PESQUISA EM DIDÁTICA DAS CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

ENSINO E APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE DERIVADA E SUAS RELAÇÕES COM FENÔMENOS FÍSICOS: UMA REVISÃO DA LITERATURA NO CASO DE UM CURSO DE ENGENHARIA

TEACHING AND LEARNING OF THE DERIVATIVE CONCEPT AND ITS RELATIONSHIP WITH PHYSICAL PHENOMENA: A LITERATURE REVIEW IN THE CASE OF AN ENGINEERING COURSE

ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DERIVADO Y SUS RELACIONES CON LOS FENÓMENOS FÍSICOS: UNA REVISIÓN DE LA LITERATURA EN EL CASO DE UN CURSO DE INGENIERÍA

1

Letícia Oberoffer Stefenon[1]
Marco Antonio Moreira[2]
Concesa Caballero Sahelices [3]

Resumo: Essa pesquisa é parte de uma tese de doutorado em desenvolvimento junto ao Programa de Doctorado en Educación–Enseñanza de las Ciencias, na Universidade de Burgos, Espanha. Trata de uma revisão de literatura, na área de ensino e aprendizagem, do conceito de derivada para um curso de Engenharia Ambiental e Sanitária. Enfoca apenas fatores que influenciam na aprendizagem do conceito de derivada e suas relações com fenômenos físicos. Esse artigo tem como objetivo sintetizar e comentar pesquisas que relacionam, de alguma forma, o ensino de derivada a fenômenos físicos, ou seja, buscou-se identificar investigações que aproximassem Engenharia Ambiental e Sanitária à Matemática e Física. Os estudos apresentados parecem evidenciar a necessidade de novas pesquisas como forma de investigar estratégias e alternativas para o ensino de Cálculo, principalmente do conteúdo de estudo de derivada, para que o estudante consiga compreender a relação da Matemática com fenômenos físicos. Entende-se que ao trabalhar com situações reais e familiares à profissão de

[1] Doctoranda en Educación-Enseñanza de las Ciencias -Universidad de Burgos -ES e professora na Universidade Franciscana-UFN,Brasil. ORCID https://orcid.org/0000-0002-1508-269X . E-mail: leticia.stefenon@hotmail.com
[2] Ph. D. Instituto de Física-UFRGS, RS, Brasil. ORCID https://orcid.org/0000-0003-2989-619X .E-mail: moreira@if.ufrgs.br
[3] Doutora em Física - Dpto. Didáctica de las Ciencias Expermentales. Universidad de Burgos-ES ORCID https://orcid.org/0000-0001-8079-4717 .E-mail: concesa@ubu.es

REVIN
Revista Internacional de Pesquisa em Didática das Ciências e Matemática

Engenheiro Ambiental e Sanitário, estudantes possam relacionar e interpretar informações que possibilitem o desenvolvimento do pensamento crítico e reflexivo.
Palavras-chave: Derivada. Engenharia Ambiental e Sanitária. Relação Matemática e Física. Ensino Superior.

Abstract: This research is part of a doctoral thesis being developed in the Doctorate Program in Education - Enseñanza de las Ciencias, at the University of Burgos, Spain. It deals with a literature review in the area of teaching and learning of the derivative concept for an Environmental and Sanitary Engineering course, focusing only on the factors that influence the learning of the derivative concept and its relationship with physical phenomena. This paper aims at synthesizing and commenting on research articles that relate, in some way, the teaching of the concept of derivative to physical phenomena, that is, it intended to identify investigations that could bring Environmental and Sanitary Engineering closer to Mathematics and Physics. The studies presented show the need for further research as a way of finding new strategies and alternatives for the teaching of Calculus, mainly the content involving the concept of the derivative, so that the student could better grasp the relationship of Mathematics with physical phenomena. It is taken for granted here that, when working with real and familiar situations in the profession of Environmental and Sanitary Engineer, students can relate and interpret information that can allow for the development of critical and reflective thinking.
Keywords: Derivative concept. Environmental and Sanitary Engineering. Mathematical and Physics Relationship. College Education.

Resumen: Esta investigación es parte de una tesis doctoral en desarrollo con el Programa de Doctorado en Educación - Enseñanza de las Ciencias, en la Universidad de Burgos, España. Se trata de una revisión de la literatura, en el área de enseñanza y aprendizaje, del concepto derivado de un curso de Ingeniería Ambiental y Sanitaria. Se centra solo en factores que influyen en el aprendizaje del concepto derivado y sus relaciones con los fenómenos físicos. Este artículo tiene como objetivo sintetizar y comentar investigaciones que relacionan, de alguna manera, la enseñanza de derivados a fenómenos físicos, es decir, buscó identificar investigaciones que abordaran la Ingeniería Ambiental y Sanitaria en Matemáticas y Física. Los estudios presentados parecen resaltar la necesidad de nuevas investigaciones como una forma de investigar estrategias y alternativas para enseñar cálculo, especialmente el contenido del estudio derivado, para que el estudiante pueda comprender la relación entre las matemáticas y los fenómenos físicos. Se entiende que cuando se trabaja con situaciones reales y familiares para la profesión de ingeniero ambiental y sanitario, los estudiantes pueden relacionar e interpretar información que permite el desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo.
Palabras-clave: Derivado. Ingeniería ambiental y sanitaria. Relación matemática y física. Enseñanza superior.

Submetido 05/06/2020 **Aceito 07/08/2020** **Publicado 09/08/2020**