



**UNIVERSIDAD
DE BURGOS**

Doctorado en Tecnologías Industriales e Ingeniería Civil

**AVANCES EN LA APLICACIÓN DE
MODELOS DE ELEMENTOS DISCRETOS EN
INGENIERÍA CIVIL: APLICACIÓN A
PUENTES DE FÁBRICA CON RELLENO EN
TRASDÓS Y DEFORMACIONES EN
CAVIDADES KÁRSTICAS CON RELLENOS.**

Autor:

FELIPE GARCÍA GÓMEZ

Directores:

Luis María García Castillo

José Antonio Martínez Martínez

La tesis titulada “Avances en la aplicación de modelos de elementos discretos en ingeniería civil: aplicación a puentes de fábrica con relleno en trasdós y deformaciones en cavidades kársticas con rellenos” que presenta D. Felipe García Gómez para optar al Grado de Doctor por la Universidad de Burgos en el programa de Doctorado en Tecnologías Industriales e Ingeniería Civil ha sido realizada bajo la dirección del Dr. Luis María García Castillo y del Dr. José Antonio Martínez Martínez.

Vº Bº del Director

Vº Bº del Codirector

VºBº del doctorando

Firmado
por GARCIA
GOMEZ
FELIPE -

En enero de 2015, decidí emprender el camino del Doctorado en Ingeniería Civil. Querer ser ingeniero supone no solo la aspiración a discurrir con prontitud y facilidad, sino a aprehender un conocimiento y experiencia que permitan a nuestra imaginación ser capaz de proveernos de herramientas y soluciones alternativas a las habituales. Y esta fue la razón que me llevó a comenzar este trabajo. La investigación aquí llevada a cabo incluye diversas materias que me apasionan. En primer lugar, la *Historia*. La investigación sobre puentes de fábrica con relleno en trasdós me ha encaminado a un estudio exhaustivo de la historia de la construcción en general, y del cálculo de estructuras en particular. En segundo lugar, las *Matemáticas*, en su rama de la lógica. El nuevo enfoque que he propuesto ha implicado la creación de un código informático basado en leyes lógicas. Y, por último, la *Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos*, profesión que ejerzo orgullosamente desde el sector privado con el ánimo de ser útil a la sociedad de la manera más armoniosa y dignificadora posible.

Este camino, algunas veces árido, otras estimulante, me ha obligado a conjugar mi vida laboral y personal con esta tesis doctoral, que, por fin, llega a término aquí. Este camino formará parte de mi vida, y con él las personas que, consciente o inconscientemente, me han impulsado a empezarlo, realizarlo y terminarlo.

Esta tesis surge de mi visión general de la vida. Dios espera que usemos nuestros recursos de modo que sean productivos. La parábola de los talentos (Mateo 25, 14-30) es clara al respecto. Se aplaude el esfuerzo y la creatividad, en oposición a la ociosidad. Hemos de poner en uso todo cuanto hemos recibido, no solo los bienes materiales, sino también todas nuestras cualidades y aptitudes, y todas las gracias que el Señor nos concede. Este camino que aquí concluyo, con auténtica satisfacción por el deber cumplido, es el fruto de este objetivo de vida.

“La obra no nace nunca del cálculo; es el cálculo el que resulta de la traza de la estructura; el que, pospuesto a ella, ha de garantizar sus condiciones de estabilidad y resistencia. Si, por el contrario, del cálculo no resulta esta garantía, el proyectista ha de modificar su obra y repetir el cálculo, como colofón que cierra y confirma su acierto.”

Razón y ser de los tipos estructurales

EDUARDO TORROJA MIRET

RESUMEN

La modelización de materiales granulares y suelos supone un reto para los investigadores e ingenieros. La mecánica clásica los ha idealizado como un medio continuo y, recientemente, diferentes técnicas numéricas se han desarrollado y aplicado para abordar su estudio. Sin embargo, la modelización mediante la mecánica del medio continuo no resulta útil en casos en que existan grandes desplazamientos o en situaciones en que se desee conocer desplazamientos tras el colapso del sistema. El Método de Elementos Discretos (DEM, por sus siglas en inglés), resulta apropiado para este tipo de escenarios, y ha crecido en popularidad en la última década tras el avance de los medios informáticos.

Esta tesis presenta nuevos desarrollos del Método de Elementos Discretos que permiten dar respuesta a situaciones frecuentes en ingeniería civil. Para ello, se han implementado algoritmos numéricos de cálculo en un software comercial (PFC2D de Itasca Consulting Group) basado en el DEM. Los algoritmos se estudian con dos situaciones frecuentes en el campo de la ingeniería civil y geotécnica.

El primero de los casos propuestos trata de analizar la influencia que tiene el relleno en el comportamiento estructural de los puentes arco de fábrica con relleno en trasdós. Para ello, se modeliza, un puente arco de fábrica determinado, llevándolo hasta su rotura. A lo largo del proceso se discuten diferentes aspectos de la modelización, especialmente acerca de la calibración de los diferentes parámetros. Asimismo, se presenta una metodología para abordar este tipo de problemas, y una sistematización del proceso mediante hojas de cálculo y archivos ejecutables de código, que simplifican el proceso.

En el segundo caso propuesto se realiza una investigación acerca de las posibilidades de modelización de una cavidad kárstica con rellenos. El objetivo

es conocer cómo se producen las deformaciones en este tipo de cavidades kársticas que las llevan al colapso debido a los rellenos, y estudiar la aplicabilidad del DEM para ello. Para ello se crea un modelo simplificado a través de tres paredes regulares que servirá para entender cómo se produce la compactación de dos niveles de terreno con propiedades geotécnicas diferentes. Posteriormente se abre un agujero de dos metros de ancho en la pared inferior y se estudia el cono de deslizamiento que se produce al caer los sedimentos. Finalmente, se modeliza una cueva kárstica aleatoria y se rellena con una serie de niveles de terreno diferentes, con el objeto de romper después la cueva por su base y estudiar cómo es la deformación de los rellenos, con diferentes geometrías de la base inferior de la cueva.

En ambos casos, la obtención de los parámetros característicos del modelo de contacto entre partículas es crucial, ya que de ello depende el adecuado modelado del sistema discreto y la fiabilidad de los resultados obtenidos. Se propone una metodología de obtención de dichos parámetros a través de ensayos biaxiales simulados en el software, que mediante comparación con ensayos biaxiales reales permiten calibrar los parámetros de micromecánica de partículas requeridos en simulaciones DEM.

ABSTRACT

Modelling of granular materials and soils is a real challenge for researchers and engineers. Classical mechanics has idealized them as a continuous medium, and, recently, different numerical techniques have been developed and applied to address their study. However, modelling through the mechanics of the continuum is not useful in cases where there are large displacements or in situations where it is desired to calculate displacements after the collapse of the system. The Discrete Element Method (DEM) is appropriate for this type of situations and has grown in popularity in the last decade since the advance of computer systems.

This thesis presents new developments of the Discrete Element Method in two particular cases of civil and geotechnical engineering. For this, numerical calculation algorithms have been implemented in commercial software (PFC2D from Itasca Consulting Group) based on the DEM.

The first of the proposed cases tries to analyse the influence that the fill has on the structural behaviour of masonry arch bridges with backfill. To do this, a certain masonry arch bridge is modelled, loading it until it collapses. Throughout the process, different aspects of modelling are discussed, especially about the calibration of the different parameters. Likewise, a methodology is presented to face these types of problems, and a systematization of the process using spreadsheets and executable code files, which simplify the process.

In the second proposed case, an investigation is carried out on the possibilities of modelling a karst cavity with fillings. It focuses on the study of how deformations occur in this type of karst cavities that lead to collapse due to fillings, and furthermore, on the applicability of the DEM for this purpose. To achieve this, a simplified model is created through three regular walls that will serve to understand how the compaction of two strata with different

geotechnical properties occurs. Subsequently, a two-meter-wide hole is opened in the lower wall and the sliding cone that occurs when the sediments fall is studied. Finally, a random karst cave is modelled and filled with a series of different soil levels, to then break the cave at its base and study the deformation of the fillings, with different geometries of the lower base of the cave.

In both cases, obtaining the characteristic parameters of the interparticle contact model is crucial. A methodology for obtaining these parameters is proposed through simulated biaxial tests in the software, which by comparison with real biaxial tests allow calibrating the micromechanical parameters of particles required in DEM simulations.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

I. ÍNDICE DE FIGURAS	XV
II. ÍNDICE DE TABLAS	XIX
1. INTRODUCCIÓN, JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS.....	21
2. MÉTODO DE ELEMENTOS DISCRETOS (DEM).....	27
2.1 PLANTEAMIENTO GENERAL	29
2.1.1 Ecuaciones de movimiento.....	31
2.1.2 Fuerzas de contacto.....	32
2.2 PARTICLE FLOW CODE 2D (PFC2D)	33
2.2.1 Introducción.....	33
2.2.2 Nomenclatura.....	36
2.2.3 Proceso de cálculo	38
2.2.4 Ley de fuerza-desplazamiento.....	40
2.2.5 Ley de movimiento	42
2.2.6 Modelos de contacto	44
2.2.7 Intervalo de tiempo.....	51
2.2.8 Resolución de problemas	54
2.3 PROPIEDADES DE LOS MATERIALES.....	56
3. PUENTES DE FÁBRICA CON RELLENO EN TRASDÓS.....	69
3.1 INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS.....	71
3.2 CONTEXTO GENERAL DE LAS OBRAS DE FÁBRICA	71
3.3 LAS ESTRUCTURAS ANTIGUAS Y SUS MATERIALES	73
3.3.1 Mesopotamia.....	74
3.3.2 Antigüedad clásica	76
3.3.3 Construcciones románicas.....	79
3.3.4 Construcciones góticas.....	80
3.4 LOS PUENTES DE FÁBRICA	83
3.4.1 Período prerromano	85
3.4.2 Período romano.....	86
3.4.3 Edad Media.....	90
3.4.4 Siglos XVI-XX.....	94
3.5 ELEMENTOS DE PUENTES ARCO DE FÁBRICA	97
3.5.1 Bóveda.....	98
3.5.2 Relleno.....	99
3.5.3 Típanos.....	99
3.5.4 Pilas.....	100
3.5.5 Cimentación	100
3.6 RELLENOS EN TRASDÓS DE BÓVEDAS DE ESTRUCTURAS HISTÓRICAS.....	102
3.7 CARACTERIZACIÓN DE LOS MATERIALES DE LAS CONSTRUCCIONES DE FÁBRICA	105
3.7.1 Piezas.....	106
3.7.2 Morteros.....	109
3.8 INTERFAZ PIEDRA-MORTERO EN CONSTRUCCIONES DE FÁBRICA	110
3.9 INTERACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA EN CONSTRUCCIONES ANTIGUAS	111
3.10 EVOLUCIÓN DE LOS MÉTODOS DE CÁLCULO DE LAS ESTRUCTURAS ANTIGUAS.	115
3.10.1 Introducción	115
3.10.2 Cálculo tradicional.....	118
3.10.3 Cálculo científico.....	124
3.10.4 Métodos actuales.....	125
3.11 CASO PROPUESTO. MODELIZACIÓN DEM DE UN PUENTE DE FÁBRICA CON RELLENO EN TRASDÓS.	133

3.11.1	<i>Objetivos</i>	133
3.11.2	<i>Boceto del modelo físico real</i>	134
3.11.3	<i>Construcción del modelo. Parámetros DEM</i>	134
3.11.4	<i>Resultados</i>	149
3.11.5	<i>Conclusiones</i>	153
4.	CUEVAS KÁRSTICAS CON RELLENOS SEDIMENTARIOS	157
4.1	INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS.....	159
4.2	GEOLOGÍA Y GEOMORFOLOGÍA DE UNA CAVIDAD KÁRSTICA.....	159
4.2.1	<i>Proceso químico de karstificación</i>	159
4.2.2	<i>Procesos geológicos y formaciones kársticas</i>	162
4.2.3	<i>Ejemplo de paisaje kárstico. Sierra de Atapuerca (Burgos)</i>	170
4.2.4	<i>Sedimentos en cuevas</i>	174
4.2.5	<i>Alternativas de modelización</i>	180
4.3	CASO PROPUESTO. MODELIZACIÓN DEM DE UNA CAVIDAD KÁRSTICA CON RELLENOS SEDIMENTARIOS.....	186
4.3.1	<i>Objetivos</i>	186
4.3.2	<i>Modelo simplificado: Sedimentación con paredes de geometría regular y rotura de la pared inferior con formación de cono de deslizamiento</i>	188
4.3.3	<i>Construcción del modelo</i>	200
4.3.4	<i>Conclusiones</i>	211
5.	CONCLUSIONES	215
	ANEXO A: CÓDIGO PROGRAMACIÓN	225
	ANEXO B: PRODUCCIÓN CIENTÍFICA	243
	REFERENCIAS	263

I. ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 2.1: DESCOMPOSICIÓN DE LA FUERZA DE CONTACTO EN LAS COMPONENTES NORMAL Y TANGENCIAL.	33
FIGURA 2.2: MODELO REOLÓGICO EN EL CONTACTO.	33
FIGURA 2.3: MODELIZACIÓN DEL FLUJO GRANULAR EN UNA TOLVA (MAS-IVARS, 2008).	35
FIGURA 2.4: EJEMPLO DE ROTURA DE ROCA (CUNDALL Y STRACK, 1979).	35
39	
FIGURA 2.5: CICLO DE CÁLCULO UTILIZADO POR EL PROGRAMA PARTICLE FLOW CODE (PFC2D). 39	
FIGURA 2.6: NOTACIÓN UTILIZADA PARA DESCRIBIR EL CONTACTO BOLA-BOLA (ITASCA CONSULTING, 2008).	41
FIGURA 2.7: COMPONENTES NORMAL Y TANGENCIAL DE LA FUERZA EN EL CONTACTO.	45
FIGURA 2.8: COMPONENTE NORMAL DE LA FUERZA DE CONTACTO.	46
FIGURA 2.9: COMPONENTE TANGENCIAL DE LA FUERZA DE CONTACTO.	46
FIGURA 2.10: ENLACE TIPO 'PARALLEL'	48
FIGURA 2.11: TIPOS DE ENLACES DE CONTACTO.	50
FIGURA 2.12: SISTEMA FORMADO POR MASA-MUELLE.	52
FIGURA 2.13: SISTEMA FORMADO POR MÚLTIPLES MASA-MUELLE.	53
FIGURA 2.14: MODELO DE PROBETA CON PAREDES PARA ENSAYO BIAXIAL.	59
FIGURA 2.15: ESFUERZO DESVIADOR VS DEFORMACIÓN AXIAL.	60
FIGURA 2.16: CÍRCULO DE MOHR.	61
FIGURA 2.17: FUERZAS TANGENCIALES DE ROTURA Y ÁNGULO FORMADO POR LA FRACTURA CON LA HORIZONTAL.	62
FIGURA 2.18: ESFUERZO DESVIADOR VS DEFORMACIÓN AXIAL.	63
FIGURA 2.19: CÍRCULOS DE MOHR DEL ESTADO DE ROTURA DE LAS TRES MUESTRAS ENSAYADAS. 64	
FIGURA 3.1: PUERTA DE ISHTAR.	75
FIGURA 3.2: CÚPULA DEL PANTEÓN ROMANO.	76
FIGURA 3.3: ACUEDUCTO DE SEGOVIA.	78
FIGURA 3.4: TAQ-I KISRA.	78
FIGURA 3.5: IGLESIA DE SAN CAPRASIO (SANTA CRUZ DE LA SERÓS).	80
FIGURA 3.6: CATEDRAL DE BURGOS.	82
FIGURA 3.7: PUENTE DE LUCO DE LA JILOCA (TERUEL).	88
FIGURA 3.8: PUENTE DE MÉRIDA.	89
FIGURA 3.9: PUENTE DE ALCÁNTARA (CÁCERES).	90
FIGURA 3.10: PUENTE DEL DIABLO (MARTORELL).	91
FIGURA 3.11: PUENTE DE FRIAS (BURGOS).	92
FIGURA 3.12: PUENTE DE LA REINA (NAVARRA).	93
FIGURA 3.13: PUENTE DE SANTA MARÍA (BURGOS). SE PUEDEN APRECIAR LOS TAJAMARES TRIANGULARES Y RECTANGULARES.	93
FIGURA 3.14: PUENTE DE TOLEDO.	96
FIGURA 3.15: PARTES DE UN PUENTE ARCO DE FÁBRICA (MARTÍN-CARO, 2001).	98
FIGURA 3.16: RELLENO RÍGIDO CERCA DE LAS PILAS.	104
FIGURA 3.17: SECCIÓN TIPO DE UN PUENTE DE FÁBRICA CON RELLENO EN TRASDÓS. DISTRIBUCIÓN DE LOS TIPOS DE RELLENO.	105
FIGURA 3.18: PARTES DE UNA PIEZA DE FÁBRICA.	106
FIGURA 3.19: EMPUJE ACTIVO EN UN PUENTE DE FÁBRICA.	112
FIGURA 3.20: REDUCCIÓN DEL EMPUJE POR LA COHESIÓN DEL RELLENO.	113
FIGURA 3.21: EMPUJE PASIVO EN UN PUENTE DE FÁBRICA.	113
FIGURA 3.22: GEOMETRÍA DEL ARCO ESCOGIDO. EL ARCO SE DIVIDE EN 11 SEGMENTOS IGUALES. EL RADIO INTERIOR ES DE 3 METROS, EL RADIO EXTERIOR DE 4 METROS Y EL ESPESOR DEL ARCO DE 1 METRO. LA ALTURA DE RELLENO CONSIDERADA ES DE 5 METROS. SE MUESTRAN LOS TRES CASOS DE CARGA ANALIZADOS.	135
FIGURA 3.23: ESQUEMA DE DIVISIÓN DEL ESPESOR DEL ARCO EN PARTÍCULAS.	136

FIGURA 3.24: INTRODUCCIÓN DE LAS PARTÍCULAS QUE FORMAN EL ARCO. INICIALMENTE ESTÁN UNIDAS FUERTEMENTE A TRAVÉS DE PARALLEL BONDS.	138
FIGURA 3.25: MODELO DE CONTACTO UTILIZADO PARA MODELIZAR LAS JUNTAS ENTRE DOVELAS.	139
FIGURA 3.26: SECUENCIA DE INTRODUCCIÓN DEL RELLENO EN SUCESIVAS CAPAS, PERMITIENDO QUE CADA CAPA SE ASIENTE BAJO LA ACCIÓN DE LA GRAVEDAD. LAS FUERZAS DE COMPRESIÓN ENTRE LAS PARTÍCULAS ESTÁN SEÑALADAS EN NEGRO. SE PUEDE VER QUE LA COMPRESIÓN DEL ARCO ESTÁ CONTENIDA DENTRO DEL ARCO.	141
FIGURA 3.27: MODELO COMPLETO DEL PUENTE. LAS DOVELAS QUE FORMAN EL ARCO SE PUEDEN VER EN DIFERENTES COLORES. EN NEGRO, LAS FUERZAS DE COMPRESIÓN ENTRE PARTÍCULAS, CREÁNDOSE UN ARCO DE DESCARGA A TRAVÉS DEL RELLENO EN EL TRASDÓS, REMARCADO EN AMARILLO.	142
FIGURA 3.28: CONFIGURACIÓN INICIAL DE LAS PARTÍCULAS PARA LA SIMULACIÓN DEL ENSAYO BIAIXIAL.	145
FIGURA 3.29: TENSIÓN AXIAL DESVIADORA VS DEFORMACIÓN AXIAL PARA UN ENSAYO DE CARGA/DESCARGA ELÁSTICO	148
FIGURA 3.30: DEFORMACIÓN VOLUMÉTRICA VS DEFORMACIÓN AXIAL PARA UN ENSAYO DE CARGA/DESCARGA ELÁSTICO	149
FIGURA 3.31: ÁNGULO DE FRICCIÓN VS CARGA DE ROTURA.	150
FIGURA 3.32: POSICIÓN DE LA CARGA VS CARGA DE ROTURA.	151
FIGURA 3.33: DENSIDAD DEL RELLENO VS CARGA DE ROTURA.	152
FIGURA 3.34: ALTURA DEL RELLENO VS CARGA DE ROTURA.	153
FIGURA 4.1: LAPIACES DE VALLE DEL IBIA (PALENCIA).	162
FIGURA 4.2: DOLINA DE SKOCJAN (ESLOVENIA).	163
FIGURA 4.3: DOLINA TORCA DEL TAJO (CUENCA).	163
FIGURA 4.4: VALLE KÁRSTICO.	164
FIGURA 4.5: CAÑÓN DEL RÍO BLYDE (SUDÁFRICA).	165
FIGURA 4.6: SIMAS.	165
FIGURA 4.7: TERRA ROSSA.	166
FIGURA 4.8: DIFERENTES TIPOLOGÍAS DE ESTALACTITAS.	167
FIGURA 4.9: DIFERENTES TIPOLOGÍAS DE ESTALAGMITAS.	168
FIGURA 4.10: EVOLUCIÓN DE UN PAISAJE KÁRSTICO. FUENTE: WWW.RECURSOSTIC.EDUCACION.ES	169
FIGURA 4.11: MAPA DEL KARST DE LA SIERRA DE ATAPUERCA (ORTEGA, 2009).	172
FIGURA 4.12: PERFIL Y SECCIÓN PROYECTADA DE LAS CAVIDADES DE LA SIERRA DE ATAPUERCA (ORTEGA, 2009).	172
FIGURA 4.13: GALERÍAS LLENAS DE SEDIMENTOS EN EL NIVEL INTERMEDIO(ORTEGA, 2009). A) DOLINA; B) ELEFANTE; C) GALERÍA; D) VISTA AÉREA DE LA TRINCHERA DEL FERROCARRIL CON LOS YACIMIENTOS (FOTO DE M.A. MARTÍN, GRUPO ESPELEOLÓGICO EDELWEISS).....	173
FIGURA 4.14: ESQUEMA DE FASES PROPUESTO PARA LA METODOLOGÍA DE TRABAJO.	187
FIGURA 4.15: ESQUEMA DEL MODELO BÁSICO COMPUESTO POR DOS ESTRATOS DIFERENTES Y UNA GEOMETRÍA REGULAR EN LAS PAREDES.	188
FIGURA 4.16: PAREDES UTILIZADAS EN LA SIMULACIÓN DEL CASO SIMPLIFICADO 1. CADA PARED TIENE ASOCIADO UN NÚMERO DE IDENTIFICACIÓN EN SENTIDO ANTIHORARIO.	189
FIGURA 4.17: MUESTRA INICIAL PREPARADA PARA LA SIMULACIÓN DEL ENSAYO BIAIXIAL	191
FIGURA 4.18: TENSIÓN AXIAL DESVIADORA VS DEFORMACIÓN AXIAL PARA UN ENSAYO DE CARGA/DESCARGA ELÁSTICO	193
FIGURA 4.19: MODELO GENERADO CON LAS PAREDES Y PARTÍCULAS CORRESPONDIENTES AL NIVEL 1 DE TERRENO.	197
FIGURA 4.20: FUERZAS DE CONTACTO ENTRE PARTÍCULAS DEL NIVEL 1 DE TERRENO DEBIDAS ÚNICAMENTE AL EFECTO DE LA FUERZA DE LA GRAVEDAD.....	197
FIGURA 4.21: FUERZAS DE CONTACTO ENTRE PARTÍCULAS DEL NIVEL 1 Y DEL NIVEL 2 DEBIDAS ÚNICAMENTE AL EFECTO DE LA FUERZA DE LA GRAVEDAD.....	197

FIGURA 4.22: SECUENCIA DE COLAPSO DEL MODELO CON LOS DOS NIVELES DE SUELO CONSIDERADOS.	200
FIGURA 4.23: GEOMETRÍA DE LA CAVIDAD KÁRSTICA QUE SE VA A UTILIZAR EN LA SIMULACIÓN. ..	201
FIGURA 4.24: MODELO DE LA CAVIDAD KÁRSTICA CON LOS SEDIMENTOS CORRESPONDIENTES A LOS NIVELES NIVEL 1, NIVEL 2 Y NIVEL 3.	203
FIGURA 4.25: MODELO DE LA CAVIDAD KÁRSTICA CON LOS SEDIMENTOS CORRESPONDIENTES A LOS NIVELES 1 A 5.	205
FIGURA 4.26: MODELO FINAL DE LA CAVIDAD KÁRSTICA CON TODOS LOS ESTRATOS CONSIDERADOS.	206
FIGURA 4.27: COMIENZO DEL COLAPSO. UNA VEZ QUE PARTE DE LA BASE INFERIOR SE ELIMINA, LAS PARTÍCULAS DEL NIVEL 1 COMIENZAN A CAER, YA QUE LOS CONTACTOS ENTRE PARTÍCULAS SE ROMPEN POR EFECTO DE LA FUERZA DE LA GRAVEDAD.	208
FIGURA 4.28: SECUENCIA DE DEPOSICIÓN DE LOS SEDIMENTOS POR EL COLAPSO DE LA PARED INFERIOR. FORMACIÓN DE CONO DE DESLIZAMIENTO. EN LA ÚLTIMA IMAGEN SE PUEDEN VER EN COLOR AZUL LAS FUERZAS DE CONTACTO ENTRE PARTÍCULAS.	209
FIGURA 4.29: DEFORMACIÓN DE LAS CUEVAS KÁRSTICAS, CON DIFERENTES GEOMETRÍAS DE LA BASE INFERIOR. DIFERENTES CONFIGURACIONES DE LOS SEDIMENTOS SE PRODUCEN EN FUNCIÓN DEL POSIBLE CONO DE DESLIZAMIENTO CREADO.	211

II. ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 2.1: PASOS PARA UN ANÁLISIS NUMÉRICO EN GEOMECÁNICA.	54
TABLA 2.2: PROPIEDADES INICIALES DEL ENSAYO BIAXIAL.	58
TABLA 2.3: PRESIONES DE CONFINAMIENTO DE LOS ENSAYOS BIAXIALES.	59
TABLA 2.4: PROPIEDADES DEL MATERIAL EN EL ENSAYO BIAXIAL.	60
TABLA 2.5: RESULTADOS OBTENIDOS EN LOS 3 ENSAYOS BIAXIALES SIMULADOS.	62
TABLA 2.6: PROPIEDADES CALCULADAS PARA EL TERRENO TRAS EL ENSAYO BIAXIAL SIMULADO. ...	64
TABLA 3.1: VALORES DEL PESO ESPECÍFICO (KN/M ³) PARA LOS TIPOS DE PIEDRA.	107
TABLA 3.2: VALORES DEL PESO ESPECÍFICO (KN/M ³) PARA LOS TIPOS DE LADRILLO.	108
TABLA 3.3: VALORES DEL MÓDULO DE ELASTICIDAD (N/MM ²) PARA LOS TIPOS DE PIEDRA.	108
TABLA 3.4: VALORES DEL MÓDULO DE ELASTICIDAD (N/MM ²) PARA LOS TIPOS DE LADRILLO.	108
TABLA 3.5: PROPIEDADES DEM PARA UN SUELO MEDIO.....	143
TABLA 3.6: PROPIEDADES DEM PARA UN SUELO SUELTO.....	143
TABLA 3.7: PROPIEDADES INICIALES DEL ENSAYO BIAXIAL.	144
TABLA 4.1 LISTADO DE SOFTWARE DISPONIBLE DE LOS DISTRIBUIDORES ITASCA, GEO-SLOPE Y FINE CIVIL ENGINEERING.	182
TABLA 4.2: LISTADO DE SOFTWARE DISPONIBLE DE LOS DISTRIBUIDORES SOILVISION SYSTEMS, PLAXIS Y FINE CIVIL ENGINEERING.	183
TABLA 4.3: COMPARACIÓN ENTRE EL MÉTODO DE LA SOLUCIÓN EXPLÍCITA (FLAC) Y EL MÉTODO DE SOLUCIÓN IMPLÍCITA (PLAXIS).	189
TABLA 4.4: PROPIEDADES GEOTÉCNICAS DE LOS NIVELES DE SUELO UTILIZADOS EN LA SIMULACIÓN DEL CASO SIMPLIFICADO.....	189
TABLA 4.5: PROPIEDADES DEM DEL NIVEL 1 OBTENIDAS DE ENSAYOS BIAXIALES SIMULADOS EN PFC2D.....	194
TABLA 4.6: PROPIEDADES DEM DEL NIVEL 2 OBTENIDAS DE ENSAYOS BIAXIALES SIMULADOS EN PFC2D.....	195
TABLA 4.7: PROPIEDADES ASIGNADAS A CADA NIVEL DE TERRENO.	204
TABLA 4.8: PROPIEDADES CALCULADAS PARA CADA NIVEL DE TERRENO DESPUÉS DEL COLAPSO.	210

1. INTRODUCCIÓN, JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS

La ingeniería civil se puede definir como aquella disciplina que se dedica al diseño, construcción y mantenimiento de infraestructuras que tienen un uso principalmente civil. Dentro de esta área, la ingeniería geotécnica se encarga de estudiar las propiedades mecánicas de los materiales que vienen del medio geológico. Un aspecto fundamental en esta área es, por tanto, el conocimiento correcto de las propiedades de dichos materiales.

En el primer cuarto del siglo XX, los ingenieros estudiaban los suelos como cuerpos elásticos lineales o como cuerpos en equilibrio límite que movilizaban su resistencia tangencial en posibles superficies de deslizamiento. La influencia del agua intersticial fue una fuente de cierta confusión, aunque la clasificación de Atterberg de suelos de grano fino comenzó a proporcionar una base empírica sólida.

La “mecánica de suelos” fue reconocida como una nueva disciplina en el segundo cuarto del siglo, tras la creación del concepto de presión efectiva por Terzaghi y la resolución de los mecanismos de generación y disipación de presiones intersticiales en la consolidación unidimensional.

En el tercer cuarto del siglo, el desarrollo del ensayo triaxial por Bishop llevó a la creación de una base de datos creciente sobre el comportamiento no lineal de los suelos. Este desarrollo sirvió de base para nuevos modelos de suelo elastoplásticos.

Durante el último cuarto del siglo XX aparecieron nuevos modelos constitutivos basados en la plasticidad, pero ampliados en un intento por comprender características más complejas del comportamiento de los suelos como la histéresis, la anisotropía, la licuefacción, la fluencia y el envejecimiento.

Sin embargo, pocos modelos pudieron coincidir con cierta exactitud con los datos obtenidos de ensayos completos, y aquellos que representaron con precisión una amplia gama de comportamiento a menudo implicaban la

utilización de docenas de parámetros que tuvieron que seleccionarse mediante ajuste de curvas. La validación de un cierto modelo de comportamiento frente al comportamiento real de un suelo en particular, utilizando una cantidad considerable de ensayos específicos, dejó a los ingenieros en un estado de cierta inseguridad sobre la validez de aplicar el modelo de comportamiento a un suelo concreto. Dado que los parámetros en estos modelos avanzados generalmente no tenían un significado físico entendible, su elección resultaba ciertamente complicada.

Muchos ingenieros continúan usando actualmente valores de módulo elástico lineal y continúan seleccionando valores de cohesión y fricción del suelo inapropiados, lo que se habría considerado una mala práctica incluso hace 40 años.

Sin embargo, en los últimos 35 años se han realizado dos avances paralelos que permiten un acercamiento entre los modelos constitutivos y la toma final de decisiones en ingeniería. En primer lugar, ahora hay disponibles en el mercado varios programas informáticos de análisis de elementos finitos, que permiten introducir varios modelos del terreno y pueden simular ciertos procesos geotécnicos con bastante precisión, siempre que podamos caracterizar el terreno adecuadamente; por otra parte, el desarrollo de la micromecánica ha ofrecido una herramienta apropiada para superar esta dificultad. En concreto, el reto para los creadores de modelos constitutivos se puede dividir en dos partes: la identificación de micromecanismos dentro de las estructuras globales y la predicción de una microestructura capaz de evolucionar y que incluya distribuciones del tamaño y la orientación de los granos y los poros. Con ello se tendería a una integración de ciertos fenómenos que pueden parecer inconexos y a una posible recategorización de los suelos.

A pesar de estos avances, los ingenieros actuales continúan realizando análisis elásticos para cálculos de cimentaciones, utilizando algún valor de módulo

elástico E . Se realizan análisis plásticos para comprobar la estabilidad límite, utilizando valores de cohesión del suelo y ángulo de rozamiento interno. Sin embargo, los suelos no son simples materiales elásticos o plásticos, y, por lo tanto, es erróneo segregarlos en materiales “cohesivos” y “granulares” con parámetros únicos. Los parámetros E , c y φ son funciones complejas de estado.

Por ejemplo, los valores del módulo de elasticidad varían en aproximadamente dos órdenes de magnitud entre las arcillas plásticas blandas y las arenas densas, por lo que la descripción “arcilla limosa con algunas vetas de arena limosa” no sirve de mucho para guiar al ingeniero. Además, para cada tipo de suelo, el módulo de elasticidad varía mucho con la magnitud de la presión efectiva media. Trayectorias triaxiales en suelos muestran que al aumentar la tensión desviadora disminuye la rigidez de un suelo y se desarrollan deformaciones irreversibles. También se comprueba en las pruebas triaxiales que la rigidez de un suelo es mayor a niveles tensionales bajos; así como que la rigidez es mayor en procesos de descarga.

En la mecánica del continuo, las presiones y las deformaciones se consideran uniformes en una región que es pequeña en relación a las dimensiones totales del sistema analizado. Sin embargo, en la micromecánica, se permiten variaciones en las presiones y las deformaciones a escala microestructural. Por lo tanto, en aquellos sistemas compuestos por partículas, se acepta que la presión es considerablemente alta en los puntos de contacto entre partículas, bastante pequeña lejos de estos puntos e igual a la presión intersticial en los huecos entre las partículas. Si se quieren entender los micro-mecanismos que rigen el comportamiento de sistemas agregados, primero hay que considerar que el tensor de presiones efectivas sigue algún tipo de patrón de fuerzas de contacto intergranulares. Esta trayectoria de carga puede cambiar repentinamente según va aumentando la presión desviadora.

Con este escenario, el objetivo de esta tesis es estudiar la aplicabilidad del método de elementos discretos (DEM por sus siglas en inglés), en diferentes casos de ingeniería civil y geotécnica, conocer su alcance, limitaciones, y poder descubrir las ventajas que aporta este método frente a otros habitualmente utilizados, como el método de elementos finitos o modelos simplificados de comportamiento, especialmente en el caso de puentes de fábrica con relleno en trasdós. De esta forma, se pretende contribuir a la sistematización de este método para su utilización de manera frecuente en los trabajos de ingeniería civil. Para ello se han diseñado diferentes procedimientos de cálculo que permitirán la introducción de variables que influyen en el proceso y, por consiguiente, se proporcionarán datos para un mejor conocimiento del fenómeno.

Los dos casos propuestos para el análisis y contraste de los procedimientos de cálculo creados son el estudio de un puente de fábrica con relleno en trasdós, y el estudio de las deformaciones producidas por la deposición de sedimentos en una cavidad kárstica. En el primero, se analizará cómo un material natural puede adquirir una función estructural, discutiendo la influencia de los parámetros geotécnicos en su comportamiento, mientras que en el segundo se pretende conocer la eficiencia del DEM utilizado en la modelización de estratos, sus geometrías y características geotécnicas, y de esta forma poder simular los distintos procesos postsedimentarios.

Para la aplicación práctica del DEM se empleará un software informático basado en DEM, al cual se le implementarán algoritmos adecuados para los casos prácticos a los que se les puede dar utilidad. El software informático en el que se implementarán los algoritmos es PFC2D, software comercial de la casa Itasca Consulting Group Inc., que consiste en un sistema de modelado de elementos discretos utilizado para el análisis en cualquier campo en el que se requiera la interacción de varios elementos discretos que presenten grandes deformaciones y/o fracturas.

2. MÉTODO DE ELEMENTOS DISCRETOS (DEM)

2.1 *Planteamiento General*

El Método de Elementos Discretos (DEM, Discrete Element Modelling, por sus siglas en inglés), es una solución numérica utilizada para describir el comportamiento mecánico de cuerpos discretos. El método fue originalmente desarrollado por (Cundall, 1971) (Cundall, 1974) para el análisis de problemas relacionados con la mecánica de rocas. La formulación básica del DEM que utiliza partículas esféricas o cilíndricas fue desarrollada posteriormente por Cundall y Strack (Cundall & Strack, 1979) para investigar las leyes constitutivas de los suelos. Cundall y Hart (Cundall & Hart, 1992) demostraron que el DEM resultaba más eficiente para analizar un material discontinuo que otras herramientas numéricas comúnmente utilizadas como el Método de Elementos Finitos (FEM, Finite Element Modelling, por sus siglas en inglés).

Un modelo DEM considera la estructura como un conjunto de partículas separadas, “elementos discretos”, en el que cada una de ellas es capaz de desplazarse y deformarse independientemente de la otra. Estas partículas pueden crear nuevos contactos donde los esfuerzos son transmitidos de un bloque a otro, causando nuevas tensiones y deformaciones en ellos.

En realidad, es una variante de modelización de elementos finitos en el que cada elemento representa una partícula del sistema. La principal diferencia con el método FEM general es que, debido a la deformación, algunos contactos entre partículas pueden romperse y se pueden por tanto crear nuevos contactos. En consecuencia, la matriz de rigidez global de la estructura completa tiene que ser “reconstruida” constantemente, según se van rompiendo y creando nuevos contactos entre partículas. El comportamiento de los contactos, tanto en dirección normal como tangencial no es lineal, lo que significa que las rigideces normal y tangencial de esos contactos también tienen que ser recalculadas continuamente.

Si las condiciones de contorno de la estructura (tanto fuerzas como desplazamientos) cambian, esto afecta a cada elemento del sistema de partículas. Todas las partículas se desplazarán de tal forma que se alcanza un nuevo equilibrio de fuerzas o un nuevo intervalo de tiempo, bien sea a través de un método cuasi-estático o bien dinámico.

Hasta comienzos del siglo XX, los suelos se trataban como un material lineal elástico. La mecánica de suelos se convirtió en una disciplina importante siguiendo los conceptos de tensión efectiva de Terzaghi (Terzaghi, 1925). El desarrollo posterior durante la primera mitad del siglo XX de los ensayos triaxiales por Bishop facilitaron la creación de una base de datos importante del comportamiento no-lineal de los suelos. El desarrollo de este camino conllevó una nueva visión de los suelos, caracterizados por una respuesta elástica inicial, seguida por una fase flexible, bien con expansión o contracción y endurecimiento hasta llegar al estado crítico último.

En el último cuarto del siglo XX hubo una proliferación de modelos constitutivos basándose en la plasticidad, para comprender características más complejas de comportamiento como la anisotropía del material, o la licuefacción. Sin embargo, pocos modelos de este tipo fueron capaces de conectar los datos obtenidos en los modelos numéricos con los resultados de los ensayos realizados, y los que lo hicieron representaban un amplio abanico de comportamientos que generalmente implicaban el uso de multitud de parámetros que tenían que ser seleccionados previamente.

De esta manera, actualmente la mayoría de los ingenieros siguen usando métodos con empleo de módulo lineal elástico, y continúan usando valores no suficientemente contrastados de cohesión y ángulo de rozamiento para caracterizar los suelos.

A pesar de esto, contamos en la actualidad con herramientas que nos permiten abordar la modelización de los suelos de otra manera más realista,

introduciendo una mayor complejidad en el proceso. El uso de los ordenadores, como se ha dicho, facilita la implementación de modelos de elementos discretos. Es así como la micromecánica de partículas puede resultar útil para caracterizar los materiales de un suelo.

En la mecánica del continuo, los esfuerzos y las tensiones se estudian como uniformes sobre una región pequeña en comparación con los límites cargados. En la micromecánica, se permiten variaciones en las tensiones en la escala de la microestructura. De esta forma, en el medio granular, en el relleno, hay que aceptar la hipótesis de que las tensiones son extremadamente altas en los puntos de contacto, mientras que son comparablemente pequeñas en las zonas alejadas de esos puntos, y son iguales a la presión de los poros en los huecos entre las partículas. De esta forma la tensión efectiva sigue un patrón de fuerzas en los contactos entre partículas. Las investigaciones llevadas a cabo por de Josselin de Jong y Verruijt muestran que la tensión máxima se crea en los caminos de contacto entre partículas favorables a los contactos normales.

2.1.1 Ecuaciones de movimiento

El movimiento rotacional y traslacional de partículas cilíndricas o esféricas rígidas se describe a través de las ecuaciones de Newton-Euler de cuerpos dinámicos rígidos. Para el elemento i se tiene:

$$m_i \cdot \ddot{u}_i = F_i$$

$$I_i \cdot \dot{w}_i = T_i$$

donde u_i es el desplazamiento del centro de la partícula en un marco de coordenadas fijo X (inercial), w_i es la velocidad angular, m_i es la masa del elemento (partícula), I_i el momento de inercia, F_i la fuerza resultante, y T_i el momento resultante en los ejes centrales. Los vectores F_i y T_i son las sumas de todas las fuerzas y momento aplicadas en el elemento i .

$$F_i = \sum_{c=1}^{n_c} F_i^c + F_i^{ext} + F_i^{damp}$$

$$T_i = \sum_{c=1}^{n_c} (r_i^c \cdot F_i^c + q_i^c) + T_i^{ext} + T_i^{damp}$$

donde F_i^{ext} y T_i^{ext} son las acciones externas, F_i^c es la fuerza de contacto por la interacción con las partículas vecinas, F_i^{damp} y T_i^{damp} son la fuerza y torsión resultantes del sistema, r_i^c es el vector que conecta el centro de las partículas del elemento i con el punto de contacto c , n_c es el número de partículas que están en contacto y q_i^c son los torsores debidos al deslizamiento o a la torsión (no relacionados con fuerzas tangenciales).

2.1.2 Fuerzas de contacto

Una vez que se detecta un contacto entre un par de partículas, se calculan las fuerzas en el punto de contacto. La interacción entre las dos partículas se puede representar con las fuerzas de contacto F_i y F_j , que de acuerdo a la tercera ley de Newton siguen la siguiente relación:

$$F_i = -F_j$$

Tomando $F=F_i$ y descomponiendo F en sus componentes normal y tangencial, F_n y F_t respectivamente (Figura 2.1).

$$F = F_n + F_t = f_n \cdot n + F_t$$

donde n es el vector perpendicular a la superficie de la partícula en el punto de contacto (esto implica que está contenido en la línea que conecta los centros de las dos partículas en contacto) y dirigido hacia fuera de la partícula i .

$$n = \frac{x_j - x_i}{|x_j - x_i|}$$

Las fuerzas de contacto f_n y F_t se obtienen utilizando un modelo constitutivo formulado para el contacto entre dos esferas o discos rígidos. La interfaz del

contacto en la formulación se caracteriza a través de las rigideces normal y tangencial k_n y k_t respectivamente, el coeficiente de fricción de Coulomb μ , y el coeficiente de solape en el contacto c_n (Figura 2.2).

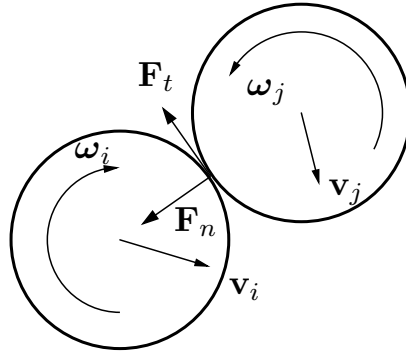


Figura 2.1: Descomposición de la fuerza de contacto en las componentes normal y tangencial.

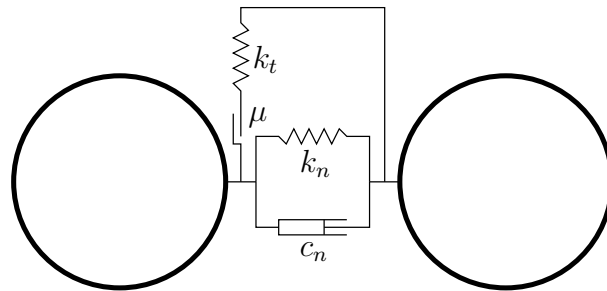


Figura 2.2: Modelo reológico en el contacto.

Las fuerzas de contacto del DEM se explican más detalladamente en el siguiente apartado, haciendo referencia al modelo DEM empleado por el software de cálculo PFC2D.

2.2 *Particle Flow Code 2D (PFC2D)*

2.2.1 *Introducción*

El software comercial que se va a utilizar para aplicar el DEM descrito es Particle Flow Code 2 Dimensiones (PFC2D en adelante), software comercial de la casa Itasca Consulting Group Inc., que consiste en un sistema de

modelado de elementos discretos utilizado para el análisis en cualquier campo en el que se requiera la interacción de varios elementos discretos que presenten grandes deformaciones y/o fracturas. Se utiliza este software ya que la Universidad de Burgos dispone de su licencia en la versión 4.0. Su alcance se extiende a cualquier análisis que examine el comportamiento dinámico o cuasi-estático de un sistema de partículas. Se puede clasificar como un código de elementos discretos basado en la definición de Cundall y Hart (Cundall & Hart, 1992), ya que permite desplazamientos finitos y rotaciones de cuerpos discretos (incluyendo el completo despegue), y reconoce nuevos contactos automáticamente a medida que el proceso de cálculo avanza. PFC2D puede verse como una implementación simplificada del DEM por la restricción que el programa hace a partículas rígidas circulares, mientras que el método DEM general descrito por Cundall y Strack (Cundall & Strack, 1979) puede modelizar partículas deformables con forma poligonal. Esta es una diferencia fundamental que debe tenerse en cuenta en el análisis.

De forma general, modela el comportamiento de agrupaciones de partículas circulares y macizos de distintos tamaños, entendiendo un macizo como un cuerpo rígido formado por círculos. Estos círculos pueden solaparse cuanto se quiera, y cada macizo se comporta como un elemento rígido con contornos deformables y puede servir como una super-partícula que contenga la forma genérica, de forma que los materiales pueden ser modelizados como conjuntos de partículas cementadas o sin unión. Las características generales del software a las que se harán referencia en este capítulo y posteriores han sido obtenidas en su mayor parte de Itasca Consulting (Itasca Consulting, 2008)

Las propiedades se asocian directamente a las partículas individuales, a los macizos y a los contactos, por lo que podemos modelizar graduaciones continuas en las propiedades y modificar las propiedades de los contactos en caso de la aparición de juntas. Las partículas pueden estar ligadas por cualquier número de contornos, cada uno con sus propias propiedades de contacto.

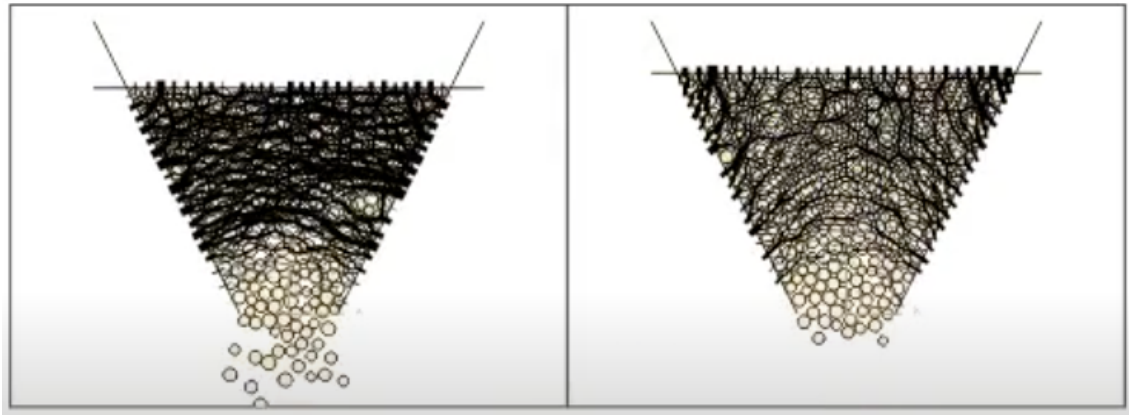


Figura 2.3: Modelización del flujo granular en una tolva (Mas-Ivars, 2008).

Un esquema de detección de contactos y el método de solución explícita utilizados aseguran que se puedan modelizar de forma precisa una gran variedad de simulaciones. El esquema de solución explícita da soluciones estables a procesos inestables como el colapso y puede describir el comportamiento no lineal con una exactitud difícil de conseguir con los típicos programas de elementos finitos.

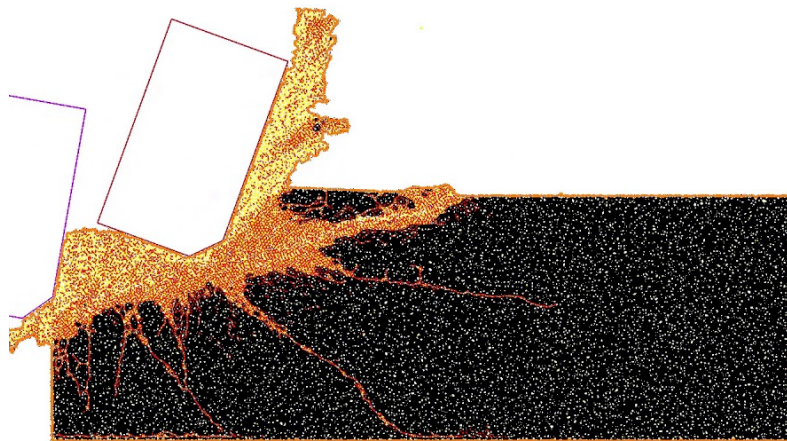


Figura 2.4: Ejemplo de rotura de roca (Cundall y Strack, 1979).

Por otra parte, cualquier variable puede ser rastreada en el tiempo y almacenada como un historial, el cual puede ser representado gráficamente y exportado para el procesamiento con otros programas, como una hoja de cálculo.

Antes de comenzar a explicar la metodología DEM empleada en el programa informático, es necesario conocer la nomenclatura utilizada por este código y los elementos básicos con los que se forma el modelo. A continuación, se expone un listado con los más importantes.

2.2.2 Nomenclatura

En este apartado se exponen, de manera breve, los elementos que utiliza el programa informático en las modelizaciones, con una breve descripción de estos:

- ***BOLA o PARTÍCULA (“BALL”)***: Un elemento circular o disco constituye la entidad geométrica fundamental para el cálculo por elementos discretos. El modelo se crea mediante la generación de un conjunto de bolas dentro de la región física analizada. Las bolas son tratadas bien como esferas, o bien como discos de un espesor determinado. Otro término que utilizaremos para referirnos a bolas es partículas.
- ***PARED (“WALL”)***: Las paredes delimitan recintos en los que se encuentran las bolas. Una pared estándar está formada por uno o varios segmentos, con determinadas propiedades de contacto para interactuar con las partículas, aunque es importante tener en cuenta que las paredes no interactúan entre sí.
- ***CONTACTO (“CONTACT”)***: Las bolas interactúan entre ellas mediante contactos y las fuerzas que se desarrollan entre bolas o entre paredes y bolas actúan en el contacto. Los contactos se crean cuando dos bolas o una bola y una pared se solapan, lo que corresponde con deformación física.
- ***GRUPO (“CLUMP”)***: Es un conjunto de partículas unidas que trabaja como un cuerpo rígido, con un contorno deformable, que no puede romperse, independientemente de las fuerzas que actúen sobre él. Un grupo puede servir

como una partícula de mayor tamaño con una forma determinada diferente a la circular.

- **CONDICIÓN DE CONTORNO:** Consiste en la definición de una condición controlada o una restricción en el contorno del modelo (velocidades o fuerzas aplicadas, por ejemplo). Las paredes pueden utilizarse para definir las condiciones de contorno, o un grupo de partículas.

- **NÚMERO ID:** Cada elemento individual está identificado mediante un número entero positivo o ID, el cual es un número único asociado a cada elemento, por lo que no pueden estar repetidos.

- **CICLOS O PASOS:** Como el código DEM es explícito, la solución requiere un número de ciclos computacionales. Durante estos ciclos, la información asociada con el fenómeno que se esté investigando se propaga a través de las partículas del modelo por medio de los contactos.

- **FUERZA DESEQUILIBRADA (“UNBALANCED FORCE”):** Indica cuando se llega al equilibrio mecánico en un análisis estático. Un modelo está en equilibrio exacto cuando el vector neto de fuerzas en el centroide de cada partícula es cero. Aun así, la fuerza desequilibrada máxima no va a llegar a ser nula nunca en un análisis numérico, por lo que se considera que el modelo está en equilibrio cuando la fuerza de desequilibrio máxima es pequeña en comparación con la máxima fuerza de contacto dentro del modelo. Si la fuerza desequilibrada no llega a acercarse a cero, esto puede indicar que hay un flujo granular constante en el modelo.

- **MODELO DE CONTACTO:** El modelo de contacto representa el comportamiento constitutivo (en términos de rigidez y deslizamiento) en los contactos del modelo. Se profundizará en este punto en apartados posteriores, para explicar la base teórica utilizada para la modelización. Diferentes modelos de contacto están disponibles en PFC2D, representados diversos tipos de

comportamiento comúnmente asociados con materiales determinados. Las propiedades pueden asignarse o bien individualmente o bien a diferentes ‘clusters’ o discontinuidades en un grupo de partículas. También es posible definir modelos de contacto propios a través de C++.

- **ENLACE (“BOND”)**: Las partículas se pueden enlazar en los contactos. Dos modelos de enlace están disponibles en el código: el modelo de contacto ‘contact bond’ y el modelo paralelo ‘parallel bond’, que serán explicados también con mayor detalle posteriormente. El ‘contact bond’, implementado en el modelo de contacto lineal servirá para modelizar los contactos entre partículas del relleno, mientras que el ‘parallel bond’ servirá para crear las dovelas del arco, en el primer caso analizado. También se utiliza el ‘smooth joint contact’ para modelizar las juntas entre elementos.

2.2.3 *Proceso de cálculo*

Al ser una transposición directa del método de los elementos discretos, el mecanismo de cálculo se basa en lo explicado en el apartado anterior. Consiste en la aplicación repetida de la ley de movimiento para cada partícula, de una ley de fuerzas-desplazamientos para cada contacto, y de una actualización constante de las posiciones de las distintas paredes introducidas. Los contactos, que pueden formarse entre dos bolas o entre una pared y una bola, se forman y se rompen automáticamente durante la simulación. El ciclo de cálculo se ilustra en la Figura 2.5.

Al comienzo de cada ciclo de cálculo, el conjunto de contactos se actualiza a partir de las posiciones conocidas de las bolas y los contactos y después, se aplica la ley de fuerzas-desplazamientos a cada contacto para actualizar las fuerzas de contacto basadas en el desplazamiento relativo entre dos entidades. Posteriormente, la ley de movimiento es aplicada a cada partícula para actualizar su velocidad y posición basándose en la fuerza y momento resultantes

a partir de las fuerzas de contacto y el resto de las fuerzas actuantes en el modelo.

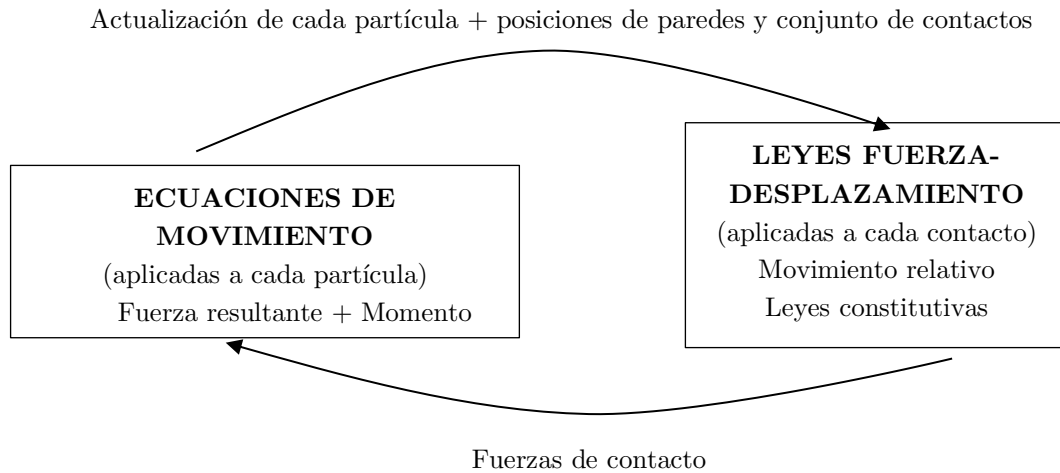


Figura 2.5: Ciclo de cálculo utilizado por el programa Particle Flow Code (PFC2D).

En el DEM, la interacción entre partículas es tratada como un proceso dinámico que establece el equilibrio desarrollando el balance de fuerzas internas. Las fuerzas de contacto y los desplazamientos de un conjunto de partículas se encuentran siguiendo los movimientos de las partículas individuales. Los movimientos se producen como resultado de la propagación a través del sistema de partículas de la alteración causada por el movimiento de un elemento, proceso que posteriormente se describirá. Este es un proceso dinámico, en el que la velocidad de propagación depende las propiedades físicas del sistema discreto de partículas.

El comportamiento dinámico se representa numéricamente por un algoritmo paso a paso en el que se asume que las velocidades y aceleraciones son constantes en cada intervalo. El esquema de respuesta es idéntico al que se usa en el MEF para un análisis continuo. El DEM se basa en la idea de que el intervalo de tiempo que se escoge es tan pequeño que, durante ese intervalo, las alteraciones que se introducen en el sistema por las acciones, no se pueden propagar más allá de la partícula próxima. Después, las fuerzas que actúan en

una partícula se determinan exclusivamente por su interacción con las partículas con las que está en contacto. Debido a que la velocidad a la que una alteración puede propagarse es función de las propiedades físicas del sistema discreto, el intervalo de tiempo puede ser elegido para satisfacer la restricción anterior. El uso de un esquema numérico explícito hace posible simular la interacción no-lineal de un gran número de partículas sin demasiados requisitos de memoria computacional, o la necesidad de un procedimiento iterativo.

2.2.4 Ley de fuerza-desplazamiento

Los cálculos desarrollados por DEM alternan entre la aplicación de la segunda ley de Newton a las partículas y una ley de fuerza-desplazamiento en los contactos. La segunda ley de Newton se utiliza para determinar el movimiento de cada partícula que surge desde el contacto y las fuerzas que actúan sobre él.

La ley de fuerza-desplazamiento se usa para actualizar las fuerzas de contacto que surgen del movimiento relativo entre cada partícula. Esta ley opera en un contacto y puede ser descrita en términos de un punto de contacto, $x_i^{[C]}$, que se sitúa en un plano de contacto definido por un vector normal unitario, n_i . El punto de contacto está dentro del volumen común a las dos entidades. La fuerza de contacto se descompone en una componente normal actuando en la dirección del vector normal y una componente tangencial actuando en el plano de contacto. La ley de fuerza-desplazamiento se refiere a estas dos componentes de la fuerza con sus correspondientes componentes del desplazamiento relativo a través de las rigideces perpendicular y tangencial en el contacto. En la Figura 2.6 se muestra el esquema de la ley para el caso del contacto entre dos partículas.

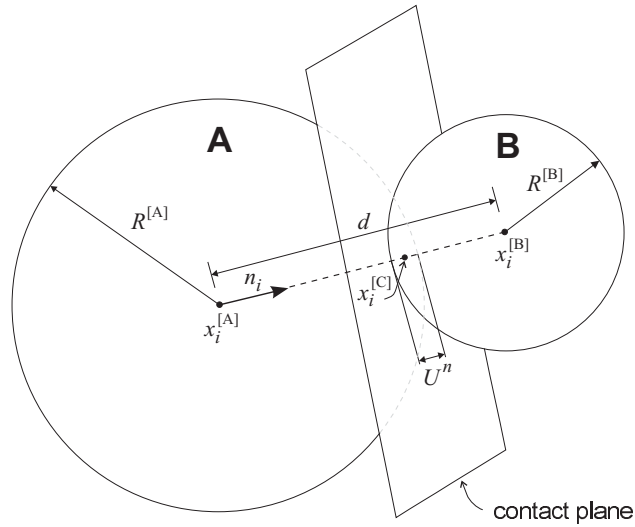


Figura 2.6: Notación utilizada para describir el contacto bola-bola (Itasca Consulting, 2008).

El solape U^n , entendido como el desplazamiento relativo en el contacto en la dirección perpendicular, se define:

$$U^n = \begin{cases} R^{[A]} + R^{[B]} - d, & (\text{bola} - \text{bola}) \\ R^{[B]} - d, & (\text{bola} - \text{pared}) \end{cases}$$

donde $R^{[\phi]}$ es el radio de la bola ϕ .

El vector de la fuerza de contacto, F_i , (que representa la acción de la bola A sobre la bola B en el contacto bola-bola), se puede resolver en dos componentes perpendicular y tangencial con respecto al plano de contacto:

$$F_i = F_i^n + F_i^s$$

donde F_i^n y F_i^s representan las componentes perpendicular y tangencial de los vectores respectivamente.

La magnitud de la fuerza normal en el contacto se calcula como

$$F^n = K^n \cdot U^n$$

donde K^n es la rigidez normal (fuerza/desplazamiento) en el contacto. El valor de K^n se determina con el modelo de contacto-rigidez seleccionado.

El cálculo de la fuerza transversal sería análogo, considerando su cálculo de una forma incremental. Cuando el contacto se forma, la fuerza total de cortante se sitúa en cero. Cada incremento relativo de cortante-desplazamiento resulta en un incremento de la fuerza de cortante que se añade al valor que se tenga en cada ciclo de cálculo. Así, se va actualizando su valor en cada paso:

$$\Delta F^s = -k^s \cdot \Delta U^s$$

2.2.5 Ley de movimiento

El movimiento de una partícula rígida se determina a través de los vectores de fuerza y momento resultantes que actúan sobre dicha partícula. Este movimiento puede ser descrito a través del movimiento traslacional de un punto en la partícula y del movimiento rotacional de la partícula. El movimiento de traslación del centro de masas se describe a través de su posición x_i , velocidad \dot{x}_i , y aceleración \ddot{x}_i ; el movimiento rotacional de la partícula se describe a través de su velocidad angular w_i , y aceleración angular \dot{w}_i .

Las ecuaciones de movimiento pueden expresarse a través de dos ecuaciones vectoriales: una relaciona la fuerza resultante con el movimiento traslacional; la otra relaciona el momento resultante con el movimiento rotacional. La ecuación para el movimiento traslacional se puede escribir de forma vectorial de la siguiente manera:

$$F_i = m \cdot (\ddot{x}_i - g_i) \quad (\text{movimiento traslacional})$$

donde F_i es la fuerza resultante, la suma de todas las fuerzas externas aplicadas sobre la partícula; m es la masa total de la partícula; y g_i es el vector de la fuerza de aceleración (por ejemplo, la fuerza de la gravedad).

La ecuación para el movimiento rotacional puede ser escrita de forma vectorial como:

$$M_i = \dot{H}_i$$

Donde M_i es el momento resultante actuante sobre la partícula y \dot{H}_i es el momento angular de la partícula. La relación se refiere a un sistema de coordenadas local que está unido a la partícula en su centro de masas. Si este sistema local está orientado de tal forma que descansa a lo largo de los ejes de inercia principales de la partícula, entonces esa ecuación se reduce a las ecuaciones de movimiento de Euler:

$$M_1 = I_1 \cdot \dot{w}_1 + (I_3 - I_2)w_3w_2$$

$$M_2 = I_2 \cdot \dot{w}_2 + (I_1 - I_3)w_1w_3$$

$$M_3 = I_3 \cdot \dot{w}_3 + (I_2 - I_1)w_2w_1$$

donde I_1 , I_2 e I_3 son los momentos de inercia principales de la partícula; \dot{w}_1 , \dot{w}_2 y \dot{w}_3 son las aceleraciones angulares en los ejes principales y M_1 , M_2 y M_3 son las componentes del momento resultante referidas a los ejes principales.

Tanto para partículas esféricas como para partículas en forma de disco de radio R , cuya masa esté distribuida uniformemente a través de su volumen, el centro de masas coincide con el centro de la esfera o el centro de disco. Para una partícula esférica, cualquier sistema de ejes locales unido al centro de masas es un sistema de ejes principal, y los tres momentos principales de inercia son iguales entre ellos. Para una partícula con forma de disco cuyo eje se mantenga en la dirección fuera del plano, las velocidades angulares w_1 y w_2 son cero. De esta manera, para cualquiera de esas partículas, las ecuaciones de movimiento de Euler descritas anteriormente se pueden simplificar y referir al sistema de ejes globales de la siguiente manera

$$M_3 = I \dot{w}_3$$

Estas ecuaciones de movimiento descritas se integran utilizando un procedimiento de diferencia finita con un intervalo de tiempo de Δt . Los valores \dot{x}_i y w_3 se calculan en intervalos medios de $t \pm n\Delta t/2$.

2.2.6 Modelos de contacto

El comportamiento constitutivo de un material se puede realizar asociando a cada contacto un modelo de contacto. Además de este modelo de contacto, también pueden existir el denominado “parallel bond” y el “dashpot”. A través de estos tres componentes es posible definir el comportamiento fuerza-desplazamiento del contacto. Asimismo, se pueden utilizar dos modelos de contacto standard (lineal y Hertz). También cabe la posibilidad de utilizar otros modelos de contacto alternativos entre los que cabe citar el Smooth Joint Model.

Por defecto, se asignan a todos los contactos bien el modelo lineal o el modelo Hertz, dependiendo de las propiedades de los dos componentes en contacto (partícula-partícula o partícula-pared). El modelo lineal incluye el contacto denominado “contact bond”, mientras que el “parallel bond” se puede añadir al contacto, actuando “en paralelo” con los otros componentes del contacto. Antes de describir los modelos lineal y Hertz, vamos a conocer con mayor detalle estos tipos de contacto.

Es posible establecer dos tipos principales de contacto entre partículas. Por una parte, los denominados “contact bonds”, que simulan el efecto de adhesión que existe en el área infinitesimal de contacto entre dos partículas, y los denominados “parallel bonds”, que simulan el efecto de un material de unión entre dos partículas (verbigracia, algún tipo de material cementante entre partículas). La rigidez efectiva de este material actúa a mayores de la rigidez propia del contacto.

Además de las rigideces referidas al describir la ley de fuerza-desplazamiento, otro aspecto importante en el comportamiento en los contactos es el

deslizamiento. Viene dado al forzar una relación entre la fuerza normal y la tangencial, de forma que las dos entidades en contacto puedan deslizar la una con respecto a la otra cuando se alcanza un límite en la fuerza tangencial. Este factor siempre está presente, a no ser que se activen los enlaces puntuales, ya que en tal caso estos se superponen al deslizamiento. La comprobación de deslizamiento en cada contacto se realiza calculando la máxima fuerza tangencial en el contacto:

$$F_{max}^s = \mu \cdot [F_j^n]$$

De forma que, si $F_i^s > F_{max}^s$, se producirá el deslizamiento durante el siguiente ciclo de cálculo.

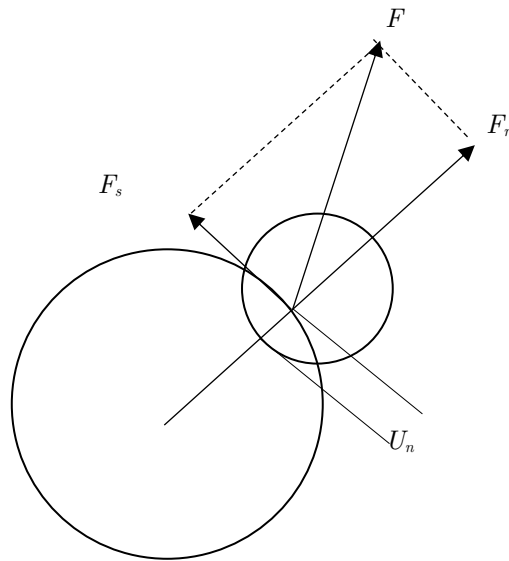


Figura 2.7: Componentes normal y tangencial de la fuerza en el contacto.

A continuación, se describen brevemente los dos mecanismos de unión que implementa PFC2D:

2.2.6.1.1 Contact Bonds

Se puede ver como un par de muelles elásticos o un punto de pegamento con rigideces normal y tangencial constantes actuando en el punto de contacto.

Puede excluir la posibilidad de deslizamiento y puede hacer que las fuerzas de tracción se desarrollen en el contacto. Por lo tanto, la resistencia del contacto está limitada por su resistencia a esfuerzos normales.

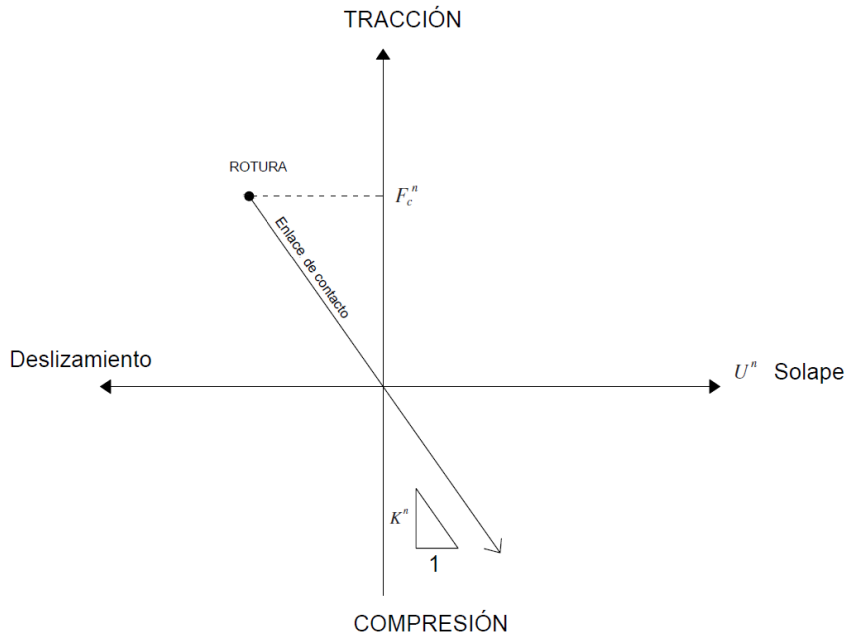


Figura 2.8: Componente normal de la fuerza de contacto.

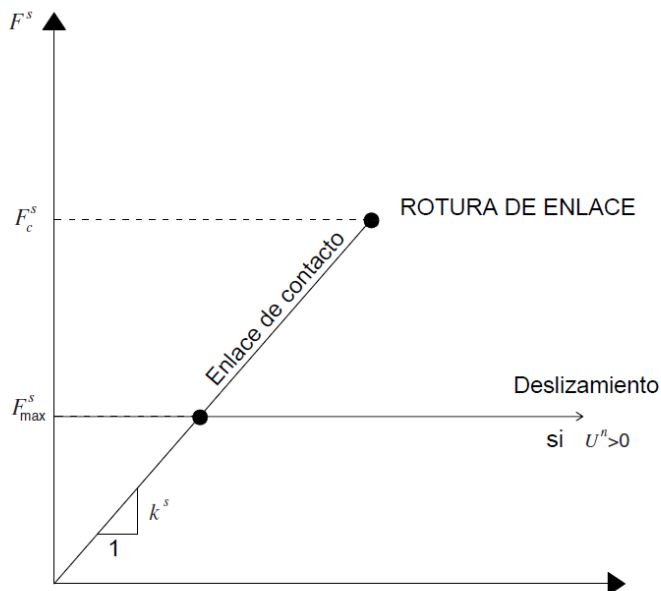


Figura 2.9: Componente tangencial de la fuerza de contacto.

Los parámetros que definen este tipo de enlace son F_c^n (resistencia a esfuerzos normales) y F_c^s (resistencia a esfuerzos tangenciales).

Si la fuerza de tracción es mayor que F_c^n , el enlace se romperá, por lo que en ese contacto F_c^n pasará a ser cero, al igual que F_c^s . Sin embargo, si la fuerza tangencial es superior a F_c^s , las fuerzas en el contacto no se alteran, siempre que $F_c^n < F_{max}^s$ y que la fuerza normal sea de compresión. Los siguientes gráficos aclaran en comportamiento de este enlace.

2.2.6.1.2 *Parallel bonds*

Simula una pieza de material de cementación entre dos bolas y establece una interacción elástica entre partículas que actúa de forma paralela a los enlaces descritos anteriormente. Puede transmitir tanto fuerzas como momentos entre partículas, y se puede ver como un conjunto de muelles elásticos con rigidez normal y tangencial constantes. El enlace actuará a lo largo de un radio determinado que se puede especificar.

A la hora de modelizar el suelo, aunque siempre hay agentes cementantes entre las distintas partículas, se considera de forma general que el suelo no soporta momentos, por lo que siempre se utilizarán enlaces de contacto puntuales. Por otra parte, si se quieren simular conjuntos más rígidos como los clastos de mayor tamaño, se puede realizar mediante los grupos o “clumps”.

Un enlace de este tipo se puede considerar como un conjunto de muelles elásticos con rigideces constantes, uniformemente distribuidas sobre una sección circular o rectangular en el plano de contacto, y centrado en el punto de contacto. Estos muelles actúan en paralelo con los muelles del punto de contacto que se utilizan para modelizar la rigidez de la partícula en un punto y cuyo comportamiento de fuerza-desplazamiento se muestra en la Figura 2.8 y Figura 2.9.

El movimiento relativo en el contacto (que ocurre después de que el “parallel bond” ha sido creado) causa una fuerza y un momento que se desarrolla en el material de conexión como resultado de las rigideces del contacto “parallel bond”. Esta fuerza y momento actúan entre las dos partículas unidas, y puede ser relacionado con las tensiones máximas normales y tangenciales actuando entre el material de conexión y los límites de la unión. Si alguna de estas tensiones máximas excede sus correspondientes valores máximos de resistencia el enlace se rompe.

Un enlace tipo ‘parallel’ se define a través de los siguientes cinco parámetros: \bar{k}^n y \bar{k}^s (tensión/desplazamiento); resistencia normal y tangencial $\bar{\sigma}_c$ y $\bar{\tau}_c$ (tensiones) y el radio del enlace \bar{R} . Estos parámetros se introducen para definir el enlace.

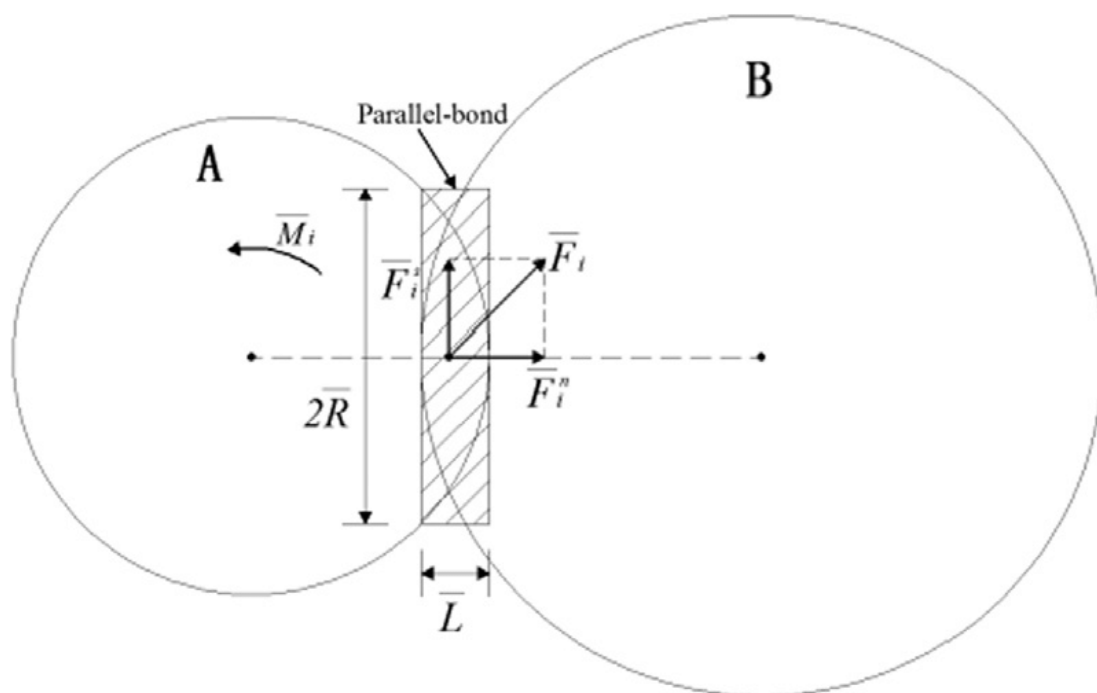


Figura 2.10: Enlace tipo ‘parallel’

La fuerza total y el momento asociados con el enlace tipo ‘parallel’ se indican mediante \bar{F}_i y \bar{M}_3 , con la indicación de que esta fuerza y momento representan la acción del enlace en la partícula B de la Figura 2.10. El vector

de fuerza puede ser descompuesto en sus componentes normal y tangencial con respecto al plano de contacto de la siguiente manera

$$\bar{F}_i = \bar{F}_i^n + \bar{F}_i^s$$

Donde \bar{F}_i^n y \bar{F}_i^s indican las componentes normal y tangencial respectivamente. Estos vectores y el vector de momento se indican en la Figura 2.10, donde el enlace tipo ‘parallel’ se representa como una pieza finita de material elástico. La componente normal se puede expresar en términos del valor escalar \bar{F}^n de la siguiente manera

$$\bar{F}_i^n = (\bar{F}_j n_j) n_i = \bar{F}^n n_i$$

Cuando se forma el enlace, \bar{F}_i y \bar{M}_3 tienen un valor nulo. Cada incremento sucesivo de desplazamiento-rotación en el contacto resulta en un incremento de la fuerza elástica y del momento que se añaden a los valores actuales. Los incrementos de fuerza elástica que ocurren en el intervalo de tiempo se calculan de la siguiente manera

$$\Delta \bar{F}_i^n = (-\bar{k}^n A \Delta U^n) n_i$$

$$\Delta \bar{F}_i^s = -\bar{k}^s A \Delta U_i^s$$

con $\Delta U_i = V_i \Delta t$

Y un incremento del momento elástico por

$$\Delta \bar{M}_3 = -\bar{k}^n I \Delta \theta_3$$

con $\Delta \theta_3 = (w_3^{[B]} - w_3^{[A]}) \Delta t$

Los nuevos vectores de fuerza y momento asociados con el enlace tipo ‘parallel’ se calculan sumando los valores antiguos que existen al principio del intervalo de cálculo con los incrementos en los vectores de fuerza y momento elásticos. Los nuevos vectores de fuerza se calculan de la siguiente forma

$$\bar{F}_i^n \leftarrow \bar{F}^n n_i + \Delta \bar{F}_i^n$$

$$\bar{F}_i^s \leftarrow \bar{F}^s + \Delta\bar{F}_i^s$$

Y el nuevo vector de momento se calcula como

$$\bar{M}_3 \leftarrow \bar{M}_3 + \Delta\bar{M}_3$$

Las tensiones normales y tangenciales máximas que actúan en los límites del enlace se calculan como

$$\sigma_{max} = \frac{-\bar{F}^n}{A} + \frac{|\bar{M}_3|}{I} \bar{R}$$

$$\tau_{max} = \frac{|\bar{F}_i^s|}{A}$$

Si las tensiones de tracción máximas exceden la resistencia normal, o las tensiones máximas tangenciales exceden la resistencia tangencial, entonces el enlace tipo ‘parallel’ se rompe.



CONTACT BONDS	PARALLEL BONDS
Modela la adhesión de dos partículas en un área puntual de contacto (no resiste momentos).	Modela material adicional depositado después del contacto entre partículas (resiste momentos).

Figura 2.11: Tipos de enlaces de contacto.

2.2.6.1.3 Modelo lineal vs Modelo Hertz

El modelo lineal de contacto proporciona comportamiento deslizante, una opción de comportamiento “contact bond” y una rigidez constante. Se puede añadir también un contacto “parallel bond”.

En el modelo Hertz, también se proporciona comportamiento deslizante, sin embargo, la rigidez varía en función de las constantes elásticas de los dos elementos en contacto, el solape y la fuerza normal. El modelo Hertz no se define para fuerzas de tracción, y por eso es incompatible con una unión. Sin embargo, sí es posible añadir un “parallel bond” a este tipo de modelo.

En cuanto al modelo Smooth Joint Contact anteriormente citado, éste simula el comportamiento de una interfaz sin tener en cuenta las orientaciones locales de los contactos entre partículas a lo largo de la interfaz. El comportamiento de una junta se puede modelar a través de este modelo, asignándolo a los contactos entre partículas a ambos lados de la junta.

2.2.7 Intervalo de tiempo

Las ecuaciones de movimiento descritas utilizan un esquema de diferencia finita de tiempo. La solución calculada producida por dichas ecuaciones se mantiene estable sólo si el intervalo de tiempo no excede un intervalo crítico que está relacionado con el mínimo propio period del sistema completo. Sin embargo, los análisis de valor propio globales son inaplicables a los grandes y constantemente cambiantes sistemas que se suelen utilizar en este tipo de simulaciones. Por lo tanto, se implementa un procedimiento simplificado para estimar el intervalo de tiempo crítico al comienzo de cada ciclo de cálculo. El intervalo de tiempo actual utilizado en un ciclo cualquiera se toma como una parte de este valor crítico estimado.

Primero, vamos a considerar un sistema unidimensional formado por un punto de masa m y un muelle de rigidez k con el sistema de coordenadas $x-t$ descrito en la Figura 2.12.

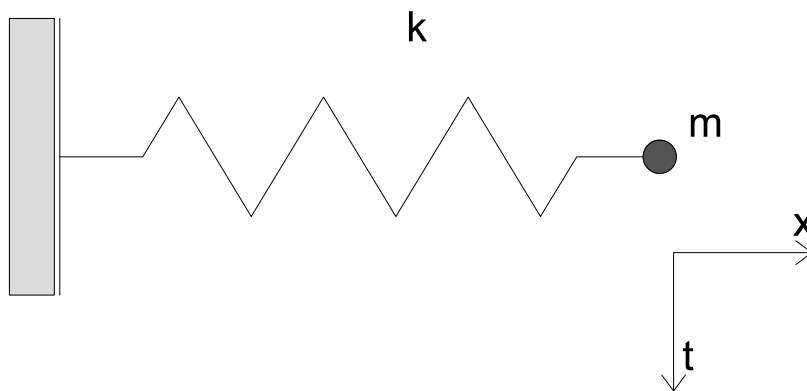


Figura 2.12: Sistema formado por masa-muelle.

El movimiento del punto de masa está gobernado por la ecuación diferencial $-kx = m\ddot{x}$. El intervalo de tiempo crítico que corresponde a un esquema de segundo orden de diferencia finita para esta ecuación es:

$$t_{crit} = \frac{T}{\pi}$$

donde T es el período del sistema.

A continuación, vamos a considerar una serie de puntos de masa y muelles infinitos, como en la Figura 2.13. El período más pequeño de este sistema ocurrirá cuando las masas se muevan de forma sincronizada en un movimiento de oposición de tal manera que no exista movimiento alguno en el centro de cada muelle. El movimiento de un punto de masa puede ser descrito mediante los sistemas equivalentes mostrados en las Figuras 3.11(b) y 3.11(c). El intervalo de tiempo crítico para este sistema es

$$t_{crit} = 2\sqrt{m/(4k)} = \sqrt{m/k}$$

Donde k es la rigidez de cada uno de los muelles de la Figura 3.10.

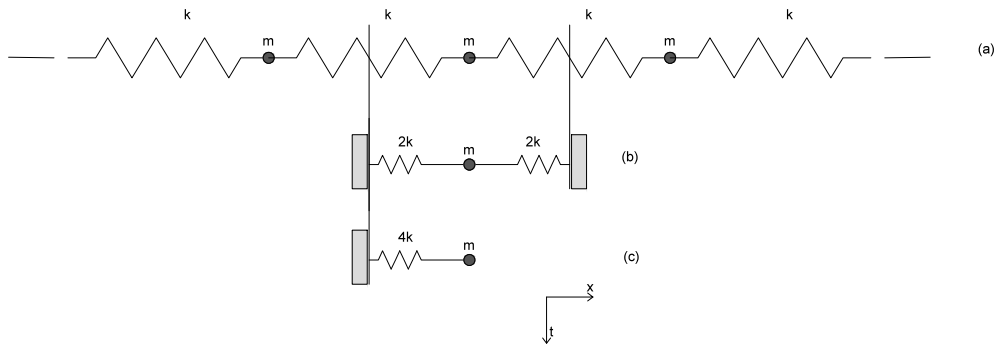


Figura 2.13: Sistema formado por múltiples masa-muelle.

El movimiento rotacional está caracterizado por estos dos sistemas, en los cuales la masa m es reemplazada por el momento de inercia I de una partícula de tamaño finito, y la rigidez es reemplazada por la rigidez rotacional. De esta manera, el intervalo de tiempo crítico para un sistema general de múltiples masas-muelles se puede expresar de la siguiente manera

$$t_{crit} = \begin{cases} \sqrt{\frac{m}{k^{tran}}} & , \quad (\text{movimiento traslacional}) \\ \sqrt{\frac{I}{k^{rot}}} & , \quad (\text{movimiento rotacional}) \end{cases}$$

donde k^{tran} y k^{rot} son las rigideces traslacional y rotacional respectivamente e I es el momento de inercia de la partícula.

El sistema de modelado utilizado en este trabajo es en dos dimensiones, y consiste en una serie de cuerpos discretos (partículas circulares en nuestro caso) y de muelles. Cada cuerpo puede tener una masa diferente, y cada muelle tener una rigidez diferente. El algoritmo de cálculo encuentra un intervalo de tiempo crítico para cada cuerpo aplicando estas ecuaciones de manera independiente para cada grado de libertad, y asumiendo que los grados de libertad están desacoplados. Las rigideces se estiman sumando la contribución de todos los contactos, utilizando los términos de la diagonal de la matriz de rigidez en el contacto. El intervalo de tiempo crítico se considera el mínimo de todos los

intervalos de tiempo críticos calculados para todos los grados de libertad de todos los cuerpos considerados en el sistema.

2.2.8 Resolución de problemas

De modo general, para crear un modelo de cálculo con PFC2D, es necesario especificar tres partes fundamentales del problema: un conjunto de partículas, el comportamiento de los contactos y las propiedades del material, y las condiciones iniciales y de contorno.

El conjunto de partículas comprende la distribución y situación de las partículas. El comportamiento de los contactos y las propiedades del material asociadas determinan el tipo de respuesta que ofrecerá el modelo ante una deformación impuesta. Las condiciones iniciales y de contorno definen el estado in-situ, es decir, el estado en el que se encuentra el material antes de la aplicación de las acciones.

Tras definir estas tres partes, se calcula el estado de equilibrio inicial para el modelo. A continuación, se aplican las cargas y se analizan los resultados. La solución se alcanza después de una serie de estados de cálculo. El número de pasos puede ser controlado a través del código introducido.

Los pasos recomendados para realizar un análisis numérico de forma general en geomecánica son los reflejados en la Tabla 2.1.

Pasos recomendados para un análisis numérico en geomecánica	
PASO 1	Definir los objetivos para el análisis
PASO 2	Crear un esquema conceptual del sistema físico
PASO 3	Construcción de la geometría del modelo
PASO 4	Interpretación de resultados

Tabla 2.1. Pasos para un análisis numérico en geomecánica.

PASO 1: Definir los objetivos del modelo de cálculo

El nivel de detalle del modelo de cálculo depende generalmente del propósito del análisis. Por ejemplo, si el objetivo es decidir entre dos mecanismos de funcionamiento diferentes que se utilizan para explicar el comportamiento de un sistema, entonces será necesario construir un modelo complejo. Sin embargo, habrá casos en los que las complejidades existentes en la realidad no interfieren de manera decisiva en la respuesta del modelo, y por lo tanto bastará con construir modelos más sencillos.

PASO 2: Boceto del modelo físico real

Es importante tener claro el sistema físico que actúa en la estructura, así como una estimación inicial del comportamiento esperado bajo las condiciones que utilizaremos. De esta manera podremos entender mejor qué es lo que ocurre en la estructura, prever inestabilidades, tener un orden de magnitud acerca de las tensiones y movimientos esperados, y el mecanismo de comportamiento que predomina.

PASO 3: Construcción de la geometría del modelo

Antes de construir el modelo de cálculo final del caso analizado, es imprescindible diseñar modelos simples, de casos idealizados de los cuales ya podemos conocer la solución a priori. De esta forma, podremos comprender mejor el proceso, y verificar que la formulación del modelo final es la correcta, controlando las condiciones de contorno y analizando la influencia de los diferentes parámetros que entran en juego.

Especialmente importantes resultan los parámetros micro que se introducen, ya que de su correcta relación con el medio físico real depende que el modelo creado se corresponda más o menos con la realidad.

En este apartado será imprescindible recopilar datos como los detalles de la geometría, características geotécnicas de los materiales y su comportamiento,

el comportamiento de los materiales, las condiciones iniciales o las cargas externas.

PASO 4: Interpretación de resultados

Se realizará una representación gráfica de los resultados y una comparación numérica de los movimientos finales obtenidos con la situación real. Para ello, es fundamental recopilar toda la información teórica posible, ya que habrá que comprobar que los resultados obtenidos se corresponden con lo esperado teóricamente, o en el caso en que se quiera comprobar algún estado real, como puede ser el segundo caso aquí propuesto, demostrar que lo obtenido en el programa se corresponde con la realidad.

Estos pasos aquí propuestos y descritos pueden variar en función del caso que se quiera resolver, si bien, se proponen aquí como un punto de partida, de forma general a la hora de enfrentarse a cualquier problema de geomecánica de forma general.

2.3 Propiedades de los materiales

Un aspecto fundamental, para modelizar correctamente los materiales, es la elección de las propiedades de las partículas. En el laboratorio, es posible obtener diversos parámetros de una muestra de un material a partir de ensayos. Sin embargo, las propiedades típicas (módulo de elasticidad y cohesión), son propiedades que podrían denominarse ‘macro’, es decir, propiedades de los materiales homogéneos. El análisis mediante DEM implica la utilización de parámetros que podríamos denominar ‘micro’. El proceso para conocer las propiedades micro a introducir lo podemos caracterizar como un proceso inverso.

En PFC2D es necesario realizar test numéricos que simulen las pruebas de laboratorio para conocer las propiedades ‘micro’ a introducir.

Dentro de los parámetros a definir para la generación del material granular a modelizar se encuentran: la fricción, los parámetros de las uniones de contacto (resistencia a esfuerzos normales y resistencia a esfuerzos tangenciales) y la rigidez normal y tangencial de las fuerzas entre esferas. Estos dos últimos son fundamentales para el programa, ya que con ellas se simula la cohesión y el rozamiento interno del terreno (Maynar, 2011). Para poder calibrar estos parámetros, se ha programado un ensayo biaxial en el que se evalúa el terreno con las mismas propiedades que se utilizarán en el modelo posterior, de forma que podamos llegar a una relación apropiada entre las micro y macro-propiedades de este terreno. Al no disponer del software tridimensional, no se puede realizar un verdadero ensayo triaxial, pero con este paralelismo en dos dimensiones se pueden obtener resultados válidos para no basarse únicamente en bibliografía a la hora de calibrar las rigideces necesarias.

Estos ensayos biaxiales se realizan en PFC creando el recinto del ensayo, dando a las fuerzas de contacto los valores que se desee y rompiendo la muestra aplicando la presión vertical necesaria. Al no disponer el programa de mecanismos específicos de introducción del agua en el terreno, en un principio no se distingue entre ensayos drenados y no drenados, de forma que también se podrán calibrar los distintos parámetros que se introducen en el programa para poder comparar después los resultados con datos reales de ensayos no drenados (c_u, ϕ_u).

A continuación, se desarrolla con detalle un ejemplo que ilustra la metodología de trabajo que se utilizará en etapas posteriores para una correcta introducción de parámetros. PFC2D opera con el lenguaje de programación propio FISH, que permite la introducción de nuevas variables, funciones y pequeños subprogramas y rutinas que sirven para modelizar correctamente los problemas.

Para ello se ha creado un programa específico y se ha definido un suelo con unos parámetros determinados dentro del programa, con el que se ejecutará el ensayo para tres presiones confinantes diferentes, para poder así después dibujar los círculos de Mohr y obtener la cohesión y el ángulo de rozamiento asociados. Por otra parte, con el programa creado se pueden obtener también el módulo elástico y el coeficiente de Poisson derivados de esa configuración de partículas. El programa es de elaboración propia.

Dentro del programa específico creado hay que introducir una serie de datos que después serán los del suelo a modelizar. Los datos introducidos en el ejemplo, en el orden en el que aparecen en el programa, aparecen reflejados en la Tabla 2.2.

Se harán ensayos con tres presiones de confinamiento diferentes, que se irán aumentando. Las tres presiones utilizadas en cada fase aparecen en la Tabla 2.3.

Al ejecutar el primer subprograma, se generan las partículas de la probeta dentro del recinto especificado, se ejecuta el estado inicial de carga en el que se aplica la presión de confinamiento y se definen las variables necesarias para ejecutar los siguientes subprogramas que realizarán los cálculos (Figura 2.14).

Rigidez normal de las partículas	$n_stiff = 6e6$ (N/m)	
Rigidez inicial de las paredes	$w_stiff = 6e6$ (N/m)	
Rigidez tangencial de las partículas	$ks=1e6$ (N/m)	
Altura y anchura de la probeta	$height=4$ (m)	$width=2$ (m)
Radio de las partículas	rlo (radio mín)=0.008 (m)	rhi (radio máx)=0.02 (m)
Rigidez posterior de las paredes	SET $w_stiff=6e5$ (N/m)	

Tabla 2.2: Propiedades iniciales del ensayo biaxial.

Presion de confinamiento 1	sxxreq=-0.5e5 (N/m)	syyreq=-0.5e5 (N/m)
Presion de confinamiento 2	sxxreq=-1e5 (N/m)	syyreq=-1e5 (N/m)
Presion de confinamiento 3	sxxreq=-1.2e5 (N/m)	syyreq=-1.2e5 (N/m)

Tabla 2.3: Presiones de confinamiento de los ensayos biaxiales.

Ejecutando otro subprograma, podemos obtener directamente el módulo elástico (E) y el coeficiente de Poisson (ν) del suelo. Cabe remarcar que los valores introducidos son bidimensionales, ya que las rigideces tienen unidades de (N/m), pero podemos hacer la analogía tridimensional al hacer el cálculo por metro de profundidad, obteniendo así el módulo elástico en (N/m²) como salida directamente del programa.

Así, obtendremos los siguientes valores reflejados en la Tabla 2.4.

A partir de ellos, el programa genera un gráfico (Figura 2.15) en el que representa el esfuerzo desviador en el eje de ordenadas y la deformación axial en el eje de ordenadas, hallando además el valor donde se produce la rotura del suelo, para el esfuerzo desviador máximo.

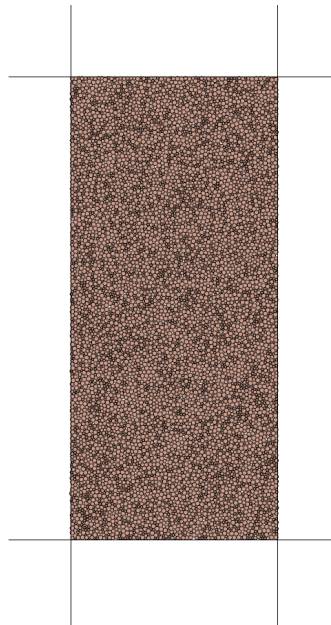


Figura 2.14: Modelo de probeta con paredes para ensayo biaxial.

Módulo elástico (E)	1369032 N/m ² (Pa)
Coefficiente de Poisson (ν)	0.523
Fricción (μ)	1
Resistencia normal (n_bond)	10 N
Resistencia tangencial (s_bond)	10 N

Tabla 2.4: Propiedades del material en el ensayo biaxial.

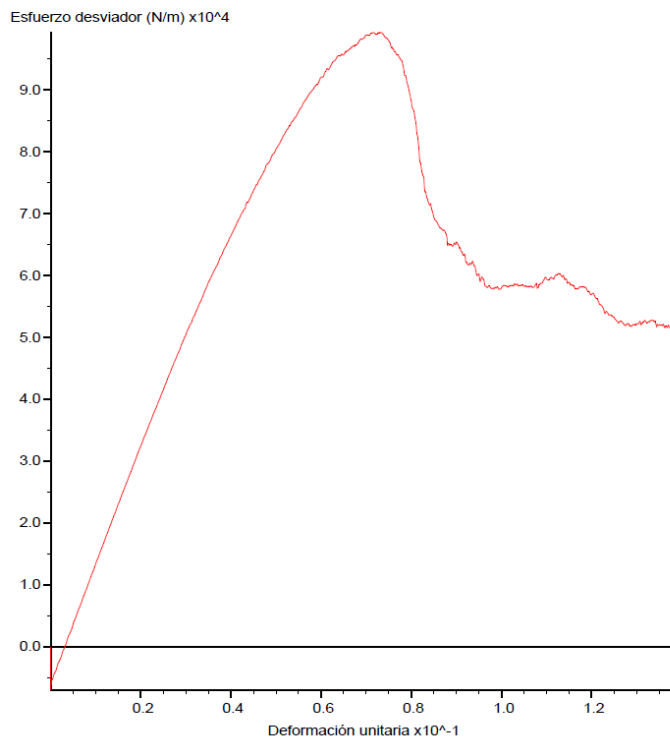


Figura 2.15: Esfuerzo desviador vs deformación axial.

El máximo esfuerzo desviador obtenido para ese suelo con una presión de confinamiento de 50 kPa es de 99.411 kPa. Con estos datos, se puede dibujar el círculo de Mohr (Figura 2.16) correspondiente a esta presión de confinamiento, ya que:

$$\Delta\sigma \text{ (esfuerzo desviador máximo)} = 99.411 \text{ kPa}$$

$$\sigma_3 = 50 \text{ kPa}$$

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \Delta\sigma = 149.411 \text{ kPa}$$

$$Centro = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$$

$$Radio = \sigma_1 - \frac{\sigma_3}{2}$$

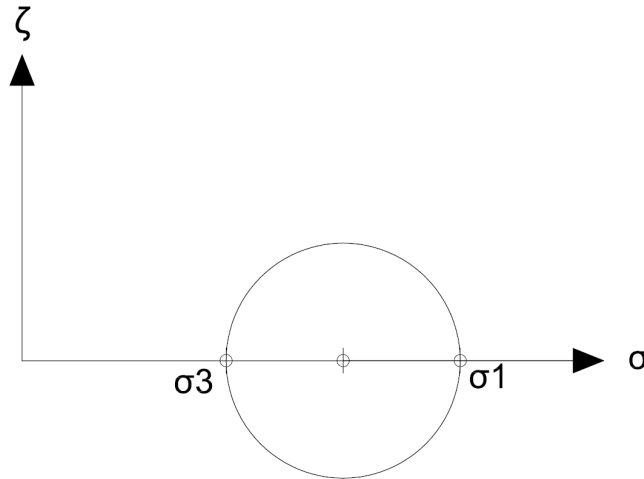


Figura 2.16: Círculo de Mohr.

De forma análoga, se deben realizar otros dos ensayos biaxiales para el mismo suelo variando la presión de confinamiento. En este caso se ha aumentado en 50 kPa y 20 kPa en ensayos sucesivos, obteniendo los gráficos de la Figura 2.18, de donde se pueden obtener dos nuevos círculos de Mohr. En la Tabla 2.5 se recogen, de forma resumida, los resultados obtenidos para los tres ensayos.

Tras la rotura, se puede comprobar el estado del suelo ensayado y ver el ángulo de rotura de este, como muestran las siguientes figuras. En la Figura 2.17, las fuerzas tangenciales representadas en negro se hacen nulas al llegar al estado de rotura. También se muestran los vectores de desplazamiento asociados a cada bola generada, y se aprecia que son de sentidos contrarios a ambos lados de la fractura generada en la rotura. Esta fractura forma 61° con la horizontal.

Ensayo	Presión confinante (kPa)	Esfuerzo desviador máximo (kPa)	σ_3 (kPa)	σ_1 (kPa)
1	50	99.411	50	149.11
2	100	166.85	100	266.85
3	120	195.19	120	315.19

Tabla 2.5: Resultados obtenidos en los 3 ensayos biaxiales simulados.

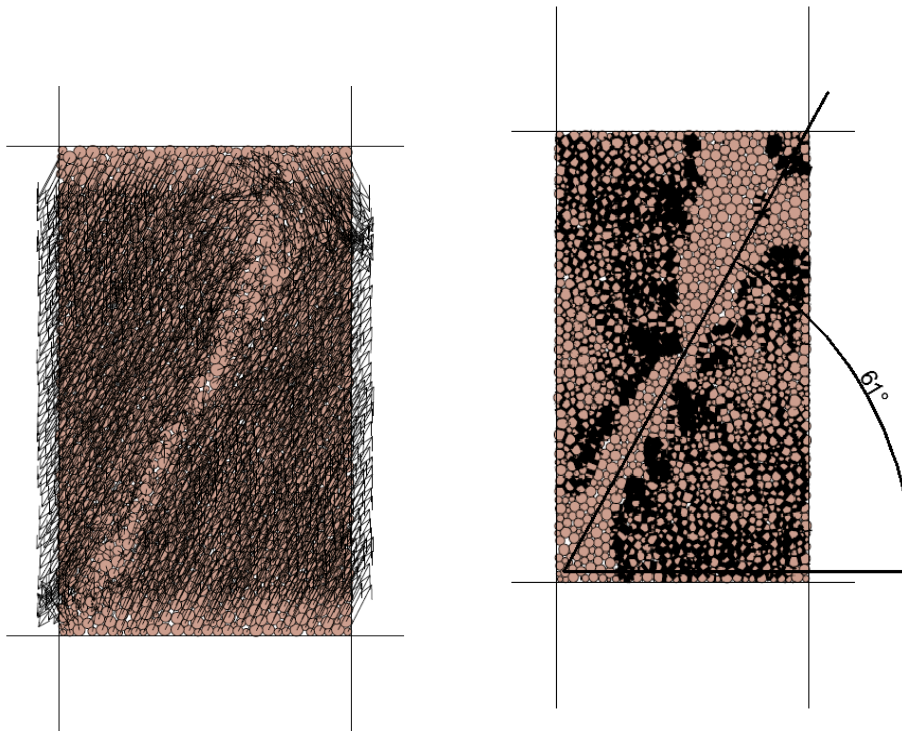


Figura 2.17: Fuerzas tangenciales de rotura y ángulo formado por la fractura con la horizontal.

Tras trazar los tres círculos de Mohr del estado de rotura de las tres muestras ensayadas (o semicírculos, ya que hay simetría con respecto al eje de abscisas), se traza la envolvente que mejor se ajuste a estos, siendo tangente, de forma que podamos hallar el ángulo de rozamiento interno del suelo (ϕ) y su cohesión (c) (Figura 2.19).

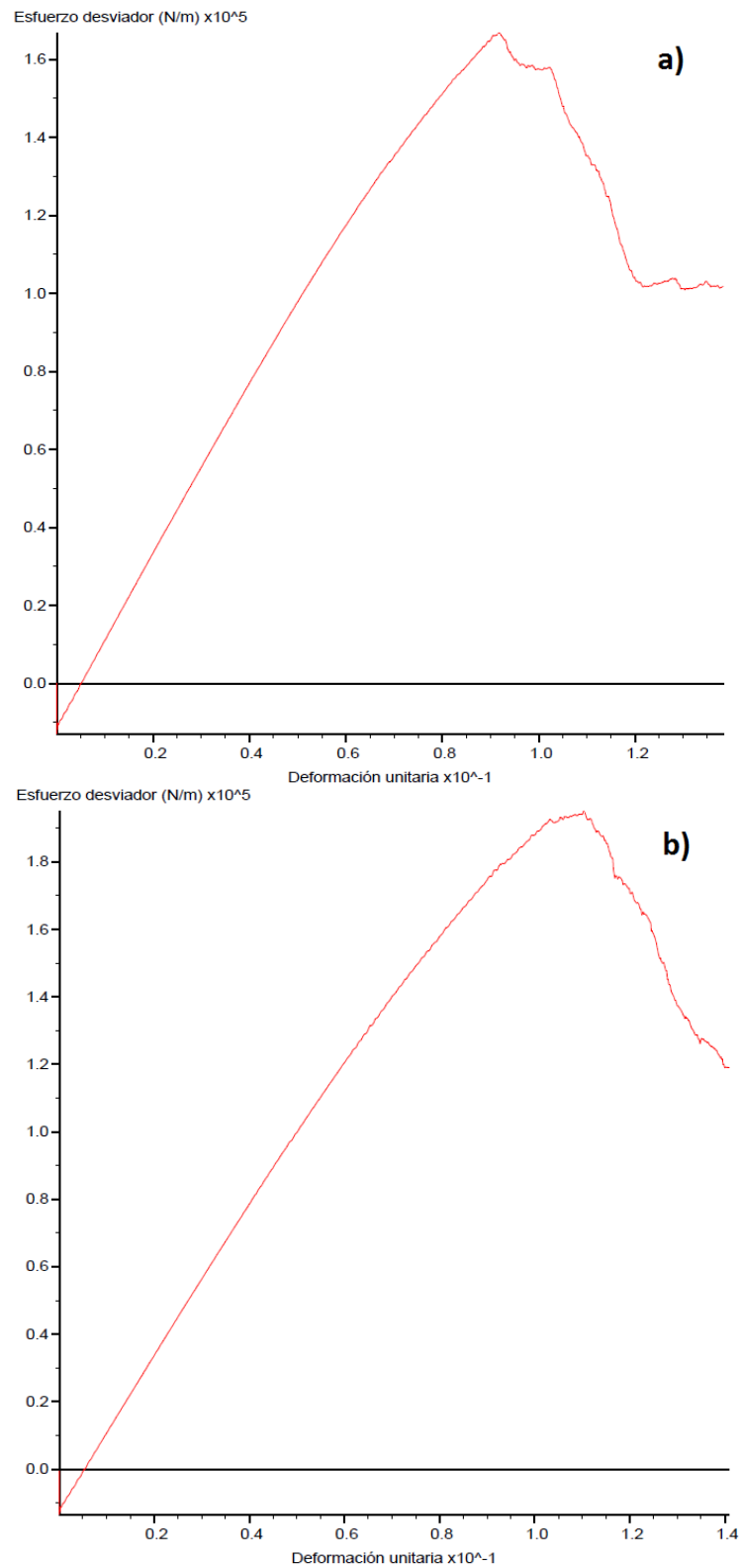


Figura 2.18: Esfuerzo desviador vs deformación axial.

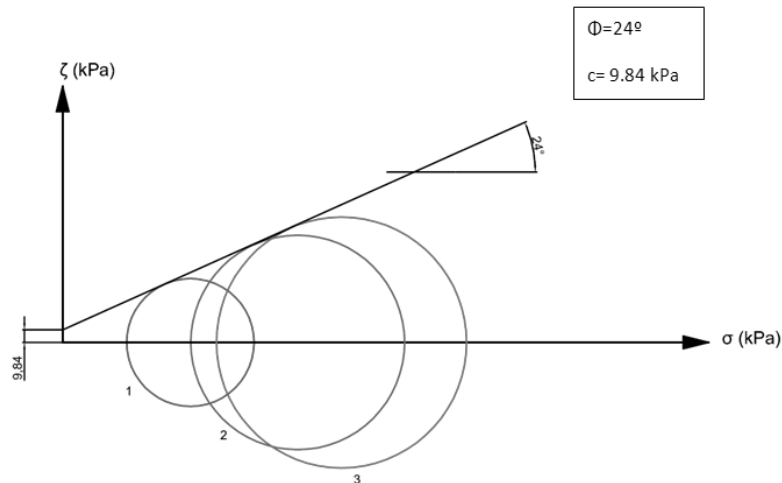


Figura 2.19: Círculos de Mohr del estado de rotura de las tres muestras ensayadas.

Por lo tanto, a partir de los ensayos simulados en el programa, hemos hallado las siguientes características del terreno reflejadas en la Tabla 2.6:

Módulo elástico (E)	1369032 N/m ²
Coefficiente de Poisson (ν)	0.523
Ángulo de rozamiento	24°
Cohesión	9.84 kPa

Tabla 2.6: Propiedades calculadas para el terreno tras el ensayo biaxial simulado.

De esta forma se puede comprobar si las micro-propiedades asignadas a nuestro suelo se corresponden con las propiedades reales de este en cuanto a resistencia y deformación, por lo que, en caso de no coincidir, deben variarse los parámetros iniciales de cálculo. Esto lleva a un proceso de calibración por prueba y error que puede resultar algo lento, pero es una forma muy exacta de llegar a una definición precisa del suelo a modelizar. Como se ve en este ejemplo en concreto, se ha obtenido un módulo de Poisson muy alto ($\nu=0.523$) en comparación con lo que suele ser un suelo habitual. Hay que tener en cuenta que el valor del módulo de Poisson obtenido no es estrictamente comparable al módulo de Poisson de un material real obtenido a través de un ensayo triaxial,

ya que las condiciones del análisis bidimensional en PFC2D implican que no existen deformaciones fuera del plano ni de tensiones fuera del plano.

Por otra parte, también hay que incidir en el número de partículas tenidas en cuenta en el modelo, ya que, al ser la cantidad inversamente proporcional al cuadrado del radio, el tiempo de computación de estos ensayos puede llegar a ser excesivo y no hay que olvidar que este, aun siendo un paso de gran importancia, comprende únicamente una etapa preliminar a los cálculos definitivos.

En la literatura se han propuesto diferentes procedimientos para realizar la calibración (Lambert y Coll 2014; Potyondy y Cundall, 2004; Bahaaddini et al. 2014).

Las propiedades de los materiales se definen en el modelo para las partículas, las paredes o límites y los contactos entre estos. Los contactos entre partículas se representan mediante la rigidez en dos direcciones, normal y cortante.

El tamaño de las partículas está limitado por el poder computacional. Aunque teóricamente podríamos llegar a crear partículas del tamaño de milímetros, o hasta de micras, iguales a las de un suelo real, esto podría llevar a años de computación, por lo que hay que aumentar el tamaño de las partículas hasta el orden de los centímetros para conseguir un modelo manejable. En concreto, el tiempo de cada ciclo viene definido por

$$\Delta t = \sqrt{\frac{m}{k}}$$

En un ejemplo habitual en el que tuviésemos unas arenas con tamaño medio de grano de 0.25 mm, con una densidad de partículas de 2500 kg/m^3 , cada esfera tendría una masa de $6.555 \cdot 10^{-11} \text{ kg}$. Con una rigidez media de las partículas de $1 \cdot 10^7 \text{ N/m}$, obtendríamos un tiempo de ciclo de $2.56 \cdot 10^{-9} \text{ s}$. El tiempo de ciclo disminuye con el tamaño de partícula con la raíz de la masa,

pero para rellenar un mismo área necesitamos muchas más partículas al disminuir el tamaño de estas. Para llenar un área del orden de las cavidades kársticas habituales que podemos encontrar, de unos 200 m², con una porosidad del 20%, tendríamos 160 m m² de partículas, que equivaldrían a más de 800 millones de partículas. Si para llegar al equilibrio tenemos que ejecutar un total de un millón de ciclos, como poco, el total del tiempo de computación sería de unos 24 días aproximadamente. Por lo tanto, para evitar llegar a meses de computación, se opta por un tamaño más razonable de las partículas.

Para conseguir un conjunto de partículas con una determinada porosidad podemos seguir este razonamiento.

Definimos la porosidad n como

$$n = 1 - \frac{A_p}{A}$$

donde A_p es el área de las partículas y A es el área total. Si R es el radio final de cada partícula y R_0 y n_0 el radio y la porosidad iniciales, entonces

$$nA = A - \sum \pi R^2 \rightarrow \sum R^2 = \frac{A(n-1)}{\pi} \rightarrow \frac{\sum R^2}{\sum R_0^2} = \frac{1-n}{1-n_0}$$

Si definimos m como un multiplicador tal que $R = mR_0$,

$$m^2 = \frac{1-n}{1-n_0} \rightarrow m = \sqrt{\frac{1-n}{1-n_0}}$$

De forma inversa, obtenemos la porosidad inicial y el radio medio de las partículas \bar{R}

$$n_0 = 1 - \frac{1-n}{m^2} \rightarrow \bar{R} = \sqrt{\frac{A}{\pi N}(1-n_0)},$$

siendo N el número de partículas.

Los límites inferior(R_{LO}) y superior (R_{HI}) para los radios serán:

$$R_{LO} = \frac{2\bar{R}}{1+r} \qquad R_{HI} = rR_{LO}$$

A partir de estas deducciones se pueden generar partículas mediante la expansión del radio, dentro de un recinto especificado de área controlada, el cual constituirá Ap . Existen otras maneras de generar distribuciones de partículas, pero esta es la mejor para obtener distribuciones no uniformes sin generar elevadas fuerzas repulsivas entre las partículas que lleven a un tiempo demasiado elevado de computación.

3. PUENTES DE FÁBRICA CON RELLENO EN TRASDÓS

3.1 *Introducción y objetivos*

En el primero de los casos propuestos se va a tratar de conocer la aplicabilidad del DEM al estudio de puentes de fábrica con relleno estructural en su trasdós. El relleno juega un papel fundamental en el comportamiento estructural de esta tipología de puentes, y el DEM puede ser una herramienta útil a la hora de conocer el comportamiento real de los rellenos y la influencia de los parámetros geotécnicos que lo caracterizan.

Primero, se van a ofrecer unas breves nociones de las obras de fábrica en general, los puentes arco de fábrica, la caracterización de los rellenos estructurales y una evolución de los métodos de cálculo de esta tipología de estructuras, para finalmente justificar la utilización del DEM con la modelización DEM de un puente de fábrica con relleno en trasdós.

3.2 *Contexto general de las obras de fábrica*

Las obras de fábrica constituyen una parte esencial dentro de la arquitectura histórica de nuestros pueblos y ciudades. Especialmente en los primeros, aún perduran numerosas construcciones realizadas en mampostería, sillería o variantes. Iglesias, palacios o castillos pueblan nuestra tierra, y suponen no sólo un legado a conservar, sino un elemento cultural, identitario y turístico fundamental.

No es raro encontrar en las poblaciones bañadas por ríos puentes de fábrica, que comúnmente se denominan puentes romanos. De hecho, muchas poblaciones incorporan en su topónimo el término puente, como Puente del Congosto en Salamanca, haciendo referencia al puente medieval sobre el río Tormes. Otras incorporan la palabra castillo como Itero del Castillo, donde aún se conserva una torre, y uno de los puentes más largos del Camino de Santiago, conocido como “de la Mula”.

Las obras de fábrica constituyen pues, una parte esencial de nuestro patrimonio. Si bien la fábrica no es un material empleado actualmente en las nuevas construcciones, su estudio es de gran importancia, dado el número importante de construcciones de este tipo que requieren de obras de rehabilitación o restauración, y otras que están actualmente en uso. Es obligación de los ingenieros y técnicos dedicados al campo del diseño estructural conocer a fondo estas construcciones, y contribuir a su conservación y mantenimiento.

La importancia cuantitativa de estas obras dentro del patrimonio arquitectónico español queda reflejada en los datos relativos a las estructuras de fábrica dentro de las redes de transporte español, bien por carretera o ferrocarril.

Se valora que la red de carreteras dependiente de la Administración Central del Estado gestiona aproximadamente 3000 puentes de fábrica, mientras que la red gestionada por las Comunidades Autónomas mantiene unos 4000. A estos números, habría que sumar aquellos puentes de fábrica que dependen de Diputaciones, Ayuntamientos...Es decir, en términos totales, el 30 % de los puentes están realizados en fábricas de sillería, mampostería y materiales similares. La importancia es, pues, notoria, ya que una gran parte de la conectividad de nuestra red viaria se fundamenta en estas estructuras históricas.

En la red ferroviaria, el porcentaje de puentes de fábrica sobre el total se eleva hasta el 40% aproximadamente, dada la mayor antigüedad de la red.

En cuanto a las edificaciones, España cuenta con 16146 bienes inmuebles declarados BIC según datos del Ministerio de Educación y Cultura a octubre de 2016. De estos, una gran parte son construcciones históricas cuyo material constituyente es la fábrica.

Queda aquí reflejada con dos simples datos la importancia cuantitativa de las obras de fábrica en nuestro país. Pero estos datos no se quedan sólo a nivel nacional, sino que se pueden extrapolar a nivel europeo, especialmente a las zonas dominadas en su momento por el Imperio Romano, con el que estas construcciones llegaron a un nivel de perfeccionamiento importante.

La crisis económica que sufre nuestro país en la actualidad ha puesto de manifiesto un cambio de tendencia en la gestión de las obras públicas en lo relativo especialmente a las infraestructuras de comunicación, cambiando el modelo de nueva construcción hacia otro modelo en el que la rehabilitación y conservación toman un mayor peso, asemejándose más al resto de países de Europa. Dentro de este contexto, los técnicos deberán tener un mayor conocimiento dentro de esta área, para gestionar mejor este tipo de construcciones, que como hemos visto, suponen un alto porcentaje de las construcciones históricas de nuestro país, muchas de ellas en uso actualmente. Y no solamente como elementos necesarios dentro del sector de las comunicaciones por tierra, sino como parte del patrimonio arquitectónico. España tiene una historia que se ve reflejada en sus construcciones. Son numerosas las civilizaciones que han pasado por nuestras tierras y que han dejado su sello visible en puentes, palacios, iglesias y catedrales. España tiene una historia de la que estar orgullosa. Es nuestro deber poner en valor este maravilloso patrimonio del que disponemos, rehabilitarlo y conservarlo, y para ello este trabajo supone un granito de arena en este objetivo.

3.3 *Las estructuras antiguas y sus materiales*

En este capítulo se hace un breve repaso a las tipologías estructurales que se han venido utilizando en las construcciones de fábrica a lo largo de la historia, destacando los materiales empleados a lo largo de los siglos y su significado estructural.

El paso de una civilización nómada a otra sedentaria trajo consigo multitud de cambios en las sociedades, tanto de tipo biológico en los individuos como de tipo organizativo. Se hizo imprescindible contar con espacios resguardados de las condiciones climatológicas. Es por ello por lo que las sociedades comenzaron a realizar sus primeras construcciones duraderas, y para ello emplearon piedra, ladrillo o adobe.

En construcción, se denomina fábrica al conjunto de elementos constructivos mínimos que supone una estructura arquitectónica. La fábrica está formada por materiales que resisten principalmente a compresión, como son la piedra, el ladrillo y el adobe. El material denominado fábrica es en sí mismo una estructura. De hecho, el término "estructura" deriva del latín *struere* que significa amontonar, apilar.

Las primeras estructuras creadas estaban formadas por muros de fábrica sobre los que se apoyaban troncos de árboles para formar los suelos o las cubiertas.

Las estructuras antiguas a las que aquí se hacen referencia son edificaciones religiosas, o edificios civiles de importancia.

3.3.1 *Mesopotamia*

Como se ha mencionado, las primeras construcciones se realizaron a través de piedras y ladrillos. Los primeros ladrillos de los que se tiene constancia fueron descubiertos en 1952 en unas excavaciones en Jericó. Estos ladrillos estaban compuestos por barro amasado con agua, con una forma más o menos paralelepípeda, y secados al sol.

También hay múltiples referencias en la Biblia al uso de ladrillos de arcilla mezclados con paja y secados en moldes de madera al sol en Éxodo 1-14, Éxodo 5-7, Nahún 3-14 o Génesis 11-3.

Otro paso importante fue el cocido de los ladrillos en horno. Es muy probable que este paso se diera en la antigua Mesopotamia.

Un ejemplo del uso de adobe es el zigurat de Ur cuyo interior está completamente formado por adobe. A medida que la historia avanza, las civilizaciones mesopotámicas perfeccionan la técnica de producción de ladrillos y la construcción con este material. En tiempos de Nabucodonosor II se consigue perfeccionar el esmaltado del ladrillo cocido, logrando así altas cotas de sofisticación, como en la Puerta de Ishtar, en la actual Irak.

Existen numerosos ejemplos de construcciones de la época babilónica realizadas en ladrillos, con una gran técnica y perfeccionamiento, como pueden ser la fachada del templo de Innana realizada en piezas cerámicas cocidas en molde en el 1413 a.C. o el templo de Guzana, demostrando el profundo conocimiento adquirido y desarrollado en esta técnica.



Figura 3.1: Puerta de Ishtar.

Otro conjunto impresionantemente bello, realizado con ladrillos, son las denominadas Tumbas reales de Ur. El conjunto del mausoleo está coronado por altas bóvedas agudas, realizadas por aproximación de hiladas.

En Tell Rimah, al suroeste de Nínive, encontramos otro gran yacimiento arqueológico, con edificios realizados en adobe y ladrillo. Sobresalen las bóvedas de ladrillo, con aparejo en hiladas cónicas.

Los almacenes que rodean el templo funerario de Ramsés II en la necrópolis de Tebas estaban cubiertos por bóvedas de cañón corrido de sección no circular, compuestas por cuatro hojas de ladrillo.

3.3.2 *Antigüedad clásica*

Las construcciones romanas eran generalmente abovedadas, con bóvedas de cañón de medio punto o bien de arista. Cuando dos bóvedas orientadas a lo largo de ejes perpendiculares se encuentran, constituyen una unidad llamada bóveda de arista, así denominada por el borde afilado que forman donde se cruzan.

También empleaban cúpulas semiesféricas. Uno de los mejores ejemplos es el panteón romano, reconstruido por el emperador Adriano sobre uno anterior. Consiste en un espacio circular cubierto mediante una cúpula esférica con 43.44 metros de diámetro. Su particularidad es la presencia de un óculo de unos 9 metros de diámetro aproximadamente, lo que implica la necesidad de utilizar una cimbra auxiliar hasta el fraguado del material. La marca de la fábrica utilizada indica que se corresponde a los 123-125 d.C.



Figura 3.2: Cúpula del Panteón romano.

Otra característica importante de las construcciones romanas es el uso de lo que se podría catalogar como hormigón arcaico. Este hormigón era revestido mediante sillares. La forma de construcción también era muy particular. Tanto las bóvedas como las cúpulas estaban constituidas por una serie de arcos de ladrillo, sobre los que luego se vertía el hormigón. De esta manera, todos los elementos constituían una estructura continua. En el apartado dedicado a los puentes de fábrica, se hace una descripción más extensa de este tipo de hormigón primero.

Otro elemento importante son los dinteles típicos de cualquier templo romano. Era imprescindible que estos elementos de fábrica no resistieran tracciones. Los muros eran gruesos, con elementos de refuerzo interiores, realizados en piedra o en fábrica. Las columnas, como elementos verticales de soporte seguían los órdenes clásicos. Normalmente se empleaba la fábrica para su construcción.

Es de destacar entre las construcciones de los romanos los acueductos. Estas construcciones servían como sistema de transporte de agua. Si bien es cierto que este tipo de construcciones existían previamente, en Oriente Próximo fueron los romanos quienes las perfeccionaron, principalmente gracias al hormigón. En general suponían todo un desafío técnico, con multitud de variables a tener en cuenta en su construcción. Es de destacar aquí el acueducto de Segovia.

Para su construcción, se ejecutaron grandes andamios que soportaban las cimbras, y sobre estas se encajaban las dovelas de los arcos. La clave aquí era de gran importancia, y su talla y encaje eran esenciales para el funcionamiento del arco.

Para elevar los sillares se marcaban dobles agujeros en las piezas, que servían para cogerlos mediante tenazas metálicas. Aún pueden verse algunas marcas de ajuste picado y almohadillado de las piezas.



Figura 3.3: Acueducto de Segovia.

Existen otros acueductos importantes de la época romana, como el de Ferreres en Tarragona, o el Pont du Gard en Francia.

Aunque la arquitectura persa no difería en general demasiado en cuanto a elementos de otras construcciones coetáneas, he querido destacar aquí un arco. El Taq-i Kisra es un monumento persa que se encontraba en la antigua ciudad de Ctesifonte, en la actual Irak. Su construcción comenzó hacia el año 540 d.C. El arco, es la única parte en pie actualmente de un antiguo palacio imperial.



Figura 3.4: Taq-i Kisra.

El arco tiene 42.92 metros de largo, 25.65 metros de ancho y una altura aproximada de 35 metros, con sección catenaria y sección variable. Es muy probable que fuera construido sin cimbra.

3.3.3 *Construcciones románicas*

El término románico, sirve para definir a todo el arte realizado desde la caída del imperio romano hasta la aparición del estilo gótico. Las características principales de este arte son una altura mayor de los edificios, sólidos muros de piedra, arcos de medio punto y cubiertas abovedadas derivadas de los antiguos edificios romanos.

Las cubiertas normalmente descansaban sobre las bóvedas, aunque también era común encontrar armazones de madera que repartían la carga de la cubierta sobre los muros laterales.

Cuando un arco se desplaza a lo largo de un eje longitudinal forma una estructura canalada conocida como bóveda de cañón. En los inicios se empleaban las bóvedas de cañón de medio punto, pero a mediados del siglo XII ya se empiezan a emplear bóvedas de cañón apuntadas. En el románico tardío aparecen las primeras bóvedas de crucería.

Los materiales empleados eran principalmente el ladrillo, la sillería, el sillarejo o el mampuesto. Aunque la piedra era difícil de extraer y transportar, es en cambio duradera y abundante. En los edificios religiosos entronca además con el simbolismo cristiano, relacionando a los miembros de la Iglesia, “piedras vivientes”, con los materiales constructivos de los templos.

Por su parte, en el norte y el este de Europa, donde había poca piedra para construir, surgieron tradiciones constructivas en ladrillo muy desarrolladas que se emplearon en edificios públicos significativos. Aunque el ladrillo no puede esculpirse, sí puede modelarse según delicados patrones ornamentales, como en la iglesia de Santa Catalina en Brandeburgo (Alemania).

Los muros eran generalmente muy macizos, con huecos pequeños para ventanas. Estaban formadas por una hoja triple, es decir, dos capas exteriores hechas de sillería o mampostería y una capa interior rellena con piedras de mayor tamaño, o cascajos, ligados por morteros. El uso de las bóvedas de cañón genera empujes exteriores en el punto donde su sección curvada descarga sobre el muro. Esto suponía un problema importante para los constructores, que solucionaron en un principio con grandes muros, de importante espesor.



Figura 3.5: Iglesia de San Caprasio (Santa Cruz de la Serós).

Otro elemento importante de las construcciones románicas son los contrafuertes. A medida que la altura de las bóvedas crece, se hacen necesarios para recoger los esfuerzos horizontales de las bóvedas, que los muros laterales no son capaces de asumir.

3.3.4 Construcciones góticas

El término gótico fue acuñado por los arquitectos italianos del Renacimiento como nota infamante hacia los invasores septentrionales de Imperio romano, llamados “godos” colectivamente. La arquitectura gótica representa un clasicismo extático compuesto de columnas, arcos y motivos del mundo antiguo combinados con un sentido encumbrado del misticismo cristiano, hecho posible

gracias a los avances en la ingeniería y en las técnicas de construcción y diseño de los edificios.

Si los muros de los edificios románicos eran una parte importante de su estructura como se ha visto, los muros ahora comienzan a desaparecer. Esto es debido a la aparición de las bóvedas de crucería.

La forma de estas bóvedas es determinada por los nervios, y sobre ellos apoyan los plementos. El esquema estructural de las bóvedas de crucería y la importancia de los arcos es fundamental, ya que gracias a ellos se libera a los muros laterales del soporte de la carga, y por lo tanto se pueden aligerar y abrir grandes ventanales característicos de las grandes catedrales góticas europeas.

Cuando las bóvedas se forman sobre los tramos cuadrados de una iglesia, requieren de segmentos que vengan de las cuatro direcciones. Si sus aristas se refuerzan con nervios, forman cuatro plementos y se obtiene una bóveda de crucería.

Los nervios son elementos resaltados que se ciñen a la intersección formada por las bóvedas de arista. Son, como se ha explicado, parte estructural importante y fundamental en las construcciones góticas. En la arquitectura gótica, según fueron cargando los nervios con más peso, los plementos situados entre ellos se hicieron progresivamente más ligeros, reduciendo la estructura de las bóvedas a líneas delgadas, en lugar de formar cubiertas completas. Este armazón estructural, ligero y flexible, es el responsable de la altura y gran complejidad de las grandes catedrales góticas.

Los arcos apuntados son otro elemento importante. El interior de la catedral de Milán es un buen ejemplo de su uso. Su mayor inclinación hace a este arco más resistente que el de medio punto y, en consecuencia, lo capacita para soportar mejor grandes cargas. Los arcos apuntados a menudo se basaban en proporciones geométricas significativas como las del triángulo equilátero.

Con el incremento en altura y luces de las naves de los edificios góticos, se hace necesario transportar esa carga horizontal adicional. Por ello los arbotantes, que refuerzan y conducen el peso de las bóvedas hacia las zonas exteriores del edificio, y los contrafuertes, que recogen los esfuerzos horizontales de las bóvedas a través de los arbotantes, son elementos muy importantes.



Figura 3.6: Catedral de Burgos.

Como se ha podido ver en esta breve reseña de las construcciones antiguas, existe un avance a lo largo de los siglos en la concepción estructural, pasando desde las estructuras romanas, caracterizadas por la estabilidad, robustez y grandes espesores en los elementos verticales, sin apenas huecos, a las estructuras góticas, con estructuras esbeltas, muros menos gruesos y con grandes ventanales. Esta evolución es posible por la colocación de los elementos resistentes como las bóvedas, los arcos, los arbotantes, los contrafuertes... en los lugares de conducción de las fuerzas actuantes. También es importante destacar que los materiales empleados, como la fábrica, sillares, sillarejos... son elementos que trabajan principalmente a compresión. Es por ello que las tipologías estructurales utilizadas solicitan a sus elementos constituyentes en este sentido, a través de arcos y bóvedas.

3.4 *Los puentes de fábrica*

Desde los comienzos de nuestra historia, uno de los problemas principales a los que se ha enfrentado la humanidad es poder salvar vanos, obstáculos naturales, para poder desplazarse y establecer vías de comunicación o nuevas zonas en las que encontrar nuevos recursos. Las pasarelas colgantes, soportadas por cables elaborados con lianas trenzadas son uno de los primeros ejemplos de cómo se las ingenió el hombre para resolver esta cuestión. No obstante, la necesidad de transportar mayores cargas, con carros y posteriormente vehículos, así como la posibilidad de crear una estructura más segura y resistente, hizo que se emplearan elementos más rígidos, lo que llevó al empleo de la madera y la piedra.

La piedra comenzó a usarse en la construcción de los tableros de puentes más simples mediante la utilización de grandes losas naturales. Sin embargo, esta tipología estructural implicaba la solicitación a flexión del material, y la roca no es un material que trabaje de esta forma, con lo que las luces se limitaban considerablemente. Esto implicaba disponer apoyos intermedios, para poder ejecutar pasos de mayor longitud.

La madera en cambio tiene un mejor comportamiento a flexión, con lo que permitía mayores luces en los puentes contruidos con esta forma estructural, aunque como se puede entender, la durabilidad de estas construcciones era escasa.

Otra disposición estructural utilizada en los puentes es la construcción en voladizo, mediante madera o piedra. Para ello se ejecutaban apoyos con forma de tronco de pirámide invertido. Esto permitía reducir la luz en coronación, y facilitar la construcción del tablero.

En este sentido, se empezaron a utilizar piedras más pequeñas en voladizo, trabándolas entre sí para formar falsas bóvedas. Para ello se disponían hiladas sucesivas de piedra que volaban ligeramente sobre la inferior, hasta encontrarse

en el centro. Esto evitaba la utilización de una cimbra para su construcción, aunque, es evidente que la capacidad portante de las estructuras estaba bastante limitada, ya que la fábrica se veía sometida a esfuerzos de flexión, y la estabilidad durante la construcción se veía comprometida.

El gran avance en la construcción de puentes lo constituye la aparición del arco como elemento constructivo. Es muy difícil fechar el origen de este descubrimiento. No es una tipología constructiva evidente, y menos con los conocimientos técnicos y de comportamiento de materiales existentes en su momento.

Este gran descubrimiento, que seguramente fue progresivo, con muchos experimentos prueba-error, y basado en la observación de arcos naturales, trajo consigo un avance importantísimo en las construcciones de los puentes, logrando salvar vanos mucho mayores, y utilizando mejor los recursos. Los materiales pétreos resisten principalmente los esfuerzos de compresión, y como reza un proverbio árabe, “el arco nunca duerme”, haciendo referencia a que el arco está constantemente en equilibrio y lo que es más importante, comprimido. Se había encontrado una tipología estructural que casaba perfectamente con la manera de trabajo del material de construcción utilizado.

Hay que acudir hasta el siglo XVIII para encontrar otro nuevo hito en la construcción de puentes. Es en este momento cuando aparecen otras tipologías alternativas al puente de fábrica, primero con los puentes construidos con acero y más tarde con los puentes en hormigón. Es a partir de este siglo cuando se perfeccionan los métodos de encaje de bóvedas según la estática gráfica y la resistencia de materiales.

A pesar de esto, hay que remontarse hasta principios del siglo XX para encontrarnos con la desaparición de los puentes de fábrica nuevos, debido al elevado costo de los materiales y la mano de obra en comparación con los

nuevos materiales utilizados en construcción, desapareciendo la sillería completamente a partir de 1950.

3.4.1 *Período prerromano*

Las primeras fábricas realizadas se realizaban colocando las piezas “a hueso”, es decir, sin ningún conglomerante intermedio. Sin embargo, los constructores de puentes pronto se dieron cuenta de que, si disponían de una capa de aglomerante, la construcción era más sencilla, y el funcionamiento de la fábrica mejoraba. Esto es así porque gracias a este material intermedio entre las piezas de la fábrica, las tensiones *viajan* mejor por las mismas.

Los conglomerantes usados se fabricaban a partir de materiales pétreos que se molían. Los más utilizados eran el betún, fundamental en la cultura mesopotámica, el yeso, utilizado en la civilización egipcia, y más tarde por los árabes, y sobre todo el más importante: la cal. La cal fue utilizada por las civilizaciones prerrománicas, Egipto, Roma y Grecia y China.

En cuanto a la fábrica, además de los materiales pétreos mencionados más o menos tallados, nos encontramos con el uso de tapial (muros de barro, a veces con fibras vegetales) y el adobe, que como se ha visto llevó al ladrillo cerámico cocido.

Las tipologías estructurales en los puentes de fábrica realizados se basan en la utilización del arco y las bóvedas. Gracias a la forma del arco, el peso propio de las dovelas, así como las propiedades del relleno dispuesto en el trasdós del arco, confieren a la estructura estabilidad y rigidez. Este estado tensional previo conferido a la estructura se ve poco alterado por la actuación de las sobrecargas de uso frecuentes. De esta forma, los arcos de piedra realizados tenían gran durabilidad, perviviendo desde hace milenios muchos de ellos hoy en día, y siendo utilizados en numerosos casos.

3.4.2 *Período romano*

En el período romano se producen una serie de cambios y avances que hacen necesaria una búsqueda de una mayor eficiencia y seguridad en las construcciones. La necesidad de mantener los puntos del imperio bien comunicados para el transporte de tropas y facilitar el transporte de mercancías y comercio, hace que se construyan numerosas calzadas y pasos elevados, que requieren de un mayor nivel de destreza en su construcción.

Esta búsqueda de construcciones más eficientes hace que la ingeniería de puentes experimente un notable desarrollo, especialmente en lo que se refiere a seguridad y durabilidad de las construcciones. Se generalizó el uso del arco como tipología predominante en la construcción, y se perfeccionaron el uso de la piedra, los ladrillos y el hormigón romano como materiales.

Normalmente se empleaban las piedras próximas al lugar de ejecución del puente, aunque en algunas zonas, como la Bética, era común el empleo de ladrillos, especialmente en las bóvedas. La mezcla utilizada en los mismos estaba formada por arcilla blanca, tierra roja y arena.

Como se ha mencionado, uno de los principales avances fue el descubrimiento de una especie de hormigón arcaico. Los romanos se dieron cuenta que mezclando puzolanas (muy comunes en las zonas volcánicas del Vesubio y Etna), con cal, agua y arena, obtenían un material que era moldeable inicialmente, pero que pronto adquiría una consistencia pétrea y grandes resistencias. El uso de este hormigón confirió a sus construcciones un monolitismo excepcional, mayor resistencia y durabilidad y facilidad de montaje.

Las fábricas utilizadas eran muy diversas, aunque primaban dos. La denominada "opus incertum", consistía en una fábrica en la que se disponían paramentos de mampostería ordinarios, que eran rellanados con capas de

hormigón. En cambio, en la denominada "opus quadratum" los paramentos se ejecutaban con sillares regulares en seco.

No obstante, y a pesar del gran avance que supuso el descubrimiento del hormigón, muchos canteros preferían seguir ejecutando las fábricas colocando las piezas a hueso, es decir, sin conglomerante intermedio, con gran maestría.

Los romanos extendieron y perfeccionaron el uso del arco. Consiguieron mejorar notablemente la forma de construcción y la producción de las piezas que conforman la fábrica.

Es necesario detenerse aquí para señalar otro aspecto fundamental en el funcionamiento mecánico de las bóvedas. La fuerte compresión inicial que se produce en la bóveda debida a su peso propio hace que el estado tensional debido a éste sea dominante respecto a los incrementos tensionales debidos a las sobrecargas de uso. Esto hace que la capacidad resistente de la bóveda se base en su peso propio.

Se utilizaban principalmente bóvedas de medio punto. Si bien esta tipología no es la más eficiente, desde un punto de vista estructural, sí lo era desde el punto de vista constructivo. Las dovelas utilizadas eran fácilmente replanteadas y talladas, al ser el radio del arco constante. Además, el método constructivo por vanos sucesivos gracias a los grandes pilares utilizados facilitaba la utilización de la misma cimbra en cada vano.

Esta tipología constructiva hacía necesaria la utilización de grandes pilas, robustas, capaces de soportar los grandes esfuerzos horizontales desequilibrados originados en la fase constructiva. Además, en caso de colapso en alguno de los arcos, esto no suponía el derrumbe total del puente.

Clasificaremos los puentes en dos grupos, los construidos en época de la República y los construidos en época del Imperio.

Los puentes de la República presentan grandes pilas, calzadas anchas, son puentes robustos y generalmente la rasante, que puede ser horizontal o en forma de lomo de asno, es bastante baja, hasta tal punto que en algunos puentes los arranques de los arcos pueden quedar cubiertos por las aguas. Es el caso del puente de Luco de Jiloca en Teruel.



Figura 3.7: Puente de Luco de la Jiloca (Teruel).

En España, uno de los puentes más importantes y representativos de esta época es el puente de Mérida. Este puente tiene 783 metros de longitud y 60 bóvedas. Las pilas están aligeradas con arquillos de desagüe.

La poca esbeltez de estos arcos, con relaciones ancho de pilas-luz del vano del orden de 0.5, unido a la cota baja de la rasante, hacía que estos puentes tuvieran poca capacidad de desagüe y numerosos problemas con grandes avenidas, sufriendo el puente un efecto presa importante, que podía amenazar seriamente la estabilidad del puente y terminar en colapso. Los arquillos de desagüe, como los previstos en el puente de Mérida, eran una solución a este problema, aunque a veces no eran suficientes.

Las pilas normalmente tenían tajamares semicirculares aguas arriba y contrafuertes aguas abajo.

Los puentes del Imperio eran considerablemente más esbeltos. La técnica de construcción y los avances técnicos eran mucho mejores con el paso del tiempo, lo que trae consigo la posibilidad de reducción del número de vanos, incrementando su luz, y devolviendo una sensación de pilares mucho más delgados. El puente más emblemático de esta época es el puente de Alcántara

sobre el río Tajo, en Cáceres. Este puente tiene 194 metros y 6 arcos. Es un bello ejemplo de la perfección y el avance técnico que alcanzaron los romanos.



Figura 3.8: Puente de Mérida.

Asimismo, el aumento de la luz de los arcos hace que la capacidad de desagüe sea mayor, abandonándose en la mayoría de los casos los arquillos de desagüe, hasta la Edad Media, momento en que se recuperan.

Otro cambio significativo en la época del Imperio es el uso mayoritario de la rasante horizontal, dejándose de lado el lomo de asno. También los arcos de medio punto pasan ahora a ser arcos escarzanos (arcos circulares rebajados en los que el centro de la circunferencia se encuentra bajo la línea de impostas), mejorando a su vez la capacidad de desagüe.

Los tajamares ahora son triangulares, aumentando su altura en muchos casos, pudiendo llegar hasta arriba.



Figura 3.9: Puente de Alcántara (Cáceres).

3.4.3 *Edad Media*

Con la caída del Imperio Romano, la ingeniería de puentes sufre un fuerte retroceso. El paradigma social cambia, así como la estructura territorial, con territorios feudales en los que los caminos y los puentes podían llegar a ser vistos como una posible vía para la invasión y el transporte de tropas. De esta forma, las grandes calzadas romanas y los puentes se abandonan, apenas se construyen nuevos e incluso algunos se derruyen. Así, los grandes avances logrados en la construcción de puentes se pierden durante la Edad Media.

Otro problema en las nuevas construcciones era la financiación, ya que era muy difícil de obtener. Los señores feudales no veían con buenos ojos estas infraestructuras, y muchas veces se sufragaban con donaciones forzosas, y se imponían peajes a su paso.

De nuevo la Iglesia también se presenta aquí como guardián del conocimiento e impulsora del desarrollo, financiando gran parte de los puentes que se construyen en España en torno al Camino de Santiago, retomándose su construcción a partir del siglo IX, como vías para la peregrinación.

La piedra siguió siendo el material predominante en la construcción de puentes, aunque como se ha señalado, las técnicas de construcción no eran las mismas que en la época romana. Las tallas y labras eran más toscas, con fábricas menos coherentes y menos ligadas, y el hormigón dejó de ser utilizado, pasando a disponerse rellenos muy pobres y rudimentarios, con cal mal cocida o apagada, arenas arcillosas y cascotes. Las técnicas de los romanos se perdieron casi completamente.

A pesar de todo se hizo un gran esfuerzo por construir puentes duraderos y sólidos, mejorando poco a poco las técnicas de construcción.

En cuanto a las tipologías estructurales, se sigue con la tradición romana, ejecutando arcos de medio punto, o arcos escarzanos. Sin embargo, éstas se ejecutan de una forma más tosca, sin encajar perfectamente la línea de empujes.



Figura 3.10: Puente del Diablo (Martorell).

Lo más característico de la Edad Media es el empleo de arcos ojivales o arcos apuntados. Estos arcos, que muy probablemente llegaron a Europa de Oriente

a través de las Cruzadas, no contribuían a un mejor reparto de cargas, ni aumentaron la capacidad resistente, ni aportaron nada en sentido estructural alguno, ya que para que estos arcos fueran más eficientes en los puentes, necesitan de una carga puntual importante en el vértice de la ojiva. Tampoco aportaron nada desde el punto de vista funcional, ya que llevó a una vuelta al lomo de asno. Como puente representativo de esta tipología citamos el Puente del Diablo en Martorell (Barcelona), con un arco de 37 metros de luz construido en el siglo XIII. Este arco ojival fue muy utilizado en Al-Andalus, así como en las construcciones del norte de África y el Imperio Otomano.



Figura 3.11: Puente de Frías (Burgos).

El retroceso técnico trajo consigo un aumento importante del tamaño y grosor de las pilas. Además, debido a la necesidad defensiva de las poblaciones, los puentes pasaron a ser también un elemento defensivo. Las calzadas volvieron a ser bastante más estrechas para dificultar el paso de las tropas, y su planta no era diestra, sino más bien quebrada, buscando los mejores puntos de apoyo en la cimentación. Los tajamares aguas arriba eran triangulares y cuadrados aguas abajo, y subían hasta la calzada. Esto favorecía en muchos casos el paso de carros, al servir como apartaderos. El carácter defensivo de los puentes se manifiesta en algunos casos en torres de defensa, que podían situarse en el

centro, como el caso del Puente de Frías en Burgos o en los extremos, como el de San Martín en Toledo.



Figura 3.12: Puente de la Reina (Navarra).



Figura 3.13: Puente de Santa María (Burgos). Se pueden apreciar los tajamares triangulares y rectangulares.

Los puentes con arquillos de aligeramiento también se siguen utilizando, siendo los puentes navarros sobre el río Arga los mejores ejemplos en la península ibérica. El puente de la Reina, construido en el siglo XI y el de la Magdalena, datado entre el siglo XIII y el XIV. El famoso puente de Alcántara sobre el río Tajo a su paso por Toledo es de origen romano, sin embargo, se sitúa en este apartado ya que la mayoría de su fábrica actual es medieval.

Otros puentes que quiero destacar son: el Puente de Santa María, en Burgos, referenciado en el Cantar de Mío Cid, y el Puente de San Pablo en Burgos, cuya construcción comenzó en 1242.

3.4.4 *Siglos XVI-XX*

Durante el siglo XVI apenas se producen cambios en la construcción de puentes. Poco a poco se va retomando la construcción de nuevos caminos y el acondicionamiento y reparación de los existentes. El Renacimiento da un fuerte impulso a esto, unido a un desarrollo importante de la actividad comercial. Se produce un gran avance, eso sí, en el campo de las técnicas de construcciones, al desarrollarse máquinas, y tecnificarse e industrializarse ciertos procesos.

Se siguen utilizando los arcos de medio punto, y la rasante horizontal es predominante. La atención a la geometría y a las proporciones es importante. De hecho, como se verá más tarde, se empiezan a aplicar ciertas reglas y leyes en su "cálculo" y diseño.

Es en Italia principalmente donde se produce un mayor desarrollo y construcción de puentes. Destaca el puente de Rialto en Venecia, construido entre 1588 y 1591, con dos pendientes que se juntan en el pórtico central.

En el siglo XVIII hay un cierto avance en la construcción de puentes, especialmente en España. Fernando VI aprueba una especie de plan de carreteras, que trajo consigo la reparación y la construcción de nuevos puentes

en los caminos. También se desarrollan los Canales Imperiales de Aragón y Castilla.

El mayor cambio en el diseño de puentes se produce aquí, principalmente debido al desarrollo importante de la ciencia que trajo consigo el espíritu de la Ilustración. Los valores liberales, el respeto a la libertad individual del hombre y un menor intervencionismo estatal trajeron consigo uno de los mayores desarrollos en poco tiempo que la humanidad ha experimentado. En el ámbito de la construcción de puentes, esto se vio claramente en las técnicas empleadas, pero, sobre todo, en su concepción y cálculo. El espíritu analítico del momento florece en el gran ingeniero francés J.R. Perronet, primer director de la "École des Ponts et Chaussées". En el apartado "Evolución de los métodos de cálculo de las estructuras antiguas" se desarrolla este hecho diferencial.

Los cambios que Perronet trajo consigo fueron importantes. Perronet comprendió que los empujes horizontales que se generaban en los puentes con varios arcos idénticos, se autoequilibraban entre bóvedas adyacentes. Esto suponía una reducción considerable de las pilas, así como de la deformación de los arcos. Pero para poder conseguir esto, el método de construcción vano a vano debía modificarse, y pasar a otro de construcción simultánea de vanos. A pesar del aumento de costes que suponía la utilización de más cimbras, la reducción de las pilas era importante. No sólo en términos económicos de material, sino que además la capacidad de desagüe de los arcos era mayor y el menor ancho de las pilas hacía que la velocidad de las aguas se redujera, disminuyendo los riesgos de socavación.

Además, hay otro cambio en los puentes relativo a su diseño. Ahora se construían previamente modelos reducidos, que permitían prever los mecanismos de rotura, así como perfeccionar el trazado comprendiendo mejor las líneas de empujes y su comportamiento en general, mejorando notablemente

su seguridad, construcción y la eficiencia en el uso de los materiales. A pesar de estos avances, la experiencia y las reglas clásicas no se abandonaron.

De esta época se destaca el puente de Toledo, obra de Ribera, con 9 arcos iguales en la parte central, de 11.50 metros de longitud.



Figura 3.14: Puente de Toledo.

En los siglos XIX y XX, las innovaciones técnicas como la máquina de vapor y el consiguiente desarrollo industrial hicieron que las infraestructuras de comunicación se multiplicaran, creándose numerosas carreteras y puentes. El desarrollo del ferrocarril también contribuyó a este impulso. Los puentes de fábrica eran los más utilizados en la construcción de líneas ferroviarias debido a su alta rigidez. Los puentes construidos mejoran altamente gracias al mejor conocimiento de los materiales y del funcionamiento estructural de los puentes. La fundación en 1799 del Cuerpo de Ingenieros de Caminos y la fundación de la Escuela de Ingenieros de Caminos en 1802, son la base bajo la cual se desarrolla un grupo de técnicos especializados que contribuyen al raciocinio en los diseños, presupuestos y ejecución de las grandes obras públicas del país. Además, se crea el primer catálogo de modelos oficiales de puentes.

A pesar de los avances en el desarrollo de morteros de Vicat, los puentes de fábrica seguían siendo los líderes por su sencillez y la tradición. Sin embargo, pronto los puentes metálicos comenzaron a hacer una fuerte competencia, y más tarde el hormigón, que a partir de los años veinte dominaron la construcción de bóvedas. A partir de la década de los 50, y teniendo en cuenta la desaparición de canteros y el elevado costo de material que suponía el uso de la fábrica, los puentes de fábrica de nueva construcción comienzan a desaparecer.

Los hitos en el uso de los materiales tienen que ver con el gran desarrollo que experimentó el uso del hormigón. Se redescubrió el cemento hidráulico romano, aunque éste dejó de usarse debido al invento de un nuevo material, el cemento Portland, de mucha mejor calidad. También se mejoraron las dosificaciones de los componentes del hormigón, lo que conllevó una importante eficiencia en las construcciones con este nuevo material. Finalmente, la fábrica dejó de utilizarse a favor de las construcciones realizadas en hormigón.

En cuanto a las tipologías, los puentes de los siglos XIX y XX son más esbeltos, con pilas más estrechas y mayores luces. Se mejora el comportamiento hidráulico de los puentes y su seguridad. En los puentes de grandes luces se utilizan aligeramientos longitudinales para reducir peso. En general, se siguen las mismas líneas anteriores, pero perfeccionando la técnica y logrando puentes mayores.

3.5 *Elementos de puentes arco de fábrica*

Ya hemos ido nombrando diferentes partes de los puentes de fábrica. Se supone al lector el conocimiento de las partes principales de un puente arco de fábrica, aunque en este apartado se hace una pequeña clasificación y descripción de las partes imprescindibles para entender como está constituido un puente arco de fábrica.

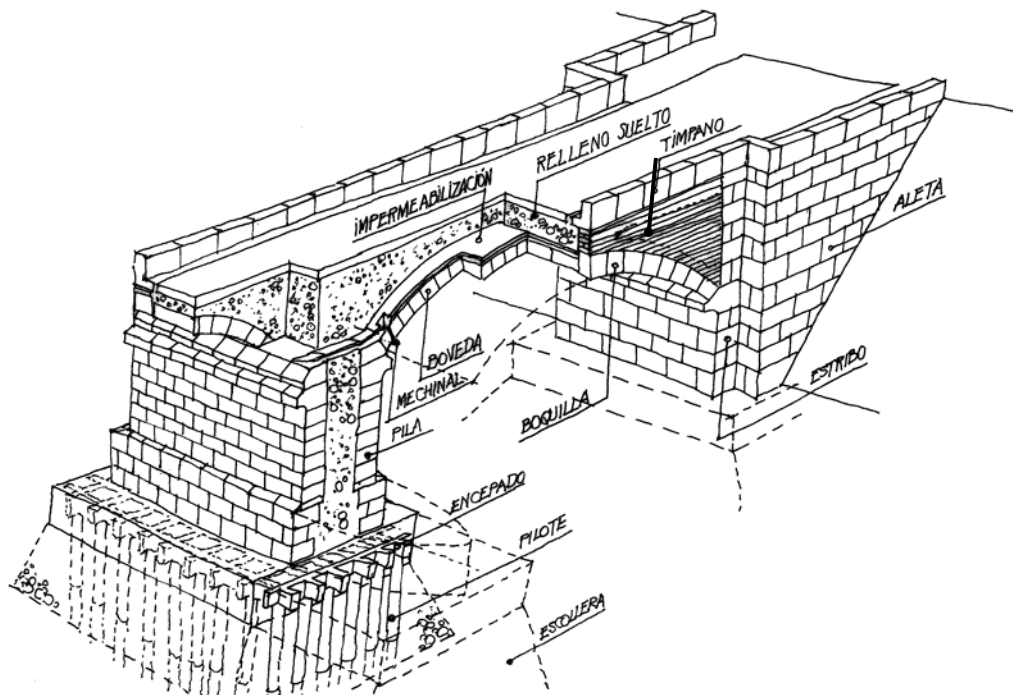


Figura 3.15: Partes de un puente arco de fábrica (Martín-Caro, 2001).

En un puente de fábrica existen numerosos elementos, aunque los que desarrollan principalmente una función estructural son la bóveda, el relleno, los tímpanos, las pilas y la cimentación.

3.5.1 *Bóveda*

Es el elemento resistente principal del puente. La forma en arco de la bóveda es esencial en el funcionamiento estructural, ya que, gracias a esta configuración de forma, los materiales constituyentes (la fábrica) trabajan en su sentido estructural óptimo, es decir, a compresión. Hay multitud de formas de clasificar las bóvedas: según su geometría, según la fábrica constituyente...

En función de su geometría, hay 3 parámetros principales para su caracterización, y estos son la luz libre entre paramentos, la esbeltez de la bóveda, definida como la relación entre el canto de la bóveda en clave y la luz libre, y por último el peralte, cuantificado a través de la relación entre la flecha y la luz libre.

En función del tipo de fábrica utilizada podemos encontrar bóvedas de fábrica de sillería, realizadas con sillares de piedra, unidos bien a hueso o bien con mortero, y bóvedas de fábrica de ladrillo.

3.5.2 *Relleno*

La importancia del relleno en los puentes arco de fábrica es fundamental para la comprensión de su funcionamiento estructural. Por ello, y dada la importancia que este elemento tiene a su vez en este trabajo, su estudio se desarrolla en el siguiente apartado.

3.5.3 *Tímpanos*

Son los elementos verticales que se disponen en los laterales sobre las bóvedas. Suelen ser macizos y sirven para contener y confinar el relleno en el trasdós de la bóveda. Gracias a esto, el relleno puede desarrollar su función estructural, de gran importancia en el comportamiento estructural global del puente. Si el relleno no está correctamente confinado lateralmente por los tímpanos, éstos no podrán desarrollar, al menos en su totalidad, su misión estructural, que es en general estabilizadora.

Además, los tímpanos pueden ejercer una función de rigidización longitudinal del puente, asemejándose a vigas de gran canto. Aunque esta semejanza implica que el tímpano trabaje a tracción como viga, y como se ha visto, la fábrica sólo trabaja a compresión, en algunos casos, con ciertos aparejos y morteros, sí puede suponerse que el tímpano resiste un pequeño esfuerzo de flexión. Sin embargo, para contar con esta rigidez longitudinal adicional, se ha de verificar que las hipótesis de conexión entre los tímpanos y la bóveda son correctas para poder contar con que la fábrica de los tímpanos resista tracciones. La práctica nos dice que sólo en situaciones de servicio, previa comprobación de la unión tímpano-bóveda, se puede contar con esta función de rigidización longitudinal. En situaciones cercanas al colapso del puente, los tímpanos se separan de la bóveda, considerándose ambos como elementos independientes en su estudio.

3.5.4 *Pilas*

Las pilas transmiten las cargas de las bóvedas a la cimentación, y además resisten las acciones que actúan directamente sobre ellas, como el viento o las corrientes de agua.

Dentro de los puentes arco de fábrica, son uno de los elementos cuya geometría más ha variado a lo largo de la historia. Como se ha descrito anteriormente, las pilas de los puentes arco romanos y medievales eran considerablemente mayores. Una de las razones era el desconocimiento que había en el comportamiento de las cimentaciones, y por ello las pilas se sobredimensionaban. Gracias a los avances en el estudio de los puentes de Perronet y Sejourné, las dimensiones de las pilas se redujeron considerablemente.

Al igual que con las bóvedas, los parámetros geométricos principales para caracterizar las pilas son: la altura total de la pila, la relación entre el ancho de la pila y la luz libre de las bóvedas, y la relación entre el ancho y el canto de la pila, que es definitorio de la sección utilizada.

En cuanto al tipo de material utilizado en las pilas, suelen ser de sección mixta formada por una carcasa de sillería bien labrada, cuyo interior está relleno por una mampostería a base de un hormigón ciclópeo o un cal y canto cementado. En algunos casos las pilas pueden ser de sección maciza, ejecutada con un mismo tipo de fábrica.

3.5.5 *Cimentación*

La cimentación constituye el elemento que transmite las acciones al terreno, siendo su sustento último. Dada la dificultad que los antiguos encontraban para poder caracterizar geotécnicamente los terrenos sobre los que iban a construir sus obras, las cimentaciones son el elemento resistente menos conocido de todos, en comparación con el resto de los elementos descritos. De esta forma, las

cimentaciones son las causantes en la mayoría de los casos de los problemas de las estructuras, por su mal dimensionamiento y elección en el tipo de cimentación. Además, en muchos casos las cimentaciones se ven afectadas por la acción del agua, que con su paso las ataca considerablemente.

Para caracterizar la cimentación, se atenderá a la tipología, es decir, a si es superficial o profunda, y al tipo de material empleado en la misma.

Como se ha dicho, las dificultades para disponer de un conocimiento geotécnico mínimo del estrato de cimentación, llevaba a que sólo en los casos en que se cimentase sobre roca, la tipología elegida era superficial. En la mayoría de los casos, se elegía la cimentación profunda, ya que estaba del lado de la seguridad.

Las zapatas en superficie se ejecutaban con sillería, aunque en los puentes más recientes se protegían con hormigón.

Otra tipología de cimentación superficial además de las zapatas eran las losas de cimentación, si bien eran poco comunes.

Las cimentaciones profundas, más habituales, tenían mucha más variabilidad. En primer lugar, tenemos los pilotes de madera, con una longitud máxima aproximada de 10 metros. El encepado se realizaba mediante un emparrillado de madera que se rellenaba con arena o áridos cementados. A veces, para evitar la socavación que las riadas pudieran provocar se colocaba escollera de protección alrededor de las pilas. En su construcción se creaba un recinto en seco para poder realizarla, a través de tablestacas de madera. A veces ese encofrado previo se utilizaba en la ejecución de la cimentación a modo de encofrado. Ya en el siglo XIX se ejecutaba mediante cajones huecos que se construían en la orilla y se llevaban después hasta el lugar definitivo, donde eran hundidos. Después se vertía hasta el suelo competente hormigón.

3.6 *Rellenos en trasdós de bóvedas de estructuras históricas*

Antes de nada, es preciso aclarar a qué se refiere el término “relleno”, puesto que no está claro del todo dentro del ámbito de los puentes arco de fábrica. Bajo este término se quiere hacer referencia a todo lo situado entre las bóvedas de fábrica y la superficie de rodadura. Existe una gran variabilidad de materiales y el estado en que se encuentran.

Para realizar la caracterización de los rellenos y la clasificación de éstos, se partirá de los estudios realizados por J.A. Martín-Caro Álamo (Martín-Caro, 2001) y Alejandro Ramos Casquero (Ramos, 2003).

En lo relativo a los puentes de fábrica, se pueden clasificar los rellenos desde el punto de vista estructural en dos grupos. Por una parte, los rellenos cementados o rígidos, que estaban formados por un cal y canto cementado o por un hormigón con puzolana, y por otra los rellenos sueltos, formados por arenas o arcillas más o menos compactadas.

El relleno rígido o cementado suele estar situado en la zona cercana al arranque de las bóvedas, aunque en algunos puentes romanos este relleno se encontraba a lo largo y ancho de toda la estructura.

En el caso de las edificaciones históricas, se situaba también en el arranque de las bóvedas y también está formado por un conjunto de materiales de diversas granulometrías ligados mediante un hormigón con puzolana o cal y canto. También se puede encontrar rellenos rígidos en edificaciones formados por mampuestos o un trasdosado de sillares.

El relleno suelto se encuentra en la zona cercana a la clave de la bóveda. Estos materiales normalmente formados por arenas o arcillas sueltas eran de naturaleza variable, en cuanto a su grado de compactación y saturación. El grado de compactación y saturación del relleno influye notablemente en el comportamiento de los puentes de fábrica, y en la función estructural que

desarrolla el relleno. Cuando el módulo de deformación es alto, el reparto de cargas se hace a través de un cono amplio, mejorando la capacidad portante. Las conclusiones de los trabajos de Martín-Caro, nos dicen que cuanto más parecidos sean los módulos de deformación del relleno y la fábrica, mayor será el cono de reparto. En este mismo trabajo se proponen diferentes métodos de análisis del reparto de cargas a través del relleno suelto, a través de una pendiente predefinida, suponiéndolo como un macizo seminfinito homogéneo y elástico (aceptando las hipótesis de cálculo de Boussinesq) o un tercer procedimiento que modeliza el conjunto relleno-bóveda como un medio elástico (relleno) limitado inferiormente por una capa rígida (bóveda).

El significado estructural de los rellenos es muy importante dentro del comportamiento global de las bóvedas. En función de esta clasificación en rellenos sueltos y rígidos, su función estructural es diferente.

En el caso del relleno suelto, este sirve principalmente para: recibir las cargas que actúan sobre la superficie de rodadura y repartirlas a lo largo del relleno hacia el trasdós de la bóveda; desarrollar empujes sobre la bóveda mejorando su estabilidad; desarrollar tensiones tangenciales en la interfaz bóveda-relleno; aumentar el porcentaje de peso propio en la estructura.

Con la primera función, se reducen los efectos locales de aplicación de las sobrecargas, repartiendo los esfuerzos sobre una superficie mucho mayor. Además, en el caso de las cargas aplicadas en la vertical de las pilas de los puentes, los esfuerzos se transmiten directamente a estas por este fenómeno de reparto, liberando a la bóveda de parte de ese trabajo.

Las dos últimas están muy relacionadas, ya que la deformación que sufre el conjunto y el desarrollo de tensiones y empujes sobre la bóveda contribuyen en su estabilidad, siendo beneficiosos en el comportamiento estructural del puente arco de fábrica.

El relleno suelto sobre la bóveda ejerce empujes sobre la misma, que varían constantemente en función de la deformabilidad de la bóveda, y dependen en magnitud y posición del estado de cargas. Los empujes generados se explican de forma detallada más adelante.

Por su parte, el aumento del peso propio en la estructura tiende a centrar la línea de presiones en el espesor de la bóveda. El arco es más eficiente cuando su trazado más se parece a la anti-funicular de las cargas que lo solicitan. De esta forma, las cargas pésimas serán las cargas excéntricas. Se podría decir que el efecto de las compresiones previas debidas al peso propio tiene un efecto similar al del pretensado. Cuanto mayor sea el peso específico de los rellenos mayor será el efecto de precompresión en las bóvedas.

El relleno rígido o cementado que se sitúa en las zonas cercanas a las pilas tiene propiedades mecánicas semejantes a la fábrica de las bóvedas, pilas y estribo, y por tanto es la de refuerzo de estas zonas. Como se ha explicado, están formados por hormigones pobres ciclópeos de cal y cemento o mampostería. Gracias a este relleno, el espesor eficaz del arco se incrementa, transformándose en los riñones en un arco más rebajado, elevándose las rótulas necesarias para el colapso. De esta manera, la capacidad portante del arco aumenta. Este relleno es más común en las construcciones románicas. En el gótico hay una mezcla de rellenos granulares y rígidos.

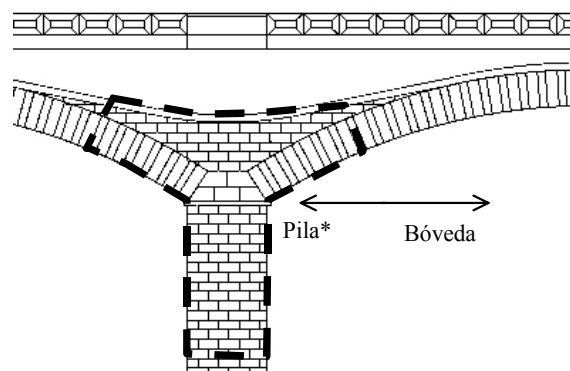


Figura 3.16: Relleno rígido cerca de las pilas.

También hay otro tipo de relleno que podríamos denominar intermedio entre el rígido y el suelto con otros elementos. Y que es específico de las edificaciones, y por tanto no se encuentra en puentes. Este grupo lo constituyen los rellenos aligerados. Está compuesto generalmente por vasijas de barro cocidas, huecas y tapadas. Este tipo de relleno es más común en edificaciones históricas que en puentes. Para aglomerar esos elementos se utilizaba un cal y canto. Este relleno se situaba entre el relleno rígido y la cubierta de las edificaciones. Las misiones dentro de la estructura son similares a las de los rellenos granulares y los rígidos, ya que transmite las cargas, aunque en menor medida que los rellenos sueltos descritos anteriormente, y al igual que en los rellenos rígidos, permite que no se transmitan empujes horizontales, aunque la rigidez es menor.

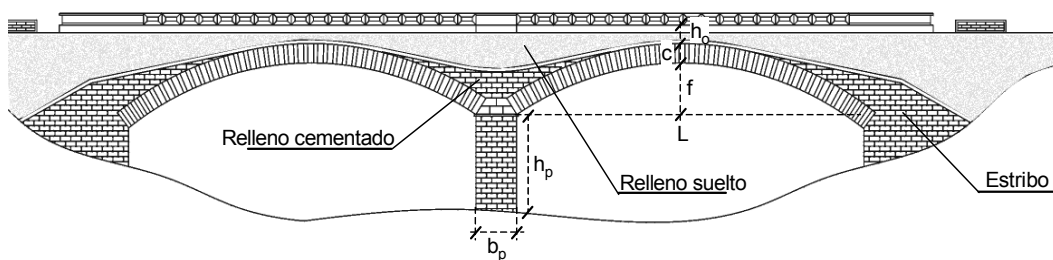


Figura 3.17: Sección tipo de un puente de fábrica con relleno en trasdós.
Distribución de los tipos de relleno.

Otro efecto importante es la verticalización de las cargas. Al disponer un peso adicional en el trasdós de las bóvedas, la reacción en el arranque de ellas es más vertical. De esta forma la contención a los esfuerzos horizontales bien con arbotantes o contrafuertes se realiza con dimensiones transversales menores que en el caso que no hubiera relleno.

3.7 Caracterización de los materiales de las construcciones de fábrica

Las fábricas de las construcciones históricas analizadas aquí están constituidas por las piezas, que pueden ser de piedra o cerámica, ordenadas de una manera más o menos regular y con trabazón, y unidas entre sí a través de un ligante o mortero, aunque en ocasiones este último ni siquiera existe. Se puede encontrar una caracterización de la fábrica más extensa en (Martín-Caro, 2000, 2003)

Ya se ha definido la fábrica como cualquier construcción o parte de ella realizada mediante piedra o ladrillo y en algunos casos una argamasa que los conecta. Es por tanto importante señalar que dentro de un mismo edificio podemos hacer referencia a fábricas diferentes, e incluso cada elemento puede presentar fábricas diferentes. Podemos encontrar por ejemplo un muro con paramentos de sillería y relleno de mampostería, o las pilas de un puente con un zuncho perimetral de sillería y un relleno de un hormigón ciclópeo o cal y canto. Así definimos la fábrica como un material anisótropo y discontinuo. Y esto es importante, ya que los materiales actuales como el hormigón o el acero son esencialmente continuos, y por tanto es aquí donde los métodos de análisis de la fábrica son tan diferentes de los empleados en los materiales más usados en la actualidad.

3.7.1 Piezas

Las piezas de la fábrica pueden ser piedras labradas o bien de cerámica. Su forma geométrica es más o menos regular, en forma de paralelepípedo en el caso de que estamos ante un sillar o de un ladrillo, o de forma más o menos irregular en el caso de la mampostería. Generalmente se utilizaban granitos, areniscas o calizas, y en alguna ocasión mármoles.

En este trabajo, seguiremos lo ya expuesto en las normas PIET 70 y FL-90.

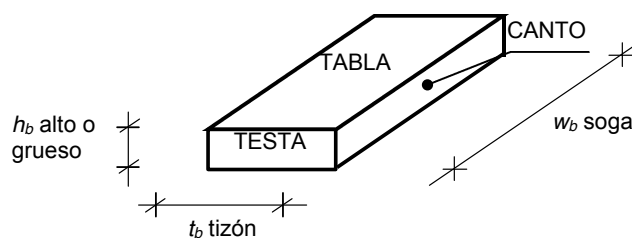


Figura 3.18: Partes de una pieza de fábrica.

Las proporciones entre las dimensiones soga, tizón y grueso son variables, y dependen mucho del tipo de piedra y del uso del ladrillo. Las proporciones alto : tizón : soga suelen ser de 1:2:4.

Las dimensiones absolutas de los bloques de piedra también varían mucho. Según Heynman, los bloques medievales solían tener una soga de 300 mm. En ladrillo la dimensión del grueso varía entre 25 y 100 mm, con un valor típico de 40 a 50 mm.

La naturaleza de la piedra empleada en la fábrica determinará sus principales propiedades mecánicas. En el análisis estructural efectuado en este trabajo, las propiedades principales son el peso específico, el módulo de elasticidad y la resistencia a compresión.

El peso específico de los materiales usados en la fábrica se puede determinar mediante ensayos de laboratorio sobre muestras. A modo orientativo se ofrecen valores de referencia recogidos en la bibliografía, para las rocas comúnmente utilizadas y diferentes ladrillos en las Tablas 3.1 y 3.2.

A pesar de que la deformabilidad de la fábrica depende en gran parte del mortero, la relación de rigideces entre las piezas y el mortero es una propiedad interesante para determinar el comportamiento conjunto de la fábrica. En ASTM podemos encontrar una relación de valores del módulo de elasticidad tangentes de diferentes rocas.

Tipo de piedra	Baker	UIC	PIET 70
Granito	25-26-28	26-28	26-30
Caliza	23-25-27	20-26	20
Arenisca	19-22-24	-	-
Mármol	25-27-28	-	-

Tabla 3.1: Valores del peso específico (KN/m^3) para los tipos de piedra.

Calidad del ladrillo	UIC		PIET 70	
1	Ladrillo blando	17-19	Calidad inferior	14
2	Ladrillo medio	19-21	Calidad media	14-18
3	Ladrillo duro	20-22	Calidad buena	14-18
4	Ladrillo de clínker	21-23	Calidad excelente	18-22

Tabla 3.2: Valores del peso específico (KN/m³) para los tipos de ladrillo.

Otro parámetro relacionado es el coeficiente de Poisson (ν), aunque este suele aparecer en menor medida en los estudios realizados. Valores comunes que aparecen en la literatura son de 0.15 a 0.20 en piedra y de 0.10 a 0.15 en ladrillo.

La resistencia a compresión de las piezas se obtiene a través de ensayos de compresión simple sobre muestras.

Tipo de piedra	Arredondo	Hüte	Camuñas
Granito	80-270	80-270	180
Caliza	80-150	25-190	60-130
Arenisca	10-180	15-320	50
Mármol	80-150	40-280	140

Tabla 3.3: Valores del módulo de elasticidad (N/mm²) para los tipos de piedra.

Calidad del ladrillo	UIC	
1	Blando	4-8
2	Medio	8-15
3	Duro	15-30
4	Clínker	30-50

Tabla 3.4: Valores del módulo de elasticidad (N/mm²) para los tipos de ladrillo.

A modo orientativo se ofrecen valores de referencia recogidos en la bibliografía, para las rocas comúnmente utilizadas y diferentes ladrillos en las Tablas 3.3 y 3.4.

3.7.2 *Morteros*

Los morteros son materiales utilizados en la construcción que se encuentran en estado plástico inicialmente en su colocación, pero con el tiempo adquieren dureza y resistencia. De esta forma, los morteros tienen como misión principal dentro de la fábrica: asegurar la correcta unión entre bloques de las piezas y repartir y conducir las cargas que actúan hacia la cimentación. Se componen de un árido, un ligante que puede ser más o menos hidráulico y agua.

En las fábricas históricas el componente principal es la cal (CaO). Generalmente esta cal se encontraba impura, con restos arcillosos, silíceos y aluminosos. Estas impurezas le otorgan a la cal propiedades hidráulicas ya que se forman compuestos como los silicatos o los aluminatos cálcicos. Si la cal utilizada no tenía impurezas que le conferían prácticas hidráulicas entonces la cal era aérea, y el proceso de transformación a carbonato cálcico era muy lento, y podía durar meses o años.

En algunos casos y ciertas regiones se utilizaba yeso en lugar de la cal, o a veces en combinación con esta.

Al ser el mortero el elemento menos rígido, las deformaciones instantáneas y la práctica totalidad de la deformación diferida son producidas por el mortero. También la deformación de retracción por secado que la fábrica experimenta se debe al mortero. Por tanto, el comportamiento conjunto de la fábrica es de especial importancia.

El peso específico de los morteros históricos varía entre valores de 15 y 20 kN/m^3 . Uno de los parámetros fundamental en el estudio de la resistencia de la fábrica en el conjunto es la resistencia a compresión. Sin embargo, cuantificar

la resistencia del mortero en la fábrica es cuanto menos difícil, ya que la resistencia que se puede medir en una muestra de una probeta no es representativa al haber una diferencia de escala y el estado en que se encuentra el mortero en la fábrica. Sin embargo, los valores que se obtienen de ensayos a compresión de probetas de mortero sirven como valores de referencia para cuantificar la calidad de los morteros.

La resistencia a compresión del mortero de las construcciones históricas depende de numerosos factores. El estado, calidad y naturaleza de la piedra caliza empleada para obtener la cal es determinante, así como de los áridos utilizados. También el proceso utilizado para apagar la cal, así como las condiciones meteorológicas a las que se ve sometida hacen que los valores difirieran considerablemente. En la bibliografía podemos encontrar diversos autores, que varían entre 0.5 y 2.0 MPa para morteros de cal y arena, bien aéreos o hidráulicos.

Otro parámetro fundamental es el módulo de deformación longitudinal. En la cal hidráulica los valores pueden variar entre 1000 y 2000 MPa. El coeficiente de Poisson se puede aproximar a 0.2.

3.8 *Interfaz piedra-mortero en construcciones de fábrica*

La fábrica, como se ha visto, está compuesta de piezas y morteros (salvo en las fábricas con uniones a hueso). Sin embargo, hay una parte que merece un estudio a parte, y esta es la interfaz piedra-mortero, que presenta propiedades peculiares y cuyo comportamiento condiciona el comportamiento general de la fábrica.

La característica principal que condiciona el comportamiento de la interfaz es la adherencia natural entre las piezas y mortero. El mecanismo de unión entre ambos elementos se explica principalmente por un fenómeno físico de adherencia, si bien este se ve alterado por diversos factores entre los que destaca el contenido de humedad de las piezas en el momento de su colocación.

Otro factor importante a tener en cuenta es la retracción del mortero, que hace que el área de contacto real entre las piezas y el mortero sea menor del teórico.

El modelo de rotura del interfaz comúnmente aceptado es el modelo friccional de Mohr-Coulomb, que depende de la cohesión mortero pieza, el coeficiente de rozamiento en dirección paralela a la interfaz y la tensión perpendicular a la interfaz.

Los valores del ángulo de rozamiento tienen bastante variabilidad, en función del tipo de pieza de la fábrica o la dosificación del mortero utilizado, con valores entre 0.15 y 0.90.

3.9 *Interacción suelo-estructura en construcciones antiguas*

Ya se ha visto que una de las misiones de los rellenos sueltos dentro de los puentes y las edificaciones históricas de fábrica es la de generar unos empujes sobre la bóveda que facilitan su precompresión. Este efecto es claramente beneficioso para el comportamiento global de la bóveda como se ha explicado anteriormente. También se ha visto que el rozamiento desarrollado en la interfaz piedra-mortero hace que el sistema sea más estable, elevando las rótulas necesarias para el colapso de la estructura y mejorando por tanto su capacidad portante.

Uno de los métodos para evaluar la magnitud de esos empujes generados es a través de las teorías clásicas de cálculo de empujes en estructuras de contención de tierra. Para poder modelizar la interacción del relleno con la estructura abovedada, en el caso del puente arco de fábrica, hay que comprobar por una parte que el relleno que gravita sobre la bóveda esté confinado por el estribo y por los tímpanos, y que el relleno sea suelto, de acuerdo a la clasificación anteriormente establecida.

En el caso de que estemos en una edificación histórica, los rellenos están confinados por la bóveda y el muro de contención que sirve para el apoyo de la cubierta.

Estas limitaciones del suelo que empuja a la bóveda deben tenerse en cuenta a la hora de evaluar los empujes desarrollados.

En el caso de un puente arco de fábrica, existen diferentes zonas sometidas a empujes de diferente naturaleza. Para poder diferenciar estas zonas, hay que prestar atención a los movimientos relativos entre la bóveda y relleno, ya que estos nos dirán cuando se está desarrollando un tipo de empuje y otro. Estos movimientos dependen de las cargas actuantes en cada momento. De esta forma, en los puentes de fábrica podemos distinguir entre tres empujes diferentes:

- Empuje activo: Cuando el movimiento relativo entre el suelo y la estructura, es decir, entre la bóveda y el relleno sea de separación se está desarrollando este empuje. Cuando el movimiento es suficientemente grande el relleno rompe.

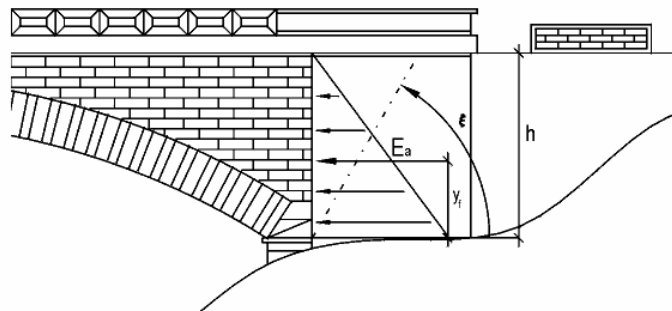


Figura 3.19: Empuje activo en un puente de fábrica.

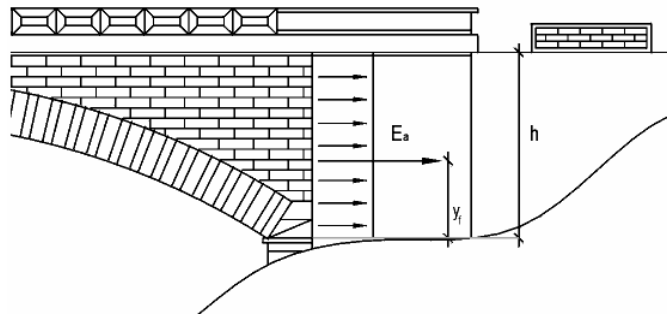


Figura 3.20: Reducción del empuje por la cohesión del relleno.

- Empuje al reposo. Este empuje se desarrolla cuando el movimiento relativo entre el relleno y la bóveda es nulo. Este empuje está presente en la mayoría de las zonas de un puente que únicamente se ve solicitado a acciones permanentes y uniformes. Para poder definir este empuje es importante conocer el grado de compactación del relleno.

- Empuje pasivo: Cuando el movimiento relativo entre la bóveda y el relleno es de unión, es decir, hacia el relleno se desarrolla el empuje pasivo. Al igual que en el caso del empuje activo se necesita la superación de un valor umbral para que se desarrolle este empuje. Este empuje se moviliza en situaciones próximas al colapso del puente, cuando la capacidad portante del puente aumenta debido a la contribución estructural del relleno.

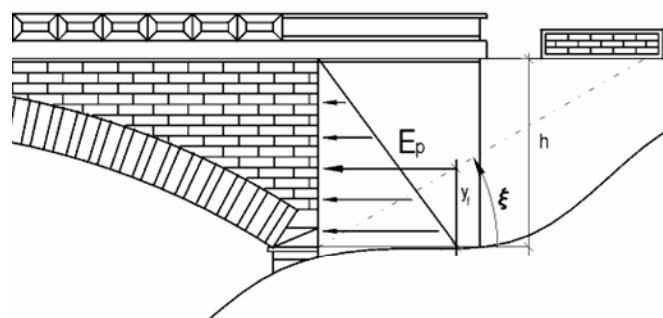


Figura 3.21: Empuje pasivo en un puente de fábrica.

A pesar de la posibilidad de realizar esta analogía de interacción suelo estructura con la teoría de empujes clásica existen en los puentes ciertas características propias a tener en cuenta.

Por una parte, hay que recordar que en este caso la superficie de contacto entre el relleno y la bóveda es de geometría curva. Hay por tanto que despreciar la inclinación del empuje respecto a la dirección perpendicular, considerando el ángulo de desviación nulo. Se considera por tanto el empuje perpendicular al plano de referencia.

También hay que tener en cuenta que la superficie de contacto entre bóveda y relleno puede presentar una rugosidad variable y que las tensiones tangenciales que se pueden desarrollar son mayores que en el caso de las estructuras de contención de hormigón.

Como se ha dicho es imprescindible conocer los movimientos relativos que se producen ya que esto condicionará el tipo de empuje que se está desarrollando. También, es importante conocer la distribución de los rellenos en el puente, zonificando en zonas uniformes por densidad y resistencia y diferenciando las zonas en las que hay rellenos sueltos y rellenos cementados.

Otra cuestión importante es el confinamiento y limitación del relleno. El análisis bidimensional propio del cálculo clásico de empujes debe ser verificado por la acción de una coacción lateral real que normalmente en el caso de los puentes es debida a los tímpanos, que deben tener capacidad suficiente como elemento de contención cuando se vean sometidos a la acción del empuje de las tierras.

En el caso de puentes y edificaciones históricas, el empuje que desarrollan los rellenos es cuantitativamente menor al que se desarrolla en el caso de una estructura de contención de tierras en la que se asume un material continuo. Esto se debe principalmente a que no se tratan de medios continuos. Sin

embargo, la cota de actuación de la resultante de los empujes es mayor que en el caso de un material continuo. La evaluación de estos empujes es por tanto importante a la hora de conocer el comportamiento global de la estructura de fábrica, y aunque la teoría clásica de empujes de estructuras de contención de tierras son una herramienta útil no modelizan claramente el comportamiento real de la estructura.

3.10 *Evolución de los métodos de cálculo de las estructuras antiguas.*

3.10.1 *Introducción*

Las estructuras de las primeras construcciones utilizaban la fábrica. La fábrica es un material que resiste principalmente a compresión, y poco o nada las tracciones. Con la evolución en las construcciones, se llega a la aparición del arco, siendo éste el elemento básico en la construcción en fábrica. Las dovelas del arco se empujan entre sí cuando la gravedad hace su efecto, y es este empuje entre ellas lo que hace que el arco se encuentre en equilibrio.

Partiendo de esta idea básica los primeros constructores se enfrentaban al problema principal del dimensionamiento de los elementos que componían la estructura. En la actualidad, los que nos dedicamos al campo de las estructuras, dimensionamos y calculamos de acuerdo a las leyes de la mecánica y la resistencia de materiales que conocemos. Es impensable que un ingeniero actual proyecte un edificio sin efectuar un solo cálculo basado en estas leyes. Nos puede sonar incluso aberrante basarse únicamente en "reglas" geométricas. Y, sin embargo, nos encontramos con que el cálculo que se puede denominar como científico actual, es relativamente reciente. Nace a finales del siglo XVII, se desarrolla en el XVIII y sólo se generaliza su utilización a partir del siglo XIX. ¿Qué pasa con las estructuras construidas antes de todo esto? Las grandes catedrales góticas, los puentes romanos y medievales, en resumen, todas las grandes obras arquitectónicas de nuestra historia fueron levantadas sin realizar un solo cálculo "científico". Pero siguen en pie, y la sensación de seguridad y estabilidad que transmiten es enorme. Es evidente que los maestros

constructores sabían lo que hacían, y es que antes del cálculo "científico" actual, basado en las leyes de la resistencia de materiales y la mecánica, hubo otro tipo de cálculo que podríamos denominar "tradicional", fruto de la experiencia de siglos y siglos con este tipo de construcciones.

El cálculo tradicional, estaba basado en la observación de las obras construidas y de muchos ejemplos de derrumbes, que cristalizaron en una serie de reglas que los maestros utilizaban, variando a lo largo de la historia según la época. Eran por tanto reglas empíricas, que trataban de buscar relaciones y proporciones entre los diferentes elementos de los tipos estructurales utilizados, a modo de código a emplear para asegurar construcciones estables. Empero, no eran reglas absolutas. Muchos otros aspectos eran fundamentales para poder levantar una estructura de fábrica. El descimbrado era una fase crítica, así como el orden de ejecución de los elementos en las diferentes fases de construcción. La experiencia era un factor fundamental. Y es precisamente esta experiencia, la que hacía que, en numerosas ocasiones, y por diversos condicionantes, estas reglas no se respetasen, a voluntad del maestro constructor. Así, la variabilidad entre las distintas soluciones adoptadas en las obras es enorme. Verbigracia, las diferentes soluciones con arbotantes empleadas en los grandes templos, o las experimentaciones con diferentes bóvedas en el barroco alemán.

La diferencia no reside en que los métodos actuales sean "mejores" que los empleados en la antigüedad, sino en el objetivo perseguido. Si bien el fin último tanto de los ingenieros pretéritos como los actuales es el conseguir estructuras fiables y duraderas (milenios para los romanos, cien años en la actualidad), el objetivo de los métodos empleados difiere. El cálculo tradicional busca obtener una serie de reglas para aplicar a ciertas bóvedas; es decir, las reglas que se aplicaban a las bóvedas medievales no servían para las bóvedas barrocas. El cálculo científico actual busca obtener una teoría del todo, una teoría que sea aplicable al cálculo de cualquier tipo de estructura sea de fábrica o no.

El cambio surge en el nuevo paradigma que emana de la Ilustración. El enfoque cambia completamente. Las reglas tradicionales que se aplicaban en todos los campos (medicina, construcción, industria...) se sustituyen por una búsqueda de una teoría científica que englobe los diferentes casos, una teoría general en cada campo. Es en esta revolución científica del siglo XVIII cuando se desarrollan las ciencias tal y como las conocemos actualmente, estableciéndose diferentes campos de conocimiento.

Philipe de la Hire, uno de los primeros teóricos científicos sobre bóvedas decía en 1712: "Los arquitectos emplean algunas reglas para hallar el espesor que se les debe dar [a los estribos de las bóvedas], pero como éstas no están basadas en ninguna demostración geométrica, no se puede decir que estén demostradas".

El cambio en el enfoque es muy diferente. A medida que se desarrolla una teoría sobre las bóvedas y los arcos, el empleo de las reglas tradicionales se va apartando, incluso se rechaza su uso, ya que se considera acientífico la utilización de principios sin base racional. Este punto de vista continua en buena medida en nuestros días asentado en la opinión de los técnicos, que no se paran a pensar el verdadero origen de las teorías actuales de conocimiento, ni ven ciertamente que aquellas reglas o proporciones nacían de la experiencia práctica en la construcción de edificios, puentes y bóvedas, y la observancia en ellos de ciertos patrones de proporción entre los diferentes elementos.

La idea principal que extraer es que los constructores antiguos, no es que fuesen afortunados, o construyesen sus obras por el método de prueba-error. Su enfoque hacia lo geométrico es en buena medida correcto, tal y como afirma el profesor Heymann.

Tras estas primeras nociones pasamos a analizar los aspectos fundamentales del cálculo tradicional y del cálculo científico.

3.10.2 *Cálculo tradicional*

La primera fuente documental de la que disponemos se encuentra en la Biblia, en el libro de Ezequiel: "Y entonces vi a un hombre ... que sostenía un cordel de hilo y una pértiga de medir ... La longitud de la pértiga era de seis codos, teniendo en cuenta el codo largo que tenía la extensión de un codo y una mano." Ese cordel y pértiga de medir al que se hace referencia es "la gran medida". Este elemento permitía llevar las medidas que se habían expresado en el proyecto a la realidad. Sin embargo, no era un patrón absoluto a tener en cuenta, sino que variaba según lo establecido al inicio del proyecto. Era una especie de escala. También en la Edad Media se utilizaba esta "gran medida".

De este dato podemos deducir la primera regla geométrica. Si un edificio con unas determinadas dimensiones era seguro, otro que guardase una relación de semejanza también lo sería. Este sencillo concepto también es el que está detrás de los ensayos en modelos a escala reducida que se han venido utilizando en la actualidad en el pre-dimensionamiento de presas o puentes.

Sin embargo, a pesar de esta referencia, no se conserva en la actualidad ningún tratado al que se haga referencia a reglas geométricas. Ni siquiera en Vitrubio se menciona alguna. Aunque sí hay referencias de libros y compendios escritos sobre bóvedas, muchos de ellos, desgraciadamente, no han llegado hasta nuestros días. Así, se puede comprobar que muchas de las construcciones realizadas en la Roma y Grecia Antiguas, guardan relaciones comunes de proporción entre elementos, si bien estas reglas no aparecen en ningún tratado original que se conserve de la época.

El declive experimentado en la época del arte románico respecto a las técnicas y proporciones guardadas en las construcciones romanas es evidente. Quizá el redescubrimiento de Euclides, y sus tratados geométricos en 1120 en Europa, fecha de la traducción de sus textos, influyó notablemente en los maestros constructores, que tomaron de nuevo la geometría como una herramienta

fundamental en su trabajo, y, presumiblemente, fue un factor importante en el desarrollo del gótico por esas mismas fechas. Sirva como ejemplo la cita de un maestro cantero inglés del siglo XV publicada en Knoop, Jones y Hamer (1938): *"No te extrañes si te digo que toda ciencia vive entera de la ciencia de la geometría. Porque no hay ni artificio ni herramienta que esté hecho por la mano del hombre, sino que [todos] están hechos por geometría ... Porque si un hombre trabaja con sus manos trabaja con algún tipo de herramienta y no hay ningún instrumento material en este mundo que no provenga de algún tipo de tierra y a la tierra volverá otra vez. Y no hay ningún instrumento, esto es, una herramienta para trabajar que no tenga alguna proporción más o menos. Y la proporción es medida, [y] la herramienta o instrumento es tierra. Y la geometría, se dice, es la medida de la tierra, por tanto puedo afirmar que todos los hombres viven por geometría."* La importancia de la geometría y el interés por Euclides queda patente en el gótico.

Han llegado a nuestros días diversos documentos del gótico que hacen referencia al procedimiento constructivo utilizado. El más antiguo conservado es el álbum de Villard de Honnecourt. En él aparecen diversos aspectos técnicos relativos a la construcción, sin embargo, no aparecen en ningún momento indicaciones sobre cómo los maestros constructores proyectaban sus grandes obras.

Leonardo da Vinci (1452-1519) fue uno de los primeros en acercarse al estudio mecánico de los arcos, con numerosos procedimientos para determinar el empuje de los arcos y conocer el estado de equilibrio de las dovelas. Descubrió el mecanismo de colapso de un arco a través de rotulas.

Quizá aquí haya que preguntarse cómo es posible que disponiendo de tratados en los que se explica con minuciosidad diferentes técnicas de construcción de otros elementos, no se disponga de la relativa a los elementos fundamentales, los arcos y las bóvedas. Es probable, que el secreto que los canteros medievales estaban obligados a guardar, de acuerdo a las logias a las que pertenecían, tenga algo que ver. El celo por guardar los secretos relativos a sus grandes

obras era guardado con esmero, y es muy probable que esta sea la razón por la que los detalles relativos a la concepción de sus construcciones no fuesen reflejados en ningún dibujo o manual. Hay que esperar hasta el gótico tardío, cuando la aparición de la imprenta hizo imposible guardar los secretos de estos gremios, para disponer de las primeras reglas geométricas en un tratado original de las que se tiene constancia. Haré referencia a dos reglas principales.

La primera de ellas aparece en numerosos tratados de construcción y cantería de los siglos XVI y XVII y fue impresa en el tratado de cantería de Derand (1643), teniendo origen gótico. En primer lugar, se explica la construcción referenciada al arco de medio punto (P): "*Sea la bóveda de medio punto ABCD... divídase en tres partes iguales por los puntos B y C, y por uno de los tercios, por ejemplo, CD, trácese la línea recta CDF, y tomando el mismo punto D como centro, y abriendo el compás como la cuerda CD, trácese por debajo el Arco EF. Y por el punto F, donde el citado Arco corta a la línea CF, trácese el plomo FG por fuera del muro, que debe soportar la bóveda ACD; así el espesor del muro estará comprendido entre las líneas EH y FG, y aquél será suficiente para resistir el Empuje de la Bóveda como hacen ver la práctica y la experiencia.*" Esta regla, que también aparece en otras fuentes, seguramente se empleó en la época gótica para calcular los estribos y los arcos.

La segunda de ellas está recogida en el manuscrito de Hernán Ruiz el Joven de 1560. Entre el desorden interno de esta obra, el autor nos ofrece una regla para encontrar el estribo que corresponde a cualquier arco pensado. Para ello propone partir de un semiarco cualquiera, dividirlo en dos partes iguales por la línea del trasdós y trazar una tangente al trasdós por ese punto. Finalmente, la intersección de esa tangente con la horizontal trazada por los arranques del arco proporciona el espesor del estribo. Este procedimiento aparece explicado para el arco de medio punto, el ojival y el rebajado. Esta regla también tuvo probablemente origen gótico.

También en numerosos manuscritos del gótico tardío alemán se dan reglas geométricas de este tipo para el dimensionamiento de los diferentes elementos de los grandes templos góticos. También se dan reglas aritméticas, que parten, por ejemplo, de la medida de la luz coro para el dimensionamiento del resto de elementos. El coro se erige como el elemento principal a partir del cual gravita todo. En (Huerta, 2004) podemos encontrar una descripción más detallada de las reglas aritméticas y geométricas que se utilizaban.

En el caso de los puentes, el análisis también se basaba en este tipo de reglas geométricas. En la concepción de los puentes había varios aspectos a definir, como el número y tamaño de pilas, y la luz de los vanos. La relación más usada era aquella que conectaba la luz con el tamaño de las pilas. Este tipo de reglas aparece en todos los tratados que tenemos del Renacimiento, que de nuevo tienen origen medieval. Sin embargo, también en el caso de los puentes no se conserva ningún manuscrito original medieval en el que aparezcan estas reglas. La regla más utilizada era que las pilas fuesen un tercio de la luz.

Sí disponemos de un documento anterior a la Edad Media, titulado “Dispositio fabricae de pontibus”, escrito antes de 822. Probablemente las reglas en él contenidas sean de origen romano, ya que los métodos descritos tratan sobre reglas de proporción relacionadas con el cuerpo humano, propias de la época romana.

En todo caso sí existe una gran fuente documental relativa a construcciones de puentes nuevos o reparaciones de existentes, con cantidad de información de los procesos seguidos. Sin embargo, a veces es difícil encontrar reglas relativas a su diseño previo.

De la época del Renacimiento, disponemos de un tratado importantísimo: el tratado de arquitectura de León Battista Alberti, escrito a principios del siglo XV. En él se recogen una serie de apreciaciones técnicas y reglas estructurales, que lo convierten en una verdadera enciclopedia de este ámbito de la

construcción en su época. Es interesantísima la diferenciación que hace entre partes “activas” y partes “pasivas” de las estructuras, relacionándolas con los esqueletos animales. Es notable el conocimiento sobre bóvedas y cúpulas que tenían los arquitectos renacentistas.

En el caso de los puentes, el conjunto de las reglas contenidas supone el grueso de los preceptos seguidos por los maestros constructores de puentes hasta bien entrado el siglo XVIII. Sobre las pilas dice que guardarán una relación de $1/4$ con la altura del puente. Además, deben tener un espesor comprendido entre $1/4$ y $1/6$ de la luz. Un pilar con demasiado grosor puede no afectar a la estabilidad del puente, pero sin embargo si puede ser perjudicial para el paso del agua.

Existen otros libros como “Los cuatro libros de arquitectura” de Andrea Palladio, en los que se relacionan las reglas de diseño de puentes nuevos con los puentes ya existentes a través de las relaciones de la clave y las pilas con el vano.

Dentro del Renacimiento merece mención especial aparte el insigne arquitecto Rodrigo Gil de Hontañón (1500-1575). Hijo de Juan Gil de Hontañón, notable maestro constructor gótico, redactó un manuscrito en el que sus reglas y experiencias quedaron registradas. Sin embargo, no se conserva el original, aunque afortunadamente antes de desaparecer, fue copiado por Simón García en 1861 e incluido en el libro “Compendio de Arquitectura y Simetría de los Templos”. En este texto se recogen entre otras apreciaciones, diferentes reglas para el dimensionamiento de templos góticos. Se describe perfectamente el proceso seguido en la construcción de una bóveda de crucería a través de dibujos, la relación entre las medidas de las naves y sus alturas, y los métodos para dimensionar los estribos y pilares. Para ello usa de nuevo reglas geométricas. En concreto, ofrece para los pilares la manera de calcular su diámetro a través de un ejemplo. Transcribiendo esta regla en forma analítica

se obtiene que $d = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{h + l + a}$, siendo “h” la altura de la nave, “l” la longitud de la nave y “a” la longitud del tramo. La medida con la que hay que entrar son los pies castellanos. La mayoría de las iglesias construidas por Gil de Hontañón siguen esta regla, que, aun no siendo dimensionalmente correcta, da valores de referencia útiles. Para el cálculo de los estribos sigue una regla geométrica un tanto complicada, que de forma analítica queda $e = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{h + \frac{2}{3} \cdot \sum n_i}$, siendo “h” la altura del estribo y $\sum n_i$ la suma de la mitad de las longitudes de los nervios que acometen al estribo (desde los arranques hasta la clave).

Mediante este tipo de reglas dimensiona todos los elementos de los templos góticos como los nervios y las claves. Son curiosas las analogías que realiza con partes del cuerpo humano, como los dedos, propia del Renacimiento.

Sin embargo, el siglo XVII supone una revolución y un cambio. Hasta este siglo, se ha visto que la mayoría de los diseños se basaban en reglas y proporciones geométricas en base a la experiencia. Pero en 1638, Galileo ataca por primera vez un problema relativo a la resistencia de materiales: la flexión de una viga. En los años 1670 Hooke realiza la primera aproximación científica al cálculo de arcos y cúpulas. A partir de estos avances, los constructores ya conocen algunas leyes de equilibrio y de centros de gravedad, aunque siguen valiéndose de la experiencia y de las reglas anteriores para sus obras. Sin embargo, este siglo supone el comienzo de una transición de casi dos siglos, desde el denominado cálculo tradicional al cálculo científico, que poco a poco irá desarrollándose. A medida que avanza el siglo XVIII los dos tipos de cálculo coexisten, e incluso hay posturas enfrentadas respecto a su utilización.

Hay que destacar en este avance en los conocimientos a una figura importantísima: Jean Rodolphe Perronet (1708-1794). Gracias a sus estudios y avances, y su afán por lograr estructuras más económicas en términos de uso

de material, desarrolló nuevas reglas y tablas de cálculo que supusieron un cambio importante en la construcción de arcos y bóvedas en puentes.

3.10.3 *Cálculo científico*

Un concepto fundamental para la comprensión desde el punto de vista científico de los arcos es el concepto de línea de empuje. Esta idea fue desarrollada por Moseley en Inglaterra en 1835 y por Méry en Francia en 1840. Anteriormente Hooke (ca. 1670) ya hizo una primera aproximación, proponiendo la catenaria como figura ideal. De estas exposiciones podemos inferir que una primera definición de línea de empuje sería el lugar geométrico de los centros de empujes de cada una de las secciones que componen un arco.

En el proceso de construcción de un arco, primero se coloca una cimbra sobre la que se van posicionando las dovelas, hasta llegar a la última, la clave. Después se descimbra y el arco entra en carga. Por efecto de la gravedad las piedras tienden a caer, pero se empujan unas con otras, y el arco se mantiene en equilibrio. De este esquema se deduce que los empujes son inclinados, y por lo tanto tienen una componente horizontal idéntica en todo el arco, que se denomina “empuje del arco”. Este empuje debe ser asumido por las últimas dovelas del arco y los estribos.

Para poder definir las diferentes líneas de empuje en un arco cualquiera sometido a su peso propio, basta con elegir las juntas y trazar los polígonos antifuniculares en equilibrio con los pesos verticales de las dovelas. A continuación, se unen los puntos de intersección del polígono con las juntas y se obtiene la línea de empujes.

Para que el arco esté en equilibrio, la línea de empuje debe estar contenida en la sección del arco. El problema es que las líneas de empuje varían con el estado de carga, y por tanto los ingenieros debían prever las distintas situaciones que podría tener el puente. Surgía así una pregunta importante: ¿Cuál de las distintas líneas de empuje posibles es la real?

Para solucionar estos problemas Saavedra (1860), Castigliano (1879) y Winkler (1879) decidieron aplicar el cálculo elástico a los arcos de fábrica, cálculo desarrollado a la luz del uso del hierro en las construcciones, a pesar de que sabían que los arcos de los puentes no eran homogéneos y estaban sometidos a movimientos durante su construcción en los procesos de hormigonado de juntas, cimbrado y descimbrado. Aun así, gracias a esto, aplicaron las ecuaciones de equilibrio, supusieron el material constituyente como elástico e isótropo y aplicaron condiciones de compatibilidad de deformación y de contorno, obteniendo de esta forma una única línea de empujes.

De esta forma a partir de 1900 se consideró que la aplicación del cálculo elástico al cálculo de arcos y bóvedas en las construcciones antiguas de fábrica era correcta, cotejando con distintos casos construidos, y la ciencia trató de desarrollar modelos y sistemas simplificados para el cálculo de estructuras.

Sin embargo, los cálculos derivados de la aplicación de la teoría elástica eran tediosos, y las hipótesis utilizadas no eran del todo correctas, especialmente las relativas a las propiedades del material (material homogéneo e isótropo) y las condiciones de contorno (estribos perfectamente empotrados).

Es a partir de la segunda mitad del siglo XX con el desarrollo de las Teorías del Análisis Límite, desarrollado inicialmente entre 1930 y 1950 para las vigas y pórticos de acero.

3.10.4 *Métodos actuales*

En la actualidad, el marco teórico utilizado para analizar las estructuras históricas de fábrica se basa en analizar las situaciones de equilibrio en que se encuentra sometida la estructura frente a unas acciones determinadas y compararlas con las situaciones límites de inestabilidad. Para ello se utilizan las ecuaciones de equilibrio de la estructura, pero no se usan las de compatibilidad y comportamiento. De ahí se obtiene un “coeficiente de seguridad”, en el que sólo intervienen la geometría de la estructura y las

acciones. El marco teórico como se ha indicado es la denominada *teoría del análisis límite*, que se basa en la aparición de cuatro rótulas plásticas en el arco que provocan su rotura, y se fundamenta en una serie de principios:

- Teorema de la unicidad: este teorema establece que la carga que produce el colapso de la estructura es única.
- Teorema del límite superior: este teorema indica que, para un mecanismo de colapso elegido, la carga que lo provoca es igual o superior a la carga de colapso real.
- Teorema del límite inferior: este teorema indica que si para una situación de carga que no supere la condición de cedencia del material se puede encontrar un estado de esfuerzos internos en los que la estructura esté en equilibrio, entonces esa carga será inferior a la carga de colapso real.

Para poder aplicar estos principios han de resolverse previamente las ecuaciones de equilibrio de la estructura, bien por métodos matemáticos o por métodos gráficos, más comúnmente usados. Estas ecuaciones de equilibrio parten de una serie de hipótesis, como son la consideración de que las piezas de fábrica se comportan como sólidos rígidos, que la fábrica no resiste a tracción y por tanto el aglomerado que une las piezas no puede garantizar la cohesión de éstas y el deslizamiento entre piezas es imposible, ya que el rozamiento entre piezas es generalmente lo suficientemente alto como para resistir los esfuerzos rasantes a los que se ven sometidas.

Estas condiciones implican que el colapso de la estructura se produce cuando se han formado un número suficiente de articulaciones. De manera resumida el proceso empleado es el siguiente:

1- Definición de Acciones. La determinación del valor de las acciones, así como de las combinaciones a tener en cuenta viene reflejado en las normativas correspondientes.

2- Resolución de Ecuaciones de Equilibrio o aplicación de Estática Gráfica y obtención de Líneas de Empuje. Estos métodos están recogidos en la obra de Jacques Heymann.

3- Análisis Límite: Se asocia a cada línea de empujes la geometría con la que la estructura se encontraría en la situación de equilibrio límite basándose en los principios anteriormente descritos.

4- Se obtiene un Coeficiente de Seguridad, que generalmente ha de ser mayor de 2.

Este marco de análisis nos permite comprender la plasticidad de las estructuras de fábrica. Los arcos se van adaptando los movimientos que sufren, y se van abriendo y cerrando grietas para encontrar posiciones de equilibrio en las nuevas configuraciones geométricas. De esta forma, según se van formando grietas para que el arco encuentre el equilibrio, se van formando nuevas líneas de empuje, que pasan por las articulaciones formadas en las grietas, con estados tensionales diferentes en cada caso. Así las estructuras agrietadas no tienen porque indicar que haya una ruina, sino que son signo de la adaptación de la estructura a los pequeños movimientos que sufre, garantizando que la línea de empujes está dentro del arco.

Otro método de análisis utilizado es el de *bloques rígidos*, en el que se aplica las teorías del análisis límite considerando nuevos modos de fallos en estructura, como son el deslizamiento entre las dovelas y el aplastamiento de las dovelas por exceso de compresiones. El término bloques rígidos hace referencia a la indeformabilidad de los mismo y a que los elementos estructurales no tienen ningún tipo de adherencia. En (Drosopoulos et al, 2006) se puede encontrar un ejemplo de análisis mediante este método, en el que se obtiene la carga última que produce la menor energía, utilizando el teorema de los trabajos virtuales para obtener la carga de rotura asociada al mecanismo de colapso de mínima energía.

También existen métodos que se podrían denominar como *semi-empíricos*. El método MEXE fue desarrollado en Reino Unido basándose en las ecuaciones de Pippard (Pippard, 1948) que modelizan el arco como un elemento elástico lineal que está articulado en los estribos, con perfil parabólico y sección transversal variable, que está sometido a una carga puntual en su clave. Este método consiste en un ábaco que relaciona las cargas admisibles con las dimensiones del puente, en concreto la luz del arco y la profundidad total del relleno y las dovelas del arco en su clave. Es decir, es un método que sirve para obtener la carga que es capaz de soportar un arco dado. Este método está sometido a coeficientes subjetivos, aunque sí es cierto que debido a su sencillez y los valores conservadores que ofrece es comúnmente aceptado en el análisis de puentes arco de fábrica con relleno en trasdós.

Por último, el método más utilizado actualmente en el análisis estructural tanto de estructuras de acero como de hormigón es el *Método de los Elementos Finitos (MEF)*, si bien no es un método realmente apto para el análisis de estructuras antiguas de fábrica ya que existen métodos aproximados más sencillos y a ello se añade la dificultad para caracterizar el comportamiento no lineal de las estructuras de fábrica. El uso de este tipo de métodos requiere un conocimiento mecánico importante de todos los elementos constituyentes de la estructura y su aplicación suele ser laboriosa en comparación con otros métodos más sencillos aproximados, con los que se suelen obtener valores del lado de la seguridad. Sin embargo, la ingeniería actual se basa en este tipo de análisis numéricos para el análisis de estructuras, que, si bien con los materiales actuales son muy útiles y su correcto manejo ofrece resultados muy precisos, con la fábrica no lo son tanto. El gran desarrollo de este tipo de métodos en la actualidad es debido a la proliferación de los ordenadores. Este método de cálculo no habría tenido cabida si el cálculo automatizado por ordenador no se hubiera desarrollado.

Los primeros en utilizar el MEF para el análisis de estructuras antiguas de fábricas fueron Towler (Towler, 1985) y Crisfield (Crisfield, 1984) simulando el relleno en trasdós a través de muelles con comportamiento no-lineal. Loo (Loo et al, 1991) utilizó modelos macroscópicos para modelizar el conjunto del arco y el mortero. Posteriormente, en (Ng et al, 1999) se propone la verificación de los resultados obtenidos a través de programas informáticos de MEF con modelos a escala real.

Además de sus limitaciones particulares, los modelos conservadores de evaluación de las estructuras de fábrica a menudo minusvaloran la capacidad de las estructuras, lo que puede llevar a la toma de medidas desmesuradas para la conservación o restauración de las estructuras antiguas. Asimismo, no son métodos validos para geometrías poco corrientes o para arcos en los que ya habido un desplazamiento de bloques.

Aunque los métodos MEF tienen un papel importante y son perfectamente válidos en el análisis de estructuras de fábrica antiguas, hay que señalar un aspecto básico y muy importante: La fábrica es un sistema discreto y no continuo, es decir, en el sistema constructivo de fábrica existen contactos y juntas entre los cuerpos discretos que conforman el sistema constructivo. Por un lado, tenemos el relleno, que constituye un suelo, por otro las piezas de la fábrica con sus juntas, unidas o no por morteros. De esta manera, surgen los métodos de análisis discretos, que tratan de representar los contactos y los cuerpos discretos en una formulación numérica.

Si bien es cierto que a través del MEF se pueden crear sofisticadas aproximaciones como métodos de contacto entre elementos para modelizar esta naturaleza discreta de la fábrica (Fanning, 2001), (Gago, 2002), (Ford, 2003), (Drosopoulos, 2006), estos métodos son generalmente caros y complicados de implementar, y los datos necesarios a introducir pueden ser también un problema. Además, los modelos MEF normalmente utilizados no son capaces

de reconocer si se producen nuevos contactos entre las piezas de la fábrica y las partículas del relleno, y los modelos MEF estáticos pueden incluso no ser válidos si los bloques caen o se deslizan fuera de la estructura. Si bien es cierto que el rozamiento entre las piezas es lo suficientemente grande como para que estas no deslicen entre ellas, como se ha visto en las hipótesis del método de Análisis de Estado Límite, es un fenómeno que puede ocurrir y debe ser estudiado.

De esta forma, el *Método de Elementos Discretos (DEM por sus siglas en inglés)* puede ofrecer una alternativa útil a las técnicas de cálculo actuales. Este es el método que se va a utilizar en el presente trabajo.

Los dos métodos DEM más usados son el método UDEC y el DDA.

UDEC es un método por pasos, que originalmente se desarrolló para modelizar rocas fracturadas y después desarrollado como un software DEM. En este método los bloques de la fábrica y sus contactos son deformables, aunque hay una opción en UDEC para utilizar bloques rígidos. Los bloques se dividen en formas más simples (triángulos en 2D) que sirven como una especie de cadena uniforme de elementos finitos. Los nodos de estas formas simples son las unidades más básicas del análisis. Los desplazamientos de los nodos durante un intervalo infinitesimal de tiempo Dt son calculados de acuerdo a las leyes de la gravedad newtonianas. La simulación del cambio de estado mecánico del sistema se hace a través de un método paso a paso.

DDA (Shi, 1989) es también un método de análisis paso a paso. En DDA cada elemento tiene un punto de referencia, y en las versiones más simples del método los grados de libertad de un elemento son la traslación y la rotación de cada elemento respecto al punto de referencia. Los elementos forman contactos deformables que expresan las fuerzas de contacto entre ellos. Además, DDA considera la matriz de rigidez del sistema (UDEC no la considera). Los

desplazamientos de los elementos en un intervalo infinitesimal d_t son determinados por el método de Newmark.

Ambas técnicas de análisis DEM y también sus combinaciones con MEF se han venido utilizando satisfactoriamente en el análisis de arcos de fábrica. D. R.J. Owen (Owen et al, 1998), presentó una combinación de análisis DEM Y MEF de bloques de fábrica a través de elementos discretos deformables en los contactos por fricción, el relleno a través de elementos discretos esféricos y la cimentación con un material elástico. Thavalingam (Thavalingam et al, 2001) analizó la sensibilidad de los parámetros a introducir en los modelos de puentes de fábrica con relleno en trasdós a través de DDA, DEM basado en PFC (Particle Flow Code) y MEF basado en DIANA. Este trabajo demostró que el marco de cálculo podía ser usado para señalar la importancia relativa del material y las propiedades de contacto entre elementos. Bicanic (Bicanic et al, 2002) usó el método DDA para ilustrar la solución analítica de Heymann para un arco semicircular sometido a su peso propio, y la importancia del relleno en el comportamiento en rotura del arco. Giardino (Giardino et al, 2002) investigó la aplicación de diferentes técnicas de análisis numérico (MEF con ABAQUS y CASTEM y DEM con UDEC), comparando los diferentes resultados obtenidos de ensayos experimentales en modelos a escala reducida. Idris (Idris et al, 2007) usó el código UDEC para realizar simulaciones numéricas de un túnel antiguo de fábrica.

Uno de los aspectos fundamentales para utilizar el DEM en el análisis de estructuras históricas es la interacción del relleno con la fábrica, es decir la interacción del suelo con la estructura. Como se ha visto los métodos de Análisis Límite y los métodos FEM tratan la fábrica como un conjunto continuo cuando la fábrica es un conjunto discreto.

El papel que la micromecánica de partículas juega en el comportamiento del relleno, que no deja más que ser un suelo más o menos compactado, es

fundamental en el comportamiento conjunto de la estructura histórica de fábrica.

3.11 *CASO PROPUESTO. Modelización DEM de un puente de fábrica con relleno en trasdós.*

El primero de los casos propuestos en la presente tesis trata de analizar la influencia que tiene el relleno en el comportamiento estructural de los puentes arco de fábrica con relleno en trasdós. Para ello, se va a modelizar, a través del DEM, y utilizando PFC2D, un puente arco de fábrica determinado, y se va a llevar hasta rotura. A lo largo del proceso se irán discutiendo diferentes aspectos de la modelización. Para lograr estos objetivos, se siguen los pasos definidos anteriormente para el estudio de un problema general en geomecánica.

Este caso está basado en el trabajo de Felipe García Gómez, José Antonio Martínez Martínez & Luis María García Castillo (2019): Influence of the backfill parameters in distinct element modelling of a backfill masonry arch bridge through the PFC2D software, Geomechanics and Geoengineering.

DOI: 10.1080/17486025.2019.1680883

3.11.1 *Objetivos*

El nivel de detalle del modelo de cálculo depende generalmente del propósito del análisis. En nuestro caso, el objetivo principal es conocer la aplicabilidad del DEM para modelizar un puente arco de fábrica con relleno en trasdós, centrándonos en analizar la influencia que tiene el relleno en el comportamiento general del puente, y comprender cómo los parámetros de micromecánica de partículas son determinantes en la capacidad estructural del puente. Como objetivos secundarios, podemos establecer el estudio de la posición de la carga, la influencia de los diferentes parámetros que intervienen en el modelo DEM, así como la influencia de los parámetros del relleno en el trasdós.

3.11.2 *Boceto del modelo físico real*

Es importante tener claro el sistema físico que actúa en la estructura, así como una estimación inicial del comportamiento esperado bajo las condiciones que utilizaremos. De esta manera podremos entender mejor qué es lo que ocurre en la estructura, prever inestabilidades, tener un orden de magnitud acerca de las tensiones y movimientos esperados, y el mecanismo de comportamiento que predomina.

En nuestro caso, al tratarse de un puente arco, el comportamiento físico del arco será la idealización de éste a través de una barra curva empotrada en sus extremos. El arco trabaja a compresión, y seguirá los principios explicados anteriormente para este tipo de arcos.

3.11.3 *Construcción del modelo. Parámetros DEM.*

Se ha elegido modelizar un puente arco aleatorio, con una geometría tipo mostrada en la Figura 3.22. El radio interno del arco es de 3 metros, y el radio externo de 4 metros, con lo que el espesor del arco es de 1 metro. En este caso, no se ha decidido realizar ningún modelo simplificado, ya que es complicado encontrar una manera de simplificar la geometría de un arco.

Una fase fundamental en todo el proceso es la creación del arco. La geometría de un arco es un caso especial que requiere cierta atención. Para estudiar diferentes casos de arcos circulares, con diferentes luces y espesores de arco, se ha creado una hoja de cálculo con la idea de agilizar el proceso en cálculos futuros. La complejidad radica en que hay que modelizar el espesor de arco con diferentes partículas. De esta forma, vamos a considerar que el arco se puede subdividir en sucesivos arcos concéntricos. El problema reside en el cálculo de los radios de las partículas que formarían los sucesivos arcos concéntricos. El arco interno tendrá partículas de tamaño menor que los sucesivos arcos ficticios que podemos utilizar para modelizar el arco completo, según vamos avanzando desde el trasdós hacia el intradós.

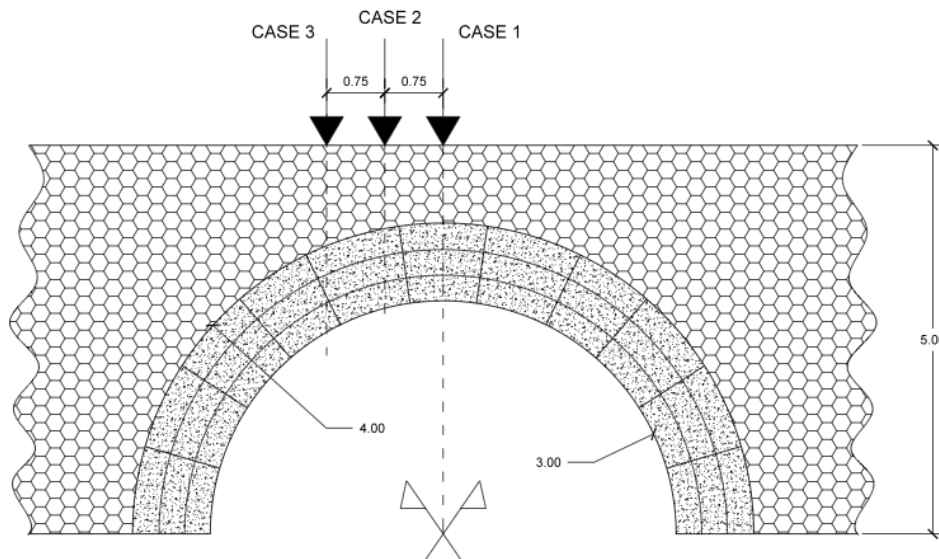


Figura 3.22: Geometría del arco escogido. El arco se divide en 11 segmentos iguales. El radio interior es de 3 metros, el radio exterior de 4 metros y el espesor del arco de 1 metro. La altura de relleno considerada es de 5 metros. Se muestran los tres casos de carga analizados.

En este caso analizado, el espesor del arco se ha dividido en tres partículas. Se podría hacer con más o menos bolas si se deseara, aunque esto no es determinante a la hora de modelizar el arco. Cuanto mayor sea el número de partículas utilizadas para modelizar el espesor del arco, mayor será la regularidad alcanzada en la geometría de éste, en particular, en la interfaz entre el arco y el relleno en el trasdós.

Gracias a la hoja de cálculo creada, partiendo de un radio interior dado, y un espesor de arco, es posible iterar con diferentes radios de partículas para conseguir una geometría de arco perfecta. Para ello, como se decía anteriormente, el espesor del arco se ha dividido en tres sectores concéntricos, tal y como se muestra en la Figura 3.23. Las partículas de cada sector tienen el mismo radio entre ellas. De esta forma, las partículas sólo se tocan en un punto. Esto es tremendamente interesante, ya que así evitamos posibles solapes entre partículas, que puedan generar fuerzas de repulsión iniciales entre ellas, y por tanto distorsionar todo nuestro cálculo en PFC2D. La iteración comienza

con el radio de las partículas del primer sector, representadas en color rojo. A partir de este primer radio, se obtienen los radios de las partículas que formarán parte de los otros dos sectores, representados en verde y morado. De esta forma, la suma de los diámetros de las partículas de los tres sectores concéntricos escogidos coincide con el espesor total del arco, tal y como aparece en el esquema de la Figura 3.23.

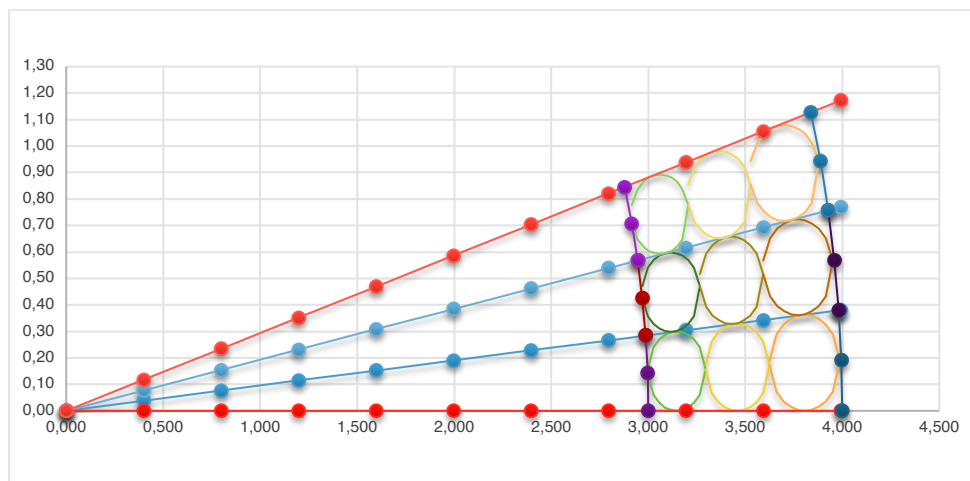


Figura 3.23: Esquema de división del espesor del arco en partículas.

Una vez que los radios de las partículas se obtienen, se determina el número de dovelas requeridas. Esto será importante, ya que es necesario utilizar un número entero de segmentos.

Esta es una de las partes más complicadas en la modelización del arco, ya que la relación que guardan el radio de las partículas y el espesor del arco no es algo obvio a simple vista o inmediato. Quizá aquí reside uno de los puntos débiles del software PFC2D. La introducción de la geometría es cuanto menos laboriosa en este tipo de casos en los que la geometría es ciertamente complicada. Por ello, y para facilitar análisis posteriores de otros casos similares, se ha decidido crear una hoja de cálculo para obtener la geometría del modelo.

De esta forma, se ha creado una ‘macro’ que facilita enormemente la introducción de la geometría. Como se ha explicado, la hoja de cálculo creada

permite obtener los valores de los radios de las partículas que formarán la bóveda del arco. Además, se ha creado otra hoja para obtener las coordenadas X e Y de los centros de todas partículas, y una ‘macro’ que permite exportar las coordenadas de todas las partículas a un archivo con extensión .txt, que se puede ejecutar en PFC2D. Así, no se escribe ningún código directamente en el programa (lo que a veces es demasiado tedioso teniendo en cuenta la interfaz del programa), sino que a partir de los parámetros de la geometría del arco (radio y espesor del arco) es posible crear un archivo .txt que contenga la geometría completa del modelo en un tiempo más ajustado que escribiendo directamente el código, iterando sólo con el radio de las partículas hasta encontrar un valor que case con el espesor total del arco, y posteriormente ejecutando la ‘macro’ señalada.

Los soportes del arco, así como los límites laterales del puente analizado, se crean mediante elementos ‘wall’. Estas paredes hacen de límites de contorno para el modelo creado, reteniendo lateralmente el relleno, así como de cimentación para el arco. Hay que tener en cuenta también, que en este punto aún, sino que el arco se comporta como un conjunto de partículas que están unidas entre ellas fuertemente mediante ‘parallel bonds’.

En el proceso de creación de un arco de este tipo, el arco es el primer elemento que se crea, con las diferentes dovelas, y una vez que este está en equilibrio, se introduce el relleno estructural en el trasdós. Para ello se introducen las coordenadas X e Y de los centros de todas las partículas que forman el arco, anteriormente calculadas con la ayuda de la hoja de cálculo diseñada (Figura 3.24).

Una vez que el arco se ha creado, se genera el relleno en el trasdós. Para ello, y para así controlar la porosidad del relleno, las partículas se introducen en sucesivas capas, permitiendo que cada una de ellas se asiente bajo la acción de la gravedad, de acuerdo a la Figura 3.26. En este caso, se ha programado un

‘loop’, es decir, un bucle, en el que las diferentes capas de relleno se introducen hasta que el modelo está completo. Los contactos asignados son ‘contact bonds’.

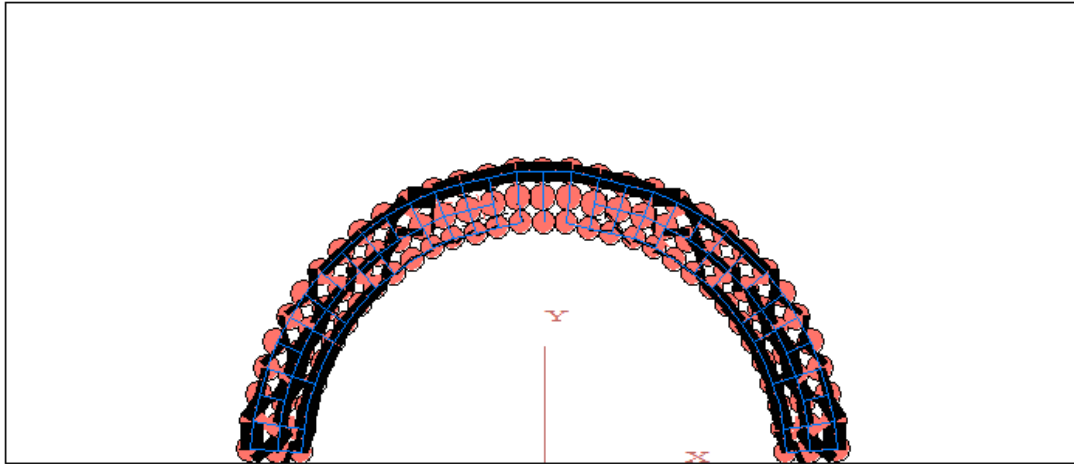


Figura 3.24: Introducción de las partículas que forman el arco. Inicialmente están unidas fuertemente a través de parallel bonds.

Finalmente, se crean las juntas entre dovelas, con sus propiedades correspondientes. Los planos de juntas, ‘joint planes’, pueden definirse en PFC2D para representar superficies en las cuales se permite el deslizamiento y la separación entre grupos de partículas. Estas propiedades asignadas, permiten por tanto que un segmento se deslice con respecto a otro siempre y cuando la fuerza de fricción entre partículas sea superada. Esta fuerza de fricción es un parámetro que se introduce en el programa como un dato.

El modelo de contacto que corresponde a estos planos de juntas se denomina ‘Smooth-Joint’ Model (Figura 3.25). Este modelo simula el comportamiento de una interfaz independientemente de las orientaciones de los contactos de las partículas en dicha interfaz.

Un enlace de este tipo sólo puede existir entre contactos partícula-partícula. La geometría del contacto consiste en dos superficies planas (superficie 1 y superficie 2) que siempre están en paralelo entre ellas. La orientación del plano se define por su vector unitario normal \hat{n}_j , y la superficie 2 se define de tal manera que el vector unitario normal \hat{n}_j apunta hacia la superficie 2.

La orientación del enlace se fija con respecto a los ejes globales, y puede ser modificada indicando el ángulo de orientación θ_p . Si la orientación del enlace se cambia, entonces la orientación de la fuerza del enlace también se modifica de la misma manera.

Cuando la orientación del enlace se modifica (o se indica inicialmente), las dos partículas en contacto, partículas 1 y 2, se asocian con las superficies de enlace apropiadas. El vector unitario de contacto normal \hat{n}_c se dirige desde el centro de la partícula 1 al centro de la partícula 2. El producto escalar de \hat{n}_c y \hat{n}_j se utiliza para determinar en qué superficie descansa cada partícula, de tal manera que la partícula 2 descansa en la superficie 2 si y sólo si el producto escalar es nulo.

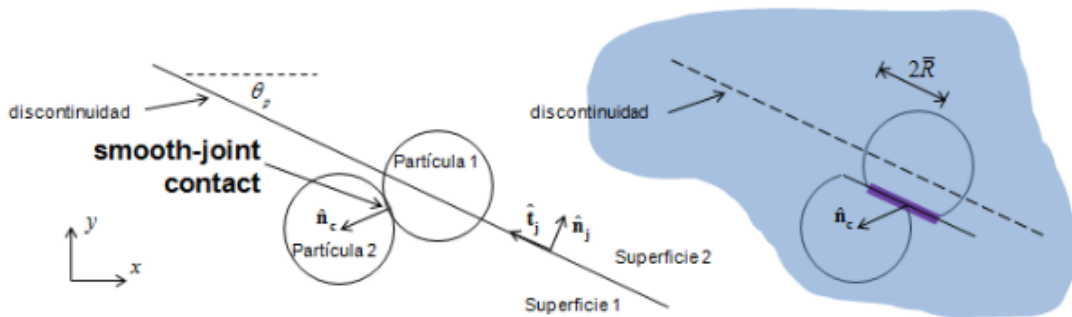


Figura 3.25: Modelo de contacto utilizado para modelizar las juntas entre dovelas.

Cuando se crea el modelo de contacto ‘Smooth-Joint’, el modelo de contacto y el ‘parallel bond’ se eliminan, y se reemplazan por este modelo de contacto sin enlace tipo ‘parallel bond’. Además, todas las propiedades se toman de las propiedades del contacto y de las dos partículas en contacto.

El modelo de contacto ‘Smooth-Joint’ puede entenderse como un conjunto de muelles elásticos distribuidos uniformemente sobre una sección rectangular que está centrada en el punto de contacto y orientada en paralelo con el plano de la junta. El área de sección del enlace se toma como

$$A = 2\bar{R}t \quad \text{con } t = 1.0$$

Siguiendo con la modelización del puente, se deja que el arco se ajuste a su nueva posición de equilibrio, trabajando de manera conjunta con el relleno. Así, el modelo de cálculo final queda completo y listo para ser analizado bajo diferentes acciones. En la Figura 3.27 se muestra el modelo del puente obtenido, en el que se pueden ver las diferentes dovelas obtenidas tras introducir las juntas entre ellas. Las fuerzas de compresión entre partículas que conforman el arco estructural de descarga se remarcan en amarillo.

Las Tablas 3.5 y 3.6 muestran las propiedades de los rellenos, dovelas y paredes utilizadas en la simulación. Los parámetros 'kn' y 'ks' se corresponden con las rigideces normal y transversal. "Densidad" indica el peso específico. Los parámetros "n_bond" y "s_bond" indican las fuerzas perpendicular y transversal en el contacto de tipo 'contact bond'. "pb_kn" y "pb_ks" indican las rigideces normal y transversal en el contacto tipo 'parallel bond'. Las unidades se indican en la tabla.

En el caso analizado, se utilizarán dos modelos para analizar la influencia del tipo de relleno, uno con un suelo medio y otro con un suelo suelto.

La calibración de estas propiedades se realiza con el procedimiento ya descrito, deduciéndolas a partir de ensayos de laboratorio. Mientras que en los códigos de programación basados en modelos continuos las propiedades de los materiales se introducen directamente a partir de los datos deducidos de ensayos, aquí, donde trabajamos con modelos discretos hay que ir al nivel más básico de comportamiento, que sintetiza el comportamiento del material a través de sus micro-componentes o granos equivalentes que componen el material.

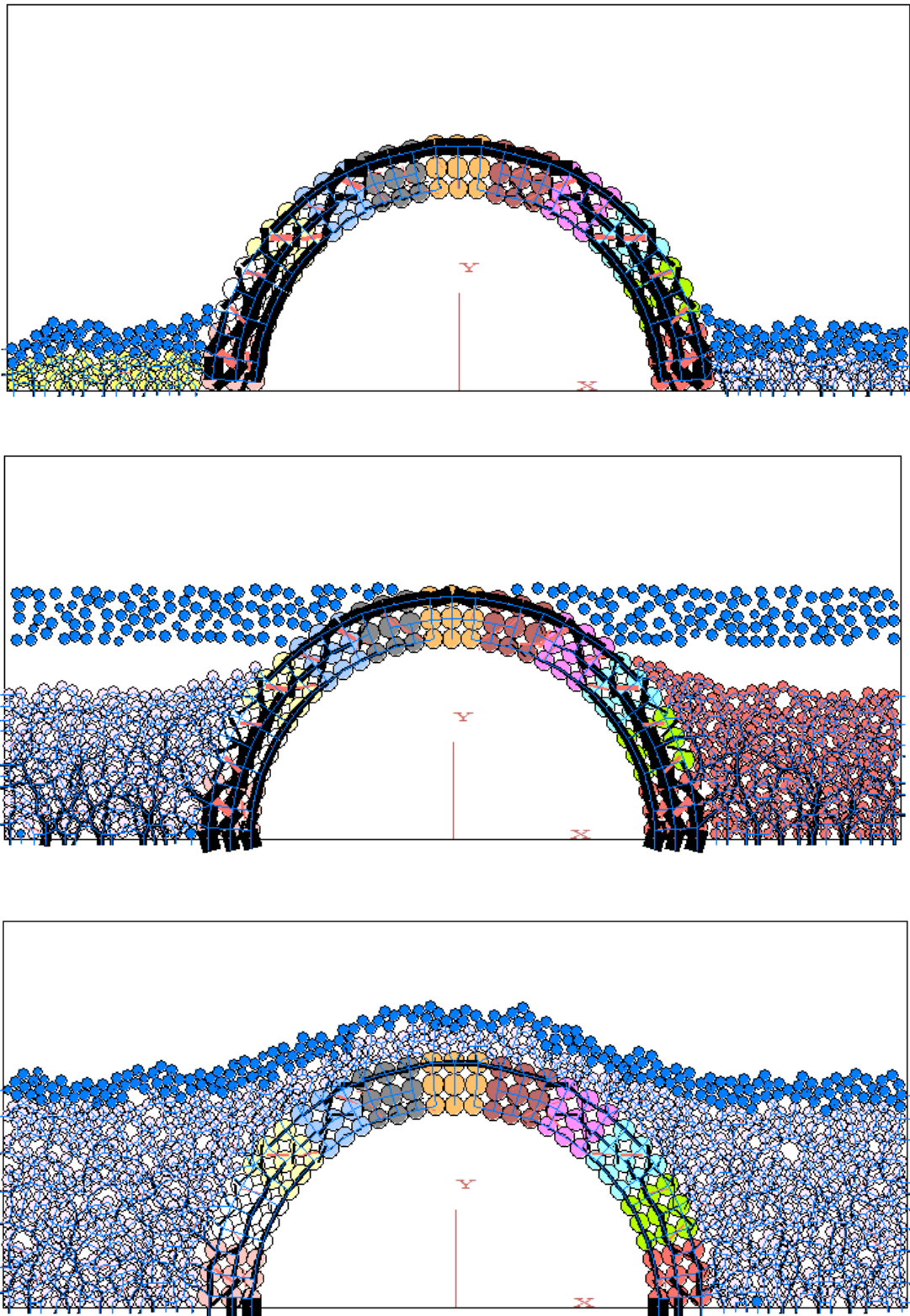


Figura 3.26: Secuencia de introducción del relleno en sucesivas capas, permitiendo que cada capa se asiente bajo la acción de la gravedad. Las fuerzas de compresión entre las partículas están señaladas en negro. Se puede ver que la compresión del arco está contenida dentro del arco.

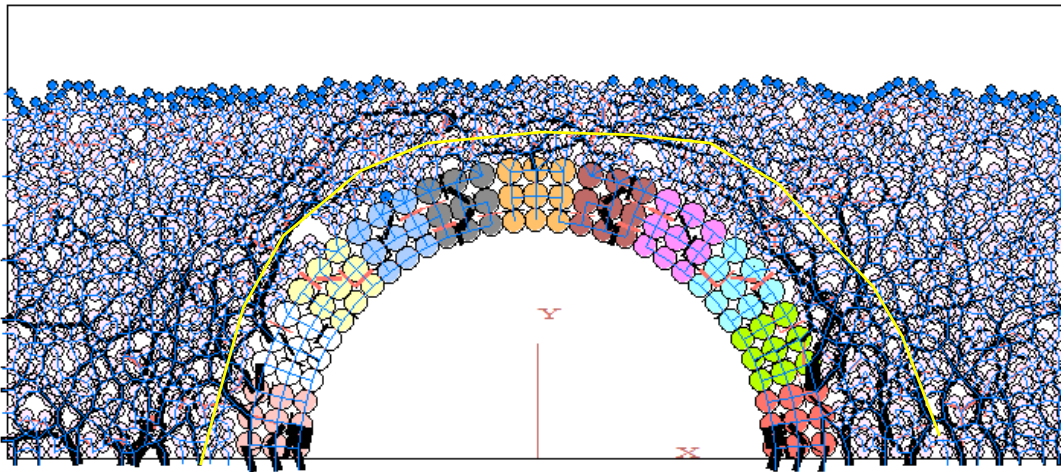


Figura 3.27: Modelo completo del puente. Las dovelas que forman el arco se pueden ver en diferentes colores. En negro, las fuerzas de compresión entre partículas, creándose un arco de descarga a través del relleno en el trasdós, remarcado en amarillo.

El proceso seguido para obtener estas propiedades consiste en los siguientes pasos: Primero, se asumen unas ciertas propiedades ‘micro’ que puedan ser representativas de ese material, basándonos en estudios previos. A continuación, se simulan test biaxiales en el programa. Si las propiedades ‘macro’ obtenidas en esos ensayos simulados se corresponden con las de las obtenidas en los ensayos reales, entonces se toman como buenas. Si no, habrá que volver al principio y modificar esas propiedades ‘micro’ hasta obtener unos parámetros que se correspondan con los reales. Para calibrar los parámetros de las paredes, rellenos y dovelas, se ha programado un ensayo biaxial, en el que tras varias iteraciones se han llegado a las propiedades mostradas en las Tablas 3.5 y 3.6.

Las cargas se aplican a través de una ‘loading wall’, es decir, una pared a la que se le asigna una velocidad de movimiento en el eje vertical. La velocidad en la dirección vertical es constante y está relacionada directamente con el valor de la acción aplicada. Quizá aquí reside otro punto débil del software, y es que no se pueden aplicar cargas directamente sobre elementos tipo ‘wall’. La carga de colapso se obtiene controlando la fuerza resultante en la ‘loading wall’.

En esta simulación, la carga se aplica en tres posiciones diferentes, como se muestra en la Figura 3.22. La velocidad de la pared se indica en unidades de $m/step$, es decir, en metros por cada paso de cálculo. La fuerza en la pared es monitorizada a través del comando *hist*, calculando la fuerza en el eje vertical en dicha pared de carga.

De esta forma se analizan, para los dos tipos de relleno señalados, tres posibles casos de carga: en el centro de vano (CASO 1), 75 cm a la izquierda (CASO 2) y a otros 75 cm a la izquierda (CASO 3).

				CONTACT BONDS	PARALLEL BONDS	PROPIEDADES REALES
	kn & ks (N/m)	densidad (kg/m ³)	Fricción	n_bond & s_bond (N/m)	pb_kn & pb_ks (N/m ³)	E (MPa) Módulo de Young
Relleno	1e8	2000	0.6	1e8	-	52
Dovelas	1e10	2200	0.6	1e10	1e20	-
Paredes	1e20	-	0.3	-	-	-

Tabla 3.5: Propiedades DEM para un suelo medio.

				CONTACT BONDS	PARALLEL BONDS	PROPIEDADES REALES
	kn & ks (N/m)	densidad (kg/m ³)	Fricción	n_bond & s_bond (N/m)	pb_kn & pb_ks (N/m ³)	E (MPa) Módulo de Young
Filling	1e5	1800	0.4	-	-	20
Masonry	1e10	2200	0.6	1e10	1e20	-
Walls	1e20	-	0.3	-	-	-

Tabla 3.6: Propiedades DEM para un suelo suelto.

Como se ha explicado, las propiedades micro de los materiales del relleno se han obtenido a través de la simulación de ensayos biaxiales. En este caso, y a modo de ejemplo representativo, se va a explicar el proceso completo para la obtención de dichos parámetros. En esta explicación se harán referencia a funciones y parámetros introducidos en el código diseñado. Para más información acerca del código general creado, se adjunta en el Anexo A el mismo.

En primer lugar, se procede a la preparación de la muestra. Para generar la muestra de partículas, se utiliza una variante del método de generación a través de la expansión del radio. El tamaño de partícula varía desde rlo a rhi (tamaño mínimo y máximo de partículas). La porosidad se define a través de $poros$ y el tamaño de la muestra se delimita por su ancho y alto ($height$ y $width$). Para encontrar el número de partículas que satisfacen los requisitos dados por estos parámetros iniciales se utiliza la función *FISH assemble*.

Las paredes utilizadas para confinar y ensayar la muestra se hacen más largas de lo necesario para permitir una mayor presión durante el ensayo simulado. El hecho de que las paredes intersecten entre ellas no implica ningún problema, ya que las paredes tan solo interactúan con partículas. Después de una compactación inicial, se asignan rigideces a las paredes laterales, con un valor de 1/10 respecto a las rigideces de las partículas, para simular de esta forma un confinamiento ‘suave’.

Rigidez normal de las partículas	$n_stiff = 1e8$ (N/m)	
Rigidez inicial de las paredes	$w_stiff = 5e8$ (N/m)	
Rigidez tangencial de las partículas	$ks=0$ (N/m)	
Altura y anchura de la probeta	$height=12$ (m)	$width=6$ (m)
Radio de las partículas	rlo (rad mín)=0.075 (m)	rhi (rad máx)=0.10 (m)
Rigidez posterior de las paredes	SET $w_stiff=1e7$ (N/m)	

Tabla 3.7: Propiedades iniciales del ensayo biaxial.

En este caso, la muestra tiene una relación alto-ancho de 2:1 (12 x 6 metros), y contiene 2574 partículas con radios que varían uniformemente entre 0.075 y 0.100 metros.

Las propiedades utilizadas en el ensayo aparecen en la tabla 3.7.

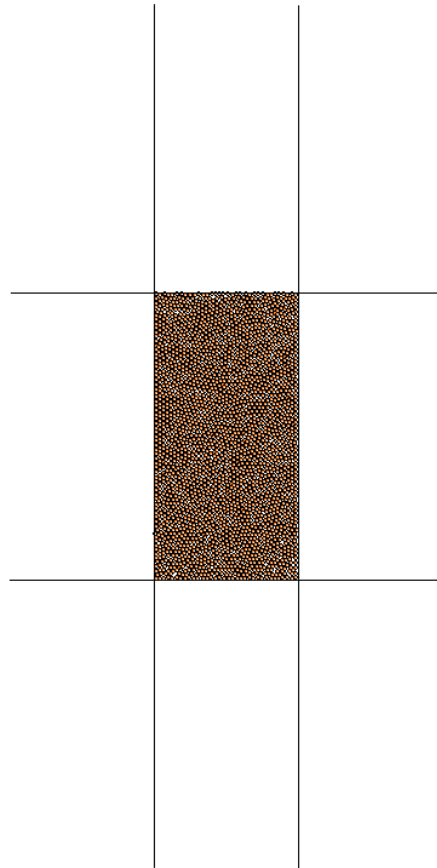


Figura 3.28: Configuración inicial de las partículas para la simulación del ensayo biaxial.

Una vez que se ha obtenido la configuración inicial de la muestra, se ha diseñado un procedimiento para calcular y controlar el estado tensional de la muestra durante la simulación. La muestra se ensaya especificando las velocidades de las paredes superior e inferior. El estado tensional y de deformación de la muestra se obtiene a través de la función FISH *get_ss*. Las

tensiones se calculan tomando la media de las fuerzas en las paredes, y dividiéndolas por sus áreas correspondientes.

Las deformaciones en las direcciones horizontal y vertical se calculan mediante la expresión:

$$\epsilon = \frac{L - L_0}{\frac{1}{2}(L_0 + L)}$$

en la que L es la longitud actual de la muestra en la dirección correspondiente y L_0 es la longitud original de la muestra en esa dirección. Las dimensiones actuales de la muestra se utilizan para calcular tanto la deformación como la presión.

A través de todo el proceso de cálculo, la presión de confinamiento se mantiene constante ajustando las velocidades de las paredes laterales usando un servomecanismo numérico implementado con las funciones *FISH servo* y *get_gain*. La función *servo* se utiliza una vez durante cada ciclo de cálculo. Esta función llama a *get_ss* para determinar las tensiones y utiliza un servocontrol numérico para ajustar las velocidades de las paredes, de tal manera que se reduce la diferencia entre las tensiones medidas y las requeridas. La variable *y_servo* actúa como una especie de interruptor; si es cero, entonces el servocontrol no se aplica en las paredes superior e inferior. El servomecanismo implementa el siguiente algoritmo. La ecuación de la velocidad de la pared es:

$$\dot{u}^{(w)} = G(\sigma^{medida} - \sigma^{requerida}) = G\Delta\sigma$$

donde G es el parámetro estimado por la función *get_gain* de acuerdo al siguiente esquema.

El máximo incremento en la fuerza de la pared derivado del movimiento de la pared en un tiempo de ciclo es

$$\Delta F^{(w)} = k_n^{(w)} N_c \dot{u}^{(w)} \Delta t$$

donde N_c es el número de contactos en la pared y $k_n^{(w)}$ es la media de las rigideces de esos contactos. De esta forma, el cambio en la tensión media de la pared es:

$$\Delta \sigma^{(w)} = \frac{k_n^{(w)} N_c \dot{u}^{(w)} \Delta t}{A}$$

donde A es el área de la pared. Para la estabilidad del conjunto, el valor absoluto del cambio en la tensión de la pared tiene que ser menor que el valor absoluto de la diferencia entre las tensiones medidas y las requeridas. En la práctica, se utiliza un factor de relajación α .

Si operamos en las ecuaciones previas, se obtiene el parámetro G como

$$G = \frac{\alpha A}{k_n^{(w)} N_c \Delta t}$$

Se contabiliza un contacto para las paredes relevantes y G se evalúa de acuerdo a esta expresión.

En el caso que nos ocupa, las tensiones requeridas se establecen en 1 MPa, y el servo ‘interruptor’ *y_servo*, se establece en 1. Se utiliza la función *iterate* a continuación, que continúa el ciclo de cálculo, en incrementos de 100 ciclos, hasta que las tensiones requeridas se obtienen dentro de una tolerancia dada. En este caso, las tensiones convergen en el 0.5% de 1 Mpa en 1900 ciclos.

La muestra se ensaya ahora cambiando el servo ‘interruptor’ a 0 (lo cual libera las paredes superior e inferior del servo control) especificando las velocidades de éstas. En cada ensayo, el servocontrol mantiene la presión de confinamiento constante en el valor requerido (106 en este caso). De esta forma, se prepara el modelo para los ensayos que vamos a realizar. La función *accel_platens* sirve para acelerar las velocidades de las paredes superior e inferior de forma controlada, y obteniendo unas variables a modo de resultados que son:

Conf: la presión de confinamiento media.

Devi: la tensión axial desviadora.

Deax: la deformación axial.

Devol: la deformación volumétrica.

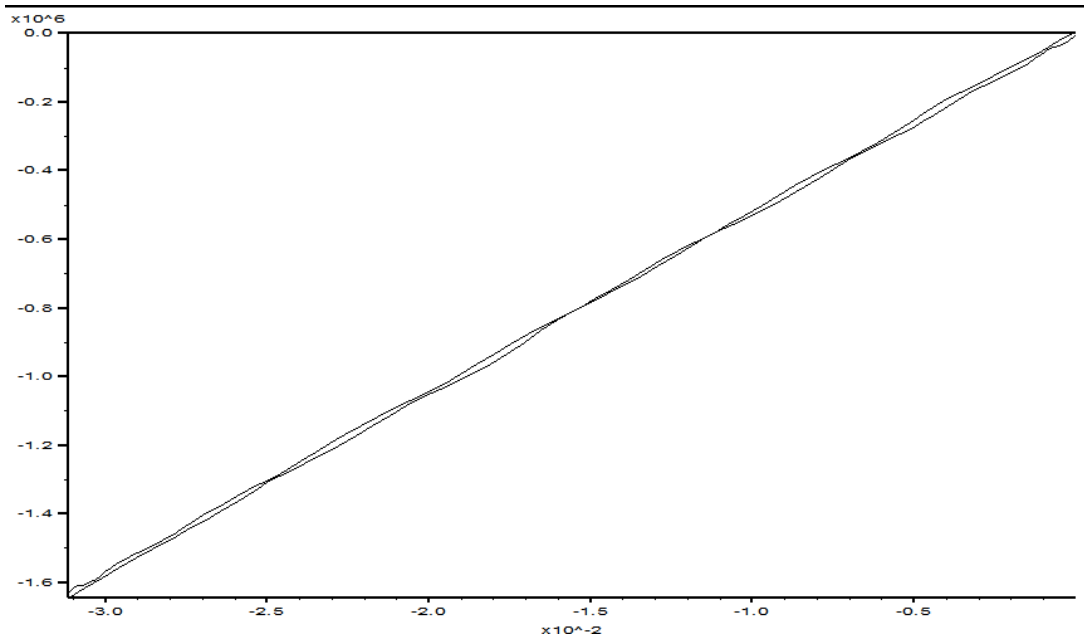


Figura 3.29: Tensión axial desviadora vs deformación axial para un ensayo de carga/descarga elástico

Las propiedades elásticas de la muestra las obtenemos simulando ensayos de carga/descarga en condiciones elásticas (con fricción y altos valores de resistencia en las uniones). Como la tensión de confinamiento es constante, el ensayo se puede utilizar para calcular el módulo de Young y el coeficiente de Poisson.

$$E = \frac{1.64 \cdot 10^6}{3.12 \cdot 10^{-2}} = 52 \text{ Mpa}$$

$$\nu = 1 - \frac{2.82 \cdot 10^{-2}}{3.12 \cdot 10^{-2}} = 0.11$$

Las propiedades para el suelo medio se obtienen de una forma análoga.

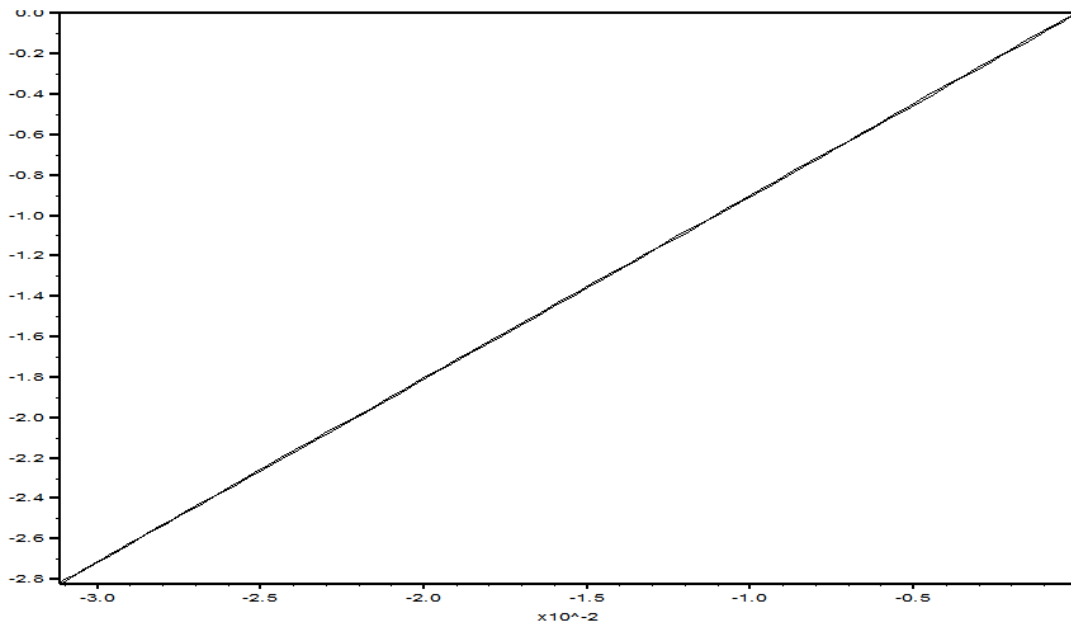


Figura 3.30: Deformación volumétrica vs deformación axial para un ensayo de carga/descarga elástico

3.11.4 Resultados

En este caso, la carga de rotura obtenida es de 420 kN, alcanzada en el Caso 3 con el suelo medio, debido a la formación de 4 rótulas, de acuerdo a las cargas últimas de rotura. Una vez que se establece el Caso 3 como el caso pésimo, se han llevado a cabo varias simulaciones para obtener más información sobre el comportamiento de esta tipología de puentes, analizando la influencia que el relleno tiene en el comportamiento general y la capacidad estructural del puente. El objetivo de esta extensión del análisis es profundizar en las posibilidades del método que se investiga para proporcionar más información sobre el comportamiento de esta tipología estructural.

PARÁMETROS DEM

- Por una parte, la fuerza perpendicular en el contacto 'n_bond' es el parámetro determinante a la hora de obtener la carga de rotura. El parámetro 's_bond' por contra, tiene poca influencia, ya que el tipo de fractura predominante es un mecanismo en el que no existe el deslizamiento. Sin embargo, el valor de 's_bond' no puede caer por debajo de un mínimo, ya que este parámetro

previene de un mecanismo de rotura por cortante, y se necesita para dotar al arco de una estabilidad inicial.

Se observa cómo una herramienta basada en un método DEM es capaz de reproducir algebraicamente mecanismos reales del comportamiento de materiales con capacidades resistentes.

- Para analizar la influencia de los diferentes tipos de suelo que nos podemos encontrar y de los materiales, el ángulo de fricción de las juntas se ha modificado, con valores entre 30° y 40° , así como el ángulo de fricción del relleno, que se ha modificado, con valores entre 35° y 45° . El poder configurar estos parámetros en el método DEM nos permite analizar la influencia de estas variables en el comportamiento resistente del problema analizado. Se han analizado seis casos, que recogen las variaciones mencionadas. Los resultados mostrados en la Figura 3.31 indican que la carga de rotura está influenciada de forma significativa por un cambio en estos parámetros. Recordamos que el coeficiente de fricción 'k' está relacionado con el ángulo de fricción $\phi = (\tan k)^{-1}$.

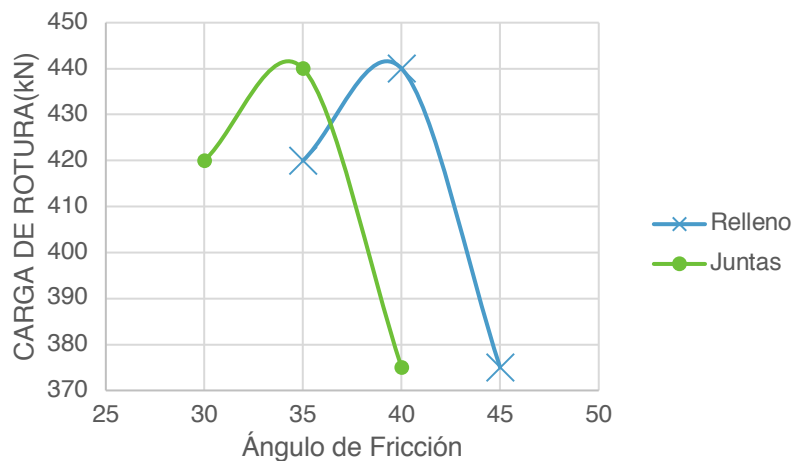


Figura 3.31: Ángulo de fricción vs Carga de rotura.

POSICIÓN DE LA CARGA

- La posición crítica de la carga es a $1/6$ de su luz cuando se analiza el arco exento, sin la colaboración del relleno en el mecanismo resistente. Analizando el arco con un comportamiento más real, con la colaboración del relleno, se puede ver que la posición crítica se mueve a $1/4$ de su luz. Esto concuerda con las predicciones teóricas para un arco semicircular como el estudiado. Se puede comprobar de nuevo, cómo el análisis de variables que permite un método DEM, nos proporciona nuevos enfoques al análisis de mecanismos resistentes en caso como los analizados.

En la Figura 3.32 se muestra la variación de la carga de rotura para los 3 casos de carga analizados, indicados en la Figura 3.22. Como se puede ver, la carga de rotura disminuye a medida que la carga se desplaza hacia los estribos con respecto al eje del arco.

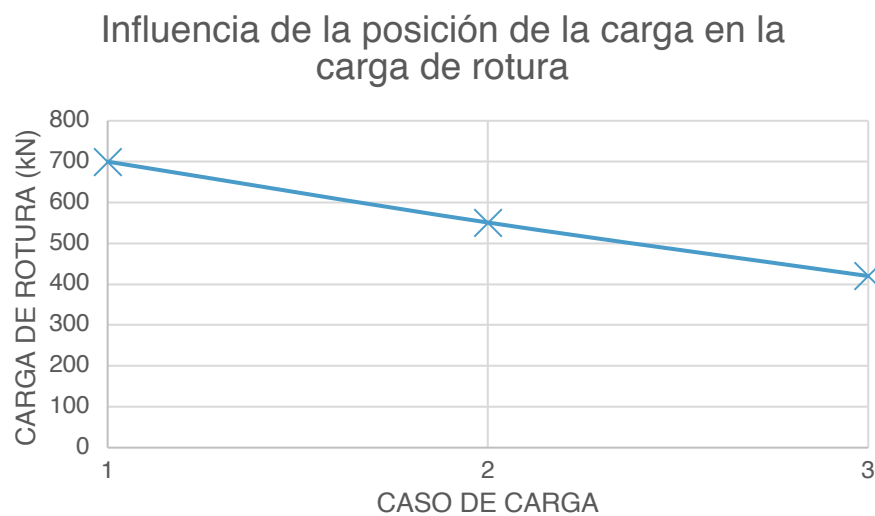


Figura 3.32: Posición de la carga vs Carga de rotura.

PARÁMETROS DEL RELLENO

- El método DEM permite apreciar como utilizar una arena media, de mayor densidad, como relleno, produce menores deformaciones que en el caso en el que se utiliza una arena suelta. Por lo tanto, la rigidez del relleno tiene una importancia significativa en los desplazamientos, produciendo mayores en casos en los que existan rellenos sueltos.

En la Figura 3.33 se indica la variación de la carga de rotura con diferentes densidades del relleno. A mayor densidad de relleno, mayor es la carga de rotura obtenida.

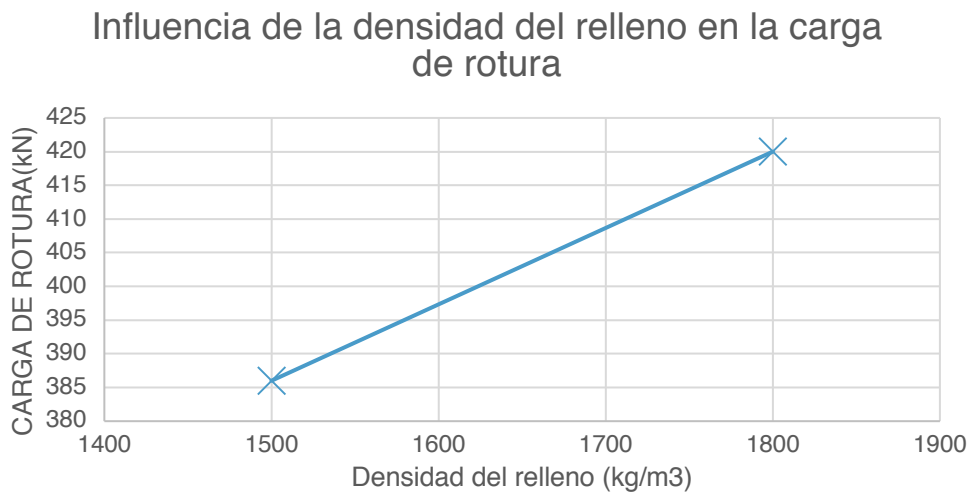


Figura 3.33: Densidad del relleno vs Carga de rotura.

- La distribución de las fuerzas a lo largo del relleno es también considerablemente diferente en función del relleno utilizado. El relleno medio (más rígido) distribuye la carga en un área mayor, con lo que las tensiones producidas en el arco son menores. De nuevo, aquí se puede apreciar cómo, mediante el método DEM, podemos analizar la importancia de la rigidez del relleno en el comportamiento general del puente.

- Un relleno compacto, con un alto límite elástico, reduce los valores de tensiones en el arco. Las tensiones en el relleno se incrementan por contra, pero no lo suficiente como para superar el límite de tensiones del propio relleno.
- La altura del relleno también influye en la carga de rotura. Los resultados mostrados en la Figura 3.34 muestran claramente que la carga de rotura se incrementa a medida que lo hace la altura de relleno.

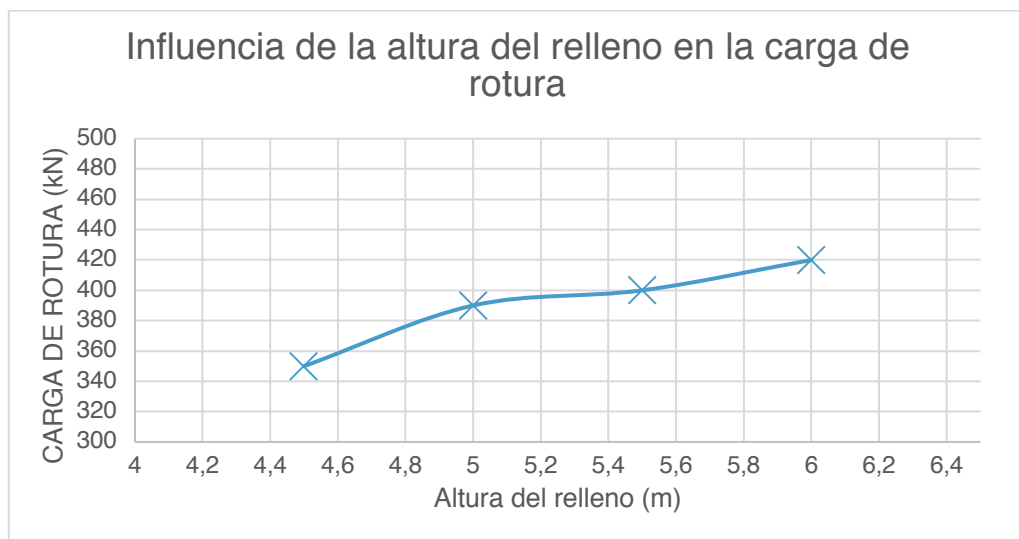


Figura 3.34: Altura del relleno vs Carga de rotura.

3.11.5 Conclusiones

Como conclusiones con respecto a la aplicación del método de elementos discretos (DEM) para analizar arcos de fábrica con relleno en trasdós, se puede establecer que el DEM y el FEM, como técnicas de análisis, implican un esfuerzo de modelización considerablemente mayor que otras técnicas aproximadas como el MEXE o métodos de análisis límite como el método del mecanismo.

Sin embargo, si el caso que se quiere analizar requiere de un análisis más sofisticado por variaciones en el uso del puente, o, por ejemplo, donde existan importantes patologías, o no se lleguen a modos de rotura aceptables con los métodos simplificados existentes, el uso del DEM tiene plena vigencia.

Lo realmente interesante sería utilizar varios tipos de análisis. Una primera aproximación básica podría realizarse cuando nos enfrentemos a estructuras que están en una buena condición, con una geometría regular y bajo carga. Este primer nivel de análisis se podría realizar con los anteriormente mencionados métodos simplificados (MEXE, análisis límite). Sin embargo, cuando nos enfrentemos a una estructura singular, el análisis mediante DEM permitiría la inclusión de nuevas variables, y conocer mejor el comportamiento tenso-deformacional del conjunto estructura y su entorno. Este tipo de estudios requieren, como se ha visto, trabajo de campo, recogida de muestras y ensayos de laboratorio, ya que de la elección de las propiedades ‘micro’ depende en gran parte el éxito de nuestro modelo de comportamiento.

En este caso, se cree correcta la modelización, y, por tanto, se entiende como adecuada la viabilidad del estudio de puentes de fábrica con relleno en trasdós mediante DEM ya que los resultados de rotura obtenidos (posición de carga y modo de rotura) concuerdan con las predicciones teóricas para un cálculo de este tipo.

Después de crear este modelo DEM, se han identificado las siguientes ventajas y desventajas, así como limitaciones de este método de análisis en relación con otros métodos usados comúnmente.

Por una parte, los métodos de elementos finitos (FEM) tienen problemas a la hora de modelizar correctamente los segmentos y juntas utilizando mallas. Cuando ocurren grandes desplazamientos en las interfaces entre materiales, es complejo crear nuevos mallados, y de esta forma, actualizar los contactos o crear otros nuevos. Asimismo, la introducción de los parámetros que forman la ley de comportamiento del material tiene que ser realizada por el usuario.

En los modelos DEM, pueden producirse grandes desplazamientos, y es posible modelizarlos con bloques independientemente, sin la necesidad de unir puntos como en un modelo FEM, además de las ventajas que se han ido citando

anteriormente. Sin embargo, como se ha visto, el código a introducir y la modelización son laboriosos, y el cálculo computacional es caro en términos de tiempo y esfuerzo cuando se trata de modelizar estructuras grandes.

De esta forma, se puede concluir que cuando se requiera un estudio detallado en un modelo pequeño, el método DEM se presenta como el método más apropiado y preciso que existe actualmente. Sin embargo, como se ha detallado, la modelización y el cálculo es cuanto menos complicado. Por el contrario, cuando se trate de un análisis general de un modelo grande, el método FEM es el más apropiado, ya que no requiere definir los detalles con tanta precisión, y la modelización es más simple, aunque hay mucha información que se pierde durante el análisis, como el estudio de los mecanismos de fallo.

Futuras investigaciones en este campo podrían seguir el camino de la sistematización de este tipo de cálculo, y la implementación del DEM en un software de cálculo más accesible y simple. De esta forma, se podrían ofrecer mejores resultados cuando se trate de analizar estructuras de este tipo, prediciendo correctamente los mecanismos de fallo y la interacción entre el relleno y la estructura del arco.

Otro camino interesante podría ser el de comparar los resultados obtenidos mediante modelizaciones DEM de puentes arco de fábrica con resultados de ensayos a escala reducida. También sería interesante comparar los resultados obtenidos con otro tipo de modelizaciones, como el análisis en 3 dimensiones mediante elementos discretos, o las modelizaciones conjuntas DEM-FEM, que aquí no se desarrollan ya que quedan fuera del objetivo principal de estudio.

4. CUEVAS KÁRSTICAS CON RELLENOS SEDIMENTARIOS

4.1 *Introducción y objetivos*

El segundo de los casos propuestos para su análisis mediante el método DEM trata de conocer la aplicabilidad del mismo al estudio de las deformaciones en cuevas kársticas que tienen sedimentos en su interior, como puede ser material detrítico, rocas químicas y materia orgánica. Los sedimentos kársticos son fundamentales en la evolución geológica de este tipo de formaciones geológicas, y el DEM puede ser una herramienta útil para el estudio de su formación y los cambios sufridos en etapas posteriores.

Primero, se van a ofrecer unas breves nociones de este tipo de formaciones geológicas, para finalmente llegar a una modelización DEM de una cueva kárstica con rellenos en su interior, analizando la aplicabilidad de este método de análisis.

4.2 *Geología y geomorfología de una cavidad kárstica*

El modelado kárstico está constituido por formas, paisajes y relieves característicos que resultan de la erosión, producida por la disolución que realiza el agua en rocas solubles, especialmente en calizas, dolomías o yesos.

El nombre de este tipo de modelado tiene su origen en la región italiana, croata y eslovena del Carso (Karst en alemán, Kras en esloveno).

En 1983, el geógrafo serbio Jovan Cvijić introdujo el término Karst en su libro “Das Karstphänomen”. Esta región, está constituida por mesetas de caliza que muestran un característico relieve. Es especialmente famosa por sus cuevas y fue declarada reserva de la biosfera desde el año 2004. Reserva denominada “El Karst”, sirve de referencia a nivel internacional como región kárstica.

4.2.1 *Proceso químico de karstificación*

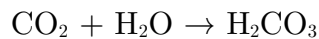
El proceso de karstificación consiste en una meteorización que mezcla acciones químicas (disolución, hidratación, sustitución iónica y óxido-reducción) y

acciones físicas (transferencia de masa y difusión). Se utiliza principalmente para referirse a la acción sobre minerales carbonáticos como son las calizas y las dolomías, aunque actualmente se incluyen también otros materiales en el proceso de karstificación:

- Sulfatos (yeso, anhidrita y epsomita)
- Haluros (halita, silvina y carnalita)
- Rocas sedimentarias detríticas (areniscas y conglomerados calcáreos)
- Rocas metamórficas carbonatadas (mármoles)

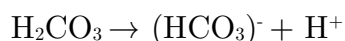
En el caso de la caliza (carbonato de calcio) la reacción se puede dividir en varias etapas:

1) Acidificación del agua: El CO_2 atmosférico se disuelve en el agua, reaccionando con esta para formar ácido carbónico:



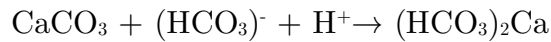
La disolución de CO_2 atmosférico en agua depende de la relación entre la superficie de intercambio y el volumen del agua. La temperatura del agua también influye sobre el CO_2 que se puede disolver, ya que el CO_2 es más soluble en agua fría y se desprende cuando se calienta.

El ácido carbónico se disocia parcialmente formando ion bicarbonato, acidificando el agua:

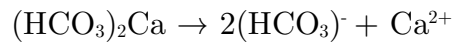


2) El agua acidificada reacciona con el carbonato de calcio disolviéndolo: El carbonato de calcio, insoluble en agua, reacciona con el ion bicarbonato disuelto en el agua de lluvia. El carbonato de calcio se transforma en bicarbonato, que

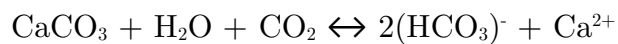
sí es soluble en agua. De esta manera el bicarbonato de calcio se disuelve en agua y puede ser transportado por ésta.



Además, se produce la disolución del bicarbonato de calcio en el agua.



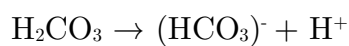
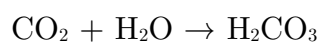
3) Equilibrio de la reacción química: Estos procesos químicos anteriores se pueden resumir en el siguiente equilibrio simplificado:



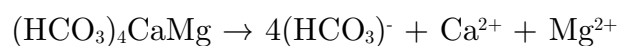
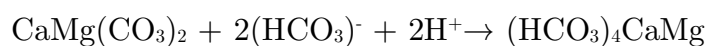
Cuando el equilibrio se desplaza a la derecha el agua disuelve la caliza formando o agrandando grietas y fisuras. Cuando el equilibrio se desplaza a la izquierda, se vuelve a producir carbonato de calcio, formando estalactitas y estalagmitas, por ejemplo. Para que el proceso de disolución avance, son necesarias aguas en circulación ya que en aguas estancadas se llega a la sobresaturación de bicarbonato cálcico y se para la disolución de la caliza.

De manera similar, la reacción en el caso de las dolomías sería la siguiente:

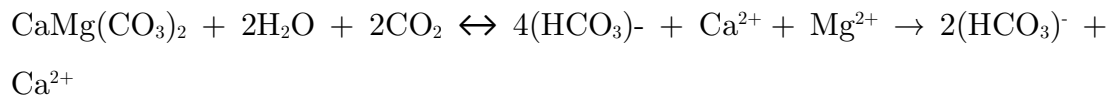
1) Acidificación del agua:



2) El agua acidificada reacciona con la dolomita disolviéndola:



3) Equilibrio de la reacción química:



4.2.2 *Procesos geológicos y formaciones kársticas*

Los procesos kársticos se desarrollan en varias fases fuertemente relacionadas con las etapas químicas anteriormente vistas:

a) *FASE EROSIVA*: La erosión es producida por la disolución del carbonato de calcio y ocurre tanto en la superficie del karst como en el interior de éste debido a la infiltración del agua a través de grietas, fisuras y cavidades de disolución. Esta infiltración del agua hace que los paisajes kársticos sean generalmente bastante áridos en su superficie. La erosión del karst produce formas exokársticas, que se producen en la superficie. Entre ellas, podemos citar los lapiaces (Figura 4.1), que consisten en surcos o cavidades separados por tabiques más o menos agudos. Se forman principalmente por las aguas de escorrentía, que producen la disolución superficial formando los surcos.



Figura 4.1: Lapiaces de valle del Ibia (Palencia).

Otra formación exokárstica pueden ser las dolinas (Figuras 4.2 y 4.3). Las dolinas consisten en depresiones cerradas de forma generalmente redondeada u ovalada con paredes panas o en embudo. Se forman por la disolución de la roca (dolina de disolución) o por el colapso de una cavidad kárstica (dolina de hundimiento).



Figura 4.2: Dolina de Skocjan (Eslovenia).



Figura 4.3: Dolina Torca del Tajo (Cuenca).

Otra formación kárstica pueden ser los valles kársticos (Figura 4.4). Se caracterizan por tener un escurrimiento superficial limitado, pendientes fuertes y sumersión de las corrientes con la consecuente aparición de paredes terminales. Se pueden clasificar en cañones kársticos (Figura 4.5), valles ciegos, valles semiciegos, valles en forma de saco, valles en forma de saco con desembocadura ciega y valles secos.



Figura 4.4: Valle kárstico.

Las formas endokársticas se producen, por el contrario, en cavidades subterráneas. El agua ensancha las diaclasas y los planos de estratificación formando cuevas, galerías y conductos. La infiltración de agua se produce hasta encontrar roca impermeable y se mantiene a este nivel pudiendo encontrar una salida a la superficie llamada surgencia. Según la configuración de los conductos podemos hablar de diferentes formaciones. Por una parte, se encuentran las simas (Figura 4.6). Las simas son cavidades que se abren al exterior mediante un conducto vertical, comunicando la superficie con galerías subterráneas. Pueden degenerar en dolinas. Las cuevas serían formas endokársticas que se

forman por ensanchamiento de los conductos horizontales. Si se encuentran por debajo del nivel freático pueden estar inundadas.



Figura 4.5: Cañón del río Blyde (Sudáfrica).



Figura 4.6: Simas.

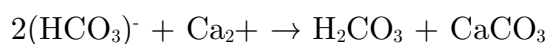
b) *FASE SEDIMENTACIÓN*: Hay varios tipos de sedimentación kárstica, principalmente podemos hablar de los siguientes tipos:

- Arcillas de descalcificación: Al disolverse la caliza, las impurezas que contiene quedan como un residuo de alteración formado por arcillas rojas con óxidos de hierro y sílice. Reciben este nombre debido a que se forman al descalcificarse la caliza, quedando estas arcillas “sueltas”. Son transportadas también por el agua que, al evaporarse, deposita las arcillas, generalmente en las dolinas formando la llamada “terra rossa” (Figura 4.7). La “terra rossa” es típica de regiones mediterráneas y tiene una tonalidad rojiza característica debido a la presencia de óxido de hierro en las arcillas.



Figura 4.7: Terra rossa.

- Precipitación de calizas: Cuando el agua pierde CO₂ por evaporación o porque es retenido por organismos fotosintéticos acuáticos para realizar la fotosíntesis, la reacción se invierte, precipitando el carbonato cálcico:



Esto ocurre en cuevas y en las surgencias. Cuando el agua de infiltración alcanza una caverna llena de aire, se descarga el CO₂, lo que altera la capacidad del agua para mantener la disolución precipitando el carbonato cálcico. Este proceso durante decenas de miles de años genera diversas formas llamadas espeleotemas, entre los que podemos citar:

- Estalactita (Figura 4.8): Tiene forma cónica y cuelga del techo de las cuevas. Comienza a crearse a partir de una gota de agua mineralizada, que cuando cae deja calcita precipitada. Continuas gotas forman un estrecho tubo por el cual siguen cayendo gotas. Además, por la parte externa de este tubo pueden caer más gotas formando varias capas de calcita que van engrosando la estalactita adquiriendo la típica forma cónica.
- Estalagmita (Figura 4.9): se forma en el suelo de la cueva y típicamente tiene su origen en el goteo de agua desde el techo o desde una estalactita. No poseen un canal central y son generalmente de mayor tamaño que las estalactitas.



Figura 4.8: Diferentes tipologías de estalactitas.



Figura 4.9: Diferentes tipologías de estalagmitas.

c) *FASE CLÁSTICA*: Esta es la etapa final del relieve. A medida que aumenta la fase erosiva del karst, se producen hundimientos en los techos de las cuevas y galerías, formándose torcas de hundimiento que poco a poco van uniéndose entre sí. Cuando se alcanza un desmoronamiento masivo del macizo calizo, se forma un paisaje de aspecto ruinoso por lo que se denomina paisaje ruiforme.

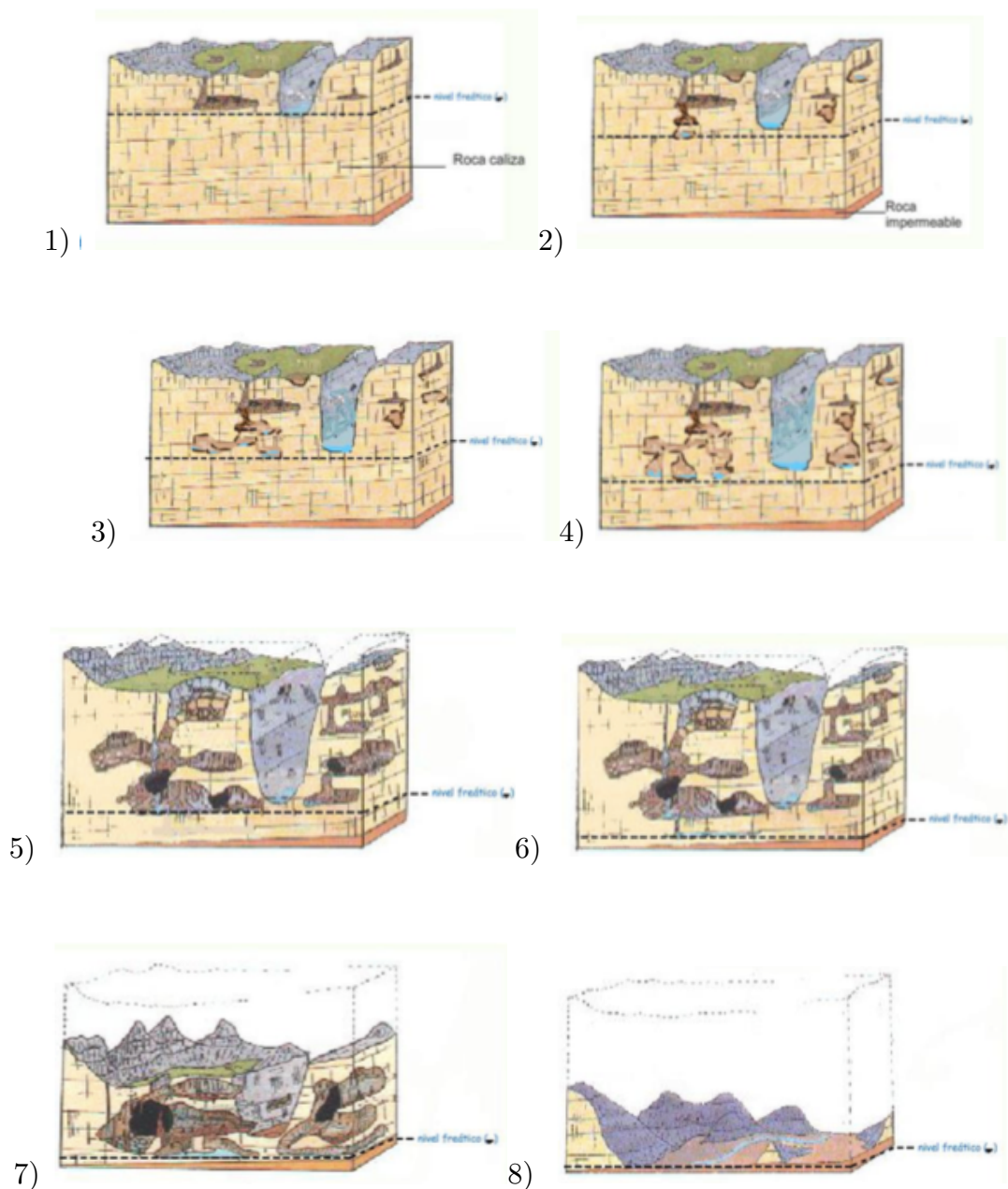


Figura 4.10: Evolución de un paisaje kárstico. Fuente: www.recurstic.educacion.es

Los paisajes kársticos evolucionan con las variaciones del nivel freático conduciendo al desmantelamiento del macizo calcáreo. Estos paisajes son modelados mediante los procesos de erosión y sedimentación kárstica, hasta llegar a una fase clástica. En este proceso tiene un papel clave el agua y por tanto el nivel freático. En la Figura 4.10 se muestra un modelo de evolución de paisaje kárstico.

Como se puede observar en el esquema, el nivel freático del macizo karstificado desciende hasta alcanzar el nivel de base definido por las rocas impermeables situadas bajo el macizo calizo. En las ilustraciones 1-4 este proceso genera nuevas galerías, cuevas y simas creando una red subterránea por donde circula el agua. En las ilustraciones 5-7 se aprecia como en la red de galerías subterráneas se inicia el hundimiento de techos de cuevas y galerías. Finalmente, en la ilustración 8 se aprecia como la erosión ha rebajado el nivel de todo el macizo calizo, pudiendo quedar al descubierto las formaciones kársticas internas.

4.2.3 *Ejemplo de paisaje kárstico. Sierra de Atapuerca (Burgos).*

Un ejemplo interesante de este tipo de paisajes lo constituye el karst de la sierra de Atapuerca (Burgos). A continuación, se realiza un resumen de este ejemplo de karst basándose en (Gonzalez Navarro et al, 2014). Se ha escogido este paisaje kárstico ya que en el caso que posteriormente se analizará, se han utilizado las propiedades de los materiales que se han analizado en los laboratorios de la UBU para ese trabajo, correspondientes a ese paisaje kárstico.

La sierra de Atapuerca se encuentra situada a unos 15km al este de la ciudad de Burgos. Constituye el extremo noroeste del sistema Ibérico y se corresponde con una estructura anticlinal tumbada vergente al norte. Se sitúa además en el borde noreste de la Cuenca del Duero, en el extremo oeste del Corredor de la

Bureba, pasillo de enlace con la Cuenca del Ebro, siendo el río Arlanzón su principal red fluvial.

El anticlinal de la Sierra resalta como relieve emergido sobre la cuenca continental terciaria del Duero, realizado por impulsos tectónicos durante el Mioceno y el Plioceno (Pérez-González et al, 1999).

La evolución geomorfológica de esta región se caracteriza por el desarrollo de las superficies de erosión relacionadas con los ciclos de erosión-sedimentación durante el Neógeno y la predominancia de la incisión fluvial en los valles actuales durante el Pleistoceno y el Holoceno.

Los niveles de base, impuestos durante el Neógeno y el Pleistoceno han controlado el inicio y el desarrollo del endokarst en la sierra de Atapuerca, que estuvo abierto durante el Pleistoceno inferior. El último causó la entrada de sedimentos alóctonos, que serán la base del estudio que posteriormente realizaremos. Estos materiales, serán los que luego utilizemos para modelizar una cueva kárstica aleatoria.

El karst de la Sierra de Atapuerca se desarrolla en las calizas y dolomías cretácicas del Turoniense medio-superior, Coniaciense y Santoniense inferior, de unos 45-70 metros de espesor. Presenta las formas típicas de un karst multinivel próximo al nivel freático, caracterizado por la importancia de sus formas endokársticas, localizadas en el sector occidental de la sierra. Un lapiaz semicubierto se observa en las laderas de la sierra.

El endokarst de la Sierra de Atapuerca está representado principalmente por el Sistema Cueva Mayor-Cueva del Silo, una red subterránea que resulta ser una de las mayores cavidades conocidas de la Cuenca del Duero (Ortega, 2009). Un perfil del sistema de cuevas y galerías del endokarst puede ser consultado en la Figura 4.11.

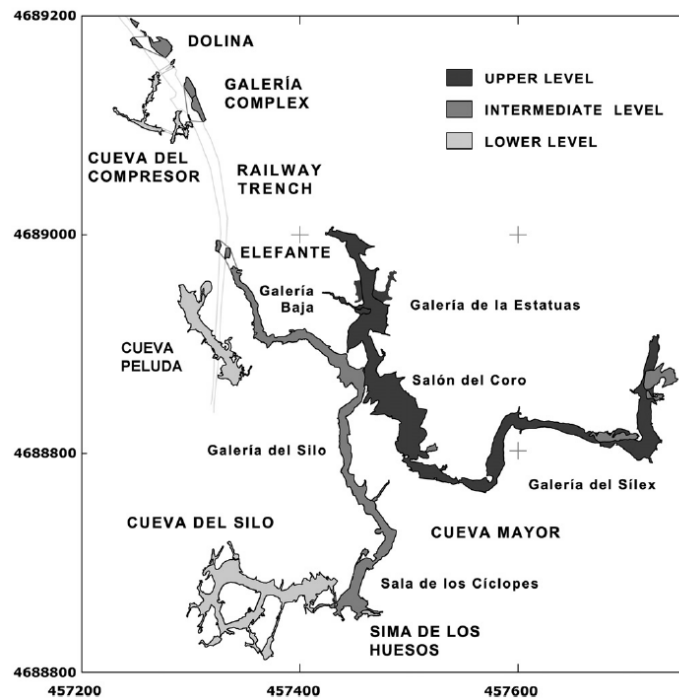


Figura 4.11: Mapa del karst de la Sierra de Atapuerca (Ortega, 2009).

Los diferentes conductos que forman el endokarst, constituyen un sistema de conductos aislados, aunque los sentidos de circulación del agua, observables en las huellas de corriente, indican una marcada circulación subterránea en sentido sur-norte, en donde se localizan las paleosurgencias del karst.

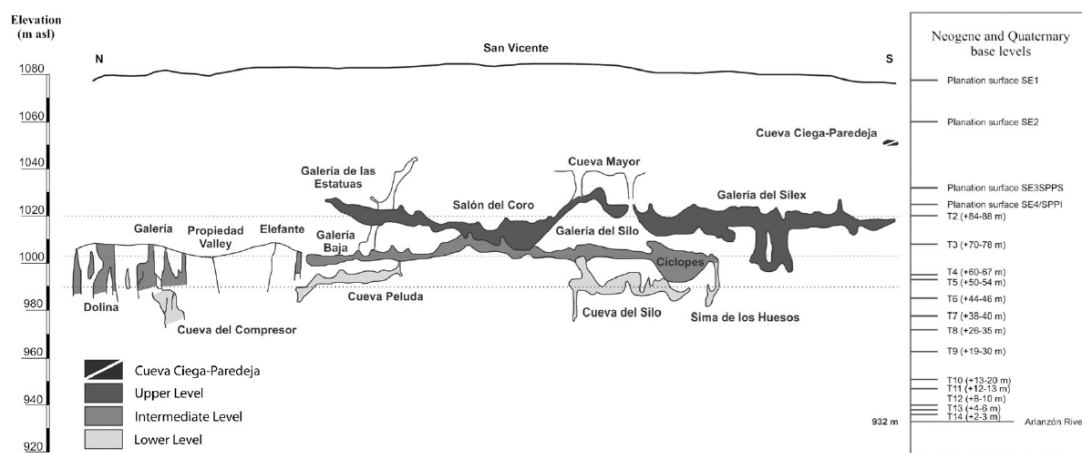


Figura 4.12: Perfil y sección proyectada de las cavidades de la Sierra de Atapuerca (Ortega, 2009).

Dentro de ese sistema de cuevas, aquí se va a hacer una breve referencia a una de esas cuevas, que es la Sima del Elefante. Esta sima constituye una antigua surgencia del nivel intermedio, colmatada por sedimentos de origen alóctono. El relleno de la Sima del Elefante representó en origen la zona de descarga de las aguas del nivel intermedio, relacionado con los niveles de base.

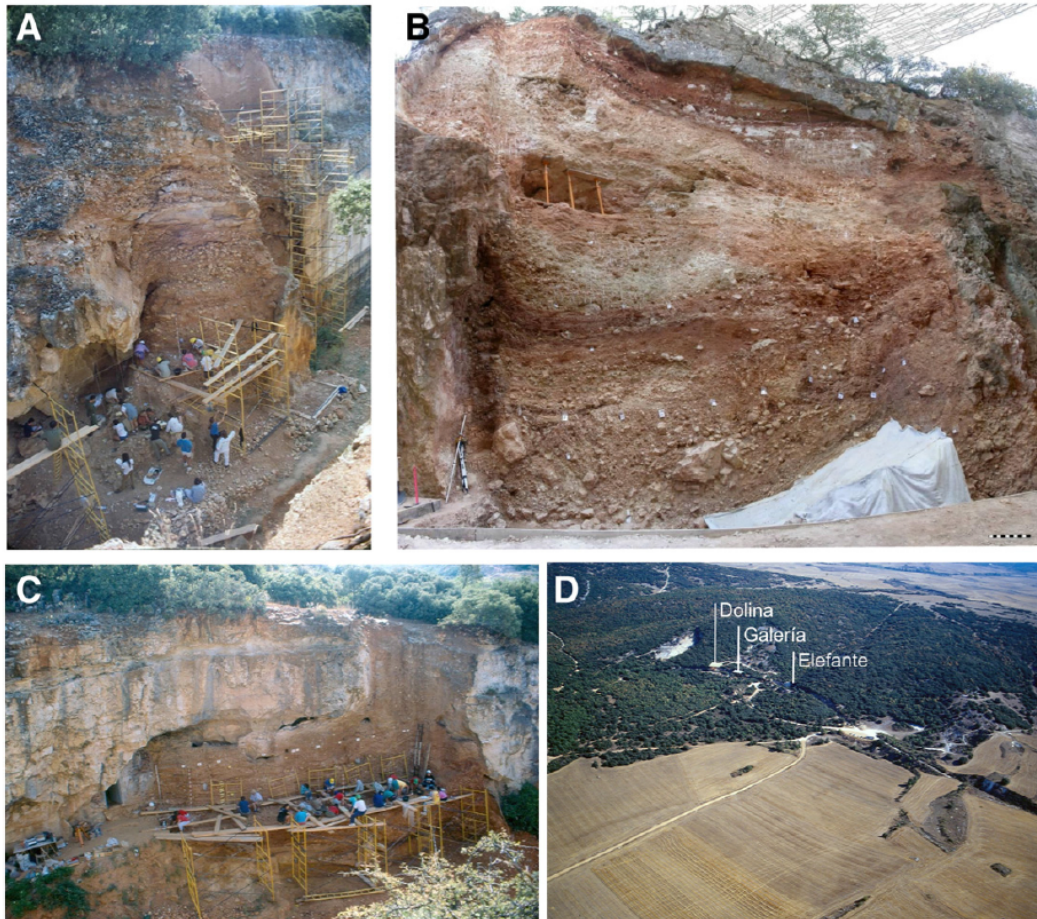


Figura 4.13: Galerías llenas de sedimentos en el nivel intermedio(Ortega, 2009).

A) Dolina; B) Elefante; C) Galería; D) Vista aérea de la trinchera del ferrocarril con los yacimientos (Foto de M.A. Martín, Grupo Espeleológico Edelweiss)

Con el descenso del nivel de base de las aguas se produjo el encajamiento del conducto. Este proceso permitió el aporte de sedimentos del entorno inmediato que fueron colmatando el sector de entrada, así como el acceso a la cueva de animales y humanos, permitiendo conocer el rastro de los procesos

sedimentarios y de las primeras ocupaciones humanas que han afectado a esta región.

Diferentes procesos erosivos han quedado claramente registrados tanto en la entrada de Elefante como en el interior de Galería Baja y del Silo, en donde la presencia de numerosos silos prehistóricos ha puesto al descubierto la existencia de depósitos finos con cantos blandos de arcillas y margas, junto a elementos aislados de restos fósiles e industrias líticas inferopaleolíticas que muestran que el sector de Elefante actuó como sumidero hacia el interior del karst.

En la Figura 4.12 se puede ver un esquema del perfil de las diferentes cavidades que conforman este endokarst. En la Figura 4.13 aparecen cuatro imágenes que muestran diferentes cuevas de este sistema endokárstico colmatadas de rellenos.

4.2.4 *Sedimentos en cuevas.*

Esta sección contiene una explicación básica de la sedimentación en cuevas, y de los tipos de sedimentos que se pueden encontrar en ellas. Una explicación más detallada puede ser encontrada en (Palmer, 2007).

Una gran variedad de sedimentos se acumula en cuevas y pueden conservarse de forma casi intacta durante largos períodos de tiempo. Son indicadores fiables de condiciones medioambientales pasadas y son también útiles para determinar las edades de las cuevas.

Los sedimentos detríticos consisten en material granular producido por la erosión de la roca preexistente, que con el tiempo es depositada por agua, aire o hielo. En cuevas, el transporte se produce habitualmente por el agua en movimiento, aunque en ciertos sitios el movimiento por aire y agua ha contribuido.

También puede caer material suelto por las entradas por gravedad o al ser transportado al interior por animales. Los materiales detríticos tienen tamaños que pueden ir desde rocas hasta motas microscópicas y pueden incluir

materiales solubles o relativamente insolubles. Los granos que resisten a la descomposición química suelen ser mucho más abundantes que los granos solubles. La mayoría de los sedimentos detríticos consisten en gravas, arenas, y arcillas transportadas desde la superficie por las mismas corrientes que agrandan las cuevas. Estos sedimentos están mezclados con material de las paredes y techos de las cuevas. Si el área de captación de la cueva está compuesta únicamente por roca soluble, el volumen de sedimento detrítico puede ser reducido.

Durante el transporte, los fragmentos de roca se rompen en partículas más pequeñas y son redondeadas por la abrasión. La mayoría de los depósitos de arcillas en cuevas derivan de la meteorización mecánica de esquistos, como forma de sedimentación. Los bloques desprendidos de las paredes y techos suelen ser de bordes afilados.

Al ser transportadas por una corriente, la mayoría de las gravas y arenas simplemente son arrastradas a través de la base de la corriente como carga sedimentaria. Si el agua es lo suficientemente turbulenta, una parte es transportada en suspensión dentro de la corriente de agua. En el caso de las arcillas, la mayoría es transportada en suspensión. Sedimentos de tamaños de arcillas o limos también pueden ser transportados dentro o a través de las cuevas por corrientes de aire.

Las características de un depósito sedimentario están controladas por tres variables: la naturaleza del material de origen, la mecánica de transporte y el medio ambiente deposicional. Sólo las grandes inundaciones son capaces de mover los mayores bolos a través de una cueva y para mover gravas se necesitan velocidades de al menos 50 cm/s. Las arenas se erosionan con velocidades de flujo superiores a los 20 cm/s. La erosión de las arcillas necesita mayores velocidades, en algunos casos superiores a 2 m/s, porque sus pequeños granos

se agrupan dentro de una capa de flujo laminar a lo largo del fondo de corriente. La arcilla también resiste a la erosión porque es muy cohesiva.

Las gravas se depositan si la velocidad de la corriente desciende mínimamente bajo aquella necesaria para erosionarlas. La deposición de las arenas se da a velocidades inferiores a los 10 cm/s. La velocidad debe disminuir casi a cero para que las arcillas se asienten, ya que una pequeña turbulencia las mantiene en suspensión.

Las gravas y arenas, por lo tanto, se acumulan en canales de flujo. Sin embargo, los pequeños granos, como las arcillas y los limos, forman bancos de lodo en los canales de flujo, y también se acumulan en zonas de remanso, especialmente en pasajes que normalmente están secos pero que periódicamente se rellenan con corrientes de agua de baja velocidad que surgen de corrientes de alrededor. La secuencia más típica de sedimentos en la cueva consiste en arenas y gravas intercaladas depositadas por corrientes de movimiento rápido y con arcillas y limos finos superpuestos en etapas de corrientes lentas después de que el pasaje haya sido abandonado por la corriente original.

La sedimentación en cuevas tiende a alcanzar un equilibrio que es más rígido que en las corrientes superficiales. Si el sedimento se acumula en una cueva, causa un aumento de la velocidad de flujo, así que durante los mayores flujos gran parte del sedimento es eliminado por la erosión.

Las entradas a las cuevas son receptáculos para los sedimentos durante los períodos de inundación. Si la parte superior de una secuencia sedimentaria contiene canales que fueron rellenos en una época posterior (estructuras cut-and-fill), el sedimento fue probablemente depositado en una corriente que no llenaba por completo el pasaje.

Suelos insolubles también pueden infiltrarse desde la superficie a través de fisuras. Este material suele moverse despacio, especialmente si es rico en

arcillas. Puede formar conos de derrubios en la cueva, o puede introducirse dentro de la cueva formando pilares estratificados o láminas. Estas formas tienen normalmente un origen esquistoso. Las marcas de surgencia son surcos en pendiente en sedimentos ricos en arcillas formados por niveles

El guano en cuevas consiste en excrementos de murciélago. Es abundante en muchas cuevas en climas templados, pero escaso en otras regiones. Con el tiempo se convierte en material seco granular.

El colapso está causado por la caída de los techos o paredes de las cuevas. El término se aplica tanto al proceso como a los bloques caídos que resultan de él. El proceso puede modificar de forma importante la forma del pasaje y hacer difícil determinar la morfología original. El material de colapso varía desde pequeñas escamas hasta grandes losas y bloques.

El colapso masivo es poco habitual, normalmente se produce en uno o en unos pocos bloques a la vez. Es más probable cuando se drena de agua un pasaje, ya que desaparece su presión. Las calizas tienen una densidad de 2,7 g/cm³, pero tienen una densidad sumergida de sólo 1,7 g/cm³. Inundaciones periódicas pueden agrandar las fracturas entre bloques y hacer que estos caigan cuando el nivel agua baja.

Con el tiempo, la roca es capaz de deformarse lentamente y desarrollar microfaturas que disminuyen su resistencia. Las rocas con estratificación fina producen losas laminares al romper, mientras que las rocas masivas producen grandes bloques.

Durante climas fríos, la cristalización del hielo puede romper rocas y espeleotemas en cuevas, especialmente cerca de las entradas o en cuevas que sirven como depósitos de aire frío. Los episodios glaciales pueden causar una rotura generalizada de los espeleotemas en cuevas poco profundas.

El colapso de la cueva es un proceso crucial que genera pilas de sedimento angular como un resultado de un colapso de techo. Cuando están llenos de agua, los sistemas de cuevas se benefician de los efectos de la presión hidrostática que distribuye las tensiones uniformemente. En cambio, una cavidad rellena de aire representa una disminución importante de las tensiones en la roca kárstica y la cavidad.

La causa crítica de fallo puede venir de la disolución progresiva y la ampliación de fracturas, inundaciones estacionales, secado acompañado de sedimentación salina o acción del hielo. Por otra parte, otras teorías consideran que el fallo se produce siguiendo el proceso de deslizamiento inducido por la propagación de microgrietas, de forma que no es necesario un desencadenante específico.

Un espeleotema es un depósito mineral que crece en cuevas. Es considerado una de las fuentes más valoradas para comprender las condiciones de la superficie terrestre en el pasado, tanto dentro del contexto local (suelo, vegetación, inestabilidad del paisaje y clima) como en un ámbito regional o global, donde demuestra los patrones de cambio que caracterizan antiguos climas y entornos.

Consideramos primero dos tipos de depósitos que crecen a partir del goteo del agua: Estalactitas: crecen descendiendo desde el techo de la cueva Estalagmitas: ascienden desde el suelo de la cueva

También debemos considerar depósitos más continuos (coladas) que se forman bajo finas láminas de agua en las paredes y suelos de las cuevas. También hay que considerar los depósitos cristalinos que se forman bajo el agua.

Los espeleotemas utilizados para averiguaciones sobre el pasado son casi todos calcáreos, (de carbonato de calcio mayormente) y compuestos por los minerales calcita o aragonito. Tales espeleotemas se desarrollan en rocas carbonatadas como la caliza o la dolomía. Las cavidades de la roca van normalmente de

pequeños poros y fisuras hasta conductos que solían contener corrientes subterráneas. Con el paso del tiempo, el sistema de drenaje se desarrolla y tiende a descender la profundidad de la capa freática, la cual divide el acuífero en la zona freática inferior y la zona vadosa, desde la cual se origina el agua de goteo. Los espeleotemas se forman normalmente en pasajes abandonados en la zona vadosa y son alimentados por el agua que circula por el suelo del nivel superior del karst.

Los espeleotemas forman parte de una larga y compleja historia de las cuevas, ya que pueden estar intercalados con otros sedimentos y pueden ser fracturados por terremotos, acción humana, o ser enterrados, inundados, erosionados o disueltos.

Los procesos químicos esenciales que llevan a su formación se basan en la disolución del carbonato en el suelo y una precipitación de CaCO_3 en la zona superior del exokarst y en la zona vadosa.

La cantidad de calcita y dolomía que puede ser disuelta por el agua depende de su acidez. Aunque los ácidos fuertes procedentes de la oxidación de los minerales sulfurosos como la piritita pueden ser importantes localmente, la disolución suele estar generada normalmente por altos valores de presión parcial de dióxido de carbono, generados por respiración y descomposición inorgánica en suelos. Mientras el agua desciende por el karst, finalmente encuentra una fase gaseosa con menor presión parcial de dióxido de carbono, comparada con la encontrada previamente, lo que causa la desgasificación de CO_2 de la muestra y la precipitación del CaCO_3 .

La velocidad de crecimiento puede llegar a ser de del orden de un milímetro al año en zonas húmedas y cálidas, pero es más habitual que sea de menos de 100 micrómetros al año en zonas frías. El crecimiento de los espeleotemas requiere unas condiciones bastante específicas de disponibilidad de agua para abastecer

de los ingredientes de crecimiento y circulación de aire para evacuar el dióxido de carbono residual.

4.2.5 *Alternativas de modelización*

En la búsqueda del método de cálculo más adecuado para modelizar los asentamientos, movimientos y posibles fisuras del terreno, se han tenido en cuenta varias alternativas que serán analizadas en éste capítulo, considerando las aplicaciones específicas de cada uno y distinguiendo aquellas que más se adecuan a las necesidades y particularidades del presente estudio.

Para llevar a cabo esta tarea, se ha realizado un listado de los programas informáticos disponibles en el mercado. Para ello, se consultó en primer lugar diversas publicaciones relacionadas con el modelado de asientos y colapsos del terreno, comprobando todas las herramientas utilizadas. De forma paralela, se consultó un listado de software de análisis numérico disponible en la web GEOTECHPEDIA

(<http://geotechpedia.com/Software/Category/8/Numerical-Analysis-Software>).

A partir de esta información se procedió a la revisión de todos los métodos de cálculo, consultando las páginas web de los desarrolladores y revisando otras publicaciones en los que éstos hubieran sido utilizados.

En las tablas 4.1 y 4.2 se exponen varios listados de los programas informáticos consultados, con indicación concisa de las aplicaciones individuales y sus respectivos desarrolladores. Este listado puede constituir una interesante herramienta para profesionales e investigadores para conocer de forma rápida la oferta del mercado en cuanto a software de análisis numérico.

Parte de los programas informáticos seleccionados fueron descartados directamente, ya que los propios desarrolladores recomendaban la utilización de otros, aconsejando sobre posibles opciones y métodos de análisis.

El desarrollador Itasca, presentó los programas FLAC y PFC. FLAC permitiría modelizar la deformación de los estratos debido, por ejemplo, al colapso de una cueva subyacente, pero el análisis debería ir hacia adelante en el tiempo. Esto significa que no realizaría el análisis inverso, sino que primero sería necesario establecer cómo se encontraban los estratos inicialmente para poder simular después la deformación debida a diferentes causas o hipótesis, como la erosión fluvial o el desprendimiento de bloques. Es un problema no lineal, por lo cual no podría ser modelizado de una forma reversible, así que se rechaza el análisis inverso.

La principal diferencia entre FLAC y PFC es que este último opera con elementos discretos, por lo que cada partícula puede moverse y desprenderse de las demás, de forma que podríamos ver el proceso de generación de fracturas en el terreno, así como la mezcla de distintos materiales. Un programa similar a FLAC es PLAXIS. Este programa utiliza los elementos finitos para la simulación de proyectos geotécnicos como excavaciones, túneles y cimentaciones, que lleva de una situación inicial conocida a una situación final de tensiones y deformaciones.

Aún así, sería complicado y muy lento realizar el análisis mediante PLAXIS, ya que, además de lo especificado para FLAC con respecto a la imposibilidad del análisis inverso, tampoco permite la mezcla de los diferentes materiales durante la deformación. Por otra parte, PLAXIS no puede modelizar ningún colapso, ya que sólo calcula hasta el momento de fallo y es incapaz de predecir la geometría después de que este se haya producido.

Con todas las recomendaciones, se procedió a indagar más sobre ellas con la información de los manuales de usuario o trabajando con las versiones de prueba, llegando a las conclusiones expuestas a continuación.

Desarrollador	Software	Descripción
ITASCA	3DEC	Es un código de modelado numérico para el análisis avanzado de suelos y rocas en 3 dimensiones. Simula la respuesta de medios discontinuos que estén sujetos a cargas estáticas y dinámicas. Utiliza una solución explícita que puede dar soluciones estables a procesos inestables.
	FLAC	Programa de diferencias finitas con solución explícita que simula el comportamiento de estructuras construidas en suelo, rocas u otros materiales que puedan presentar fluencia plástica cuando se superan sus límites elásticos.
	PFC	Código de elementos discretos utilizado en el análisis, la evaluación y la investigación en cualquier campo en el que se requiera la interacción de varios elementos discretos que presenten grandes deformaciones y/o fracturas.
	MineDW	Simula minas a cielo abierto y subterráneas y la estabilidad de los taludes. Además, simula la excavación y posterior relleno representando las diferentes partes de la mina.
	UDEC	Código de modelado numérico para simular la respuesta de medios discontinuos que estén sujetos a cargas estáticas y dinámicas.
GEO-SLOPE	AIR/W	CAD de elementos finitos para analizar los problemas de la interacción del agua intersticial y del aire dentro de materiales porosos como suelos y rocas.
	CTRAN/W	Puede ser utilizado para modelizar el movimiento de contaminantes a través de materiales porosos como suelos y rocas.
	QUAKE/W	Análisis dinámico de estructuras de tierra sometidas a vibración sísmica o fuerzas dinámicas puntuales procedentes de una explosión o de una carga de impulso.
	SIGMA/W	Realiza análisis de esfuerzos y deformaciones en estructuras de tierra. Puede realizar análisis elástico lineal o análisis elasto-plástico no lineal.
	TEMP/W	Análisis de cambios térmicos en el agua por factores ambientales o por la construcción de edificios o instalaciones de tuberías.
	VADOSE/W	Análisis de flujo mediambiental, ya sea sobre la superficie del suelo, a través de la zona vadosa no saturada y dentro del régimen local de aguas freáticas.
FINE CIVIL ENGINEERING	FEM-GEO5	Puede modelizar un amplio rango de problemas geotécnicos como asientos del terreno, pantallas de tablestacas, recalce de estructuras, estabilidad de taludes, vigas de cimentación, excavaciones, etc.
	FEM-TUNNEL-GEO5	Análisis de túneles mediante una extensión de FEM-GEO
	PLATE-GEO5	Análisis de losas de cimentación de cualquier geometría con el método de los elementos finitos.

Tabla 4.1 Listado de software disponible de los distribuidores Itasca, Geo-Slope y Fine Civil Engineering.

Desarrollador	Software	Descripción
SoilVisionSystems	SVSolid	Resolución de estados tensionales y deformaciones en suelos bajo distintas condiciones de carga. Programa de elementos finitos para realizar cálculos de mecánica de suelos.
	SVAirFlow	Se utiliza para modelizar la extracción de vapor de los suelos y la infiltración de vapor en suelos no saturados.
	SVHeat	Sirve para calcular gradientes geotérmicos.
PLAXIS	PLAXIS	Se basa en el método de elementos finitos. Sirve para calcular deformaciones y estabilidad en ingeniería geotécnica.
FINE CIVIL ENGINEERING	FEM-GEO5	Puede modelizar un amplio rango de problemas geotécnicos como asentamientos del terreno, pantallas de tablestacas, recalce de estructuras, estabilidad de taludes, vigas de cimentación, excavaciones, etc.
	FEM-TUNNEL-GEO5	Análisis de túneles mediante una extensión de FEM-GEO
	PLATE-GEO5	Análisis de losas de cimentación de cualquier geometría con el método de los elementos finitos.

Tabla 4.2: Listado de software disponible de los distribuidores SoilVision Systems, PLAXIS y Fine Civil Engineering.

SIGMA/W y GFAS

Son programas útiles y sencillos para realizar análisis de tensiones y deformaciones y mostrar los resultados de una forma directa e intuitiva, pero sólo en dos dimensiones y con un número muy limitado de modelos de comportamiento. Además, no permiten cálculos tras la rotura. Debido a su simplicidad, se ha optado por profundizar más en el conocimiento de FLAC, PLAXIS y PFC.

FLAC

Se trata de un software de diferencias finitas con solución explícita que permite modelizar comportamientos complejos como problemas que consistan en varias fases, grandes desplazamientos y tensiones, comportamiento no lineal y sistemas inestables, incluidos los casos de fallo en grandes áreas o colapsos totales.

La solución explícita permite dar soluciones estables a procesos inestables y se pueden incluir distintas interfaces entre las que se pueden producir fenómenos de deslizamiento o separación, simulando la presencia de juntas, fallas o contornos con un rozamiento determinado. Por otra parte, nos permite

importar archivos en formato DXF, de forma que sería sencillo introducir una geometría determinada sin depender de la interfaz de FLAC, que puede llegar a ser algo complicada al compararla con el resto de los programas informáticos. Este es el inconveniente principal ya que, pese a la potencia del programa, es necesario un gran conocimiento de la ingeniería del terreno y mayor dedicación a controlar el código del programa. La interfaz de usuario es muy escueta y es necesario dedicar bastante tiempo a dominar el código para ejecutar las distintas funciones.

Además, cuenta con 15 modelos distintos de comportamiento ya introducidos en el programa, de forma que podemos ver cuál es el que mejor se ajusta a nuestro terreno, permitiendo la distinta modelización de diferentes estratos o la comparación de resultados en función de distintos comportamientos. Si estos no son suficientes, podemos implementar nuevos modelos en el lenguaje de programación C++.

PLAXIS

Emplea los elementos finitos para el análisis tridimensional de la deformación y de la estabilidad en ingeniería geotécnica. Tiene una interfaz de usuario más sencilla que el software de Itasca y también permite la importación de geometrías de un DXF o DWG, además de poder realizar la extrusión de varios objetos a la vez para conseguir formas más complejas. Cuenta con una aplicación para representar la estratigrafía del suelo a partir de datos de sondeos, que resultaría muy interesante cuando partamos directamente de estos. Se pueden realizar cálculos plásticos, análisis de consolidación y de factores de seguridad con una salida de datos muy manejable y vistosa para representar los resultados. Además se pueden previsualizar éstos durante el cálculo, para ver el proceso seguido paso a paso. Cuenta con 11 modelos diferentes de comportamiento, algunos similares a los de FLAC y además también se pueden implementar modelos predefinidos por el usuario.

Como se puede comprobar, FLAC y PLAXIS son dos programas bastante similares con una amplia aceptación en el ámbito de la geotecnia, lo que se demuestra con la multitud de trabajos en los que se han utilizado. En la tabla 4.3 se recogen las diferencias y semejanzas entre ambos.

FLAC	PLAXIS
Método de solución explícita	Método de solución implícita
Pequeña cantidad de esfuerzo computacional por tiempo de cálculo	Gran cantidad de esfuerzo computacional por tiempo de cálculo
Necesita emplear más tiempo para llegar a la solución final. En modelos elásticos lineales es excesivamente lento	El tiempo de cálculo necesario es menor al empleado por el método explícito. En modelos elásticos lineales, la matriz de rigidez es constante y el cálculo es rápido y robusto.
El método explícito es sensible a los cambios bruscos en las propiedades de los materiales del modelo (por ejemplo, grandes diferencias en la rigidez o en la permeabilidad)	El método implícito es más consistente ante cambios bruscos en las propiedades de los materiales del modelo
Las matrices nunca son creadas. Los requisitos de memoria son siempre mínimos	Las matrices de rigidez tienen que ser almacenadas
Dado que las matrices no son creadas, grandes deformaciones y desplazamientos son alojadas sin un esfuerzo computacional adicional	Se necesita un esfuerzo computacional adicional para seguir grandes desplazamientos y deformaciones
No es un método incondicionalmente estable. Puede seguir iterando en estados de colapso del modelo	Método incondicionalmente estable. En un estado plástico el programa deja de iterar
No es necesario iterar para seguir la ley constitutiva no-lineal	Es necesario el proceso de iteración para seguir la ley constitutiva no-lineal
Siempre que el criterio del tiempo de cálculo sea siempre correcto, las leyes no lineales son siempre seguidas en un camino físico válido	Siempre es necesario demostrar que el procedimiento arriba mencionado es estable y sigue el camino físicamente correcto

Tabla 4.3: Comparación entre el método de la solución explícita (FLAC), y el método de solución implícita (PLAXIS)

4.3 CASO PROPUESTO. Modelización DEM de una cavidad kárstica con rellenos sedimentarios.

En el segundo caso propuesto se realiza una investigación acerca de las posibilidades de modelización de una cavidad kárstica con rellenos a través del DEM mediante el software PFC2D.

4.3.1 Objetivos

El objetivo es conocer cómo se producen las deformaciones en este tipo de cavidades kársticas que las llevan al colapso debido a los rellenos, y estudiar la aplicabilidad del DEM para ello. Para ello se crea un modelo simplificado a través de tres paredes regulares que servirá para entender cómo se produce la compactación de dos niveles de terreno con propiedades geotécnicas diferentes. Posteriormente se abre un agujero de dos metros de ancho en la pared inferior y se estudia el cono de deslizamiento que se produce al caer los sedimentos. Finalmente, se modeliza una cueva kárstica aleatoria y se rellena con una serie de niveles de terreno diferentes, para después romper la cueva por su base y estudiar cómo es la deformación de los rellenos, con diferentes geometrías de la base inferior de la cueva.

El esquema de fases planteado para resolver este caso aparece en la Figura 4.14. Se trata de un proceso iterativo, en el que se vuelve al inicio hasta llegar a la solución buscada. Las fases son similares a las planteadas en el caso anterior.

En este caso, la secuencia estratigráfica escogida se toma de (González Navarro et al, 2014). Las propiedades de los materiales sedimentarios se muestran en la Tabla 4.1.

Antes de abordar el problema general, se ha propuesto un problema simplificado para poder entender correctamente cómo funciona. Para poder entender correctamente cómo funciona la aplicación del método DEM a través del programa informático en un caso de este tipo.

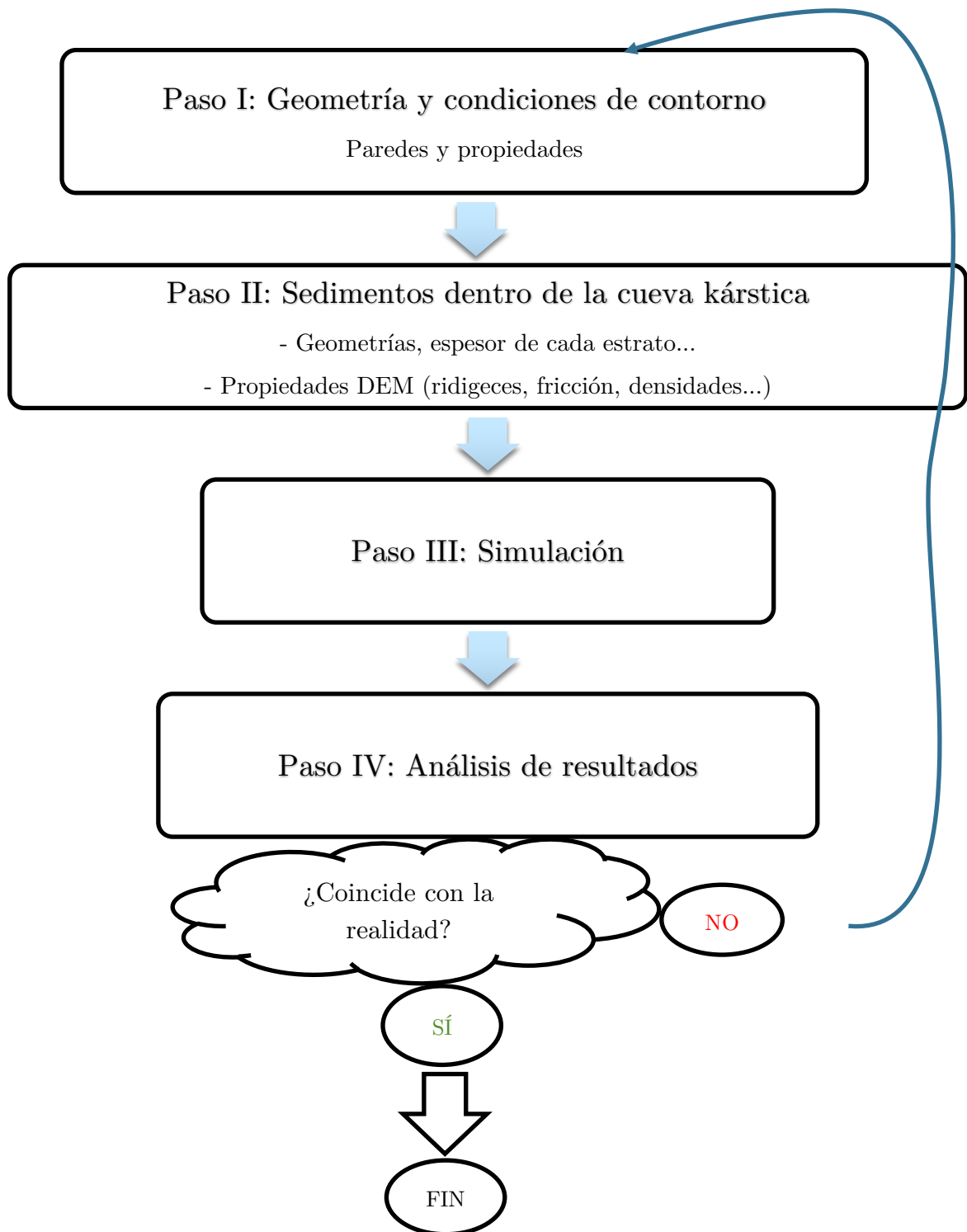


Figura 4.14: Esquema de fases propuesto para la metodología de trabajo.

4.3.2 *Modelo simplificado: Sedimentación con paredes de geometría regular y rotura de la pared inferior con formación de cono de deslizamiento.*

El primer aspecto que se va a estudiar consiste en la consolidación de dos estratos debido únicamente al efecto de su peso propio. Para ello, se depositan dos niveles de sedimentos entre paredes de geometría regular, simulando un límite rígido como una condición de contorno exterior. El modelo básico se representa en la Figura 4.15. y está formado por tres paredes, dos laterales y una inferior, y dos estratos diferenciados entre los que no se ha definido ningún tipo de discontinuidad.

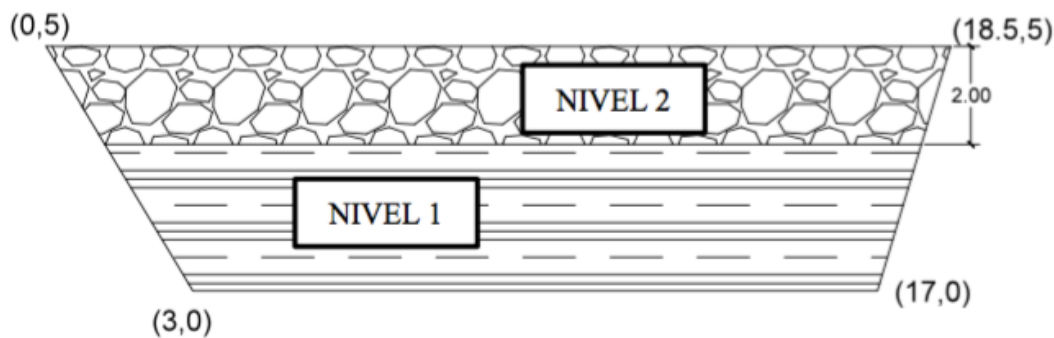


Figura 4.15: Esquema del modelo básico compuesto por dos estratos diferentes y una geometría regular en las paredes.

El primer nivel consiste en una arcilla arenosa, con algo de cohesión, y el segundo nivel, por encima de éste, consiste en unas gravas con mayor tamaño de grano y cohesión nula. En este caso, se considera que no existe presencia de agua intersticial, de tal forma que los suelos se consideran no saturados, y en el caso del material arcilloso, se realiza un cálculo a corto plazo, que resulta más desfavorable en el caso de analizar deformaciones. De esta forma, se trabajará con parámetros de suelo efectivos. Las características de los materiales se muestran en la Tabla 4.4.

	φ (°)	Cohesión (kPa)	Densidad (kg/m ³)	E (MPa) Módulo de Young
Nivel 1 – Arcillas arenosas	25	25	2600	15
Nivel 2 - Gravas	35	-	2700	20

Tabla 4.4: Propiedades geotécnicas de los niveles de suelo utilizados en la simulación del caso simplificado.

Antes de generar las partículas que conformarán el suelo del modelo, hay que crear el recinto que las contenga, con las propiedades de contorno que correspondan. Las paredes deben ser introducidas con las coordenadas de los puntos inicial y final de cada segmento. Asimismo, la introducción de estas coordenadas debe realizarse en sentido antihorario, de tal forma que las caras activas de cada pared son las internas, que contendrán al suelo, y así interaccionarán con las bolas a través de una rigidez y coeficiente de fricción determinados. Cada pared tendrá asociado un número de identificación. Así, la pared 1 será la pared izquierda, la 2 la inferior que hará de base y la 3 la de la derecha, tal y como se muestra en la Figura 4.16.

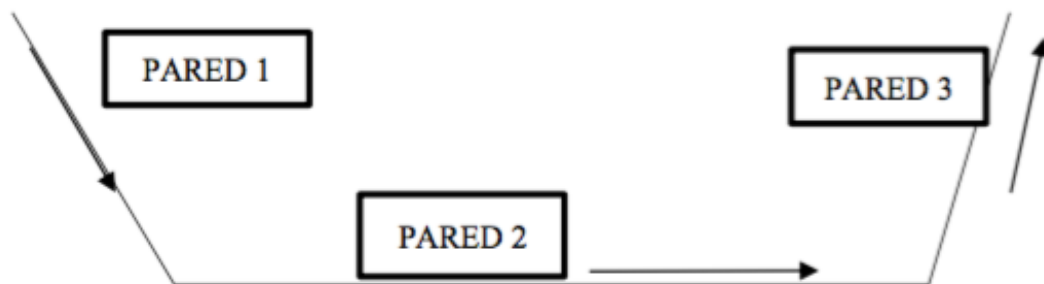


Figura 4.16: Paredes utilizadas en la simulación del caso simplificado 1. Cada pared tiene asociado un número de identificación en sentido antihorario.

A continuación, se asignan las propiedades a las paredes. Se les asigna una gran rigidez y un cierto coeficiente de fricción en comparación a las partículas que formarán el suelo para simular una pared rocosa:

Ridigez normal y tangencial: $k_n = k_s = 1 \cdot 10^{10}$ N/m

Coefficiente de fricción: $\mu = 0,4$

El software PFC2D utilizado en el presente trabajo tiene la opción de generar un grupo de partículas con una cierta porosidad, asignando a cada partícula una determinada densidad, así como unas rigideces normal y tangencial, coeficiente de fricción y radios de particular. Para asignar correctamente estos parámetros, una calibración previa de los mismos ha de ser llevada a cabo a través de la simulación de ensayos biaxiales, de tal forma que un determinado ángulo de fricción interna y cohesión sean obtenidos.

Primero, se asumen ciertas ‘micro’ propiedades, que sean representativas del tipo de material, de acuerdo a la bibliografía existente. A continuación, se simulan ensayos biaxiales con el software informático. Si las propiedades ‘macro’ que se obtienen de dichas simulaciones coinciden con las obtenidas de ensayos biaxiales reales, entonces estas propiedades ‘micro’ son validadas. Si no, habría que comenzar de nuevo el proceso con otras propiedades ‘micro’ hasta obtener los valores ‘macro’ deseados.

De acuerdo a este esquema de funcionamiento, se prepara una muestra de material en el software. Para ello, se realiza una modificación del método de generación de partículas a través de expansión de radio. Los tamaños de partícula varían entre r_{lo} y r_{hi} , siendo los tamaños mínimo y máximo de partícula permitidos. La porosidad se define a través de la función *poros* creada, y el tamaño de la muestra se delimita por su ancho y alto. Para encontrar el número exacto de partículas de la muestra, se utiliza la función *FISH assemble*. Después de una compactación inicial, se asignan las rigideces a las paredes laterales, con un valor de 1/10 con respecto a la rigidez de las partículas. En este caso, la muestra se prepara con una relación alto-ancho de 2:1 (4x2 metros) y contiene 2677 partículas.

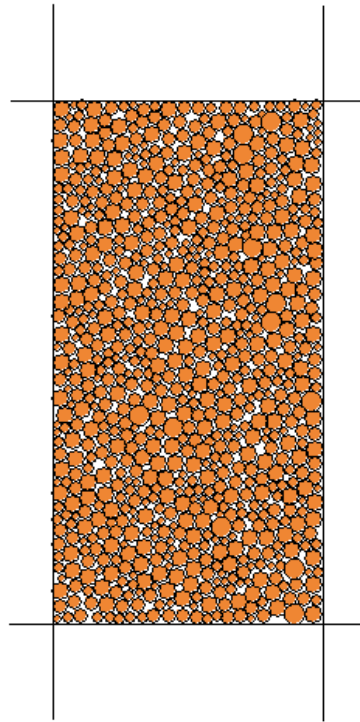


Figura 4.17: Muestra inicial preparada para la simulación del ensayo biaxial

Una vez que se ha creado la muestra inicial (Figura 4.17), se diseña un procedimiento para calcular y controlar el estado tensional de la muestra durante la simulación a través de la función FISH *get_ss*. Las tensiones se calculan a través de la fuerza media de las paredes dividida por sus correspondientes áreas.

La presión de confinamiento se mantiene constante a lo largo de todo el proceso, definiendo las velocidades de las paredes laterales a través de un servomecanismo numérico, implementado de nuevo con funciones FISH *servo* y *get_gain*. La función *servo* se llama una vez durante cada ciclo de cálculo. Esta función llama a su vez a la función *get_ss* para obtener las tensiones, y usa un servocontrol numérico para ajustar las velocidades de las paredes, de tal forma que la diferencia entre las presiones calculadas y las requerida es reducida.

La variable y_servo actúa como una especie de interruptor; si es cero, entonces el servocontrol no se aplica en las paredes superior e inferior. El servomecanismo implementa el siguiente algoritmo. La ecuación de la velocidad de la pared es:

$$\dot{u}^{(w)} = G(\sigma^{medida} - \sigma^{requerida}) = G\Delta\sigma$$

donde G es el parámetro estimado por la función get_gain de acuerdo al siguiente esquema.

El máximo incremento en la fuerza de la pared derivado del movimiento de la pared en un tiempo de ciclo es

$$\Delta F^{(w)} = k_n^{(w)} N_c \dot{u}^{(w)} \Delta t$$

donde N_c es el número de contactos en la pared y $k_n^{(w)}$ es la media de las rigideces de esos contactos. De esta forma, el cambio en la tensión media de la pared es:

$$\Delta\sigma^{(w)} = \frac{k_n^{(w)} N_c \dot{u}^{(w)} \Delta t}{A}$$

donde A es el área de la pared. Para la estabilidad del conjunto, el valor absoluto del cambio en la tensión de la pared tiene que ser menor que el valor absoluto de la diferencia entre las tensiones medidas y las requeridas. En la práctica, se utiliza un factor de relajación α .

Si operamos en las ecuaciones previas, se obtiene el parámetro G como

$$G = \frac{\alpha A}{k_n^{(w)} N_c \Delta t}$$

Se contabiliza un contacto para las paredes relevantes y G se evalúa de acuerdo a esta expresión.

En el caso que nos ocupa, las tensiones requeridas se establecen en 1 MPa, y el servo ‘interruptor’ y_servo , se establece en 1. Se utiliza la función $iterate$ a

continuación, que continúa el ciclo de cálculo, en incrementos de 100 ciclos, hasta que las tensiones requeridas se obtienen dentro de una tolerancia dada. En este caso, las tensiones convergen en el 0.5% de 1 Mpa en 1900 ciclos.

La muestra se ensaya ahora cambiando el servo ‘interruptor’ a 0 (lo cual libera las paredes superior e inferior del servo control) especificando las velocidades de estas. En cada ensayo, el servocontrol mantiene la presión de confinamiento constante en el valor requerido (106 en este caso). De esta forma, se prepara el modelo para los ensayos que vamos a realizar. La función *accel_platens* sirve para acelerar las velocidades de las paredes superior e inferior de forma controlada, y obteniendo unas variables a modo de resultados que son:

Conf: la presión de confinamiento media.

Devi: la tensión axial desviadora.

Deax: la deformación axial.

Devol: la deformación volumétrica.

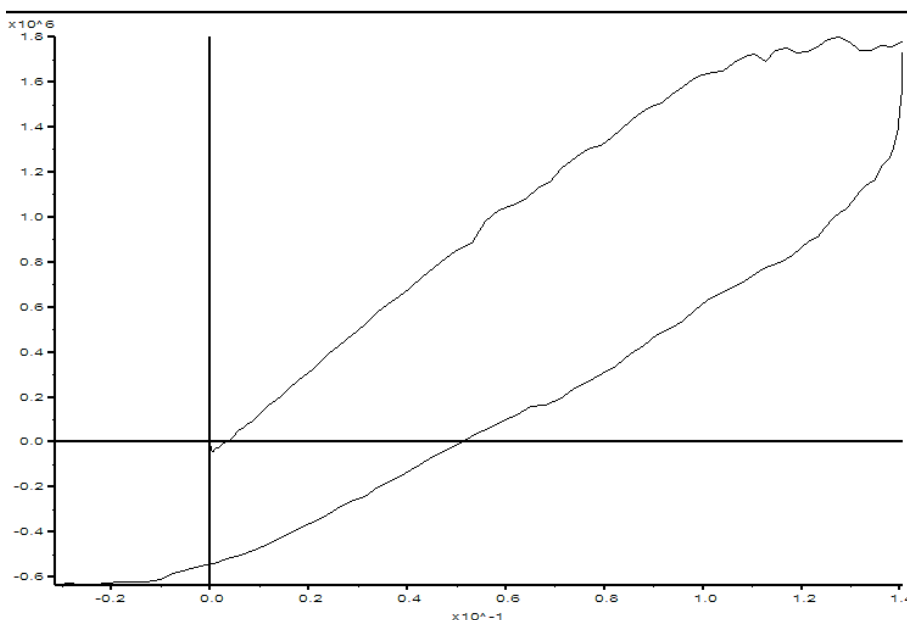


Figura 4.18: Tensión axial desviadora vs deformación axial para un ensayo de carga/descarga elástico

Las propiedades elásticas de la muestra se obtienen simulando ensayos de carga/descarga en condiciones elásticas (con fricción y altos valores de resistencia en las uniones). Como la tensión de confinamiento es constante, el ensayo se puede utilizar para calcular el módulo de Young y el coeficiente de Poisson.

$$E = \frac{1.8 \cdot 10^6}{1.4 \cdot 10^{-1}} = 13 \text{ Mpa}$$

Como se puede ver, el valor de E es un poco más pequeño que el valor originalmente contemplado para este nivel de terreno. Sin embargo, se consideran correctas las ‘micro propiedades’ obtenidas en tanto que la diferencia no es considerable. En cualquier caso, en caso de que decidiéramos ser más precisos, se podrían realizar nuevas simulaciones de ensayos biaxiales hasta obtener un valor de E idéntico al buscado.

Las propiedades para resto de niveles utilizados en este caso propuesto se obtienen de una forma análoga.

Después de simular ensayos biaxiales en PFC2D, las propiedades asignadas a cada nivel de suelo se muestran en las Tablas 4.5 y 4.6.

NIVEL 1	
kn (N/m)	5.5 · 107
ks (N/m)	1 · 107
Densidad de partículas (kg/m3)	2600
Radios mínimo y máximo (m)	0.003-0.0075
Porosidad (%)	35
Coefficiente de fricción μ	0.75
Resistencia normal de los ‘contact bonds’ n_bond (N)	0
Resistencia tangencial de los ‘contact bonds’ s_bond (N)	2000

Tabla 4.5: Propiedades DEM del nivel 1 obtenidas de ensayos biaxiales simulados en PFC2D.

NIVEL 2	
kn (N/m)	$5.5 \cdot 10^7$
ks (N/m)	$5 \cdot 10^7$
Densidad de partículas (kg/m ³)	2700
Radios mínimo y máximo (m)	0.02-0.10
Porosidad (%)	25
Coefficiente de fricción μ	0.35
Resistencia normal de los 'contact bonds' n_bond (N)	0
Resistencia tangencial de los 'contact bonds' s_bond (N)	0

Tabla 4.6: Propiedades DEM del nivel 2 obtenidas de ensayos biaxiales simulados en PFC2D.

Al considerar que el nivel de suelo 1 no resiste tracciones, se ha optado por que la resistencia normal de las uniones de contacto sea nula, ya que está definida en el código del programa como la resistencia a fuerzas de tracción, y se ha calibrado directamente mediante la resistencia tangencial de las uniones de contacto. En el caso del nivel 2, al considerar que se trata de gravas sueltas se ha optado por definir las resistencias normal y tangencial en los contactos entre partículas como nulas.

Una vez que se han realizado los ensayos biaxiales en PFC2D y se han obtenido las correspondientes micro-propiedades, se ejecuta el subprograma que genera el conjunto deseado de partículas. En él, además de introducir dichas propiedades, es necesario indicar los límites entre los cuales se encontrará el estrato.

Primero, se genera el nivel 1, de tal forma que las partículas de este estrato se reordenen una primera fase previa a la generación del nivel 2. Los límites a la generación de partículas se indican únicamente en los ejes horizontal y vertical

(x e y). Así, las partículas se generan en el espacio entre $x_{\min}=0$, $x_{\max}=18.5$, $y_{\min}=0$, $y_{\max}=5.5$.

Cuando se generan las partículas, existe una superposición entre ellas, de forma que es necesario eliminar estas grandes fuerzas de repulsión que existen entre partículas antes de ver las fuerzas que se generan por su propio peso y la fricción y cohesión. Para ello, se ejecutan varias fases.

Primero, el conjunto deseado de partículas es creado, pero uno con un tamaño mayor que el real, para tener un cierto margen. Después se resuelve parcialmente el sistema, de modo que los solapes entre partículas se liberan. Algunas de las partículas estarán muy desorganizadas, de tal forma que una consolidación de este suelo se lleva a cabo a través de una pared horizontal que desciende a una velocidad determinada.

Una vez que las partículas son agrupadas uniformemente, y no hay más fuerzas entre ellas que hagan que se repelan por la superposición entre ellas, las partículas restantes se eliminan, y entonces se hace que el conjunto se consolide por su propio peso, resolviendo el sistema completamente, hasta que se llega al equilibrio del mismo, que será el punto de partida para la siguiente fase, en la cual se introducirá el segundo nivel de suelo (Figura 4.19).

Después de la sedimentación del primer nivel, las fuerzas generadas en los contactos entre partículas se pueden ver en la Figura 4.20. Como se puede ver, las fuerzas son mayores en las capas inferiores, que están más comprimidas, reduciéndose a medida que se asciende.

Después de diversos ciclos de cálculo, se llega al equilibrio del sistema y se ejecuta la segunda fase correspondiente al nivel 2 de terreno, de forma análoga a lo descrito hasta ahora.

Después de ejecutar estas fases, se obtienen las fuerzas en los contactos entre partículas en los dos estratos, tal y como se muestra en la Figura 4.21. Se

puede comprobar que la fuerza entre partículas es mayor en esta segunda fase en que existe el nivel 2 de terreno.

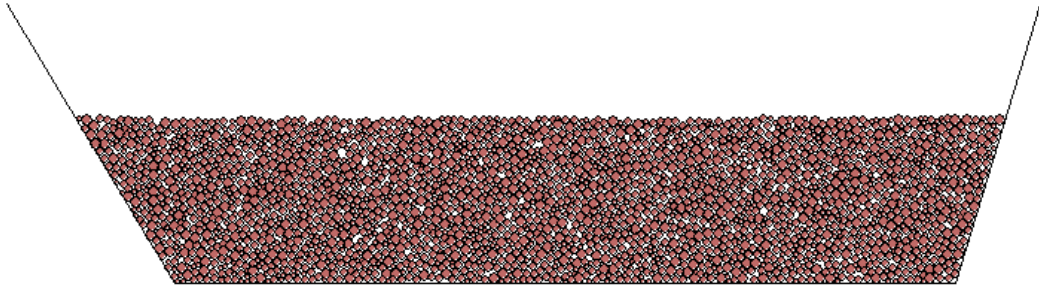


Figura 4.19: Modelo generado con las paredes y partículas correspondientes al nivel 1 de terreno.

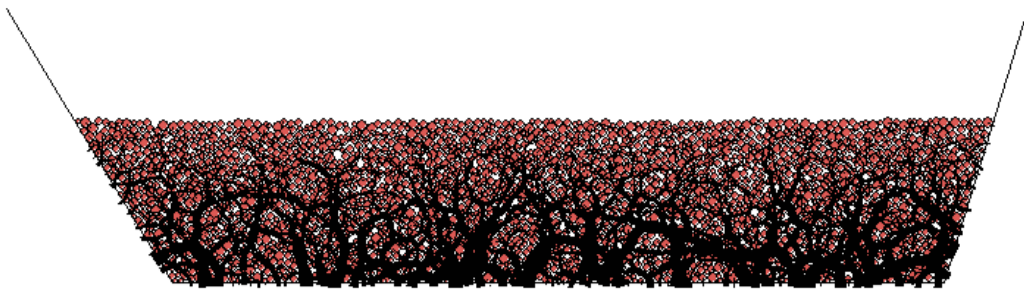


Figura 4.20: Fuerzas de contacto entre partículas del nivel 1 de terreno debidas únicamente al efecto de la fuerza de la gravedad.

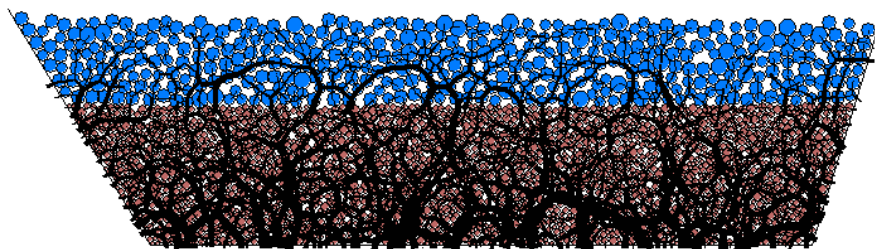


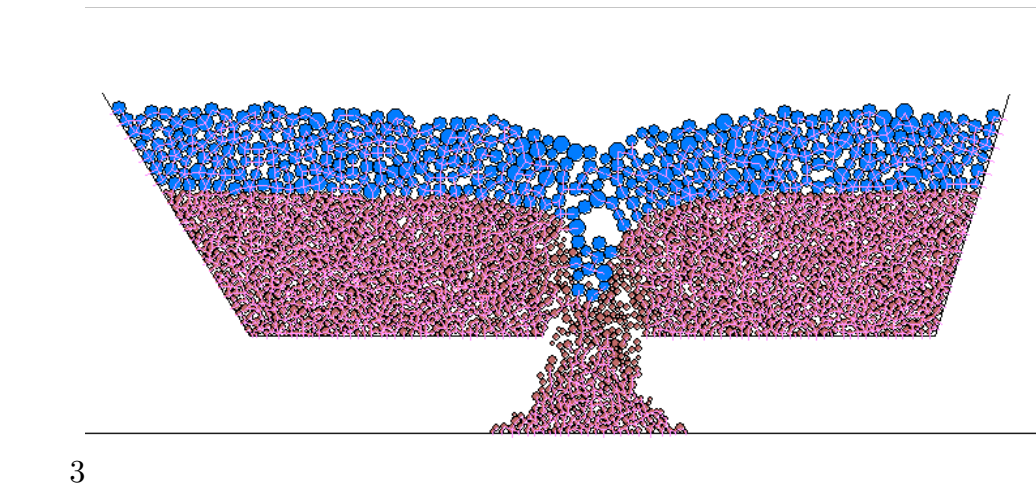
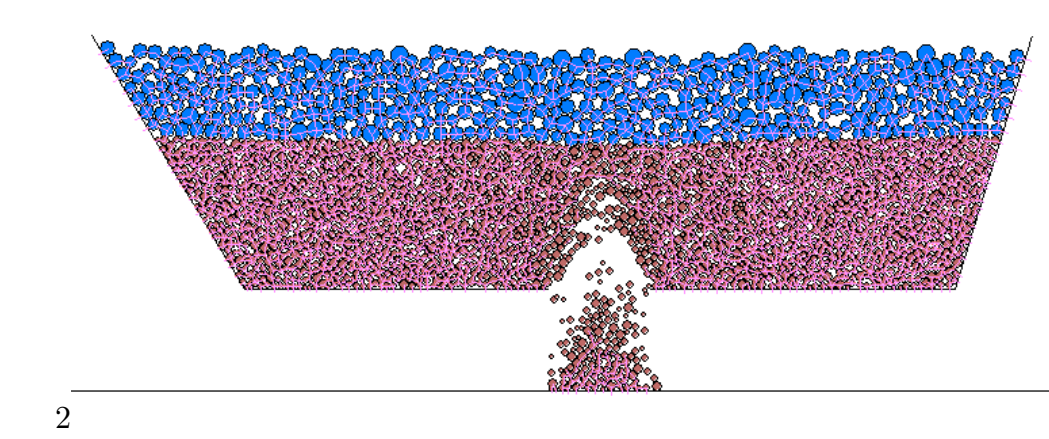
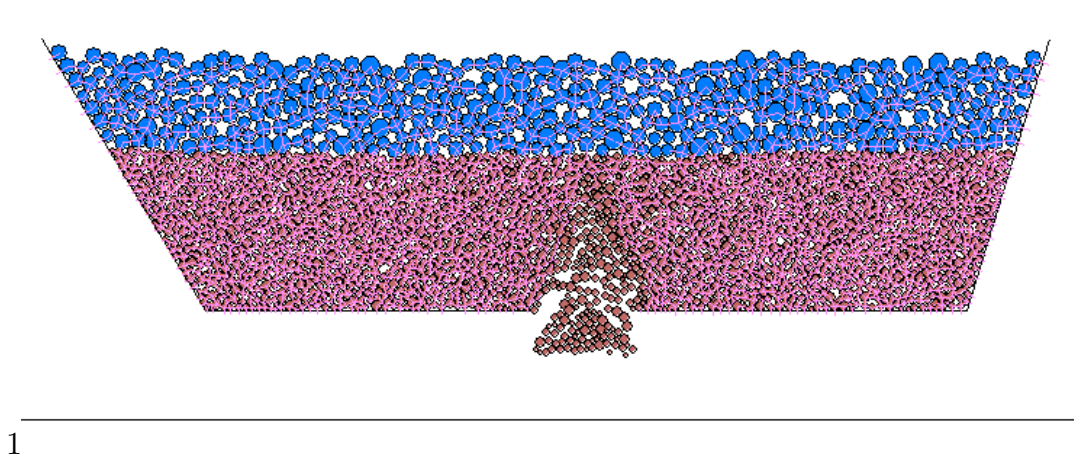
Figura 4.21: Fuerzas de contacto entre partículas del nivel 1 y del nivel 2 debidas únicamente al efecto de la fuerza de la gravedad.

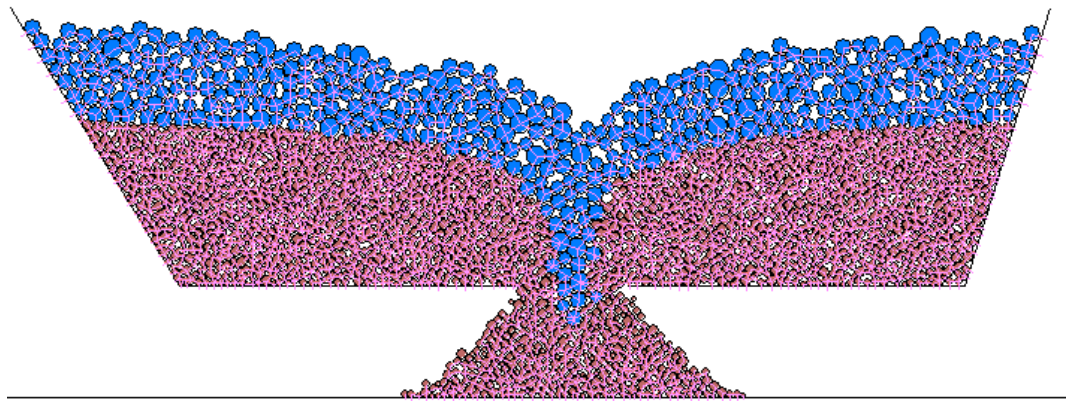
El segundo aspecto que se va a estudiar consiste en la ruptura de parte de la base del sistema, y así poder caracterizar el cono de deslizamiento formado en

el colapso. Este caso simplificado resulta de interés para conocer mejor como se produce el colapso en las cavidades kárstica con rellenos.

Una vez que los niveles del suelo se han generado, se genera una abertura de 2 metros de longitud en la base de la pared 2, y se ejecutan diversos ciclos de cálculo en los que actúa la fuerza de la gravedad, permitiendo al modelo llegar a un nuevo equilibrio. En este caso, al tratar con suelos coherentes, las fuerzas entre partículas han de romperse en un primer momento, para que las partículas puedan caer y formarse un cono de deslizamiento en la base inferior. Para ello, se ha creado una nueva pared inferior, que servirá de base al cono de deslizamiento que se formará. Inicialmente algunas partículas del nivel 1 comienzan a caer a medida que la cohesión entre ellas se rompe, y seguidamente, los contactos entre partículas de ambos niveles en su interfaz también se rompen, y las partículas del nivel 2, que tenían un peso específico mayor, comienzan a caer, hasta tapar la mayor parte del agujero creado. Las partículas del nivel 1 continúan cayendo, entremezclándose con las del nivel 2.

Finalmente, el conjunto llega al equilibrio cuando en el cono de deslizamiento se crean pendientes estables, compatibles con el ángulo de rozamiento interno de los materiales que forman el modelo. La cohesión de las partículas contribuye a la estabilidad de estas pendientes. El proceso completo se puede ver en la secuencia de imágenes de la Figura 4.22, donde los contactos entre partículas se muestran en color rosa. Estos contactos entre partículas se crean y se rompen continuamente durante los ciclos de cálculo, a medida que las partículas se mueven e interactúan unas con otras.





4

Figura 4.22: Secuencia de colapso del modelo con los dos niveles de suelo considerados.

4.3.3 Construcción del modelo

Se han definido diferentes fases para la creación del modelo, de acuerdo al esquema de trabajo propuesto en la Figura 4.14.

- *FASE I*: geometría y condiciones de contorno

En esta primera fase, es necesario definir la geometría del contorno que formará la cueva, y estará delimitada por diferentes segmentos tipo 'wall'. En este caso, se ha escogido una geometría aleatoria, que pueda ser representativa de una cavidad kárstica de forma general. Si se quisiera analizar una cavidad kárstica en particular, sería de gran utilidad obtener los datos correspondientes a la geometría de la cueva a través de escáneres tri-dimensionales, tomografías o muestras 'in situ'. En cualquier caso, la creación de la geometría es sumamente importante. Cualquier variación podría influir notablemente en el resultado final de las deformaciones.

La representación del contorno se ha realizado en PFC2D, como se ha dicho, a través de elementos 'wall', poniendo especial atención en la forma de introducción de las coordenadas de los puntos que conforman dichas paredes.

Hay que recordar que la cara activa de la pared es la interna, ya que esa es la que va a interactuar con los sedimentos que se irán depositando en la cueva. La geometría de la cueva kárstica utilizada se muestra en la Figura 4.23.

Una vez que la geometría se ha definido, se asignan los parámetros correspondientes a las paredes. En este caso, se han definido unas rigideces normal y tangencial (k_n y k_s en PFC2D), que puedan ser representativas de una caliza. Se ha optado por los dar unas rigideces normal y tangencial de valor $k_n=k_s=1 \cdot 10^{10}$ N/m.

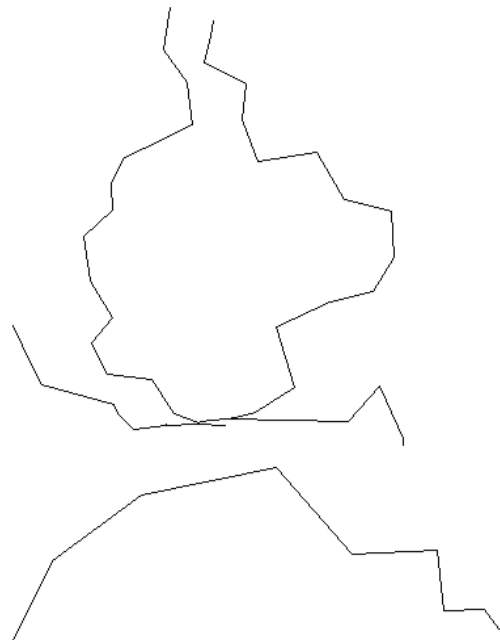


Figura 4.23: Geometría de la cavidad kárstica que se va a utilizar en la simulación.

Otro valor importante es el coeficiente de fricción de las paredes, ya que es crucial a la hora de estudiar la geometría final tras el colapso. La caliza puede llegar a tener valores relativamente altos de ángulo de rozamiento interno, pero en el contacto entre pared y suelo, podemos considerar la posible existencia de flujos de barro en las cavidades kársticas, de tal forma que la fricción entre pared y suelo se podría reducir. Así, comenzaremos con un valor de 10^0 para

el ángulo de rozamiento interno, y se irá incrementando en sucesivas iteraciones hasta llegar al valor óptimo, que case con la realidad.

- *FASE II*: sedimentos dentro de la cueva kárstica

Con el contorno definido, se procede a rellenar la cueva con los sedimentos. Es importante recordar que estos rellenos se producen de forma cronológica a lo largo del tiempo, siendo de diferentes tipos geológicamente hablando, y por lo tanto con diferentes propiedades geotécnicas. La influencia que estos rellenos tienen en las deformaciones de las cavidades es importante, ya que el resultado final depende de los parámetros geotécnicos asignados. Las propiedades de cada nivel de relleno deben ser calibradas previamente, y después generadas en el interior de la cueva con una secuencia adecuada. En este caso, se ha escogido seguir una configuración horizontal de los sedimentos.

Cada nivel de sedimentos puede ser asignado a un grupo de partículas en PFC2D, de tal forma que luego sea más sencillo asignar y modificar propiedades a cada estrato. Al final de este apartado, se presenta una tabla resumen, en la que se indican las propiedades que se han asignado a cada nivel de terreno en la simulación.

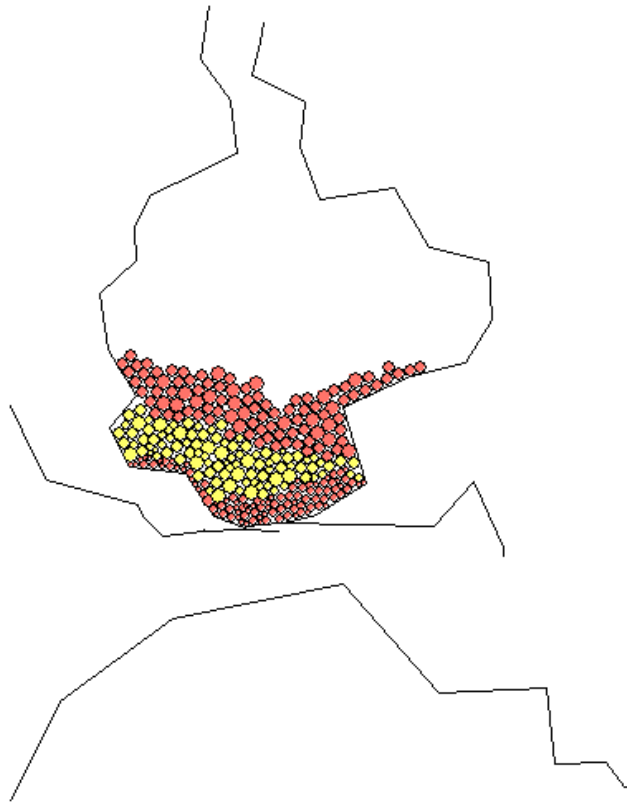


Figura 4.24: Modelo de la cavidad kárstica con los sedimentos correspondientes a los niveles NIVEL 1, NIVEL 2 y NIVEL 3.

Las propiedades que se han asignado a cada nivel de terreno se han tomado de ensayos de laboratorio de diferentes materiales llevados a cabo por la Universidad de Burgos en enero de 2014. Estos materiales se han tomado de una cavidad kárstica real en los yacimientos arqueológicos de Atapuerca. Las propiedades se muestran en la Tabla 4.7.

Los primeros dos niveles (NIVEL 1 y NIVEL 2) presentan parte de arcillas y limos arenosos. La calibración de las propiedades de estos dos estratos se ha realizado con una cohesión de 80 kPa. Se ha optado por realizar un análisis a corto plazo, es decir, en situación no drenada. Al no permitir que el agua escape, se tiene un coeficiente de rozamiento interno nulo.

Por otra parte, todas las densidades se han calibrado después de generar cada estrato con el procedimiento explicado en el ejemplo del modelo simplificado.

NIVEL DE SUELO	Rigidez normal kn (N/m)	Rigidez tangencial ks (N/m)	Densidad de las partículas (kg/m ³)	Coefficiente de fricción μ	'Contact bond' s_bond (N)
NIVEL 1	$8 \cdot 10^6$	$8 \cdot 10^7$	2000	0.1	$1 \cdot 10^7$
NIVEL 2	$8 \cdot 10^6$	$8 \cdot 10^7$	2500	0.1	$1 \cdot 10^7$
NIVEL 3	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^7$	2350	0.1	$9 \cdot 10^7$
NIVEL 4	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^7$	2200	0.3	$1 \cdot 10^4$
NIVEL 5	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^7$	2200	0.3	$1 \cdot 10^4$
NIVEL 6	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^7$	2300	0.3	$1 \cdot 10^4$
NIVEL 7	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^7$	2350	0.3	$1 \cdot 10^4$
NIVEL 8	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^7$	2600	0.1	$1 \cdot 10^8$
NIVEL 9	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^7$	2300	0.53	$1 \cdot 10^4$
NIVEL 10	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^7$	2300	0.53	$1 \cdot 10^4$

Tabla 4.7: Propiedades asignadas a cada nivel de terreno.

A continuación, se introduce el NIVEL 3, al que se le asigna una cohesión de 134 kPa y un coeficiente de fricción nulo, por la misma razón que anteriormente. El tamaño representativo de partículas es similar a los de las unidades inferiores. En los niveles NIVEL 4 y NIVEL 5 se ha decidido incrementar el tamaño de las partículas, representando posibles clastos, y de esta forma, poder considerar la mezcla de materiales de diferentes tamaños de partícula. Así, incrementado el tamaño de los clastos, y disminuyendo la parte arcillosa, se consigue un suelo menos cohesivo y un comportamiento más friccional.

Los siguientes niveles se introducen sucesivamente, terminando con el NIVEL 10. Es importante recordar que los contactos entre partículas no se pueden aplicar directamente en la generación de las partículas, porque se romperían durante el proceso de liberar las fuerzas entre partículas por el solape inicial.

Así, las partículas se han de consolidar primero, después introducir el comando que genera los contactos entre partículas y después ir colocando sucesivamente cada nivel de relleno. De esta forma, esos contactos entre partículas de cada nivel se tienen en cuenta durante todo el proceso. Un total de 622 partículas se han generado en el modelo (Figura 4.25).

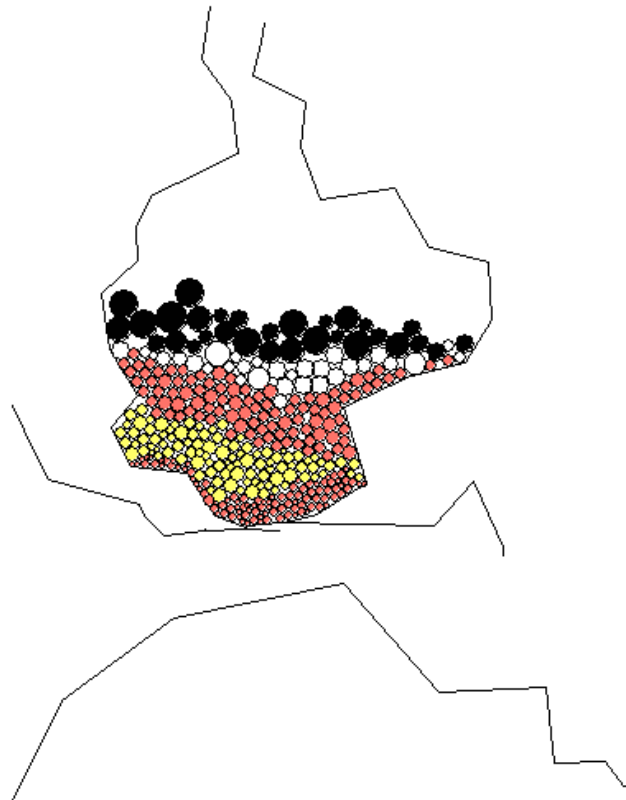


Figura 4.25: Modelo de la cavidad kárstica con los sedimentos correspondientes a los niveles 1 a 5.

Aquí es importante señalar que la correcta modelización de los niveles geotécnicos es esencial. En el caso de analizar un caso real, es fundamental realizar un estudio previo de caracterización de los rellenos. De esta forma, la recogida de muestras de cada nivel estratigráfico considerado es necesaria, para realizar los correspondientes estudios de laboratorio que sirvan para caracterizar el nivel geotécnico, y así poder obtener las ‘micro-propiedades’ a introducir en el programa DEM considerado. También es importante conocer

con la mayor fiabilidad posible la situación de los estratos, su geometría en la cueva, así como su situación cronológica.

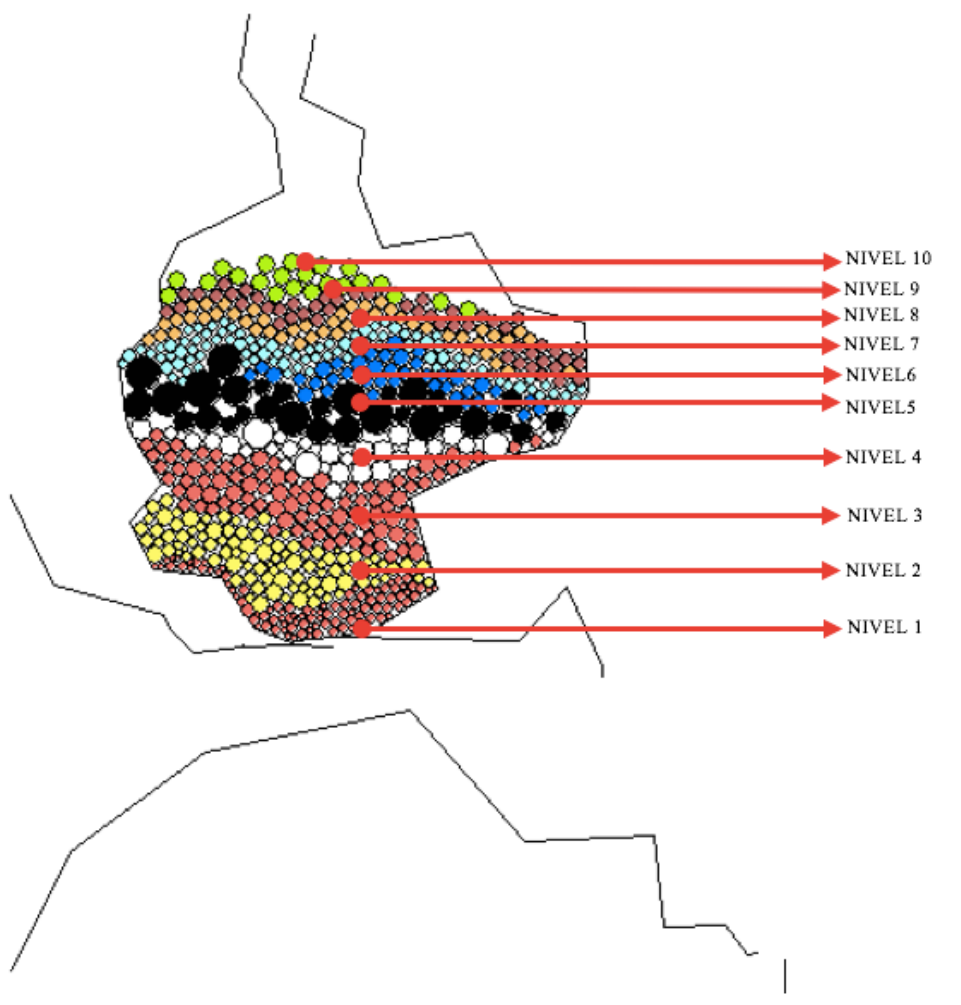


Figura 4.26: Modelo final de la cavidad kárstica con todos los estratos considerados.

- FASE III: simulación del colapso

Después de colocar los rellenos kársticos en su posición final, con sus características correspondientes, se elimina una parte de la pared inferior de la cueva, representando un posible colapso de la base de la caliza. Ahora estudiamos el comportamiento de las partículas, y la deformación final obtenida.

La simulación comienza con la eliminación de parte de la pared inferior. A partir de ahí se introducen varios ciclos de cálculo en los que actúa la fuerza de la gravedad únicamente (Figura 4.27). La importancia en la definición de la geometría de la cueva puede verse en este punto de la simulación, ya que la longitud y geometría de la abertura generada definirá el cono de deslizamiento que formarán los sedimentos al caer, y por tanto las deformaciones obtenidas y la geometría final de los sedimentos dependen en gran parte de la geometría de la cueva.

Como se puede ver, las partículas del NIVEL 1 son las que comienzan a caer, sus contactos entre partículas se rompen, y al tratarse de arcillas con cálculo a corto plazo, no tienen fricción interna. Las partículas comienzan a caer y a depositarse en la base caliza inferior definida previamente.

Las partículas de los sedimentos superior comienzan a deslizarse hacia abajo, con un comportamiento marcado por la fricción asignada a las paredes, que en este caso es de $\mu=0.18$ ($\mu=\text{tg}(\phi)$).

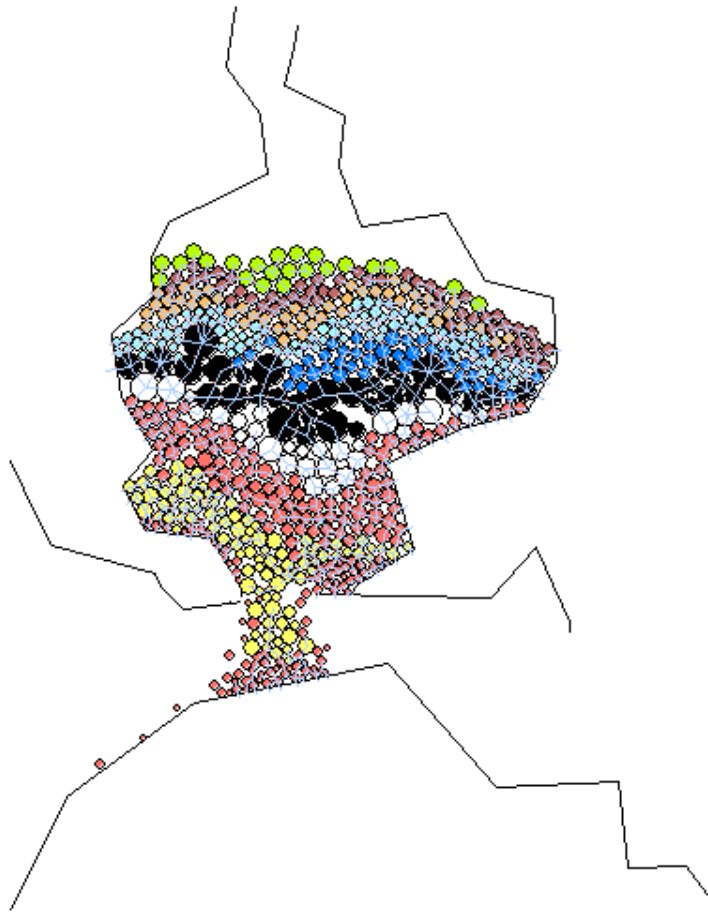


Figura 4.27: Comienzo del colapso. Una vez que parte de la base inferior se elimina, las partículas del NIVEL 1 comienzan a caer, ya que los contactos entre partículas se rompen por efecto de la fuerza de la gravedad.

A medida que la simulación continua, se puede apreciar una deformación vertical de los estratos, alineada con el agujero creado en las paredes de la cueva. Las partículas de los niveles 1 a 3 se mezclan a medida que van cayendo, y se empieza poco a poco a formar un cono de deslizamiento en la base inferior.

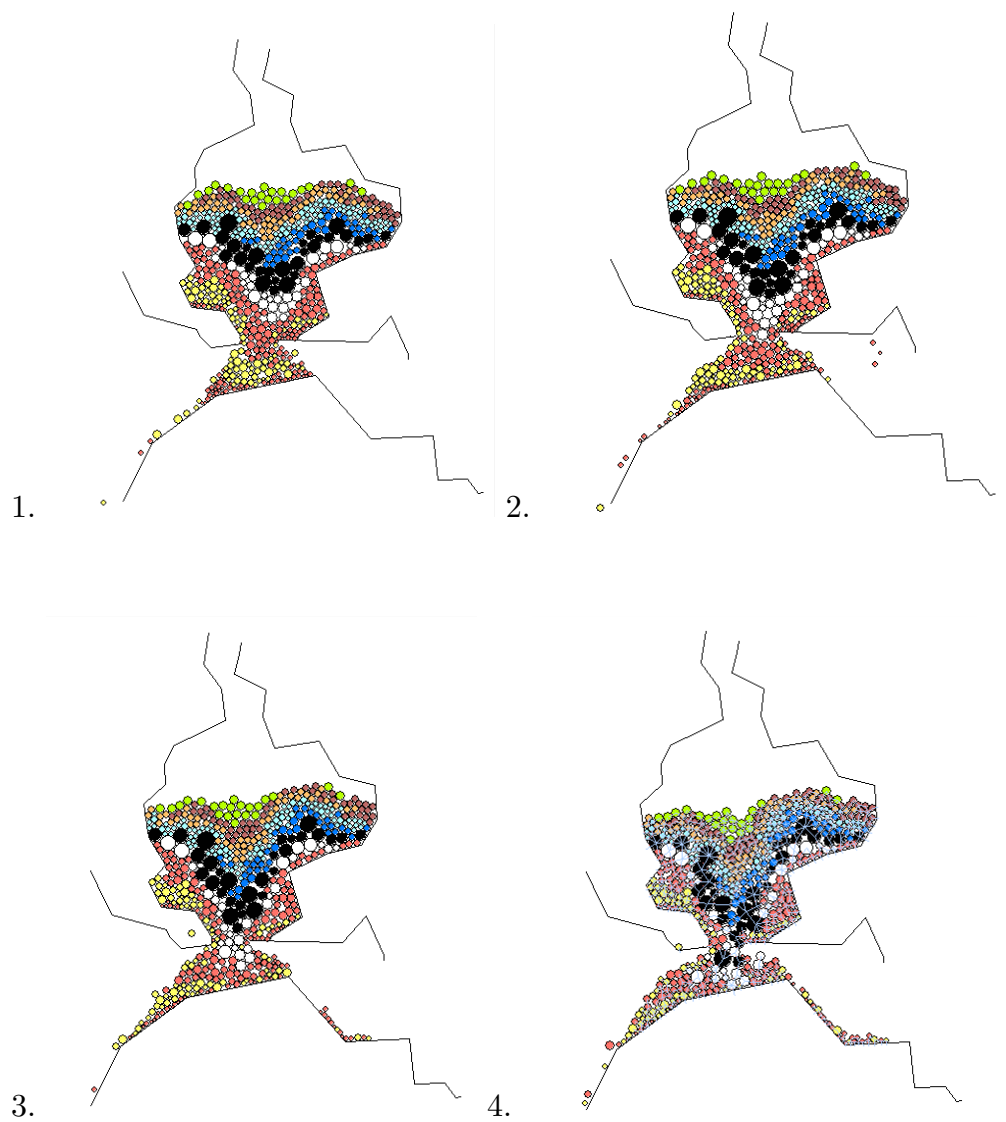


Figura 4.28: Secuencia de deposición de los sedimentos por el colapso de la pared inferior. Formación de cono de deslizamiento. En la última imagen se pueden ver en color azul las fuerzas de contacto entre partículas.

A continuación, las partículas de los niveles 4 y 5, que tienen unos tamaños mayores de partícula comienzan a caer, y a entremezclarse con las partículas de los niveles inferiores, de tamaño menor de partícula. La mezcla de materiales generada puede verse perfectamente en la simulación (Figura 4.28), donde las partículas mayores se mezclan con los sedimentos más pequeños.

- FASE IV: análisis de resultados

En esta fase final, se realiza el análisis de resultados. Se han calculado los valores de las propiedades principales para cada nivel después del colapso. Éstos, junto con los valores de las propiedades inicialmente asignadas se muestran en la Tabla 4.8.

NIVEL DE SUELO	Rigidez normal kn (N/m)	Rigidez tangencial ks (N/m)	Densidad de las partículas (kg/m ³)	Coefficiente de fricción μ	'Contact bond' s_bond (N)	Cohesión (kPa)	Ángulo de rozamiento(^o)
NIVEL 1	$8 \cdot 10^6$	$8 \cdot 10^7$	2000	0.1	$1 \cdot 10^4$	80	25
NIVEL 2	$8 \cdot 10^6$	$8 \cdot 10^7$	2500	0.1	$1 \cdot 10^4$	80	30
NIVEL 3	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^7$	2350	0.1	$1 \cdot 10^7$	134	28
NIVEL 4	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^7$	2200	0.3	$1 \cdot 10^4$	-	-
NIVEL 5	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^7$	2200	0.3	$1 \cdot 10^4$	-	-
NIVEL 6	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^7$	2300	0.3	$1 \cdot 10^4$	-	-
NIVEL 7	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^7$	2350	0.3	$1 \cdot 10^4$	7	14
NIVEL 8	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^7$	2600	0.1	$1 \cdot 10^4$	12	33
NIVEL 9	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^7$	2300	0.53	$1 \cdot 10^4$	12	30
NIVEL 10	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^7$	2300	0.53	$1 \cdot 10^4$	12	32

Tabla 4.8: Propiedades calculadas para cada nivel de terreno después del colapso.

Una vez que se ha obtenido el modelo final tras el colapso, es necesario comparar los resultados obtenidos con la realidad. Una opción interesante puede ser la superposición de las secuencias estratigráficas obtenidas con el modelo final obtenido tras el colapso. De esta forma, se puede comprobar si las deformaciones finales que se han obtenido en el modelo se corresponden con la realidad o no. En caso de que se obtenga alguna discrepancia con las deformaciones obtenidas en los estratos, sería necesario volver al principio del

modelo, revisar las propiedades asignadas a cada nivel de terreno y a las paredes, así como a la geometría de éstas.

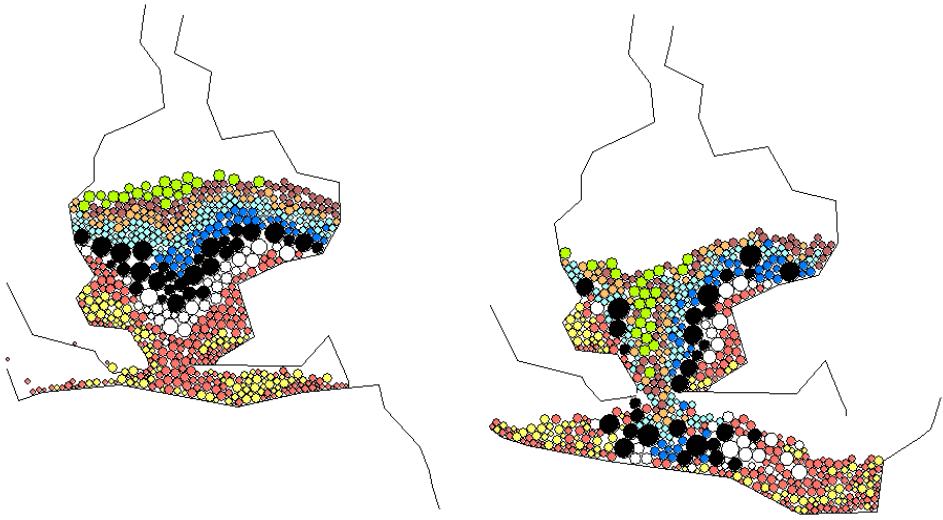


Figura 4.29: Deformación de las cuevas kársticas, con diferentes geometrías de la base inferior. Diferentes configuraciones de los sedimentos se producen en función del posible cono de deslizamiento creado.

La Figura 4.29 muestra las posibles deformaciones obtenidas con otras geometrías de la base caliza inferior. La geometría de la cueva es importante, así como la disposición inicial de los rellenos, pero también lo es la base inferior sobre la que los sedimentos se van depositando. En función de su geometría, otras disposiciones de los niveles de rellenos se obtienen, ya que la obturación de la apertura inferior en la cueva también depende de ello. De nuevo, hay que incidir en la importancia de la correcta modelización de las geometrías tanto de los rellenos como de la cueva y la base inferior para obtener unos resultados finales de deformación coherentes con la realidad.

4.3.4 Conclusiones

Las conclusiones que podemos extraer de estas modelizaciones se pueden resumir en los siguientes puntos:

El Método de Elementos Discretos (DEM, por sus siglas en inglés) es un método apropiado para simular el depósito de una serie de estratos o niveles de terreno en orden cronológico, modelizando las deformaciones y posibles compactaciones que se producen durante el proceso, permitiendo la mezcla de materiales con diferentes propiedades. Esta característica del DEM es muy útil cuando se trata de suelos, y es solamente posible llevarla a cabo a través del procedimiento presentado. La definición de este método como adecuado depende en gran medida de la obtención correcta de las propiedades de los rellenos, así como de la disposición de estos dentro de la cueva. La experiencia de observación de este tipo de deformaciones concuerda con los resultados obtenidos en esta simulación, si bien este caso parte de una geometría de cueva y estratos aleatorios, se puede inferir que los resultados obtenidos casan con la observación en casos reales.

El DEM puede ser utilizado para modelizar grandes deformaciones y el colapso de un conjunto de niveles o estratos de grandes dimensiones. Este tipo de análisis no se puede realizar con otros programas informáticos basados en otros métodos, como los basados en el Modelo de Elementos Finitos (FEM, por sus siglas en inglés). La principal diferencia radica en el algoritmo de cálculo utilizado, que en DEM permite iterar tras el colapso, haciendo así posible el estudio de diferentes casos de inestabilidad.

Este software, sin embargo, tiene algunas limitaciones. En primer lugar, el tiempo de computación es ciertamente mayor cuando nos encontremos con modelos con un número significativamente grande de partículas. Además, las propiedades de las partículas no son las mismas que las del conjunto tratado como tal, así que el cálculo de dichas propiedades es un tanto más farragoso que con otros procedimientos. La incorporación de fluidos, especialmente importante cuando se analizan suelos, es ciertamente complicada, requiriendo en algún caso conocimientos avanzados de programación.

Los resultados que se obtienen en cualquier modelo creado deben ser comprobadas junto con otros datos y estudios. En este caso en particular, las grandes deformaciones obtenidas se pueden utilizar para crear una teoría acerca de la formación de un sistema kárstico en particular. Sin embargo, no debe constituir el único método de estudio, sino que dicha historia ha de ser respaldada por otros análisis (estudios geotécnicos, mapeado de la cueva...).

Futuras líneas de investigación en este campo pueden seguir los siguientes puntos:

El modelo utilizado se ha realizado con el programa informático PFC2D, que utiliza 2 dimensiones en el cálculo. Se han realizado diversas simplificaciones. Sería interesante llevar a cabo un estudio utilizando las 3 dimensiones espaciales, considerando la situación tensional real de los rellenos y comparando las deformaciones obtenidas en este caso con la realidad.

El efecto del agua se podría añadir a todo el proceso, ya que puede tener una influencia determinante a la hora de analizar las deformaciones obtenidas para cada nivel de terreno.

Resultaría interesante estudiar la aplicabilidad de este método de estudio utilizando la geometría de cuevas reales tomada mediante escáneres. De esta manera, se podrían estudiar casos reales.

Otro campo interesante donde este tipo de análisis puede resultar interesante es en el campo de la arqueología. La relevancia de esta simulación aquí estudiada radica en la comprensión de cómo los rellenos en karst se han creado, para así conocer su historia geológica.

5. CONCLUSIONES

El objetivo de este trabajo consiste en explorar las posibilidades de la modelización a través del método de elementos discretos DEM en casos de ingeniería civil e ingeniería geotécnica.

Dos ideas principales surgieron al inicio de las investigaciones. En primer lugar, planteamos la posibilidad de aplicar este método a un puente de fábrica con relleno en trasdós. Como se ha comentado, existe un cambio de tendencia en la obra pública de nuestro país hacia un modelo en el que la rehabilitación y la conservación juegan un papel más importante, equiparándose al resto de países de nuestro entorno. Los puentes de fábrica constituyen una parte importante tanto de la red de carreteras como de la red ferroviaria. De este modo, su conservación es fundamental en nuestra red de comunicaciones.

Tras contrastar la manera en la que los ingenieros actuales abordan la modelización este tipo de construcciones, se vio necesario aportar una herramienta más potente, que proporcionase datos más exactos, y que sirviera de ayuda para enfrentarse a este tipo de problemas. Siendo el método de elementos finitos un método sustancialmente aceptable y extendido en la actualidad, el método de elementos discretos se mostraba como el procedimiento idóneo para analizar este tipo de estructuras, ya que en ellas se utilizaba un material natural, como es el suelo, con una función estructural. Modelizar este sistema como un medio continuo no es lo adecuado, ya que es necesario considerar las fuerzas entre partículas que se van creando y rompiendo a lo largo de todo el proceso de cálculo.

Se ha propuesto una metodología sistematizada para abordar problemas de geomecánica de manera general, adaptando los pasos a cada caso analizado. En el caso del puente de fábrica, se ha visto necesario utilizar la ayuda de una hoja de cálculo para crear la geometría del arco, ya que no es algo inmediato. También se ha automatizado este proceso a través de una ‘macro’ que permite simplificar los pasos para sucesivos análisis, construyendo de esta forma una

herramienta auxiliar que agiliza enormemente la introducción de datos en el software utilizado. Tras analizar los resultados obtenidos en la modelización, se puede confirmar que el método de elementos discretos es totalmente aplicable en este tipo de análisis, y que, además, supone una ventaja con respecto a otros métodos comúnmente utilizados como el método de análisis límite, métodos simplificados como el MEXE, o análisis basados en elementos finitos, ya que la precisión en los resultados obtenidos así lo confirma. Estos resultados se han contrastado con las predicciones teóricas para el cálculo de un puente de fábrica de este tipo.

Sin embargo, hay que exponer una serie de consideraciones. En primer lugar, una modelización de este tipo exige una laboriosidad importante que ha quedado expresa tanto en la elaboración como en la necesidad de herramientas auxiliares como hojas de cálculo para la introducción de la geometría en casos particulares. El cálculo de las propiedades de micro-partículas es también exigente en términos computacionales, ya que obliga a la simulación de un ensayo biaxial del material. Por lo tanto, es necesario realizar ensayos biaxiales reales sobre una muestra en laboratorio, para poder obtener propiedades macro (módulo de elasticidad, cohesión), y así relacionarlas con las propiedades micro calculadas en la simulación. La caracterización del material es fundamental en este tipo de simulaciones, ya que los parámetros micro influyen, como ha quedado demostrado, en la contribución del relleno a la capacidad estructural del puente. Sin embargo, una vez que se diseña el código correspondiente al ensayo biaxial, éste es válido para posteriores simulaciones, con pequeñas adaptaciones a cada caso.

El segundo caso planteado, surge de otra necesidad encontrada. Por una parte, apenas existen referencias que nos ayuden a modelizar cavidades kársticas con rellenos. Tanto los ingenieros geotécnicos como otros investigadores se encuentran con dificultades a la hora de caracterizar las deformaciones de este tipo de estructuras naturales. Los colapsos que pueden sufrir estas cavidades

kársticas debidas a la sedimentación de rellenos a lo largo de su historia geológica derivan en movimientos importantes de los diferentes niveles geotécnicos. Especialmente importante resulta llegar a una modelización adecuada en aquellos paisajes kársticos en los que investigaciones arqueológicas se lleven a cabo.

Surge aquí la posibilidad de utilizar el método de elementos discretos para este objetivo, al encontrarnos con unos rellenos que interactúan entre sí y con las paredes de la cavidad.

De nuevo, se ha propuesto una metodología para abordar este tipo de problemas. En este caso, y dada la dificultad de enfrentarse directamente al problema de modelizar una cueva kárstica con rellenos, se ha decidido realizar un modelo simplificado, en el que poder estudiar, por una parte, la consolidación de dos estratos con diferentes propiedades geotécnicas, y por otra, la formación de un cono de sedimentos en una base inferior debido al colapso de una pared. Tras comprender adecuadamente estos dos fenómenos geotécnicos, se ha modelizado una cavidad kárstica aleatoria, representativa de una real, y se han analizado las deformaciones obtenidas, con diferentes geometrías del suelo inferior.

El método de los elementos discretos permite simular la deposición de una serie sedimentaria en orden cronológico, modelizando las deformaciones y compactaciones que se producen durante este proceso y permitiendo que se entremezclen los distintos materiales.

Este método también permite modelizar grandes deformaciones y colapsos de conjuntos de sedimentos de grandes dimensiones, realizando un análisis que no sería posible con otros programas que se utilizan habitualmente, como los de elementos finitos. La principal diferencia consiste en que el código Particle Flow Code utiliza un algoritmo de cálculo que permite seguir iterando después del fallo, pudiendo estudiarse los distintos casos de inestabilidad.

Sin embargo, también en este caso podemos hablar de ciertas limitaciones en su aplicación. En primer lugar, como se ha comentado, el tiempo de computación es muy elevado en cuanto se aumenta significativamente el número de partículas y sus propiedades asociadas. Además, las propiedades de cada partícula no son iguales a las del conjunto, por lo que son difíciles de calibrar. Por otra parte, la incorporación de la fase fluida, que es de suma importancia para comprender el comportamiento de un sistema trifásico como el suelo, es muy complicada y puede requerir de un módulo adicional y de conocimientos más avanzados de programación.

Por otra parte, hay ciertas limitaciones inherentes al análisis en dos dimensiones, ya que el sistema analizado es en la realidad en tres dimensiones, por lo que los resultados obtenidos están muy limitados en este sentido. Un análisis en tres dimensiones sería de mayor complejidad dada la irregularidad del problema, pero si se introducen unos datos adecuados de partida, el resultado obtenido sería mucho más acorde con la realidad al tener en cuenta el estado tridimensional de tensiones al que realmente está sometido un suelo.

En PFC2D se ofrecen dos opciones. En primer lugar, cada bola puede ser un cilindro de longitud unidad y, por otra parte, cada una puede ser una esfera, de forma que el modelo estaría compuesto por un conjunto de esferas cuyos centroides se encuentran en el mismo plano. La elección de una u otra afectará a la masa y a las propiedades inerciales de las bolas. Para este trabajo, se ha considerado más adecuado considerar las bolas como esferas cuyos centroides se encuentran en un mismo plano, ya que conceptualmente es más similar al comportamiento de un suelo.

Es importante entender que tensión y deformación son variables continuas, por lo que no existen en cada punto en un conjunto de partículas, que es un medio discontinuo. Por lo tanto, la única forma de obtenerlas es mediante círculos de medida, dentro de los cuales se obtienen tensiones y deformaciones medias.

El sistema de medida de la tensión media relaciona las dos fuerzas planares actuantes en cada partícula en el círculo de medida con la fuerza por unidad de longitud de contorno de partícula, la cual debe ser dividida por un ancho para obtener una tensión (el ancho por defecto es la unidad). En los programas basados en códigos continuos bidimensionales se determina la respuesta elástica tridimensional forzando la condición de tensión o deformación plana a través de relaciones constitutivas entre tensión y deformación. El modelo de PFC2D no fuerza ninguna de estas dos condiciones, ya que las fuerzas y deformaciones fuera del plano directamente no son consideradas.

La porosidad hallada es un cálculo basado en el área (ratio de área total de poros entre área total), al contrario que la porosidad definida tridimensionalmente como una relación de volúmenes. No hay una relación clara entre la porosidad en dos y tres dimensiones, pero se pueden explicar determinadas diferencias.

En primer lugar, los valores menores de porosidad que se pueden obtener para esferas uniformes son de 0.2595 para 3D y de 0.0931 en 2D. En ausencia de fuerzas de compresión actuando sobre el conjunto de partículas, estos son los menores valores teóricos que se pueden obtener sin solape de partículas. En general, hay mayor porosidad en una configuración tridimensional que en una en dos dimensiones. En un material real, la porosidad será mayor, porque las partículas ofrecerán una trabazón unas a otras, sin llegar a la configuración óptima. Por otra parte, las partículas de menor tamaño pueden percolar con mayor facilidad por un conjunto en tres dimensiones en el que hay partículas de mas tamaños, pero nunca pueden percolar a través de un modelo ya empaquetado en dos dimensiones.

Se ha comprobado que la calibración de las propiedades de las partículas mediante la simulación de ensayos biaxiales en PFC es un método válido con el que se obtienen resultados razonables.

A partir de las simulaciones realizadas, es posible llegar a comprobar cómo las grandes deformaciones producidas en los sedimentos de una cavidad kárstica pueden deberse perfectamente a un colapso kárstico en la base inferior, generándose en este caso un conducto por el que los sedimentos de los estratos inferiores van deslizándose.

Las posibles líneas de investigación que pueden dar continuidad a este trabajo pueden ir encaminadas en dos vertientes. En primer lugar, y de forma general, puede resultar interesante el desarrollo de software basado en el método de elementos discretos. Existen en la actualidad diferentes programas informáticos comerciales basado en DEM, que, sin embargo, resultan un tanto farragosos, en comparación con otros softwares habitualmente utilizados basados en otros métodos de cálculo ya comentados. Disponer de una interfaz más agradable, más visual, y que permita introducir los datos de una forma más sencilla puede ser de gran utilidad para extender a la práctica habitual este tipo de software. La introducción de la geometría de las estructuras, así como de las partículas puede realizarse de una forma más accesible.

La caracterización de los materiales es muy importante en este tipo de modelización. La obtención de las propiedades micro resulta un tanto complicada. Otra línea de investigación puede ir encaminada a la sistematización de este proceso de obtención de propiedades. La caracterización de diferentes muestras de materiales, y la creación de una base de datos con las mismas puede ser de gran utilidad en la aplicación de este método.

En un segundo aspecto, y de forma más particular, se proponen diferentes líneas de investigación relacionadas con los dos casos analizados.

Por una parte, se propone aplicar este método de análisis a otro tipo de estructuras que utilizan materiales naturales con función estructural, como pueden ser bóvedas de edificios o bodegas subterráneas. También aquí se presenta la conservación de este tipo de estructuras como un objetivo para investigar la aplicabilidad del método de elementos discretos en estos campos.

En segundo lugar, las modelizaciones se han realizado en dos dimensiones, por lo que se han realizado diversas simplificaciones, ya que no se disponía de la herramienta informática necesaria. Se podría realizar un estudio similar, pero intentando representar los rellenos y el puente en el primer caso, y los rellenos kársticos y las galerías en el segundo, en su realidad tridimensional. En el caso del puente, sería relativamente sencillo, ya que la geometría es comparativamente regular en la tercera dimensión que da profundidad. En el caso de la cavidad kárstica, esto podría obtenerse combinando datos de escaneos previos y de estudios geofísicos. Este análisis sería necesario para comprender realmente los fenómenos que ocasionan las deformaciones postsedimentarias estudiadas, ya que se tendría en cuenta el estado tridimensional de tensiones al que realmente está sometidos un suelo, que puede ser decisivo para definir la condición de fallo del suelo.

Otro punto importante que desarrollar consiste en la implementación del efecto del agua en los procesos que se tratan de explicar, por lo que se podría intentar estudiar con el módulo de ampliación existente en PFC o mediante el desarrollo de un programa específico dentro del lenguaje de programación de PFC. El suelo es un sistema trifásico, por lo que, al implementar un fluido como una variable adicional, se podrían explicar los procesos de consolidación que definen los asientos a largo plazo en los suelos arcillosos presentes en los yacimientos estudiados.

Además, el segundo caso analizado, como se ha comentado puede ser de importante utilidad en los trabajos de investigación arqueológica. Se puede

tener en cuenta el presente trabajo para comprobar que ciertos resultados estratigráficos y arqueológicos son ciertos, y se corresponden con la realidad

ANEXO A: CÓDIGO PROGRAMACIÓN

En este anexo se incluye la estructura básica de los códigos creados en el presente trabajo.

En el caso del ensayo biaxial, y dado que es un código que se utilizará en todos los futuros ensayos DEM para el cálculo de las micropropiedades de los suelos/rellenos, se adjunta el código completo.

A. ENSAYO BIAxIAL

;fnombre: biax_1.DAT Creación de las partículas para el ensayo biaxial.

```
new
title 'Ensayo biaxial'
SET random
SET disk on ; tratar a las partículas como discos
; -----
def make_walls ; creación de las paredes
  extend = 1.0
  _x0 = -extend*width
  _y0 = 0.0
  _x1 = width*(1.0 + extend)
  _y1 = 0.0
  command
    wall id=1 kn=w_stiff nodes (_x0,_y0) (_x1,_y1)
  end_command
  _x0 = width
  _y0 = -extend*height
  _x1 = width
  _y1 = height*(1.0 + extend)
  command
    wall id=2 kn=w_stiff nodes (_x0,_y0) (_x1,_y1)
  end_command
  _x0 = width*(1.0 + extend)
  _y0 = height
  _x1 = -extend*width
  _y1 = height
  command
    wall id=3 kn=w_stiff nodes (_x0,_y0) (_x1,_y1)
  end_command
  _x0 = 0.0
  _y0 = height*(1.0 + extend)
  _x1 = 0.0
  _y1 = -extend*height
  command
    wall id=4 kn=w_stiff nodes (_x0,_y0) (_x1,_y1)
```

```

end_command
end
;-----
def assemble ; muestra
s_stiff = 0.0 ; rigidez inicial
n_stiff = 1e8
w_stiff = 5e8
tot_vol = height * width * 1.0
rbar = 0.5 * (rlo + rhi)
num = int((1.0 - poros) * tot_vol / (pi * rbar^2))
mult = 1.6 ; factor para multiplicar el radio inicialmente
rlo_0 = rlo / mult
rhi_0 = rhi / mult
make_walls
command
gen id=1,num rad=rlo_0,rhi_0 x=0,width y=0,height
prop dens=1000 ks=s_stiff kn=n_stiff
end_command
ii = out(string(num)+' las partículas han sido creadas')
sum = 0.0 ; calcular la porosidad actual
bp = ball_head
loop while bp # null
sum = sum + pi * b_rad(bp)^2
bp = b_next(bp)
end_loop
pmeas = 1.0 - sum / tot_vol
mult = sqrt((1.0 - poros) / (1.0 - pmeas))
command
ini rad mul mult
cycle 1000
prop ks=1e8 fric 0.25
cycle 250
end_command
end
;-----
def cws ; modificar la rigidez de las paredes laterales
command
wall id 2 kn=w_stiff
wall id 4 kn=w_stiff
end_command
end
;-----
macro zero 'ini xvel 0 yvel 0 spin 0'
SET height=12.0 width=6.0 rlo=0.075 rhi=0.100 poros=0.14
assemble
SET w_stiff= 1e7 ; rigidez de paredes laterales = 1/10 de la de las partículas
cws
cyc 500

```

```

zero
plot create assembly
plot set back white
plot set cap size 25
plot add ball orange wall black
;plot show
save bt_ass.SAV
return

```

```

;fname: biax_2.DAT Servo-control y estado tensional inicial
res bt_ass.SAV ; recuperar la muestra calculada con el archivo biax_1
; -----
def get_ss ; determinar las tensiones y deformaciones medias en las paredes
  xdif = w_x(wadd2) - w_x(wadd4)
  ydif = w_y(wadd3) - w_y(wadd1)
  new_xwidth = width + xdif
  new_height = height + ydif
  wsxx = 0.5 * (w_xfob(wadd4) - w_xfob(wadd2)) / (new_height * 1.0)
  wsyy = 0.5 * (w_yfob(wadd1) - w_yfob(wadd3)) / (new_xwidth * 1.0)
  wexx = 2.0 * xdif / (width + new_xwidth)
  weyy = 2.0 * ydif / (height + new_height)
  wevol = wexx + weyy
end
; -----
def get_gain
  alpha = 0.5 ; factor de relajación
  count = 0
  avg_stiff = 0
  cp = contact_head ; encontrar el número medio de contactos en las paredes x
  loop while cp # null
    if c_ball1(cp) = wadd2
      count = count + 1
      avg_stiff = avg_stiff + c_kn(cp)
    end_if
    if c_ball1(cp) = wadd4
      count = count + 1
      avg_stiff = avg_stiff + c_kn(cp)
    end_if
    if c_ball2(cp) = wadd2
      count = count + 1
      avg_stiff = avg_stiff + c_kn(cp)
    end_if
    if c_ball2(cp) = wadd4
      count = count + 1
      avg_stiff = avg_stiff + c_kn(cp)
    end_if
  end

```

```

    end_if
    cp = c_next(cp)
end_loop
nxcount = count / 2.0
avg_stiff = avg_stiff / count
gx = alpha * (height * 1.0) / (avg_stiff * nxcount * tdel)
count = 0
avg_stiff = 0
cp = contact_head ; encontrar el número medio de contactos en las paredes y
loop while cp # null
    if c_ball1(cp) = wadd1
        count = count + 1
        avg_stiff = avg_stiff + c_kn(cp)
    end_if
    if c_ball1(cp) = wadd3
        count = count + 1
        avg_stiff = avg_stiff + c_kn(cp)
    end_if
    if c_ball2(cp) = wadd1
        count = count + 1
        avg_stiff = avg_stiff + c_kn(cp)
    end_if
    if c_ball2(cp) = wadd3
        count = count + 1
        avg_stiff = avg_stiff + c_kn(cp)
    end_if
    cp = c_next(cp)
end_loop
nycount = count / 2.0
avg_stiff = avg_stiff / count
gy = alpha * (width * 1.0) / (avg_stiff * nycount * tdel)
end
; -----
def servo
    while_stepping
        get_ss ; calcular tensiones y deformaciones
        udx = gx * (wsxx - sxxreq)
        w_xvel(wadd4) = udx
        w_xvel(wadd2) = -udx
        if y_servo = 1
            udy = gy * (wsyy - syyreq)
            w_yvel(wadd1) = udy
            w_yvel(wadd3) = -udy
        end_if
    end
end
; -----
def iterate
    loop while 1 # 0

```

```

get_gain
if abs((wsxx - sxxreq)/sxxreq) < sig_tol then
  if abs((wsyy - syyreq)/syyreq) < sig_tol then
    exit
  end_if
end_if
command
  cycle 100
end_command
end_loop
end
; -----
def wall_addr
  wadd1 = find_wall(1)
  wadd2 = find_wall(2)
  wadd3 = find_wall(3)
  wadd4 = find_wall(4)
end
wall_addr
zero
SET sxxreq=-1e6 syyreq=-1e6 sig_tol=0.005 y_servo=1
iterate ; llevar todas las tensiones a las requeridas
sav bt_str.SAV
return

;fname: biax_3.DAT Preparación para futuros ensayos
res bt_str.sav ; restaurar el archivo biax_2
;
; -----
def set_ini ; establecer deformaciones iniciales
  weyy_0 = weyy
  wevol_0 = wevol
end
; -----
def conf ; variables para calcular los parámetros
  avxy = wsxx
  devi = wsyy - avxy ; tensión desviadora
  deax = weyy - weyy_0 ; deformación axial
  devol = wevol - wevol_0 ; deformación volumétrica
  conf = avxy ; presión de confinamiento
end
; -----

```

```

def accel_platens
; ----- acelera las paredes para llegar a _vfinal en _nsteps utilizando _nchunks
  _niter = _nsteps / _nchunks
  loop _chnk (1, _nchunks)
    if _close = 1 then
      _vel = _chnk*(_vfinal/_nchunks)
    else
      _vel = -_chnk*(_vfinal/_nchunks)
    end_if
    _mvel = -_vel
    command
      wall id 1 yvel= _vel
      wall id 3 yvel= _mvel
      cycle _niter
    end_command
  end_loop
end
; -----
set_ini
history id=1 conf
history id=2 devi
history id=3 deax
history id=4 devol
SET hist_rep=50
SET y_servo=0
zero
sav bt_init.SAV ; preparado para obtener E y v
return

```

```

;fname: biax_5.DAT cálculo de E y v
res bt_init.sav
prop fric 10.0 s_bond=1e15 n_bond=1e15
set _vfinal= 0.4 _nsteps= 2000 _nchunks= 80
set _close= 1 ; cargar
accel_platens
cyc 2000
zero
set _close = 0 ; descargar
accel_platens
cyc 2000
save biax_5.SAV
return

```


En el caso del puente de fábrica, se adjunta el código base para la creación del modelo. No se explicitan todas las líneas de código. Las coordenadas de los centros de las partículas que forman el arco se han obtenido de una macro en Excel creada a tal efecto.

B. PUENTE DE FÁBRICA

```
;fname ARCODOVELAS.dat
```

```
set disk on
```

```
wall id 1 nodes -7 6 -7 0 kn 1e20 ks 1e20  
wall id 2 nodes -7 0 7 0 kn 1e20 ks 1e20  
wall id 3 nodes 7 0 7 6 kn 1e20 ks 1e20  
wall id 4 nodes 7 6 -7 6 kn 1e20 ks 1e20
```

```
ball rad 0.14987 id 1 x 3.146303 y 0.149870  
ball rad 0.14987 id 2 x 3.117812 y 0.448253  
ball rad 0.14987 id 3 x 3.061088 y 0.742577  
ball rad 0.14987 id 4 x 2.976645 y 1.030176  
ball rad 0.14987 id 5 x 2.865248 y 1.308447  
ball rad 0.14987 id 6 x 2.727905 y 1.574870  
ball rad 0.14987 id 7 x 2.565860 y 1.827031  
ball rad 0.14987 id 8 x 2.380580 y 2.062648  
ball rad 0.14987 id 9 x 2.173744 y 2.279588  
ball rad 0.14987 id 10 x 1.947223 y 2.475885  
ball rad 0.14987 id 11 x 1.703069 y 2.649761  
ball rad 0.14987 id 12 x 1.443494 y 2.799644  
ball rad 0.14987 id 13 x 1.170848 y 2.924175  
ball rad 0.14987 id 14 x 0.887599 y 3.022226  
ball rad 0.14987 id 15 x 0.596312 y 3.092910  
ball rad 0.14987 id 16 x 0.299626 y 3.135587  
ball rad 0.14987 id 17 x 0.000000 y 3.149970  
ball rad 0.14987 id 18 x -0.299626 y 3.135587  
ball rad 0.14987 id 19 x -0.596312 y 3.092910  
ball rad 0.14987 id 20 x -0.887599 y 3.022226  
ball rad 0.14987 id 21 x -1.170848 y 2.924175  
ball rad 0.14987 id 22 x -1.443494 y 2.799644  
ball rad 0.14987 id 23 x -1.703069 y 2.649761  
ball rad 0.14987 id 24 x -1.947223 y 2.475885  
ball rad 0.14987 id 25 x -2.173744 y 2.279588  
ball rad 0.14987 id 26 x -2.380580 y 2.062648  
ball rad 0.14987 id 27 x -2.565860 y 1.827031  
ball rad 0.14987 id 28 x -2.727905 y 1.574870  
ball rad 0.14987 id 29 x -2.865248 y 1.308447  
ball rad 0.14987 id 30 x -2.976645 y 1.030176
```

ball rad 0.14987 id 31 x -3.061088 y 0.742577
 ball rad 0.14987 id 32 x -3.117812 y 0.448253
 ball rad 0.14987 id 33 x -3.146303 y 0.149870
 ball rad 0.16484401 id 34 x 3.460660 y 0.164844
 ball rad 0.16484401 id 35 x 3.429323 y 0.493039
 ball rad 0.16484401 id 36 x 3.366932 y 0.816770
 ball rad 0.16484401 id 37 x 3.274052 y 1.133105
 ball rad 0.16484401 id 38 x 3.151525 y 1.439178
 ball rad 0.16484401 id 39 x 3.000459 y 1.732220
 ball rad 0.16484401 id 40 x 2.822224 y 2.009576
 ball rad 0.16484401 id 41 x 2.618432 y 2.268735
 ball rad 0.16484401 id 42 x 2.390930 y 2.507349
 ball rad 0.16484401 id 43 x 2.141776 y 2.723258
 ball rad 0.16484401 id 44 x 1.873229 y 2.914508
 ball rad 0.16484401 id 45 x 1.587718 y 3.079366
 ball rad 0.16484401 id 46 x 1.287831 y 3.216339
 ball rad 0.16484401 id 47 x 0.976281 y 3.324187
 ball rad 0.16484401 id 48 x 0.655892 y 3.401933
 ball rad 0.16484401 id 49 x 0.329562 y 3.448874
 ball rad 0.16484401 id 50 x 0.000 y 3.464584
 ball rad 0.16484401 id 51 x -0.329562 y 3.448874
 ball rad 0.16484401 id 52 x -0.655892 y 3.401933
 ball rad 0.16484401 id 53 x -0.976281 y 3.324187
 ball rad 0.16484401 id 54 x -1.287831 y 3.216339
 ball rad 0.16484401 id 55 x -1.587718 y 3.079366
 ball rad 0.16484401 id 56 x -1.873229 y 2.914508
 ball rad 0.16484401 id 57 x -2.141776 y 2.723258
 ball rad 0.16484401 id 58 x -2.390930 y 2.507349
 ball rad 0.16484401 id 59 x -2.618432 y 2.268735
 ball rad 0.16484401 id 60 x -2.822224 y 2.009576
 ball rad 0.16484401 id 61 x -3.000459 y 1.732220
 ball rad 0.16484401 id 62 x -3.151525 y 1.439178
 ball rad 0.16484401 id 63 x -3.274052 y 1.133105
 ball rad 0.16484401 id 64 x -3.366932 y 0.816770
 ball rad 0.16484401 id 65 x -3.429323 y 0.493039
 ball rad 0.16484401 id 66 x -3.460660 y 0.164844
 ball rad 0.18131413 id 67 x 3.806426 y 0.181314
 ball rad 0.18131413 id 68 x 3.771958 y 0.542301
 ball rad 0.18131413 id 69 x 3.703333 y 0.898376
 ball rad 0.18131413 id 70 x 3.601173 y 1.246317
 ball rad 0.18131413 id 71 x 3.466404 y 1.582972
 ball rad 0.18131413 id 72 x 3.300245 y 1.905292
 ball rad 0.18131413 id 73 x 3.104201 y 2.210359
 ball rad 0.18131413 id 74 x 2.880048 y 2.495411
 ball rad 0.18131413 id 75 x 2.629815 y 2.757866
 ball rad 0.18131413 id 76 x 2.355768 y 2.995348
 ball rad 0.18131413 id 77 x 2.060389 y 3.205706
 ball rad 0.18131413 id 78 x 1.746353 y 3.387035

```
ball rad 0.18131413 id 79 x 1.416502 y 3.537694
ball rad 0.18131413 id 80 x 1.073825 y 3.656317
ball rad 0.18131413 id 81 x 0.721424 y 3.741832
ball rad 0.18131413 id 82 x 0.362490 y 3.793462
ball rad 0.18131413 id 83 x 0.000 y 3.810742
ball rad 0.18131413 id 84 x -0.362490 y 3.793462
ball rad 0.18131413 id 85 x -0.721424 y 3.741832
ball rad 0.18131413 id 86 x -1.073825 y 3.656317
ball rad 0.18131413 id 87 x -1.416502 y 3.537694
ball rad 0.18131413 id 88 x -1.746353 y 3.387035
ball rad 0.18131413 id 89 x -2.060389 y 3.205706
ball rad 0.18131413 id 90 x -2.355768 y 2.995348
ball rad 0.18131413 id 91 x -2.629815 y 2.757866
ball rad 0.18131413 id 92 x -2.880048 y 2.495411
ball rad 0.18131413 id 93 x -3.104201 y 2.210359
ball rad 0.18131413 id 94 x -3.300245 y 1.905292
ball rad 0.18131413 id 95 x -3.466404 y 1.582972
ball rad 0.18131413 id 96 x -3.601173 y 1.246317
ball rad 0.18131413 id 97 x -3.703333 y 0.898376
ball rad 0.18131413 id 98 x -3.771958 y 0.542301
ball rad 0.18131413 id 99 x -3.806426 y 0.181314
```

```
macro ARCODOVELAS 'id=1,99'
prop dens 1500 kn 1e10 ks 1e10 range ARCODOVELAS
prop n_bond 1e10 s_bond 1e10 range ARCODOVELAS
prop pb_rad 1.2 pb_s 1e15 pb_n 1e15 range ARCODOVELAS
prop pb_kn 1e15 pb_ks 1e15 c_index 1 range ARCODOVELAS
prop fric 0.6 range ARCODOVELAS
```

```
set grav 0 -9.81
set dt dscale
plot add axes brown
plot add wall black
plot add ball yellow
plot add cluster
plot add cforce black
plot show
```

```
cycle 25000
range name AGUJERO circle center 0 0 rad 3
range name RELLENO annulus center 0 0 rad 4 20
gen id 100 299 rad 0.08 0.09 x -7 7 y 0 1
prop dens 1800 kn 1e8 ks 1e8 fric 0.6 c_index 2 range RELLENO
del ball range AGUJERO
cycle 10000
gen id 300 499 rad 0.08 0.09 x -7 7 y 1 2
prop dens 1800 kn 1e8 ks 1e8 fric 0.6 c_index 2 range RELLENO
del ball range AGUJERO
```

cycle 25000
 gen id 500 699 rad 0.08 0.09 x -7 7 y 1 2
 prop dens 1800 kn 1e8 ks 1e8 fric 0.6 c_index 2 range RELLENO
 del ball range AGUJERO
 cycle 25000
 gen id 700 899 rad 0.08 0.09 x -7 7 y 2 3
 prop dens 1800 kn 1e8 ks 1e8 fric 0.6 c_index 2 range RELLENO
 del ball range AGUJERO
 cycle 25000
 gen id 900 999 rad 0.08 0.09 x -7 7 y 2 3
 prop dens 1800 kn 1e8 ks 1e8 fric 0.6 c_index 2 range RELLENO
 del ball range AGUJERO
 cycle 25000
 gen id 1000 1199 rad 0.08 0.09 x -7 7 y 3 4
 prop dens 1800 kn 1e8 ks 1e8 fric 0.6 c_index 2 range RELLENO
 del ball range AGUJERO
 cycle 25000
 gen id 1200 1299 rad 0.08 0.09 x -7 7 y 3 4
 prop dens 1800 kn 1e8 ks 1e8 fric 0.6 c_index 2 range RELLENO
 del ball range AGUJERO
 cycle 25000
 gen id 1300 1499 rad 0.08 0.09 x -7 7 y 4 5
 prop dens 1800 kn 1e8 ks 1e8 fric 0.6 c_index 2 range RELLENO
 del ball range AGUJERO
 cycle 25000
 gen id 1500 1699 rad 0.08 0.09 x -7 7 y 4 5
 prop dens 1800 kn 1e8 ks 1e8 fric 0.6 c_index 2 range RELLENO
 del ball range AGUJERO
 cycle 25000
 gen id 1700 1799 rad 0.08 0.09 x -7 7 y 4 5
 prop dens 1800 kn 1e8 ks 1e8 fric 0.6 c_index 2 range RELLENO
 del ball range AGUJERO
 cycle 25000
 gen id 1800 1899 rad 0.06 0.08 x -7 7 y 4.5 6
 prop dens 1800 kn 1e8 ks 1e8 fric 0.6 c_index 2 range RELLENO
 del ball range AGUJERO
 cycle 25000
 gen id 1900 2000 rad 0.06 0.08 x -7 7 y 5 6
 prop dens 1800 kn 1e8 ks 1e8 fric 0.6 c_index 2 range RELLENO
 del ball range AGUJERO
 cycle 25000
 range name SUPERFICIE x -7 7 y 5 6

 del ball range SUPERFICIE
 del wall 4

 jset id 1 dip 16 or 0 0
 jset id 2 dip 16.4 or 0 0

```
jset id 3 dip 32 or 0 0
jset id 4 dip 32.4 or 0 0
jset id 5 dip 49 or 0 0
jset id 6 dip 49.4 or 0 0
jset id 7 dip 65 or 0 0
jset id 8 dip 65.4 or 0 0
jset id 9 dip 81 or 0 0
jset id 10 dip 81.4 or 0 0
jset id 11 dip 98 or 0 0
jset id 12 dip 98.4 or 0 0
jset id 13 dip 114 or 0 0
jset id 14 dip 114.4 or 0 0
jset id 15 dip 130 or 0 0
jset id 16 dip 130.4 or 0 0
jset id 17 dip 147 or 0 0
jset id 18 dip 147.4 or 0 0
jset id 19 dip 163 or 0 0
```

```
prop fric 0 kn 1e8 ks 1e8 n_bond 0 s_bond 0 range jset
1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19
prop pb_rad 0 pb_s 0 pb_n 0 pb_kn 0 pb_ks 0 range jset
1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19
```

```
cycle 10000
cycle 2500
```

En el caso de deformaciones en un karst por la deposición de sedimentos, se adjunta el código base para la generación de la geometría de la cueva, así como de los estratos definidos como rellenos. También se adjunta el código completo del ejemplo previo desarrollado.

C. DEFORMACIONES EN KARST

```

new
set random
set disk on

set grav 0 -9.81

;generación de la geometría de la cueva

wall id 1 nodes 1.8045 6.1464 1.9326 6.2100
wall id 1 nodes 2.2270 6.3562 2.1650 6.8804
wall id 1 nodes 1.8767 7.2785 1.9228 7.6091
wall id 1 nodes 1.9501 7.8051 1.9666 7.8111
wall id 1 kn 1e10 ks 1e10 fric 0.1

.....
plot add wall black
gen id 1 100 rad 0.02 0.05 x 0.8 4 y 2.6 5.6 no_shadow tries 10000000
prop dens 2000 kn 1e7 ks 1e8
group gr_nivel1 range id 1 100
cycle 50000
prop fric 0 n_bond 0 s_bond 0
cycle 50000
plot add ball red range group gr_nivel1

gen id 101 200 rad 0.03 0.07 x 1 3 y 3.6 5.6 no_shadow tries 10000000
prop dens 2500 kn 1e7 ks 1e8
group gr_nivel2 range id 101 200
cycle 50000
prop fric 0.1 n_bond 0 s_bond 0
cycle 50000
plot add ball yellow range group gr_nivel2

.....

```

EJEMPLO 1

```
;fname: EJEMPLO1.DAT
```

```
new
```

```
SET random
```

```
SET disk on
```

```
def estrato1
```

```
;--- ESTRATO 1 ---
```

```
n_stiff = 5.5e7 ; normal contact stiffness
```

```
s_stiff = 1e7 ; shear contact stiffness
```

```
width = 1.85 ; width of box
```

```
height = 0.3 ; height of box
```

```
tot_vol = width*height
```

```
poros = 0.35 ; desired final porosity
```

```
num = 2825 ; number of particles
```

```
rat = 2.5 ; ratio of largest to smallest radii
```

```
;--- derived data ---
```

```
mult = 1.5 ; initial radius multiplication factor
```

```
n0 = 1.0 - (1.0 - poros) / mult^2
```

```
r0 = sqrt(height*width*(1.0 - n0)/(pi*num))
```

```
rlo = 2.0 * r0 / (1.0 + rat)
```

```
rhi = rat * rlo
```

```
_x0 = 0
```

```
_y0 = 0.5
```

```
_x1 = 0.3
```

```
_y1 = 0
```

```
command
```

```
  wall id=1 ks=1e10 kn=1e10 fric 0.4 nodes (_x0,_y0) (_x1,_y1)
```

```
end_command
```

```
_x0 = 0.3
```

```
_y0 = 0
```

```
_x1 = 0.9
```

```
_y1 = 0
```

```
command
```

```
  wall id=2 ks=1e10 kn=1e10 fric 0.4 nodes (_x0,_y0) (_x1,_y1)
```

```
end_command
```

```
_x0 = 0.9
```

```
_y0 = 0
```

```
_x1 = 1.1
```

```
_y1 = 0
```

```
command
```

```
  wall id=3 ks=1e10 kn=1e10 fric 0.4 nodes (_x0,_y0) (_x1,_y1)
```

```

end_command

_x0 = 1.1
_y0 = 0
_x1 = 1.7
_y1 = 0

command
  wall id=4 ks=1e10 kn=1e10 fric 0.4 nodes (_x0,_y0) (_x1,_y1)
end_command

_x0 = 1.7
_y0 = 0
_x1 = 1.85
_y1 = 0.5
command
  wall id=5 ks=1e10 kn=1e10 fric 0.4 nodes (_x0,_y0) (_x1,_y1)
end_command

_x0 = 1.85
_y0 = 0.3
_x1 = 0
_y1 = 0.3
command
  wall id=6 ks=1e10 kn=1e10 fric 0.4 nodes (_x0,_y0) (_x1,_y1)
end_command

command
  gen id=1,num rad=rlo,rhi x=0,width y=0,height no_shadow tries 1000000
  prop dens=2600 ks=s_stiff kn=n_stiff
  group gr_estrato1 range id 1 num
end_command
get_poros
mult = sqrt((1.0 - poros) / (1.0 - pmeas))
command
  ini rad mul mult
  cycle 1000
  prop fric 0.15 n_bond 0 s_bond 0
  cycle 2000
end_command
end
; -----
def get_poros
sum = 0.0
bp = ball_head
loop while bp # null
  sum = sum + pi * b_rad(bp)^2

```



```

    bp = b_next(bp)
end_loop
pmeas = 1.0 - sum / (width * height)
end
estrato1
get_poros
del wall 6
set grav 0 -9.81
solve ave 0.02
plot ball brown range group gr_estrato1
plot show
plot add wall black

SET disk on
def estrato2

;--- ESTRATO 2 ---

n_stiff = 5.5e7 ; normal contact stiffness
s_stiff = 5e7 ; shear contact stiffness
width = 1.85 ; width of box
height = 0.2 ; height of box
tot_vol = width*height
poros = 0.035 ; desired final porosity
num = 400 ; number of particles
endid = 10000+num-1
rat = 1.5 ; ratio of largest to smallest radii
;--- derived data ---
mult = 1.5 ; initial radius multiplication factor
n0 = 1.0 - (1.0 - poros) / mult^2
r0 = sqrt(height*width*(1.0 - n0)/(pi*num))
rlo = 2.0 * r0 / (1.0 + rat)
rhi = rat * rlo

_x0 = 0.12
_y0 = 0.3
_x1 = 1.79
_y1 = 0.3
command
    wall id=7 ks=1e10 kn=1e10 fric 0.4 nodes (_x0,_y0) (_x1,_y1)
end_command

_x0 = 1.85
_y0 = 0.5
_x1 = 0
_y1 = 0.5
command
    wall id=8 ks=1e10 kn=1e10 fric 0.4 nodes (_x0,_y0) (_x1,_y1)

```

```

end_command

command
  gen id=10000,endid rad=rlo,rhi x=0,width y=0.3,0.5 no_shadow tries 1000000
  group gr_estrato2 range id 10000 endid
  prop dens=2700 ks=s_stiff kn=n_stiff range group gr_estrato2
end_command
get_poros
mult = sqrt((1.0 - poros) / (1.0 - pmeas))
command
  ini rad mul mult range group gr_estrato2
  cycle 1000
  prop fric 0.35 n_bond 0 s_bond 0 range group gr_estrato2
  cycle 2000
end_command
end
; -----
def get_poros
  sum = 0.0
  bp = ball_head
  loop while bp # null
    sum = sum + pi * b_rad(bp)^2
    bp = b_next(bp)
  end_loop
  pmeas = 1.0 - sum / (width * height)
end
estrato2
get_poros
del wall 7
del wall 8
set grav 0 -9.81
solve ave 0.02
plot add ball blue range group gr_estrato2
plot add contact magenta
plot show

wall id=9 ks=1e10 kn=1e10 fric 0.4 nodes -1 -0.2 1.95 -0.2
del wall 3
cycle 25000

```

ANEXO B: PRODUCCIÓN CIENTÍFICA

En este anexo se detalla la producción científica ligada a esta tesis doctoral.

Artículos

Felipe García Gómez, José Antonio Martínez Martínez & Luis María García Castillo (2019): Influence of the backfill parameters in distinct element modelling of a backfill masonry arch bridge through the PFC2D software, *Geomechanics and Geoengineering*, DOI: 10.1080/17486025.2019.1680883



Influence of the backfill parameters in distinct element modelling of a backfill masonry arch bridge through the PFC2D software

Felipe García Gómez^a, José Antonio Martínez Martínez^a and Luis María García Castillo^b

^aDepartment of Civil Engineering, University of Burgos, Burgos, Spain; ^bDepartment of Architectural Constructions and Geotechnical Engineering, University of Burgos, Burgos, Spain

ABSTRACT

This paper presents an investigation on how to model a backfill masonry arch bridge using the discrete element method (DEM). The PFC2D software is used for this purpose. A certain backfill masonry arch bridge is modelled, with different types of fill, mortar and voussoir materials. A biaxial test has been programmed using 'FISH' code to obtain the micro-parameters used in the model so that they match the macro-parameters obtained from a real biaxial test. The arch is loaded until its collapse in three different load cases. Further discussion on the influence of the backfill parameters is presented as well as a sensitivity analysis for the arch bridge.

ARTICLE HISTORY

Received 5 June 2019
 Accepted 11 October 2019

KEYWORDS

Discrete element method;
 backfill masonry bridge;
 PFC2D; geomechanical
 modelling; soil-structure
 interaction

1. Introduction

Masonry constructions are an essential part of the historical architecture of our towns and cities. Specially in the former, there are still many constructions made of masonry, ashlar or variants. Churches, palaces or castles spread through our land, and represent not only a legacy to preserve, but a fundamental cultural, identity and tourist element. (Arenas de Pablo 2002).

Within the masonry works, bridges are a very important part. Masonry bridges base their resistant scheme in their arch shape through the concept of antifunicularity (Arenas de Pablo 2002), (Huerta Fernández 2002), (Heyman 1995).

The basic idea of the arch bridge is the arrangement of stone elements called voussoirs with an arch geometry that leads to internal compression forces, exerted on a voussoir against a voussoir, perpendicular to the joints and compressing them uniformly, bringing the loads to the foundation. If the internal pressure line caused by a given state of charge passes through the traced arch, we are facing a stable arch. Further explanation of this phenomena can be found in the works of (Heyman 1995) and Sejourné (1913–1916).

The stone materials resist mainly the compression efforts and little or nothing the tensile and the shear forces. In this way, the structural typology of the arch matches perfectly with the working form of the stone.

Masonry bridges with backfill also have the collaboration of the so-called backfill. First of all, it is necessary to clarify what the term backfill refers to, since it is not

entirely clear, within the group of the masonry arch bridges. Under this term we want to refer everything located between the factory vaults and the running surface.

Following (Martín-Caro Álamo *et al.* 2001) and (Ramos Casquero. 2011) fills are classified from the structural point of view into two groups. On the one hand, rigid or cemented fill materials and on the other loose ones. Rigid filling is usually located in the area near the beginning of the vaults, while the loose one is in the area near the key of the vault.

The structural meaning of the fillings is very important within the overall behaviour of the vaults. The loose filling serves to receive the loads that act on the running surface and distributes them along the filling to the back of the vault. Thus, local effects of application of the overloads are reduced, spreading the efforts on a much larger surface. It also helps to centre the line of pressures on the thickness of the vault by increasing the weight of the structure itself. The rigid filling has mechanical properties similar to the factory of the vaults, piles and abutments. The effective thickness of the arch, as well as its carrying capacity, are increased thanks to this filling.

Several methods for the analysis of the bearing capacity of the backfill masonry arch bridges are available. Among them we can mention simple conservative methods (MEXE, see UIC Code 778-3R, 1994) (MEXE 1963) and other more recent methods aided by the development of computer calculation methods such as the FEM (finite element method) (Tower and Sawko 1982), (Towler 1985), (Crisfield 1984) or the DEM (discrete element method) (Tavalingam *et al.* 2001).

In the present paper, the DEM will be used, considering that this method offers certain alternative advantages in comparison to the calculation techniques based on continuous methods.

FEM has usually been applied to develop models for masonry vaults, and an interesting example can be found in (Regan *et al.* 2017).

Following (Bolton 2000) and (Gonzalez Navarro and López Hurtado 2014), we can assert that the calculations, that geotechnical engineers use the most today are elastic calculations, which use an elastic modulus 'E', or plastic analysis that check the equilibrium limit, through a cohesion 'c' and a friction angle 'Φ'. There is an important problem here in determining these parameters. Soils are not homogeneous materials, but have a great variability. The orientation, the type of soil, the tensional range as well as dilated effects over time, such as consolidation, play a very important role. The micro-mechanics of particles arises here to solve these difficulties. However, it is important to emphasise that the micro-mechanics of particles does not arise to replace these elastic and plastic methods, but as a complement to them, to understand the mechanical phenomena that occurs in soils on a smaller scale. In summary, this problem can be presented with the following points:

- Soils are heterogeneous materials, with great variability of their properties depending on a great variety of situations
- Characterisation of soils through classical parameters such as E, c or Φ is complicated, since these parameters are not constants. Although DEM models do not offer a solution to this, they provide a new approach, by using a calculation procedure that updates the contacts between particles in each calculation cycle. Thus, the contact forces between particles are taken into account.

- Certain results through the adjustment of curves are dimensionally incorrect.
- There are some mechanics of soil behaviour that are not really understood yet.

2. Discrete element modelling

The Discrete Element Modelling (DEM) is a numerical solution used to describe the mechanical behaviour of discrete bodies. A DEM model considers the structure as a set of separate particles, 'discrete elements', in which each of them is able to move and deform independently from the other, thus creating new contacts where the efforts are transmitted from one block to another, causing new tensions and deformations in them. Hence, particles can interact with each other, considering their normal and shear stiffnesses, as we can see in Figure 1. The two most extended DEM methods for masonry structures are UDEC and DDA. UDEC (Cundall 1971, 1988) is a stepwise method in which the masonry blocks and their contacts are deformable. The blocks are divided into simpler forms (2D triangles) that serve as a kind of uniform chain of finite elements. DDA (Shi 1992) is also a method of step-by-step analysis. In DDA each element has a reference point, forming deformable contacts, considering the system's stiffness matrix as well (UDEC does not consider it). Masonry structures can be represented using DEM as assemblies of particles as seen in (Lemos. 2007) and (Morris and Cleary 2009)

3. Methodology

A fundamental aspect in the study of masonry bridges with backfill by using DEM is the interaction between the filling and the masonry. The role that micro-mechanics play in the behaviour of the filling is really important.

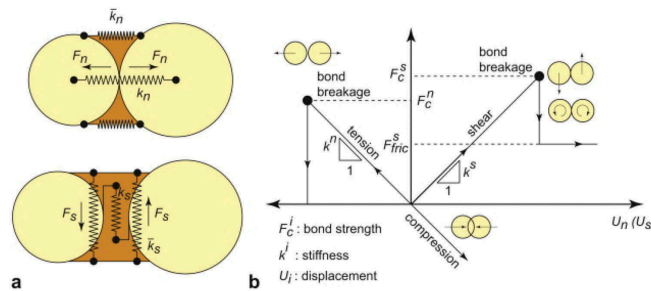


Figure 1. The parallel bond model implemented in PFC. (a) Normal and shear stiffnesses between particles. (b) Constitutive behaviour in shear and tension. Figures redrawn after (Potyondy and Cundall 2004).

In this paper, we will use the calculation environment called PFC2D (Particle Flow Code) version 4.0 in two dimensions, developed by the (Itasca Consulting Group Inc. 2008). This method, also based on the DEM method developed by Cundall, models the movement and interaction between particles, allowing them moving independently and only interacting in the contacts between adjacent particles. The movement of each particle is defined by Newton's second law. The Newtonian force-displacement law is used to define the contact forces in the perpendicular and tangential directions, considering the relative displacements between the particles and the rigidity of the contact in the corresponding directions. These forces are used to calculate the accelerations, speeds and finally the displacements. This calculation cycle is repeated throughout the analysis.

The calculation cycle consists of a repeated application of the law of motion for each particle and of a law of force-displacements for each contact. Contacts, which can be formed between two balls or between a wall and a ball, are formed and broken automatically during the simulation. At the beginning of each calculation cycle, the set of contacts is updated from the known positions of the balls and contacts and then the force-displacement law is applied to each contact to update the contact forces based on the displacement relative between two entities. Subsequently, the law of motion is applied to each particle to update its speed and position based on the force and moment resulting from the contact forces and the rest of the acting forces in the model. The contact model used is a linear model in which the rigidity of the particles is kept constant over time. The rigidity of the contact is given by the parameters 'kn' and 'ks' that correspond to the normal and transverse stiffness of each element.

It is also possible to create sets of particles by joining several of them. This type of particle groups behaves as if they were rigid blocks, assigning them certain parameters. Also, in addition to the contacts between particles - called 'contact bonds' - it is possible to introduce another type of contact called 'parallel bonds', which allows transmitting both forces and moments in the contacts between particles. The contact bonds can only transmit forces in the contacts. The forces in the contacts between particles that determine the equilibrium of the system are calculated by following the movements of the particles individually.

3.1. Case study

The case analysed in this paper tries to determine the influence of the filling on the back of an arch bridge in the general behaviour of the structure itself. The geometry of the studied bridge is shown in the diagram attached in Figure 2. The inner radius of the bridge used is 3 metres, and the outer radius is 4 metres, with an arch thickness of 1 metre.

A fundamental phase is the construction of the arch. The geometry of the arch is a very special case that requires some attention. In order to study different cases of round arches, with different free lights and vault edges, a worksheet has been created with the idea of helping to model the vault.

The thickness of the arch has been divided in three particles. It could be done with more or less balls if desired. The greater the number of balls, the greater the regularity of the geometry, especially in the back of the vault. Thanks to the worksheet created, from the inner radius of the arch and the thickness of the vault, it

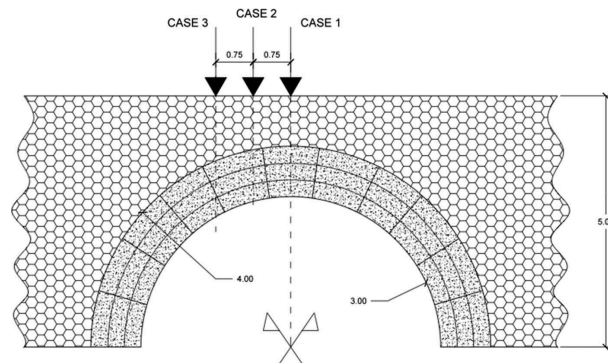


Figure 2. Case study. The arch is divided into 11 equal segments. The inner radius is 3 metres and the outer radius is 4 metres. The filling height considered is 5 metres. The 3 load cases analysed are shown.

is possible to iterate with different particle radii to achieve a perfect arch geometry. To do this, the thickness of the arch is divided into three concentric sectors, as shown in Figure 3. The balls of each sector have the same radius between them. In this way, the balls only touch each other at a point, which is a condition when introducing the particles in PFC2D. The iteration begins with the radius of the balls of the first sector (red balls). From the iteration with this radius the radii of the particles of the other two sectors (green balls and purple balls) are obtained, in such a way that the sum of diameters of the particles of the three concentric sectors coincides with the thickness of particles, as it appears in the following scheme in Figure 3.

Once the radii of particles have been obtained, the number of voussoirs used is determined. This will be important, since we will have to use an entire number of segments.

This is one of the most complicated parts of the arch modelling, since the relationship between radii of particles and thickness of the vault is not obvious or immediate. Perhaps here is one of the weakest points of PFC2D. The introduction of geometry is at least laborious in this type of problems in which geometry is complicated. Therefore, and to facilitate further analysis with more cases, it has been decided to create a spreadsheet to obtain the geometry of the model.

Thus, a 'macro' has been created that greatly eases the introduction of geometry. As explained, the created spreadsheet allows to obtain the radius of the particles to be introduced to model the vault of the arch. In turn, another sheet has been created to obtain the X and Y coordinates of all the particles, and a 'macro' that allows exporting the coordinates of all the particles to a .txt format that can be executed in PFC2D. In this way, no code is written directly into the program (something extremely cumbersome), but from the parameters of the arch geometry (radius and thickness of the vault) it is possible to create a .txt file containing the complete

geometry of the model in a very short time, almost automatically (just iterating with the radius and executing the created macro).

The supports of the arches, as well as the lateral limits of the analysed bridge, are created as 'wall' elements. These walls serve as limits of the created model, to support the arch and retain the filling. It should be noted that up to this point, mortar infill joints between voussoirs have not been created, but that the arch acts as a set with particles strongly bound by 'parallel bonds'.

In the process of building an arch of this type, the arch is first created, with the different voussoirs, and once it is in equilibrium, the structural fill in the backfill begins to be placed.

Once the vault geometry is created, the fill is introduced. To do this, and to control the porosity of the structural filling, its particles are introduced in several layers, allowing each layer to settle under the action of gravity as shown in Figure 4. In this case, a loop has been programmed in which the different filling layers are introduced until the geometry of the model is completed. The contact is also assigned 'contact bonds'. Finally, the joints between voussoirs are created, with their particular properties. The joint planes can be defined in PFC2D to represent surfaces where slip and separation between joined groups of particles is possible. These properties are such that they allow one segment to slide over another as long as the friction force between them is overcome. This frictional force is a parameter that is introduced into the program.

Subsequently, the arch is left again to adjust to its new equilibrium position, working together with the filling. Thus, the calculation model is complete, ready to analyse under the action of different actions. In Figure 5, the modelling of the bridge obtained is shown. It shows the different voussoirs obtained after placing the joints. The compressive forces between the particles that form the structural arch are also drawn in black.

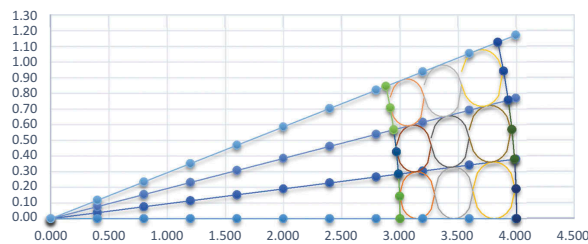


Figure 3. Scheme of division of the vault edge.

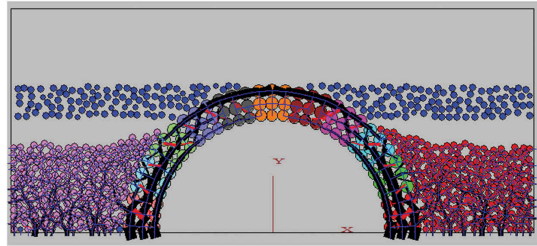


Figure 4. Introduction of the fill by several layers, allowing each one to be settled under the action of gravity. Compression forces between particles are painted in black. It is clear that compression forces pass through the arch.

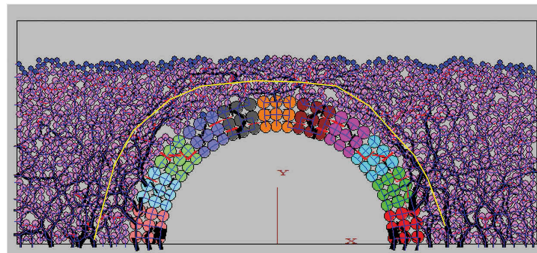


Figure 5. Complete modelling of the bridge. The voussoirs of the arch are appreciated in different colours. In black the compression forces between particles creating a discharge arch through the filling, remarked with the yellow line.

Tables 1 and 2 show the properties of fillings, masonry voussoirs and walls used in the simulation. Parameters 'kn' and 'ks' correspond to the normal and transversal stiffness. 'Density' indicates the specific weight. Parameters 'n_bond' and 's_bond' indicate the normal and shear strengths at the 'contact bond' contact. 'pb_kn' and 'pb_ks' indicate the normal and shear stiffness in the 'parallel bond' contact. Units are indicated in the Tables.

In the present paper, the influence of the type of filling is analysed with two models, one for a medium soil and another for a soft soil.

The value of the properties to be introduced will depend on the material of the case analysed. Here lies another difficulty in the use of the program. Choosing the properties that represent the actual material from the

properties deduced from laboratory tests is at least laborious. While in continuous codes these values are usually introduced directly, in PFC2D we go to the most basic level, which synthesises the behaviour of the material from the micro-components or equivalent grains that make up the material. The process used to reach these properties is as follows: First certain initial properties are assumed; then, tests are performed on available samples of that material. Subsequently, the results are compared with the desired response in certain tests. If there is correspondence in those tests, those properties will be used in the complete analysis. Otherwise it will iterate again. In order to calibrate the parameters of the contact junctions, the friction, as well as the rigidities of the contacts, a biaxial test has been programmed in which

Table 1. DEM properties for a medium soil.

	kn & ks (N/m)	density (kg/m3)	Friction coeff	Contact Bonds		Parallel Bonds			Real Properties
				n_bond & s_bond (N)	pb_kn & pb_ks (N/m3)	pb_n & pb_s (N/m2)	pb_rad	E (MPa) Young's modulus	
Filling	1e8	2000	0.6	1e8	-	-	-	52	
Masonry	1e10	2200	0.6	1e10	1e20	1e15	0.01	-	
Walls	1e20	-	0.3	-	-	-	-	-	

Table 2. DEM properties for a soft soil.

	kn & ks (N/m)	density (kg/m ³)	Friction coeff	Contact Bonds		Parallel Bonds			Real Properties
				n_bond & s_bond (N)	pb_kn & pb_ks (N/m ³)	pb_n & pb_s (N/m ²)	pb_rad	E (MPa) Young's modulus	
Filling	1e5	1800	0.4	-	-	-	-	20	
Masonry	1e10	2200	0.6	1e10	1e20	1e15	0.01	-	
Walls	1e20	-	0.3	-	-	-	-	-	

the material with the same properties that will be used later in the complete model is evaluated, so that an appropriate relationship can be reached between the micro and macro properties of the material.

The biaxial test simulated consists of a sample generated by radius expansion, with a certain particle size range and porosity. The sample is confined by four walls that intersect one another. After initial compaction, the lateral walls are given stiffnesses that are one-tenth of the particle stiffnesses, in order to simulate a soft confinement. Throughout the process, the confining stress is kept constant by adjusting the lateral-wall velocities using a numerical servomechanism implemented by the FISH functions servo and get_gain. This mechanism is also used to control the velocity of the loading wall for the bridge.

The elastic properties of the sample can be determined by performing a loading/unloading test under elastic conditions (high bond strength and friction). Thus, this test can be used to evaluate Young's modulus.

Loads are applied through a 'loading wall' which is given a fixed speed in the vertical direction, which is also directly related to the value of the action to be applied. Perhaps here is another weak point of the software, as loads cannot be applied directly to walls. The collapse load is obtained by monitoring the resulting force in the 'loading wall'. In this simulation, the loading wall is applied in different positions as shown in Figure 2. In this way, three possible positions of the load are analysed: in the centre of vain (CASE 1), 75 cm to its left (CASE 2), and to another 75 cm to the left (CASE 3).

4. Results

The failure load obtained is 420 kN in Case 3 and medium soil, due to the formation of four hinges, according to ultimate loads. Once Case 3 is established as the worst load case, several simulations have been carried out in order to obtain more information on how the backfill influences the load capacity of the bridge. The following conclusions can be drawn with respect to the influence of the type of filling on the general behaviour of the masonry bridge, as well as other sensitivity studies:

4.1. Dem parameters sensitivity

- On the one hand, the perpendicular force in the n-bond contact is the determining parameter when obtaining the breaking load. The s-bond transverse force has very little influence since the predominant type of fracture is a mechanism in which no slippage occurs. However, the value of 's_bond' cannot be below a minimum since this parameter prevents a shear break mechanism from occurring, and is needed to give the initial stability to the arch.
- In order to analyse the influence of different types of soils and materials, the friction angle of the mortar varied from values from 30° to 40°, as well as the friction angle of the fill, which varied from 35° to 45°. The results shown in Figure 6, suggest that the collapse load is not significantly influenced by the change in this parameter. The friction coefficient 'k' is related to the friction angle by $\phi = \tan^{-1} k$.

4.2. Load position

- The critical position for the load is 1/6 of its span when the arch is analysed alone. Using the real arch, with the filling, it can be inferred that the position of the critical load moves to 1/4 of its span. Results are shown in Figure 7. This agrees with the theoretical predictions for a semicircular arch like the one studied. (Fairfield 1994).

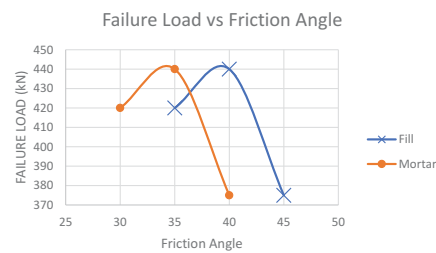


Figure 6. Friction angle vs failure load.

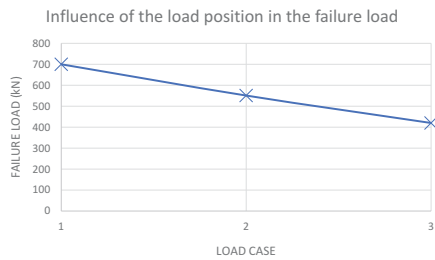


Figure 7. Load position vs failure load.

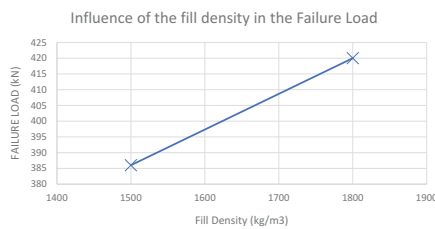


Figure 8. Fill density vs failure load.

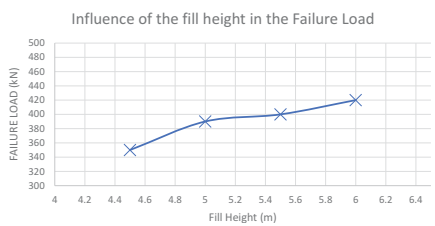


Figure 9. Fill height vs failure load.

4.3. Backfill parameters

- The use of medium sand as a filling causes smaller deflections than in the case where loose sand is used. Therefore, the rigidity of the filling has a significant importance in the displacements, causing larger ones in cases where there are less rigid fillings. Failure load increases as fill density does, as it can be seen in Figure 8.
- The distribution of forces in the filling is substantially different. The medium sand (more rigid) distributes the load in a wider region, with which

the tensions produced in the arch are smaller. Again, the importance of the stiffness of the filling is fundamental for the overall behaviour of the bridge.

- A compact filling, with high elastic limit value reduces tensions in the vault. The tensions in the filling increase but not enough to exceed its stress limit.
- The fill height also influences the collapse load. The results in Figure 9 show clearly that the failure load increases as the fill height does.

5. Conclusions

As final considerations with respect to the DEM method to analyse masonry bridges with backfill fillings, it can be established that the DEM and FEM analysis techniques involve a substantially greater modelling effort with respect to the approximate techniques such as the MEXE or limit analysis as the method of the mechanism.

However, if the analysed case requires a more sophisticated analysis due to variations in the use of the bridge, or there are important pathologies, or simply do not reach an acceptable failure mode with the existing simplified methods, the use of DEM analysis has full force.

The really interesting thing would be to use several types of analysis. A first basic study could be done when we are facing structures that are in good condition, with normal geometries and under stress. This first level of analysis could be carried out with the aforementioned simplified methods (MEXE, limit analysis). However, in the case where we are facing a singular structure, DEM analysis should be used. This type of studies requires, as it has been seen, field work, sample collection and laboratory analysis, since the choice of the mechanical properties of the materials conditions the correct response of the calculation model used.

After carrying out the present modelling using the DEM method, the following advantages, disadvantages and limitations of this method of analysis are identified in relation to other frequently used methods.

On the one hand, finite element methods (FEM) have difficulties to correctly model the segments and joints using meshes. When large displacements occur in the interfaces it is not possible to create a new mesh, and in this way, update the existing contacts or create new ones. Likewise, the introduction of the parameters that form the constitutive law of the material must be introduced by the user.

In DEM models, large displacements are allowed and it is possible to model the blocks independently, without the need of joining points as in FEM, in addition to the advantages mentioned above. However, code and modelling are laborious, and computing is expensive in

terms of time and work when it comes to modelling large structures.

In this way, it can be concluded that when a detailed study is required in a small model, the DEM method would be the most appropriate and precise method that currently exists. However, as described, modelling and computing is quite complicated. On the contrary, when we are dealing with a general analysis of a large model, the FEM method will be the most appropriate, since it does not require such precision and the modelling is much simpler, although information is lost in the analysis, such as the study of failure mechanisms.

Future research in this field should be aimed at the systematisation of this type of calculation and the implementation of the DEM method in simpler and more accessible calculation programs. In this way, precision in the analysis of this type of important structures would be gained, correctly predicting the mechanisms of failure and the interaction between the filling and the structure of the arch.

Disclosure statement

No potential conflict of interest was reported by the authors.

ORCID

Felipe García Gómez  <http://orcid.org/0000-0002-3666-076X>

References

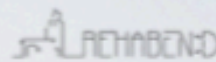
- Arenas de Pablo, J.J., 2002. *Caminos en el aire. Colección ciencias, humanidades e ingeniería*. Vol. 1. Madrid: Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.
- Bolton, M.D., 2000 July. The role of micromechanics in soil mechanics. In: *International Workshop on Soil Crushability Yamaguchi University*. Japan.
- Crisfield, M.A., 1984. A finite element computer program for the analysis of masonry arches. *Technical Report, TRRL Laboratory Report 1115*. Crowthorne: Department of Transport.
- Cundall, P.A., 1971. A computer model for simulating progressive large scale movements in blocky rock systems. *Proceedings - Symposium on Rock Mechanics*, I, Paper no II-8.
- Cundall, P.A., 1988. Formulation of a three-dimensional distinct element model – part I: a scheme to detect and represent contacts in a system composed of many polyhedral blocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts*, 25, 107–116. doi:10.1016/0148-9062(88)92293-0
- Fairfield, C.A., 1994. *Soil-structure interaction in arch bridges*. PhD Thesis. University of Edinburgh. doi:10.3168/jds.S0022-0302(94)77044-2
- Gonzalez Navarro, L. and López Hurtado, D., 2014. *Modelización mediante elementos finitos de las deformaciones en los rellenos kársticos de la Sierra de Atapuerca*. Proyecto de investigación. Burgos: Universidad de Burgos.
- Heyman, J., 1995. *Teoría, historia y restauración de estructuras de fábrica*. Madrid: Centro de estudios históricos de obras públicas y urbanismo (CEHOPU), Instituto Juan de Herrera.
- Huerta Fernández, S., 2002. *Arcos, bóvedas y cúpulas. Geometría y equilibrio en el cálculo tradicional de estructuras de fábrica*. Madrid: Instituto Juan de Herrera, Escuela Técnica Superior de Arquitectura.
- Itasca Consulting Group Inc., 2008. *PFC2D. Version 4.0*. Minneapolis: ICG.
- Lemos, J.V., 2007. Discrete element modeling of masonry structures. *International Journal of Architectural Heritage*, 1 (2), 190–213. doi:10.1080/15583050601176868
- Martin-Caro Alamo, J.A., Martínez, J.L., and León González, M.Y.J., 2001. Significado estructural del relleno en los puentes arco de fábrica. In: *12ª Conferencia Internacional de Fábrica y Mampostería Ladrillo/Bloque*, 25–28 June 2000 Madrid, Spain.
- MEXE, *Military load classification of civil bridges by reconnaissance and correlation methods*, 1963. Christchurch: Military Engineering Experimental Establishment. [SOLOG study B38].
- Morris, J.P. and Cleary, P.W., 2009. Advances in discrete element methods for geomechanics. *Geomechanics and Geoenvironment*, 4 (1), 1. doi:10.1080/17486020902791016
- Potyondy, D.O. and Cundall, P.A., 2004. A bonded-particle model for rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 41, 1329–1364. doi:10.1016/j.ijrms.2004.09.011
- Ramos Casquero, A., 2011. *Caracterización estructural de los rellenos situados en el trasdós de bóvedas de edificios históricos*. Thesis (PhD). Universidad Politécnica de Madrid.
- Regan, O.M., et al., 2017. Application of a coupled homogenization-damage model to masonry tunnel vaults. *Computers and Geotechnics*, 83, 132–141.
- Sejourné, P., 1913–1916. *Grandes Voûtes*. Vol. 3. Bourges: Imprimerie Vve Tardy-Pigelet et Fils.
- Shi, G.H., 1992. Discontinuous deformation analysis: a new numerical model for the static and dynamics of deformable block structures. *Engineering Computations*, 9, 157–168.
- Tavalingam, A., et al., 2001. Computational framework for discontinuous modelling of masonry arch bridges. *Computers and Structures*, 79, 1821–1830. doi:10.1016/S0045-7949(01)00102-X
- Towler, K.D.S. and Sawko, F., 1982. Limit state behaviour of brickwork arches. In: *Proc 6th International Brick Masonry Conference*. Rome: Engineering Technics Press.
- Towler, K.D.S., 1985. The non-linear finite element analysis of bridgemill masonry arch bridge. *Masonry International*, 5, 1985.

Congresos

Felipe García Gómez, José Antonio Martínez Martínez, Luis María García Castillo, Ángel Aragón Torre. "Influence of the backfill parameters in distinct element modelling of a backfill masonry arch bridge through the PFC2D". REHABEND2020. 8th Euro-American Congress. Construction Pathology, Rehabilitation Technology and Heritage Management. Granada.

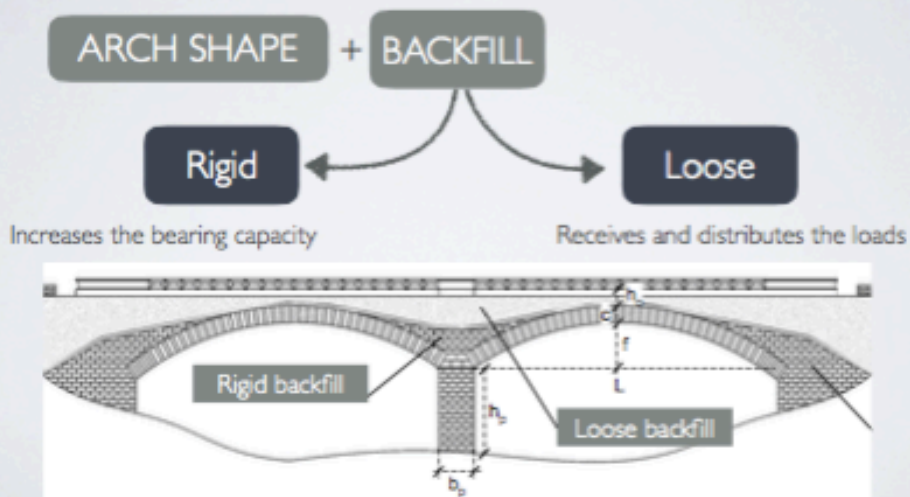


583 INFLUENCE OF THE BACKFILL PARAMETERS IN DISTINCT ELEMENT MODELING (DEM) OF A BACKFILL MASONRY ARCH BRIDGE THROUGH THE PFC2D SOFTWARE

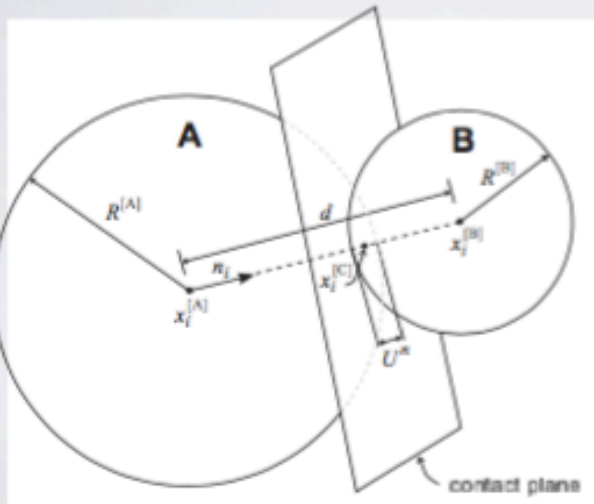


Felipe García Gómez
José A. Martínez Martínez
Luis M. García Castillo
Ángel Aragón Torre

I. Arch bridges. Backfill.



2. Discrete Element Modeling (DEM).



$$F_i = F_i^n + F_i^s$$

$$F^n = K^n \cdot U^n$$

2. Discrete Element Modeling (DEM).

2.1 Calculation cycle

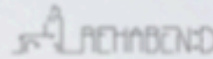
Update of each particle + walls and contacts

MOTION EQUATIONS
(applied to each particle)

FORCE DISPLACEMENT LAWS
(applied to each contact)

Contact forces

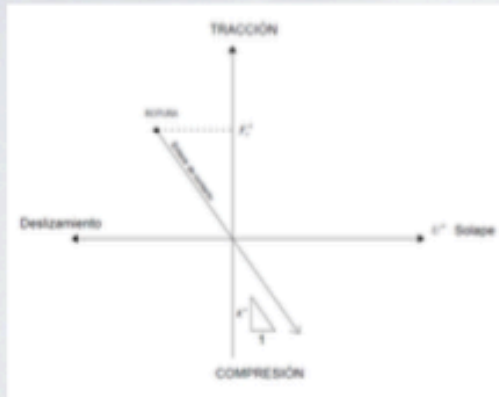
583 INFLUENCE OF THE BACKFILL PARAMETERS IN DISTINCT ELEMENT MODELING (DEM) OF A BACKFILL MASONRY ARCH BRIDGE THROUGH THE PFC2D SOFTWARE



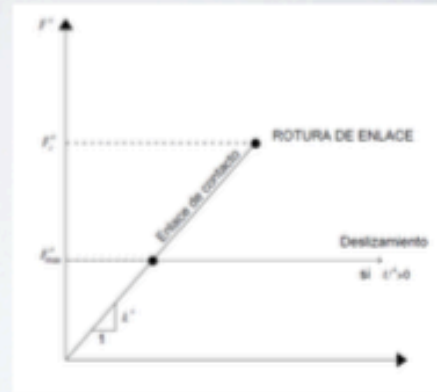
Felipe García Gómez
José A. Martínez Martínez
Luis M. García Castillo
Ángel Aragón Torre

2. Discrete Element Modeling (DEM).

2.2 Contact models

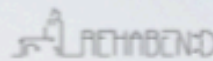


Contact Bonds



Parallel Bonds

583 INFLUENCE OF THE BACKFILL PARAMETERS IN DISTINCT ELEMENT MODELING (DEM) OF A BACKFILL MASONRY ARCH BRIDGE THROUGH THE PFC2D SOFTWARE



Felipe García Gómez
José A. Martínez Martínez
Luis M. García Castillo
Ángel Aragón Torre

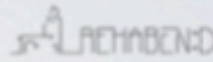
2. Discrete Element Modeling (DEM).

2.2 Contact models



CONTACT BONDS	PARALLEL BONDS
It models the adhesion of two particles in a specific area of contact (without resisting moments).	Models additional material deposited after contact between particles (resists moments).

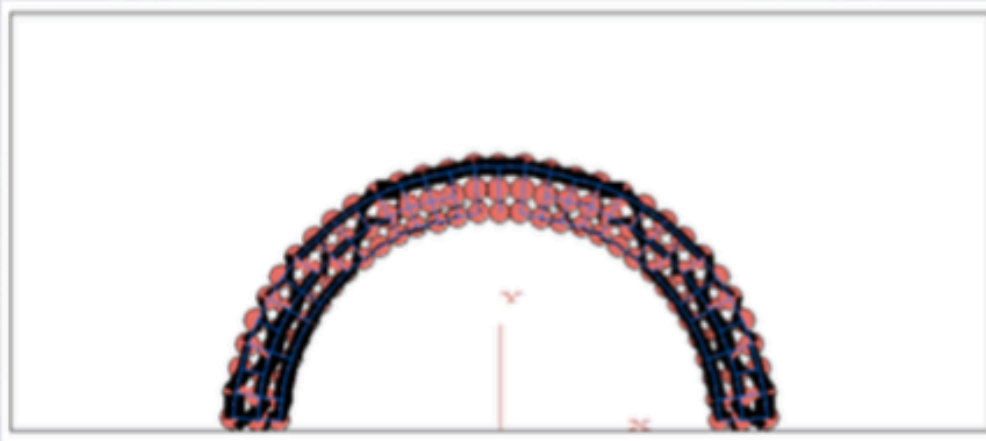
583 INFLUENCE OF THE BACKFILL PARAMETERS IN DISTINCT ELEMENT MODELING (DEM) OF A BACKFILL MASONRY ARCH BRIDGE THROUGH THE PFC2D SOFTWARE



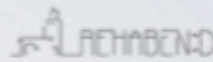
Felipe García Gómez
José A. Martínez Martínez
Luis M. García Castillo
Ángel Aragón Torre

3. Case study.

3.1 Geometry



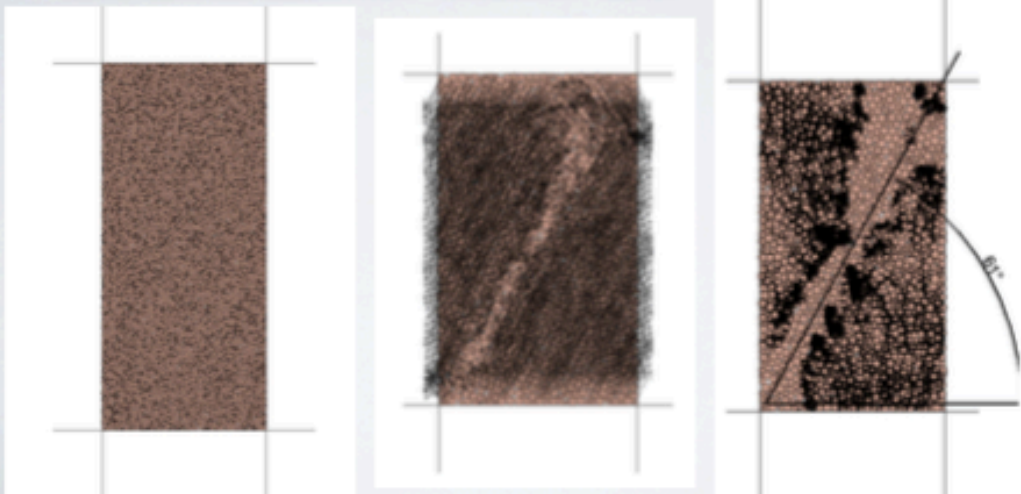
583 INFLUENCE OF THE BACKFILL PARAMETERS IN DISTINCT ELEMENT MODELING (DEM) OF A BACKFILL MASONRY ARCH BRIDGE THROUGH THE PFC2D SOFTWARE



Felipe García Gómez
José A. Martínez Martínez
Luis M. García Castillo
Ángel Aragón Torre

3. Case study.

3.2 DEM properties. Biaxial test



3. Case study.

3.2 DEM properties

Table 1. DEM properties for a medium soil.

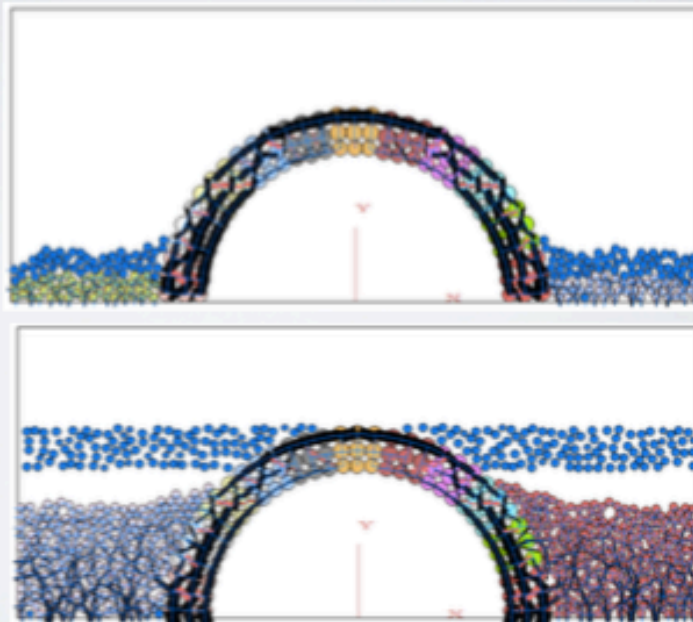
	kn & ks (N/m)	density (kg/m ³)	Friction coeff	Contact Bonds		Parallel Bonds		Real Properties	
				n_bond & s_bond (N)	pb_kn & pb_ks (N/m ³)	pb_n & pb_s (N/m ²)	pb_rad	E (MPa) Young's modulus	
Filling	1e8	2000	0.6	1e8	-	-	-	52	
Masonry	1e10	2200	0.6	1e10	1e20	1e15	0.01	-	
Walls	1e20	-	0.3	-	-	-	-	-	

Table 2. DEM properties for a soft soil.

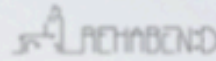
	kn & ks (N/m)	density (kg/m ³)	Friction coeff	Contact Bonds		Parallel Bonds		Real Properties	
				n_bond & s_bond (N)	pb_kn & pb_ks (N/m ³)	pb_n & pb_s (N/m ²)	pb_rad	E (MPa) Young's modulus	
Filling	1e5	1800	0.4	-	-	-	-	20	
Masonry	1e10	2200	0.6	1e10	1e20	1e15	0.01	-	
Walls	1e20	-	0.3	-	-	-	-	-	

3. Case study.

3.3 Model



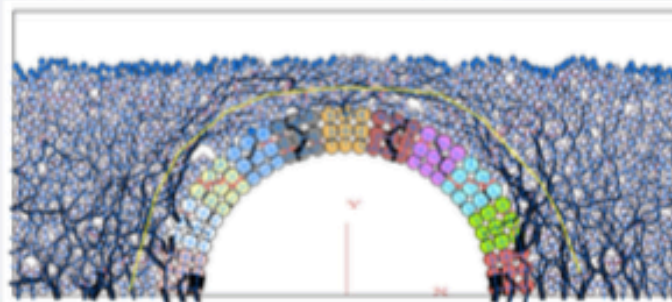
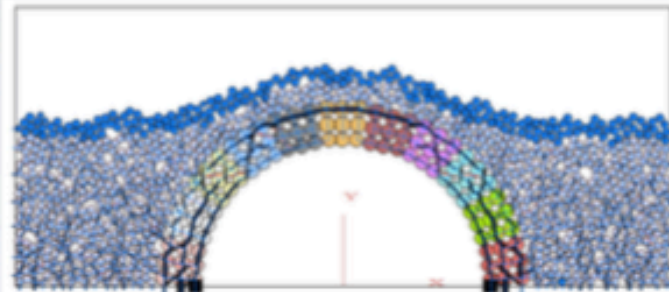
583 INFLUENCE OF THE BACKFILL PARAMETERS IN DISTINCT ELEMENT MODELING (DEM) OF A BACKFILL MASONRY ARCH BRIDGE THROUGH THE PFC2D SOFTWARE



Felipe García Gómez
José A. Martínez Martínez
Luis M. García Castillo
Ángel Aragón Torre

3. Case study.

3.3 Model



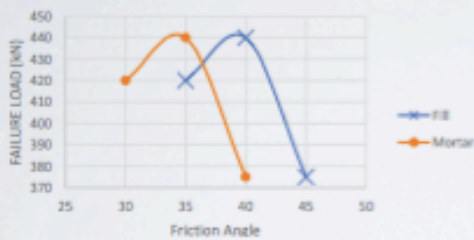
583 INFLUENCE OF THE BACKFILL PARAMETERS IN DISTINCT ELEMENT MODELING (DEM) OF A BACKFILL MASONRY ARCH BRIDGE THROUGH THE PFC2D SOFTWARE



Felipe García Gómez
José A. Martínez Martínez
Luis M. García Castillo
Ángel Aragón Torre

4. Results.

Failure Load vs Friction Angle



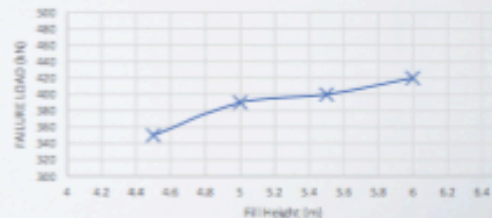
Influence of the load position in the failure load



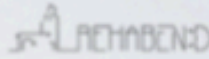
Influence of the fill density in the Failure Load



Influence of the fill height in the Failure Load



583 INFLUENCE OF THE BACKFILL PARAMETERS IN DISTINCT ELEMENT MODELING (DEM) OF A BACKFILL MASONRY ARCH BRIDGE THROUGH THE PFC2D SOFTWARE



Felipe García Gómez
José A. Martínez Martínez
Luis M. García Castillo
Ángel Aragón Torre

5. Conclusions.

- Greater modeling effort.
- Simple structure (limit analysis, MEXE).
- Singular structure (DEM+FEM).
- DEM offers the possibility to study the structure when large displacements occur.
- DEM models the interaction between particles of the backfill.
- Future research should be aimed at the systematization of DEM.

583 INFLUENCE OF THE BACKFILL PARAMETERS IN DISTINCT ELEMENT MODELING (DEM) OF A BACKFILL MASONRY ARCH BRIDGE THROUGH THE PFC2D SOFTWARE

Felipe García Gómez
José Antonio Martínez Martínez
Luis María García Castillo



REFERENCIAS

- [1]. (2001). 1st International PFC Symposium Numerical Modeling in Micromechanics via Particle Methods. volumen 78. WILEY-VCH Verlag.
- [2]. Bandeira AA, Zohdi TI (2018) 3D numerical simulations of granular materials using DEM models considering rolling phenomena. *Comput Part Mech.* <https://doi.org/10.1007/s40571-018-0200-0>
- [3]. Bahaaddini, M., Hagan, P.C., Mitra, R., Hebblewhite, B.K. (2014). Scale effect on the shear behaviour of rock joints based on a numerical study. *Eng. Geol.*, 181: 212–223. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2014.07.018>.
- [4]. Bayesteh, H., Ghasempour, T. Role of the location and size of soluble particles in the mechanical behavior of collapsible granular soil: a DEM simulation. (2019). *Comp. Part. Mech.* 6, 327–341. <https://doi.org/10.1007/s40571-018-00216-x>
- [5]. Bicanic, N., Stirling, C., Pearce, C.J. (2002). Discontinuous modelling of structural masonry. Fifth World Congress on Computational Mechanics, July 7–12, Vienna, Austria.
- [6]. Bock, H.; Blümling, P. y Konietzky, H. (2006). «Study of the micro-mechanical behaviour of the Opalinus Clay: An example of co-operation across the ground engineering disciplines». *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 65(2), pp. 195–207.
- [7]. Bolton, D. (2000). *The Role of Micro-mechanics in Soil Mechanics*. CUED/D Soils TR. University of Cambridge. Department of Engineering.
- [8]. Cambou, B. (1998). Micromechanical approach in granular materials. In *Behaviour of Granular Materials*, volume 385, pages 170–216. Springer Wien.
- [9]. Cambou, B., Chaze, M. and Dedecker, F. (2000). Change of scale in granular materials. *Eur. J. Mech. A/Solids*, 19:999–1014.
- [10]. Cha, M., Santamarina, J.C. (2019). Localized dissolution in sediments under stress. *Granular Matter* 21, 79. <https://doi.org/10.1007/s10035-019-0932-4>
- [11]. Chang, C. and Misra, A. (1989). Theoretical and experimental study of regular packing of granules. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 115(4):704–720.

- [12]. Chang, C. and Misra, A. (1990). Packing structure and mechanical properties of granulates. *Journal of Engineering Mechanics*, 116(5):1077–1093.
- [13]. Chang, C., Shi, Q and Liao, C. (2003). Elastic constants for granular materials modeled as first-order strain-gradient continua. *Int. J. Solids and Structures*, 40:5565–5582.
- [14]. Chang, C and Gao, J. (1995). Second-gradient constitutive theory for granular material with random packing structure. *Int. J. Solids Structures*, 32(16):2279–2293.
- [15]. Crisfield M.A. (1984). Finite element computer program for the analysis of masonry arches. Technical Report, TRRL Laboratory Report 1115, Department of Transport, Crowthorne,
- [16]. Crisfield, M.A. (1984). A finite element computer program for the analysis of masonry arches. Technical Report, TRRL Laboratory Report 1115, Department of Transportm Crowthorne.
- [17]. Cundall, P.A. (1971). A computer model for simulating progressive large scale movements in blocky rock systems. *Proc. Symp. Int. Soc. Rock Mechanics*, Nancy, France, vol. 1, Paper no. II-8
- [18]. Cundall, P.A. (1974). A computer model for rock-mass behaviour using interactive graphics for the input and output of geometrical data. *Technical report, Report for the Missouri River Division*, U.S. Army Corps of Engineers, University of Minnesota.
- [19]. Cundall, P.A. & Hart, R.D. (1992). Numerical modeling of discontinua. *Engineering Computations*, 9:101–113.
- [20]. Cundall, P.A. & Strack, O. (1979). A discrete numerical method for granular assemblies. *Geotechnique*, 29:47–65.
- [21]. Drosopoulos, G.A., Stavroulakis, G.E., Massalas, C.V. (2006). Limit analysis of a single span masonry bridge with unilateral frictional contact interfaces. *Eng. Struct.* 28, 1864–1873.
- [22]. Fanning, P.J., Boothby, T.E. (2001). Three-dimensional modelling and full-scale testing of stone arch bridges. *Comput. Struct.* 79, 2645–2662.

-
- [23]. Ford, T.E., Augarde, D.E., Tuxford, S.S. (2003). Modelling masonry arch bridges using commercial finite element software. 9th International Conference on Civil and Structural Engineering Computing, Egmond aan Zee, The Netherlands, 2–4 September.
- [24]. Gago, A., Alfaiate, J., Gallardo, A. (2002). Numerical analyses of the Bargower arch bridge. Finite Elements in Civil Engineering Applications: Proceedings of the Third Diana World Conference, Tokyo, Japan, 9–11 October.
- [25]. García Gómez, F., Martínez Martínez, J.A., García Castillo, L.M. (2019). Influence of the backfill parameters in distinct element modelling of a backfill masonry arch bridge through the PFC2D software. Geomechanics and Geoengineering. doi: 10.1080/17486025.2019.1680883
- [26]. Giardino, A., Mele, E., De Luca, A. (2002). Modelling of historical masonry structures: comparison of different approaches through a case study. Eng. Struct. 24, 1057–1069.
- [27]. Gonzalez Navarro, L. & López Hurtado, D. (2014). Modelización mediante elementos finitos de las deformaciones en los rellenos kársticos de la Sierra de Atapuerca. Proyecto de investigación. Universidad de Burgos.
- [28]. Groger, T.; Tuzun, U. y Heyes, D.M. (2003). «Shearing of wet particle systems-discrete element simulations».
- [29]. Hashemi, S.S.; Momeni, A.A. y Melkounian, N. (2014). «Investigation of borehole stability in poorly cemented granular formations by discrete element method». Journal of Petroleum Science and Engineering, 113, pp. 23–35.
- [30]. Hentz, S., Daudeville, L. and Donzé, F. V. (2004). Identification and validation of a discrete element model for concrete. Journal of Engineering Mechanics, 130(6):709–719.
- [31]. Idris, J., Verdel, T., Al-Heib, M. (2007). Numerical modelling and mechanical behaviour analysis of ancient tunnel masonry structures. Tunnel. Underground Space Technol., doi:10.1016/j.tust.2007.04.006.
- [32]. Itasca Consulting (Ed.) (2008). PFC 2D Theory and Background. Itasca Consulting Group Inc., Minneapolis, EE.UU.

- [33]. Itasca Consulting (Ed.) (2008). PFC 2D User's Guide. Itasca Consulting Group Inc., Minneapolis, EE.UU.
- [34]. Kruggel-Emden, M. Sturma, S. Wirtza, and V. Scherera (2008). Selection of an appropriate time integration scheme for the discrete element method (DEM). *Computers & Chemical Engineering*, 32(10):2263–2279.
- [35]. Kuhn, M. R. (1999). Structured deformation in granular materials. *Mechanics of Materials*, 31:407–429.
- [36]. Kruyt, N. and Rothenburg, L. (2001). Statistics of the elastic behaviour of granular materials. *Int. J. Solids and Structures*, 38(28-29):4879–4899.
- [37]. Lambert, C., Coll, C. (2014). Discrete modeling of rock joints with a smooth-joint contact model. *J. Rock Mech. Geotech. Eng.*, 6: 1–12. <https://doi.org/10.1016/j.jrmge.2013.12.003>.
- [38]. Loo, Y. and Yang, Y. (1991). Cracking and failure analysis of masonry arch bridges. *ASCE J. Struct. Eng.*, 117(6) 1641-1659. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1991\)117:6\(1641\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1991)117:6(1641))
- [39]. Mak, J.; Chen, Y. y Sadek, M.A. (2012). «Determining parameters of a discrete element model for soil-tool interaction». *Soil and Tillage Research*, 118, pp. 117–122.
- [40]. Martín-Caro, J.A. (2001). Análisis estructural de puentes arco de fábrica. Criterios de Comprobación. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Madrid.
- [41]. Martín-Caro, J.A., Martínez, J.L & León, J. (2000). Significado Estructural del Relleno en los Puentes Arco de Fábrica. 12ª Conferencia Internacional de Fábrica y Mampostería Ladrillo / Bloque.
- [42]. Martín-Caro, J.A., Martínez, J.L & León, J. (2003). Evaluación Estructural de puentes arco de fábrica. Universidad Politécnica de Madrid.
- [43]. Mas-Ivars, D., Potyondy, D.O. & Cundall, P.A. (2008). The Smooth-Joint Contact Model. 8th World Congress on Computational Mechanics (WCCM8).
- [44]. Maynar, M.M. (2011). Apuntes de introducción al proyecto y construcción de túneles y metros en suelos y rocas blandas o muy rotas. La construcción del Metro de

- Madrid y la M-30: con 128 programas en FLAC3D, ANSYS-CivilFEM, PFC3D, Matlab y Visual C++. Ingeniería de Ferrocarriles, Metros y Túneles S.L. ISBN 9788461553310.
- [45]. MEEXE, Military load classification of civil bridges by reconnaissance and correlation methods. Military Engineering Experimental Establishment, Christchurch, 1963.
- [46]. Ng K.H., Fairfield C.A., Sibbald A. (1999). Finite-element analysis of masonry arch bridges. Proc. Inst. Civ. Engrs – Structures and Buildings 134, 119-127.
- [47]. Oñate, E. and Rojek, J. (2004). Combination of discrete element and finite element methods for dynamic analysis of geomechanics problems. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 193(27-29):3087–3128.
- [48]. Ortega, A.I. (2009). La evolución geomorfológica del Karst de la Sierra de Atapuerca (Burgos) y su relación con los yacimientos pleistocenos que contiene. Tesis doctoral, Departamento de Ciencias Históricas y Geografía. Facultad de Humanidades y Educación. Universidad de Burgos.
- [49]. Owen, D.R.J., Peric, D., Petrinic, N., Smokes, C.L., James, P.J. (1998). Finite/discrete element models for assessment and repair of masonry structures. Proceedings of Second International Arch Bridge Conference, Venice, October.
- [50]. Palmer, A.N. (2007). Cave Geology. Cave Books. ISBN 0939748665.
- [51]. Pérez-González, A.; Parés, J.M.; Aleixandre, T.; Ortega, A.I. y Pinilla, A. (1999). «Geología y Estratigrafía del relleno de Galería de la Sierra de Atapuerca (Burgos), en E. Carbonell, A. Rosas y J. C. Díez (Eds.): Atapuerca: Ocupaciones humanas y paleoecología del yacimiento de Galería». Memorias 1999, Arqueología en Castilla y León, 7, pp. 34–42.
- [52]. Pippard A.J.S. (1948). The approximate estimation of safe loads on masonry bridges. Civil engineer in war. Inst Civ Eng 1948;1:365-72.
- [53]. Potyondy, D.O. & Cundall, P.A. (2004). A Bonded-Particle Model for Rock. Int. J. Rock Mech. & Min. Sci., 41, pp. 1329–1364.

- [54]. Ramos, A. & León, J. (2003). Clasificación morfológica de los rellenos en el trasdós de bóvedas de fábrica. *Informes de la Construcción* Vol. 65, 532, 471-480, octubre-diciembre 2013 ISSN: 0020-0883. eISSN: 1988-3234. doi: 10.3989/ic.12.062
- [55]. Rojek, J. & Oñate, E. (2007). Multiscale analysis using a coupled discrete/finite element model. *Interaction and Multiscale Mechanics*, 1(1):1–31.
- [56]. Rojek, J., Oñate, E., Zarate, F. and Miquel, J. (2001). Modelling of rock, soil and granular materials using spherical elements. In *2nd European Conference on Computational Mechanics ECCM-2001*, Cracow, Poland.
- [57]. Sitharam, T.G. and Nimbkar, M (1997). Numerical modelling of the micromechanical behaviour of granular media by discrete element. *Geotechnical Engineering Bulletin*, 6(4):261–283.
- [58]. Shi, G.-H. (1989). *Discontinuous deformation analysis*. PhD Thesis, University California Berkeley, August.
- [59]. Terzaghi, K. (1925). *Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer grundlage*. Leipzig u. Wien, F. Deuticke.
- [60]. Thavalingam, A., Bicanic, N., Robinson, J.I., Ponniah, D.A. (2001). Computational framework for discontinuous modelling of masonry arch bridges. *Comput. Struct.* 79 (19), 1821–1830.
- [61]. Tóth, A.R, Orbán, Z, Bagi, K. (2009). Discrete element analysis of a stone masonry arch. *Mechanics Research Communications* 36 (2009) 469–480.
- [62]. Towler, K.D.S. (1985). The non-linear finite element analysis of bridgemill masonry arch bridge. *Masonry International*, vol. 5.
- [63]. Yang, B., Jiao, Y., and Lei, S. (2006). A study on the effects of microparameters on macroproperties for specimens created by bonded particles. *Engineering Computations: International Journal for Computer-Aided Engineering and Software*, 23(6):607–631..
- [64]. Zienkiewicz, O. and Taylor R. (2000). *The Finite Element Method (5th Ed.)*. Butterworth- Hienemann.

